

整合圧力ポアソン方程式に基づく一体型解法による シェル-流体連成問題の効率的な並列解析*

石原大輔^{*1}, 鐘井重男^{*2}
吉村忍^{*3}, 堀江知義^{*1}

Efficient Parallel Analysis of Shell-fluid Interaction Problem by Monolithic Method Based on Consistent Pressure Poisson Equation

Daisuke ISHIHARA^{*4}, Shigeo KANEI,
Shinobu YOSHIMURA and Tomoyoshi HORIE

^{**4} Department of Mechanical Information Science and Technology, Kyushu Institute of Technology,
680-4 Kawazu, Iizuka-shi, Fukuoka, 820-8502 Japan

In this paper, a parallel monolithic method for shell-fluid interaction based on the consistent Pressure Poisson Equation (PPE) is developed and its parallel computational efficiency is demonstrated. The previous and present studies show that iterative solvers without preconditioning work well to solve the PPE, even though the coefficient matrix of the original linearized coupled equations becomes to be ill-conditioned. As a consequence, combining with the iterative solvers without preconditioning parallelized based on the mesh decomposition, the developed method can archive efficient parallel computation. To demonstrate the performances of the developed method, it is applied to simulate the vibration of an elastic plate situated in the wake of a rectangular cylinder and a flapping elastic wing in fluid.

Key Words: Parallel Computation, Fluid-Structure Interaction, Finite Element Method, Shell, Incompressible Viscous Fluid, Monolithic Method, Pressure Poisson Equation

1. 序 論

流体構造境界での連続・平衡条件を用いて、連成系全体に関する方程式(連成方程式)を構成し解析する一体型解法は、流体と構造の相互依存性が強い場合に有利である^(1,2)。しかしながら流体と構造の物性値が大きく異なる場合やシェル要素を用いた場合に、連成方程式の係数行列が悪条件となるため、反復法ソルバの収束性が悪化する。そのため前処理が用いられる^(3,5)が、効率的に並列解析を行うためには並列化性能の良いものを開発することが課題となる。一方、著者らは定式化の工夫により、連成方程式を整合圧力ポアソン方程式(Pressure Poisson Equation ; PPE)に帰着する一体型解法を提案してきた^(6,8)。ここで整合とはPPEが原理的に元の連成方程式と同じ解を与えるという意味で用いる。本整合PPEの係数行列は、元の連成方程式の係数行列に比べ、条件数が悪化し難いため、上述の課題を回避して、効率的な並列解析を実現できる

可能性がある。本研究では、シェル-流体連成問題を対象として、整合PPEに基づく一体型解法によって効率的な並列解析が可能であることを示す。

2. 流体構造連成問題の一体型解法

2・1 連成方程式の導出

詳細は文献(6)に譲る。以下では連成方程式の導出の概要を示す。有限要素離散化されたArbitrary Lagrangian-Eulerian(ALE)表記の非圧縮性粘性流体方程式と構造方程式に、流体構造境界での連続・平衡条件を適用し、流体構造境界で結合する。この結果、増分形式の連成方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{M}}_{ii}^f & \hat{\mathbf{M}}_{ic}^f & \mathbf{0} & -\mathbf{G}_i \\ \hat{\mathbf{M}}_{ci}^f & \hat{\mathbf{M}}_{cc}^f + \hat{\mathbf{M}}_{cc}^s & \hat{\mathbf{M}}_{ci}^s & -\mathbf{G}_c \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{M}}_{ic}^s & \hat{\mathbf{M}}_{ii}^s & \mathbf{0} \\ \gamma\Delta t_i \mathbf{G}_i & \gamma\Delta t_i \mathbf{G}_c & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{a}_i^f \\ \Delta \mathbf{a}_c^f \\ \Delta \mathbf{a}_i^s \\ \Delta \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{g}_i^f \\ \Delta \mathbf{g}_c^f \\ \Delta \mathbf{g}_i^s \\ \Delta \mathbf{h} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$\Delta \mathbf{a}$, $\Delta \mathbf{p}$, $\Delta \mathbf{g}$, $\Delta \mathbf{h}$ はそれぞれ加速度増分、流体圧力増分、残差力、非圧縮性条件の方程式残差の各ベクトル、 \mathbf{M} , \mathbf{G} はそれぞれ質量、圧力勾配の各行列、 \wedge 付きの質量行列は一般化質量行列、 γ は一般化台形則の

* 原稿受付 2006年7月7日。

^{*1} 正員, 九州工業大学情報工学部(〒820-8502 飯塚市川津680-4)。

^{*2} 九州工業大学大学院情報工学研究科。

^{*3} 正員, 東京大学大学院工学系研究科(〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1)。

E-mail: ishihara@mse.kyutech.ac.jp

制御パラメータ, Δt は時間増分, 添え字 f, s, fs はそれぞれ流体, 構造, 流体構造連成の各成分, 添え字 i, c はそれぞれ非連成, 流体構造連成の各自由度, 添え字 T は行列の転置を表す. 式(1)には一般化台形則と Newmark 法の変位, 速度と加速度の増分の関係式を既に適用している. 本研究では, 流体の移流項・拡散項を既知の流速場, 構造の内力項は未知の変位場で評価する. このとき流体と構造の一般化質量行列はそれぞれ $\mathbf{M}^s + \beta \Delta t^2 \mathbf{K}$, $\mathbf{L} \mathbf{M}^f$ となる. 但し, 流体の質量行列に対角集中化を施しており, 左側下付き添え字 L により表す. 文献(2)に基づき, シェル側の非連成, 連成自由度をそれぞれシェルの回転, 並進自由度とする.

2・2 通常の一体型解法とその問題点 通常, 一体型解法では連成方程式 (1) を直接解く. 連成方程式 (1) の係数行列は, (a) 構造と流体の一般化質量行列の成分の大きさの差により悪条件となる, (b) シェルの場合, その一般化質量行列が悪条件となる. 詳細は文献 (8) に譲るが, 前処理無しや対角スケールリング (Diagonal Scaling : DS) 前処理の場合, 構造と流体の一般化質量行列の成分比 R が問題点 (a) の指標となる. 前処理無しや DS 前処理は並列化性能が良いものの, 上述の問題点により反復法ソルバの収束性が悪化しやすい. 一方, より収束性を向上させた前処理は並列化性能が悪化する場合がある.

3. 並列一体型解法

3・1 整合 PPE に基づく一体型解法 詳細は文献 (6) に譲る. 連成方程式 (1) から構造非連成自由度を縮約し, さらに非圧縮性条件を満足するよう流速場を決定するために, $\Delta \mathbf{a}_i^f$ と $\Delta \mathbf{a}_c^s$ の式を非圧縮性条件式に代入する. この結果, 連成方程式 (1) に対する整合 PPE を次式のように得る.

$$\gamma \Delta t \left[{}_T \mathbf{G}_{iL} \mathbf{M}_H^{f-1} \mathbf{G}_i + {}_T \mathbf{G}_c \bar{\mathbf{M}}_{cc}^{s-1} \mathbf{G}_c \right] \Delta \mathbf{p} = \Delta \mathbf{h} - \gamma \Delta t \left\{ {}_T \mathbf{G}_{iL} \mathbf{M}_H^{f-1} \Delta \mathbf{g}_i^f + {}_T \mathbf{G}_c \bar{\mathbf{M}}_{cc}^{s-1} \Delta \mathbf{g}_c^s \right\} \quad (2)$$

$$\bar{\mathbf{M}}_{cc}^s \equiv \mathbf{L} \mathbf{M}_{cc}^f + (\hat{\mathbf{M}}_{cc}^s - \hat{\mathbf{M}}_{cc}^s \hat{\mathbf{M}}_{cc}^{s-1} \hat{\mathbf{M}}_{cc}^s) \quad (3)$$

以上から, 連成方程式 (1) を直接解く代わりに, 1. 整合 PPE (2) を解いて $\Delta \mathbf{p}$ を得る, 2. $\Delta \mathbf{p}$ を用いて $\Delta \mathbf{a}_i^f$ と $\Delta \mathbf{a}_c^s$ を得る, 3. $\Delta \mathbf{a}_c^s$ を用いて $\Delta \mathbf{a}_i^s$ を得る.

3・2 整合 PPE の性質の理論的検討 ここでは整合 PPE (2) と流体単独の解析での整合 PPE との関係を理論的に検討する. 簡単のため, 流体と構造の一般化質量行列を対角集中化した質量行列とし, 図 1 のメッシュ (○は変位または速度の補間点, ×は圧力の補間点, シェル

要素の板厚 h) を用いる. このとき整合 PPE (2) の係数行列は次式により与えられる^⑧.

$$\frac{4}{\rho^f} \begin{bmatrix} f(R) & 1 & 1 & 1/2 \\ 1 & f(R) & 1/2 & 1 \\ 1 & 1/2 & 6 & 1 \\ 1/2 & 1 & 1 & 6 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$f(R) \equiv 3 + 3/(1+R), \quad R = (\rho^s h)/(\rho^f \Delta x) \quad (5a, b)$$

構造質量密度 ρ^s , 流体質量密度 ρ^f , 要素の代表寸法 Δx であり, R は構造と流体の質量行列の成分の比を表す. 行列 (4) の行, 列番号は, 図 1 の流体の要素番号 (括弧付き整数) と対応する. 式 (5a) に示す関数 $f(R)$ は単調減少関数であり, $R \rightarrow 0$ で 6 に, $R \rightarrow \infty$ で 3 に収束し, この結果, 行列 (4) は対角優位である. $R \rightarrow 0$, つまり構造の行列成分が流体の行列成分に比べて極めて小さい場合, 行列 (4) は構造が無い場合の流体単独の整合 PPE の係数行列と一致する. $R \rightarrow \infty$ の場合, つまり構造の行列成分が流体の行列成分に比べて極めて大きい場合, 行列 (4) は構造を固着の固定壁とする場合の流体単独の整合 PPE の係数行列と一致する. さらに図 2 に示すように, 行列 (4) の条件数は滑らかに推移して, $R \rightarrow 0$ で構造が無い場合, $R \rightarrow \infty$ で構造が固着の固定壁の場合の流体単独の整合 PPE の条件数に収束する. 以上から, 整合 PPE (2) の係数行列の条件数は, 流体単独の解析の場合と同程度に良い. より一般的な場合については, 4.1 節で数値的に検討する.

3・3 整合 PPE 求解の並列化 反復法ソルバを整合 PPE (2) に適用した場合の計算の核は次式である.

$${}_T \mathbf{G}_{iL} \mathbf{M}_H^{f-1} \mathbf{G}_i \Delta \mathbf{p}^*, \quad {}_T \mathbf{G}_c \bar{\mathbf{M}}_{cc}^{s-1} \mathbf{G}_c \Delta \mathbf{p}^* \quad (6a, b)$$

$\Delta \mathbf{p}^*$ は解の近似ベクトルを表す. 行列ベクトル積 (6a, b) は (6b) 中の逆行列に構造に関する行列を含む以外は, 流体解析の整合 PPE と同じである. 特に (6a) は構造を固着境界とした流体解析の整合 PPE の係数行列と同じである. 本研究では, その特徴を生かした並列解析を行うために, 以下のメッシュ分割を行う. 構造メッシュを Ω_S , 流体メッシュを Ω_F とする. Ω_F を分割した部分メッシュを Ω_{Fi} ($i=1, 2, \dots, N$) とし, Ω_{Fi} に関する式 (6) の行列ベクトル積を計算ノード P_i が担当する. 但し, Ω_{F1} は図 3 に示すように Ω_S を取り囲むように取る. また P_1 は Ω_S に関する演算も担当する. この場合, 式 (6a) のみ並列計算が行われる. 以上に従い, 次の行列ベクトル積

(6a) の並列計算を行う。(step1) 行列ベクトル積 (6a) を element-by-element 法に基づき各 P_i 上で計算する。

$$\mathbf{A}\mathbf{p} = \sum_e \mathbf{A}^{(e)} \mathbf{p}^{(e)} = \sum_e \mathbf{q}^{(e)} = \mathbf{q} \text{ in } \Omega_{P_i} \quad (i=1, \dots, N) \quad (7)$$

\mathbf{A} : 全体マトリクス, \mathbf{p} : 全体ベクトル, \mathbf{q} : 行列ベクトル積の結果, e : 各要素を表す。(step2) P_i において step1 で得られた結果は, Ω_{P_i} に隣接する $\Omega_{P_j} (j \neq i)$ に関する (6a) の寄与がないため, 不足する流体部分メッシュ間境界上の節点データを P_j から送信し補う。(6b) の行列ベクトル積に関しては, Ω_S と Ω_{P_i} に関する情報のみから P_i において計算できる。以上の並列化はシェールのように構造の計算量が相対的に小さい場合を前提していることに注意する。

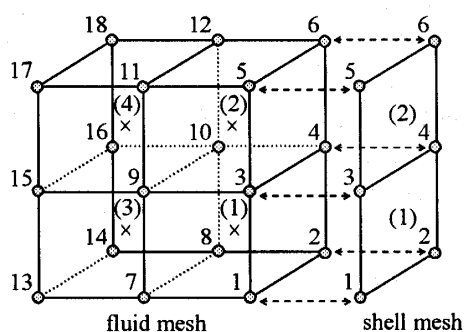


Fig. 1 Simple finite element model. Each integer denotes node number, each integer with round bracket denotes element number and each real number denotes dimension.

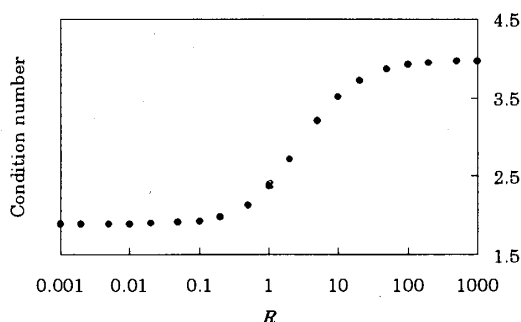


Fig. 2 Transition of condition number of coefficient matrix of PPE for R .

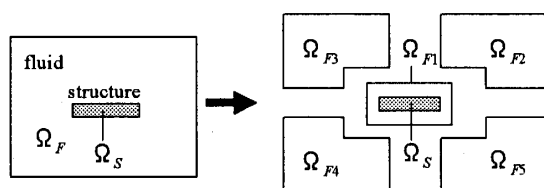


Fig. 3 Schematics of mesh decomposition.

4. 基本的性能の検証

4.1 整合PPEの性質の数値的検討

4.1.1 問題設定 図4に一樣流中の角柱背後の片持ち板の問題設定を示す。角柱1辺の長さ $D = 1.0 \text{ cm}$, 紙面に垂直な z 軸に関して領域を $0 \leq z \leq H = 1.0 \text{ cm}$ とする。一樣流の境界条件は, xy 面内に関しては図4の通り, $z=0, H$ に関しては z 方向流速を 0 とする。片持ち板の境界条件は, 固定端を完全拘束, $z=0, H$ において z 方向変位を 0, x 軸周りの回転を 0 とする。流体を空気とし, 一樣流れの流入流速 $V = 6.1695 \times 10^{-1} \text{ m/sec}$ (レイノルズ数: $Re = VD/\nu = 400$, ν : 動粘性係数) とする。流体メッシュの xy 平面内の様子を図5に示す。また構造メッシュは x 方向に 32 等分割である。メッシュ全体の z 方向分割数を 1 とする。上述の z 方向の境界条件とあわせると, 本問題は xy 面内の 2 次元問題となる。流体要素は P1P1 要素⁽⁹⁾, シェール要素は MITC 要素^(10,11) とする。時間刻みは $\Delta t = 2.0 \times 10^{-4}$ とする。板を固定した流れ場の解析から, 角柱からの交互渦放出振動数 $f^f \sim 9.09 \text{ Hz}$ を得た。そこで片持ち板の曲げ変形 1 次モードの固有振動数 f^s が f^f と一致するように Euler-Bernoulli 梁の理論解から質量密度 $\rho^s = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, ヤング率 $E = 5.067 \times 10^7 \text{ Pa}$, 板厚 $h = 4.0 \times 10^{-4} \text{ m}$ と与える。連成解析の初期条件は, 流体側を事前の流体解析で流れ場が十分発達した 5.0 sec の時点, 構造側を静止とする。本解法に前処理無しの CG 法と BiCGSTAB 法, 通常の一体型解法に DS 前処理付き BiCGSTAB 法を適用した。反復法ソルバの反復計算は残差ノルムが 10^{-6} に達したとき打ち切る。図6に示すように, 本解法と通常の一体型解法により得た片持ち板の自由端の y 方向変位の時刻歴は良く一致している。変位と揚力の振幅は徐々に増大し収束した (収束時の振動数: 9.143 Hz , 変位振幅: $3.236 \times 10^{-3} \text{ m}$, 揚力振幅: $2.292 \times 10^{-5} \text{ N}$)。揚力が最大の時点での片持ち板表面に分布する流体力ベクトルを片持ち板に静的に作用させると, その自由端の y 方向変位は $1.531 \times 10^{-5} \text{ m}$ となり, 連成時の最大変位の約 0.5% である。従って本連成解析結果において, 片持ち板は角柱後流の交互渦による揚力と共振している。

4.1.2 本解法と通常の一体型解法での反復法ソルバの収束性比較 整合 PPE (2) と連成方程式 (1) の係数行列の条件数を反復法ソルバの反復回数により評価する。解析の時刻 1 ステップ目の反復回数を用いる。連成方程式 (1) の係数行列の悪条件の指標である構造と流体の一般化質量行列の成分の比 R を

$$R = (\rho^s \Delta x^2 h + \Delta t^2 h E) / (\rho^f \Delta x^3) \quad (8)$$

により与える⁸⁾。以下では、式(8)中の要素の代表寸法 Δx として、要素の最小寸法 $\Delta x_{\min} = 1.25 \times 10^{-3} \text{ m}$ を取る。

a. 物性値の影響 2・2節の問題点(a)に関して調べる。 R 中の物性値のうち、ヤング率を $E = 1.0 \times 10^2$, 1.0×10^3 , ..., $1.0 \times 10^{11} \text{ Pa}$ と変化させ、その他は4・1・1項と同じ設定とする。図7に示すように通常の一体型解法では R の増加に伴い、反復法ソルバの収束性が悪化するが、本解法では安定している。

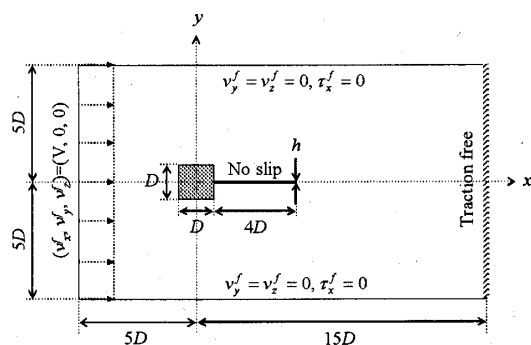


Fig. 4 Vibration of an elastic cantilever plate situated in the wake of a rigid rectangular cylinder. τ^f denotes traction force acting on the fluid boundary. $D=H=1.0 \times 10^{-2} \text{ m}$ are adopted. The velocity of the inlet uniform flow V in the x -direction is $6.9695 \times 10^{-1} \text{ m/sec}$, which gives $Re=400$ when air ($\rho^f = 1.18 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1.82 \times 10^{-5} \text{ kg/(m sec)}$) is adopted.

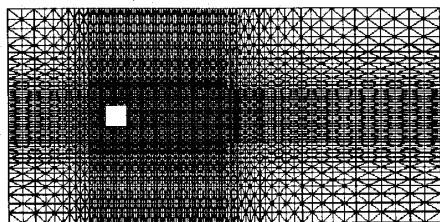


Fig. 5 The x - y plane view of fluid domain. The fluid mesh has 8,080 nodes and 23,352 elements.

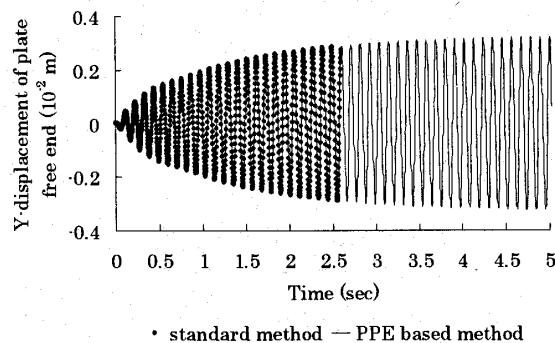


Fig. 6 Time histories of y -displacements of the free end of the elastic cantilever plate.

b. 時間刻みの影響 2・2節の問題点(a)に関して調べる。 R 中の物性値のうち、時間刻みを $\Delta t = 5.0 \times 10^{-5}$, 1.0×10^{-4} , 5.0×10^{-4} , $1.0 \times 10^{-3} \text{ sec}$ と変化させ、その他は4・1・1項と同じ設定とする。 Δt の最大値は流体のクーラン数条件を満たすように、最小値は式(8)右辺の分子の第2項が第1項に比べ十分大きい範囲内で与えた。図8に示すように通常の一体型解法では R の増加に伴い、反復法ソルバの収束性が悪化するが、本解法では安定している。

c. 板厚の影響 2・2節の問題点(b)に関して調べる。本解法において、シェール一般化質量行列の並進に関するシェーア行列のみ現れること、シェール剛性行列の並進に関するシェーア行列は元のシェール剛性行列の条件数の悪化の影響を受け難いこと、の2点⁸⁾により、本整合PPEの係数行列はシェール一般化質量行列の条件数の悪化の影響を受け難いと考えられる。以下ではそれを数値的に確認する。シェール剛性行列の条件数に影響を与える板厚 h を変化させる。ここで R の反復法ソルバへの収束性の影響を排除するため、 h と ρ^f の比が一定となるように ρ^f も変化させて、 R が一定値を取るようにした。反復法ソルバは本解法に前処理無しのCG法、通常の一体型解法にDS前処理付きBiCGSTAB法を用いる。それ以外の設定は4・1・1項と同じとする。図9に示すように通常の一体型解法では板が薄くなるに伴い、反復法ソルバの収束性が悪化するが、本解法では安定している。

4・1・3 本解法と流体単独の解析での整合PPEの関係 本解法と流体解析の整合PPEの関係を反復法ソルバの収束性より検討する。時間刻み $\Delta t = 1.0 \times 10^{-9}$, ヤング率 $E = 1.0 \times 10^2 \text{ Pa}$, 板厚 $h = 1.25 \times 10^{-3} \text{ m}$, 質量密度 $\rho^s = 1.18 \times 10^{-5} \sim 1.18 \times 10^5 \text{ kg/m}^3$ とする。それ以外は4・1・1項の設定と同じとする。このとき式(8)は、分子の第2項がその他の項に比べ非常に小さく、近似的に式(5b)と等価になる。以上の条件のもとで、(a)本解法による連成解析、(b)片持ち板が無い場合の流体単独の解析、(c)片持ち板がある場合の(境界部分を固着の固定壁とする)流体単独の解析、の各場合において、整合PPEの求解に要するCG法の反復回数を図10に示す。時刻1ステップ目での反復回数を用いた。図10に示すように、 $R \rightarrow 0$ の場合に(a)の反復回数が(b)の反復回数に近づき、 $R \rightarrow \infty$ の場合に(a)の反復回数が(c)の反復回数に収束している。従って、3・2節での理論的分析の結果を数値計算でも確認できた。

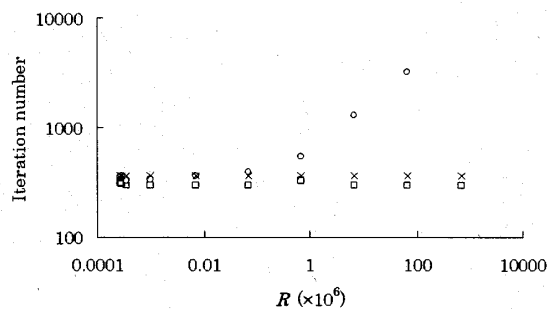


Fig. 7 Comparison of iteration numbers of iterative solvers between the standard monolithic method and the present monolithic method for R , where Young's modulus is changed. \circ , \times , \square denote the iteration numbers of the BiCGSTAB method with diagonal scaling for the standard method, that of the CG method for the present method, and that of the BiCGSTAB method for the present method, respectively.

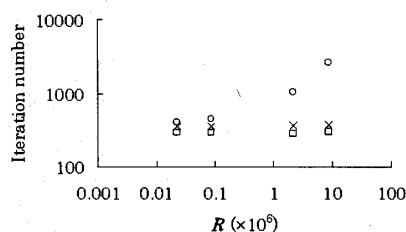


Fig. 8 Comparison of iteration numbers of iterative solvers between the standard monolithic method and the present monolithic method for R , where time increment is changed. \circ , \times , \square denote the iteration numbers of the BiCGSTAB method with diagonal scaling for the standard method, that of the CG method for the present method, and that of the BiCGSTAB method for the present method, respectively.

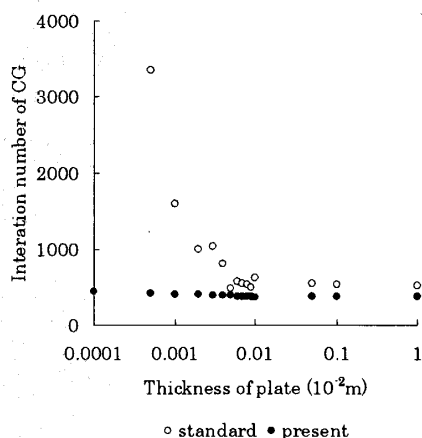


Fig. 9 Comparison of iteration numbers of iterative solvers between the standard and present monolithic methods for the plate thickness. The standard method employs BiCGSTAB method with diagonal scaling and the present method employs the CG method.

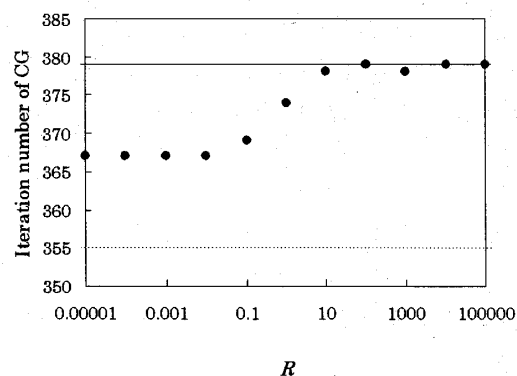


Fig. 10 Iteration number N of CG method to solve the present PPE and PPEs for fluid solely.

4・2 並列解析の性能評価 3・2節, 4・1節より, 本整合 PPE の係数行列は, 2・2節で述べた問題点を回避して, 条件数が良いことが判る. 前処理無し/DS 前処理付き CG 法は低速ネットワークの分散メモリ型並列計算機上でも高い並列化性能が期待できるが, 本解法はそれらの反復法を適用しても収束性の問題が生じ難い. 従って, 処理無し/DS 前処理付き CG 法と本解法の組み合わせにより, 並列化性能の高い一体型解法の開発が期待できる. そこで本節では, 計算環境を PC クラスタとして, 3・3 節に基づき並列化された一体型解法の性能評価を行う. 以下では, 前処理無しの CG 法を用いる.

4・2・1 解析の諸設定 設定は 4・1・1 項と同じとする. メッシュ分割は図 3 に基づく. P_1 は Ω_S と Ω_{F1} の両方に関する演算を行うため, 流体メッシュの分割を均等に行うと P_1 とその他の計算ノードの計算負荷が異なる. そこで実装プログラムでの式 (6a, b) の四則演算量評価に基づき, Ω_{Fi} ($i=2, 3, \dots, N$) に関する演算量を $N-1$ で割ったものと Ω_S , Ω_{F1} に関する演算量がほぼ等しくなるように Ω_{F1} を取り出し, さらに Ω_{F1} を除いた流体メッシュを Metis⁽¹²⁾ を利用してほぼ均等に $N-1$ 分割した. 計算には PC クラスタ (CPU: Pentium 4 2.8GHz, メモリ: 1GByte, ネットワーク: 100Base-TX) を用いる. PC 間のデータ通信に MPI を用いた.

4・2・2 並列化性能 時刻 1 ステップ目において本整合 PPE の求解 1 回に要する時間から得た速度向上率を図 11 に示す. 並列化効率は $N=8$ の場合, 約 72% であった. PC 間のデータ転送速度が低速であること, $N=8$ の場合, 流体部分メッシュの平均節点数 1087, 平均要素数 2919 を考慮すると, 本解法は良好な並列化性能を発揮しているといえる.

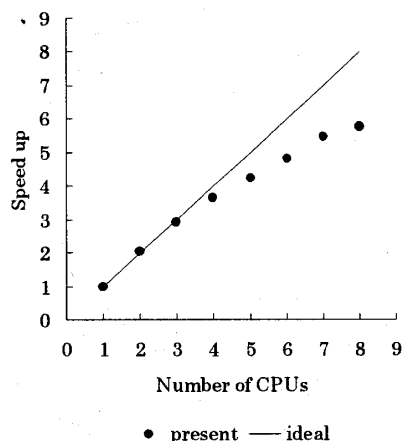


Fig. 11 Speed up for number of CPUs.

5. 大規模解析への応用

5・1 弾性翼の羽ばたき運動 図 12, 13 に問題設定を示す。本問題は翼の受動的なひねりを考慮した昆虫飛行の 2 次元モデル⁽¹³⁾ を 3 次元に拡張したものである。本問題では、広い流体中に設置されたシェル構造の弾性翼が大移動・大変形する。従って流体と構造の相互依存性が強く、かつ流体解析規模がかなり大きくなる。本解法は高い並列化性能の下で、流体を並列解析できる一体型解法であるため、本問題に適している。詳細は省くが図 12, 13 での羽ばたき運動の角速度の時刻歴、翼の寸法諸元、流体物性値を文献 (14) と一致させている。ハエ目の昆虫では、翼の基部において、翼の長軸周りのねじり剛性が低い⁽¹⁵⁾ が、本解析では硬い前縁のすぐ下の部分を柔らかくすることで、それを簡易的に表現する。また曲げ剛性の低い部分より下の部分を剛体運動する翼面とし、その部分の翼弦長さを文献 (14) の翼弦平均長さとして一致させる。翼の曲げ剛性の低い部分のヤング率を離散的に変化させて、発生する揚力を最大化させた。解析規模が小さなメッシュ(流体側：節点数 60504・要素数：340032、構造側：節点数 88・要素数 70、以後、小メッシュと呼ぶ)と大きなメッシュ(流体側：節点数 272205・要素数 1574496、構造側：節点数 240・要素数 210、以後、大メッシュと呼ぶ)を用いる。ここで小メッシュの弾性翼周辺の x, y, z 方向要素分割数を 2 倍程度に増やすことで、大メッシュを作成した。大メッシュを用いた場合、連成方程式 (1) の解析自由度が 100 万強となり、一体型解法による解析としては大規模といえる。流体メッシュの分割を 4・2・1 節と同様の方法で分割した。図 14 に $N=8$ の場合の流体メッシュの分割の様子を示す。また計算環境は 4・2・1 項と同じとする。但し、PC クラスタのネットワークを 1000Base-T とする。

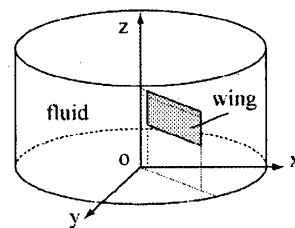


Fig. 12 Elastic wing flapping in fluid.

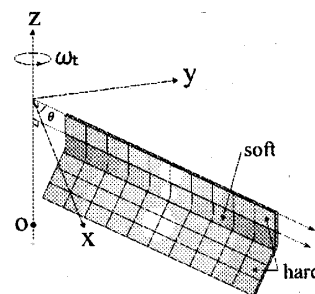
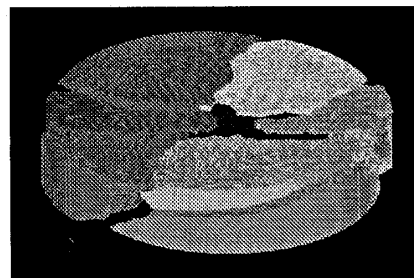


Fig. 13 The model for the insect flight, which can express the automatic wing rotation due to fluid-structure interaction.

Fig. 14 Mesh decomposition in the case of $N=8$.

5・2 解析結果と検討 揚力時刻歴を図 15 に示す。ハエ目の昆虫ではホバリング飛行時の揚力の時刻歴において半ストローク毎に 2 つの揚力ピークが発生する⁽¹⁴⁾ ことが知られており、図 15 においてもそのような特徴が見られる。小メッシュを用いた場合の 0.25 cycle での翼周囲の流速ベクトル場を図 16 に、0.75 cycle での翼前縁付近の流線を図 17 に示す。図 16 に示すように翼の前縁と後縁に渦が発生している。また図 17 に示す翼前縁付近でのらせん状の軸流の発生とそれが翼基部から長手方向に向かって 7 割付近の位置で崩壊することは文献 (16) 等が示す特徴と定性的に一致する。本昆虫羽ばたき飛行解析の詳細については次報に譲る。図 15 に示すように、小メッシュと大メッシュとで揚力の時刻歴が定性的に一致するものの、その相対誤差は各半ストロークの 1 番目と 2 番目のピークでそれぞれ約 13%、22%であった。従って本問題のように解析領域の形状が比較的単純な場合でも解析規模を適切に大きくする必要がある。次に大メッシュを

用いたときの並列化性能について調べる. 流体メッシュの分割数 N を 2^n ($n=2, 3, 4$) とする. ここで大メッシュの場合, 本計算環境では 1PC で解析できなかったため, $N=4$ を基準として並列化性能を評価した. 時刻 1 ステップ目において本整合 PPE の求解 1 回に要する時間から得た速度向上率を図 18 に示す. 並列化効率は $N=16$ の場合, 約 95% であった. PC 間のデータ転送速度が低速であるにもかかわらず, 良好な並列化性能を発揮できていることが判る.

6. 結 論

本研究においては, まず連成方程式の係数行列の条件数が悪化しても整合 PPE の係数行列の条件数が悪化せず, その結果, 前処理無し, または対角スケールリング付き CG 法を整合 PPE の求解に利用しても収束性の問題が生じ難いことを示した. 次に, その結果を受けて, 前処理無しの CG 法と整合 PPE に基づく一体型解法を組み合わせ, メッシュ分割に基づく並列化を行い, 数値計算例を通じて良好な並列化性能を発揮できることを示した. 以上から, シェル-流体連成問題において, 一体型解法による流体構造連成問題の並列解析を整合 PPE により効率的に行えることを示した.

謝 辞

本研究の一部は科学研究費補助金 (課題番号 17760088) の援助を受けて行われた. ここに謝意を示す.

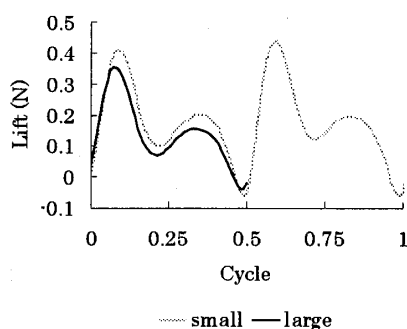


Fig. 15 Time histories of the lift. 'small' and 'large' denote results given by meshes with approximately 240 thousands and 1 million DOFs in the coupled equation system (1).

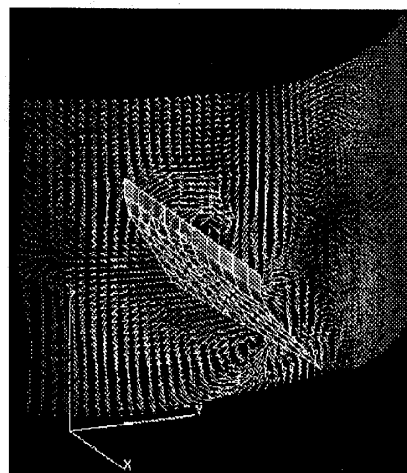


Fig. 16 Fluid velocity field around the flapping wing at the instant of 0.25 cycle.

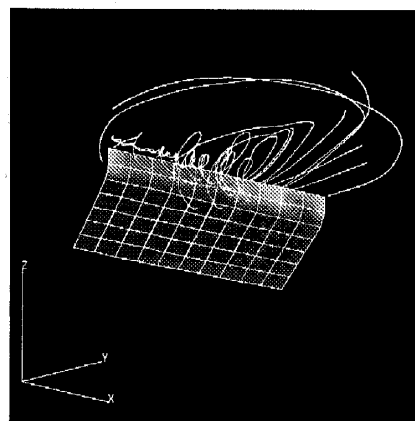


Fig. 17 Stream line stars from above the wing base at the instant of 0.75 cycle.

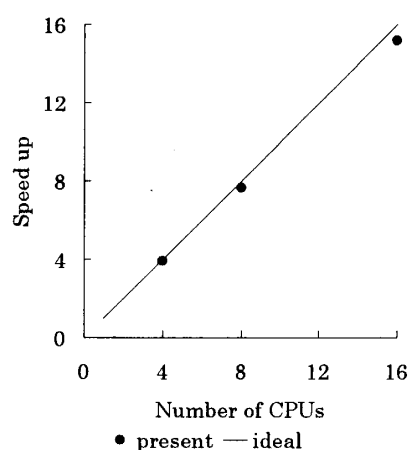


Fig. 18 Speed up for number of CPUs.

文 献

- (1) Zang, Q. and Hisada, T., Investigations of the Coupling Methods for FSI Analysis by FEM, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 67, No. 662 (2001), pp. 1555-1562.
- (2) Zang, Q. and Hisada, T., Analysis of Fluid-structure Interaction Problems with Structural Buckling and Large Domain Changes by ALE Finite Element Method, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 190, (2001), pp. 6341-6357.
- (3) Heil, M., An Efficient Solver for the Fully Coupled Solution of Large-displacement Fluid-structure Interaction Problems, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 193, (2004), pp. 1-23.
- (4) Hubner, B. et al., A Monolithic Approach to Fluid-structure Interaction Using Space-time Finite Elements, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 193, (2004), pp. 2087-2104.
- (5) Washio, T. et al., A Robust Preconditioner for Fluid-structure Interaction Problems, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 194, (2005), pp. 4027-4047.
- (6) Ishihara, D. and Yoshimura, S., A Monolithic Approach for Interaction of Incompressible Viscous Fluid and an Elastic Body Based on Fluid Pressure Poisson Equation, *Int. Numer. Methods Eng.*, Vol. 64, (2005), pp. 167-203.
- (7) Ishihara, D. and Yoshimura, S., Monolithic Approach for Fluid-Structure Interaction Based on Consistent Pressure Poisson Equation, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 71, No. 706 (2005), pp. 1565-1572.
- (8) Ishihara, D., Kanei, S. and Horie, T., Development of Monolithic Method for Shell-fluid Interaction Based on Consistent Pressure Poisson Equation, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 72, No. 716 (2006), pp. 377-384.
- (9) Tezduyar, T.E. et al., Incompressible Flow Computations with Stabilized Bilinear and Linear Equal-order-interpolation Velocity-pressure Elements, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 95, (1992), pp. 221-242.
- (10) Dvorkin, E.N. and Bathe, K.J., A Continuum Mechanics Based Four-Node Shell Element for General Nonlinear Analysis, *Eng. Comput.*, Vol. 1, (1984), pp. 77-88.
- (11) Noguchi, H. and Hisada, T., Sensitivity Analysis in Post-Buckling Problems of Shell Structure, *Comput. & Struct.*, Vol. 47, (1993), pp. 699-710.
- (12) <http://glaros.dtc.umn.edu/gkhome/views/metis/>
- (13) Ishihara, D. and Horie, T., Fluid-Structure Interaction Modeling of Insect Flight (1st Report, Investigation of Automatic Wing Rotation and Lift Force Generation by Two-Dimensional Numerical Analysis), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series B*, Vol. 72, No. 718 (2006), pp. 1410-1417.
- (14) Dickinson, M.H. et al., Wing rotation and the aerodynamic basis of insect flight, *Science*, Vol. 284, (1999), pp. 1954-1960.
- (15) Ennos, A.R., A comparative study of the flight mechanism of diptera, *The Journal of Experimental Biology*, Vol. 127, (1987), pp. 355-372.
- (16) Ellington, C.P. et al., Leading-edge vortices in insect flight, *Nature*, Vol. 384, (1996), pp. 626-630.