

氏名	江藤 宏
学位の種類	博士 (情報工学)
学位記番号	情工博甲第308号
学位授与の日付	平成28年3月25日
学位授与の条件	学位規則第4条第1項該当
学位論文題目	Complexity of Finding Subgraphs with Prescribed Degrees and Pairwise-Distances (次数と距離を指定した部分グラフ探索問題の計算複雑さ)
論文審査委員	主査 教授 宮野 英次 " 延山 英沢 " 井上 勝裕 " 藤原 暁宏

## 学位論文内容の要旨

本学位論文では、次数と頂点間距離に着目した部分グラフ探索問題を取り扱っている。この問題は、最大マッチング問題、最大独立頂点集合問題、最大誘導マッチング問題、最大2因子グラフ問題、ハミルトン閉路問題、誘導閉路問題などの有名な多くのグラフ最適化問題を含んでおり、それらの問題を一般化した問題ととらえることができる。本論文では、特に、最大  $r$ -正則誘導部分グラフ探索問題および距離  $d$  独立集合問題としての定式化を行い、これら2つの問題についての計算容易性および計算困難性の解明、近似可能性および近似不可能性の解明を行っている。さらには、入力グラフに制限を加えた場合の多項式時間アルゴリズムの設計、逆に、計算困難のままになってしまうようなグラフ構造の調査を行っている。本論文で得られたより具体的な結果の一覧は以下である。

(1) まず、最大  $r$ -正則誘導部分グラフ探索問題に対する結果は以下である。グラフ  $G = (V, E)$  と指定次数  $r$  が与えられたとき、頂点部分集合  $S$  によって誘導される部分グラフ  $G[S]$  が指定した次数  $r$  の正則グラフであり、頂点数が最大となるような  $S$  を見つけ出す最適化問題を最大  $r$ -正則誘導部分グラフ探索問題と呼ぶ。さらに、グラフ  $G[S]$  が  $r$ -正則、かつ連結グラフである場合についても考える。本論文では、入力を特別なグラフクラスに限定した問題について考える。 $r$  をある定数とし、入力グラフを二部グラフまたは平面グラフに限定したとしても、本論文で考える連結性を条件とする正則誘導連結部分グラフ探索問題と必要としない正則誘導部分グラフ探索問題の両問題について、近似することさえ  $NP$  困難のままであることを示している。一方、以下のような木構造を持つグラフを入力とした場合には、両問題が簡単になることを示している。まず、木幅限定グラフを入力

としたとき、両問題に対する最適解を線形時間で求めるアルゴリズムを示す。ここで、計算時間に隠れている係数は木幅の単一指数である。更に、入力を弦グラフとしたときには、両問題の最適解を多項式時間で求めることができることを示している。

(2) 次に、最大独立頂点集合問題の一般化問題と考えることができる距離  $d$  の最大独立頂点集合問題についての結果は以下である。距離  $d$  の最大独立頂点集合問題  $DdIS$  とは、グラフ  $G = (V, E)$  と指定距離  $d$  が与えられたとき、頂点部分集合  $S$  が指定した距離  $d$  の独立頂点集合であり、頂点数が最大となるような  $S$  を見つけ出すグラフ最適化問題である。距離  $d$  が 2 のとき、すなわち、 $D2IS$  は従来の最大独立頂点集合問題であり、入力を二部グラフや弦グラフに限定した場合には多項式時間アルゴリズムがある。本論文では、入力を最大次数 3 の平面二部グラフに限定したとしても、3 以上の任意の整数  $d$  について、 $DdIS$  が NP 完全となること、また、弦二部グラフに限定しても NP 完全となることを示している。さらに、もし入力が弦グラフであった場合、2 以上の偶数  $d$  については  $DdIS$  を多項式時間で決定することができ、一方、3 以上の奇数  $d$  については  $DdIS$  が NP 完全となることを示している。

## 学位論文審査の結果の要旨

本学位論文調査の要旨は以下である。本学位論文では、グラフ、次数（隣接頂点の数）、および距離が与えられたときに、全ての頂点が指定次数を持ち、それぞれの連結成分が指定距離以上離れているような部分グラフの中で頂点数が最大のものを探る最適化問題を扱っている。本問題は、アルゴリズム論や計算量理論の研究分野において多くの研究が行われてきたグラフ最適化問題を一般化した問題という意味で重要な問題である。この重要なグラフ最適化問題の計算容易性・困難性、および近似容易性・困難性を詳細に調べており、従来結果を改善した結果も複数示していることが確認できた。このことより、本学位論文は、博士（情報工学）の学位論文に値するものと認めた。

最終試験の結果の要旨は以下である。本学位論文内容に関し、調査委員から、計算困難性の証明手法や近似不可能性の証明手法の詳細、制約の緩和と計算容易性・困難性の関係の詳細などについて質問がなされたが、いずれも著者から満足な回答が得られた。また、公聴会においても、多数の出席者があり、問題の応用例や他のグラフ構造と計算時間の関係などの質問がなされたが、いずれも著者の説明によって質問者の理解が得られた。以上より、著者は試験に合格したものと認めた。

以上の論文調査及び最終試験の結果に基づき、審査委員会において慎重に審査した結果、本論文が、博士（情報工学）の学位に十分値するものであると判断した。