

切欠先端の破壊クライテリオンに関する一考察*

陳 玳 珩^{*1}, 野 田 尚 昭^{*2}

A Consideration on the Fracture Criterion for a Sharp Notch

Dai-heng CHEN and Nao-Aki NODA

In this paper, a method of evaluating the static strength of a V-shaped notch based on the singular stress field at the notch tip is studied. The singular stress field is defined by two parameters, K_{I, λ_1} and K_{II, λ_2} , which correspond to the intensities of the symmetric stress field and the skew-symmetric field, respectively. Four kinds of fracture criteria are considered; two of them are based on the tensile strength σ_B and the other two are based on the fracture toughness K_{IC} . The usefulness of the criteria is investigated through the experiment results carried out on plane specimens of acrylic resin having a sharp notch for various notch configurations such as the opening angle, the inclined angle and the notch depth.

Key Words: Fracture Criterion, Fracture Mechanics, Stress Intensity Factor, Stress Concentration, Notch

1. 緒 言

最近互いに異なる材料を接合した部材ないし複合材料が幅広く利用されるようになり, その強度評価が重要になっている。一般に異材の接合部では材料および形状の不連続のために接合面の隅角部において集中応力が発生しこれが原因となって接合部のき裂の発生を招き, 全体的な破壊に至ることが多い。

線形弾性論に基づく理論解析によれば, 接合面の角点で応力は無限に大きくなり, いわゆる応力の特異性が生じることがわかっている⁽¹⁾。応力特異性の中で最もよく知られているのは, き裂の先端に生じている応力場の問題である。周知のように, き裂先端の応力場は, $1/\sqrt{r}$ の特異性をもっている(r はき裂先端からの距離)。線形破壊力学は, このような応力特異性に着目し, き裂の応力拡大係数に基づいて, き裂が関与する破壊問題の強度評価を行うものである。き裂の問題に対する線形破壊力学の手法から類推すれば, 接合角

部の問題においても, 線形弾性論による特異応力場の解析結果は角部の破壊に関して有益な情報を与えてくれるものと期待される。

服部ら⁽²⁾は, 接着試験片の降温過程ではなく離試験により, 接合角部特異応力場を近似的に表現する二つのパラメータ, 応力拡大係数と応力特異性の指数を用いた接着界面の強度評価法の有効性を示した。き裂の場合と異なり接合角部の応力特異性の指数は接合材の弾性定数や角部の角度などによって変化するため, 接合角部の強度評価を行う際, 応力拡大係数のほかに応力特異性の指数を同時に考慮しなければならない。したがって, 種々の角度の接合角部について, それぞれの破壊時の限界応力拡大係数を, 同種の材料で作製した試験片から実験的に求めておけば, 実構造物における接合角部の破壊挙動を定量的に把握することが可能である。しかし, これでは, 例えば最も簡単な接合角部の問題である V 形切欠きの問題にしても, 種々の開き角をもつ V 形切欠きについてそれぞれの破壊時の限界応力拡大係数を切欠きの開き角の関数として実験的に求めるには, 膨大な実験データが必要となる。

このようなことを考慮して, 著者ら⁽³⁾⁽⁴⁾は, 先に行った研究において, V 形切欠きをもつアクリルシート

* 原稿受付 1998 年 1 月 16 日。

^{*1} 正員, 東京理科大学工学部(☎ 162-8601 東京都新宿区神楽坂 1-3)。

^{*2} 正員, 九州工業大学工学部(☎ 804-8550 北九州市戸畑区仙水町 1-1)。

化させて実験を行い、弾性解析で得られた角部の応力拡大係数 K_{I, λ_1} と K_{II, λ_2} を用いた強度評価法が V 形切欠きの脆性破壊の問題に有効であることを示すと同時に、最も簡単な破壊のクライテリオンとして切欠先端から ε だけ離れた点での応力の値に基づく破壊基準を用いて、一つの開き角に対する切欠材の破壊値から他の開き角に対する破壊値を推測する試みを行った。しかし、実際の破壊現象によく対応できる破壊のクライテリオンを確立するためには、各種のクライテリオンについて検討する必要があると思われる。そこで、本研究では、仮想き裂の応力拡大係数を用いたクライテリオンとエネルギー解放率を用いたクライテリオンを新たに提案し、先の研究で求めた実験結果を利用して、応力を用いたクライテリオンと比較考察しながら、角部の破壊クライテリオンについて検討を行う。

2. 切欠先端の応力場

V 形切欠きの先端近傍での応力場は、モード I の変形に対して $1/r^{1-\lambda_1}$ 、モード II の変形に対して $1/r^{1-\lambda_2}$ の特異性をもつ形で、二つのパラメータ K_{I, λ_1} と K_{II, λ_2} により一義的に記述できる(本論文では、き裂の応力拡大係数 K_I などともパラメータとして用いるので、それと区別するために切欠きの応力拡大係数については記号 K_{I, λ_1} , K_{II, λ_2} で表すことにした)。図 1 のように極座標をとるとき、その応力は次式で表される⁽⁵⁾。

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \frac{K_{I, \lambda_1}}{r^{1-\lambda_1}} f_{ij}^I(\theta) + \frac{K_{II, \lambda_2}}{r^{1-\lambda_2}} f_{ij}^{II}(\theta) \quad (ij=r, \theta, r\theta) \quad (1)$$

ここに、

$$\begin{aligned} f_r^I(\theta) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}D_I} [C_I \cos\{(\lambda_1+1)\theta\} \\ &\quad - (\lambda_1-3) \cos\{(\lambda_1-1)\theta\}] \\ f_r^{II}(\theta) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}D_{II}} [-C_{II} \sin\{(\lambda_2+1)\theta\} \\ &\quad + (\lambda_2-3) \sin\{(\lambda_2-1)\theta\}] \\ f_\theta^I &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}D_I} [-C_I \cos\{(\lambda_1+1)\theta\} \\ &\quad + (\lambda_1+1) \cos\{(\lambda_1-1)\theta\}] \\ f_\theta^{II}(\theta) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}D_{II}} [C_{II} \sin\{(\lambda_2+1)\theta\} \end{aligned}$$

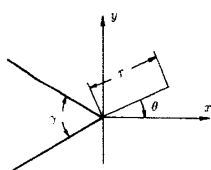


Fig. 1 Local configuration near the notch tip

$$\begin{aligned} & -(\lambda_2+1) \sin\{(\lambda_2-1)\theta\}] \\ f_{r\theta}^I(\theta) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}D_I} [-C_I \sin\{(\lambda_1+1)\theta\} \\ &\quad + (\lambda_1-1) \sin\{(\lambda_1-1)\theta\}] \\ f_{r\theta}^{II}(\theta) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}D_{II}} [-C_{II} \cos\{(\lambda_2+1)\theta\} \\ &\quad + (\lambda_2-1) \cos\{(\lambda_2-1)\theta\}] \\ C_I &= \lambda_1 \cos \gamma + \cos\{\lambda_1(2\pi-\gamma)\} \\ C_{II} &= \lambda_2 \cos \gamma - \cos\{\lambda_2(2\pi-\gamma)\} \\ D_I &= \lambda_1 + 1 - C_I \\ D_{II} &= \lambda_2 - 1 - C_{II} \end{aligned}$$

λ_1 と λ_2 は、それぞれモード I とモード II の変形による応力特異性の指数に関するものであり、次の特性方程式(2)と(3)の根である。

$$\sin\{\lambda_1(2\pi-\gamma)\} - \lambda_1 \sin \gamma = 0 \quad (\text{for mode I}) \quad (2)$$

$$\sin\{\lambda_2(2\pi-\gamma)\} + \lambda_2 \sin \gamma = 0 \quad (\text{for mode II}) \quad (3)$$

なお、式(1)中の中を用いた応力拡大係数 K_{I, λ_1} と K_{II, λ_2} は、切欠きの二等分線に沿う応力 σ_θ と $\tau_{r\theta}$ の分布を用いて次式のように定義したものである。

$$\begin{aligned} K_{I, \lambda_1} &= \lim_{r \rightarrow 0} [\sqrt{2\pi}r^{1-\lambda_1} \sigma_\theta(r, 0)] \\ K_{II, \lambda_2} &= \lim_{r \rightarrow 0} [\sqrt{2\pi}r^{1-\lambda_2} \tau_{r\theta}(r, 0)] \end{aligned} \quad (4)$$

3. 破壊のクライテリオン

本研究では、図 2 に示した 4 種類のクライテリオンについて検討を行う。

破壊のクライテリオンとしては、引張強さ σ_B を基準とするものと、破壊靱性 K_{IC} を基準とするものと二つの考え方がある。図 2 の(a)と(b)に示した二つのクライテリオンは、いずれも引張強さ σ_B を破壊基準とするものである。図 2(a)では、切欠先端 A から

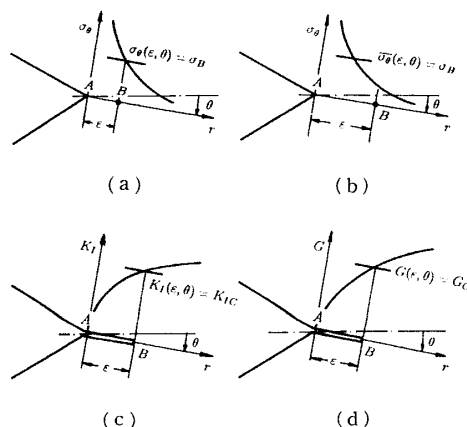


Fig. 2 Criteria on fracture of notch

θ 方向に沿って ε 内部に入った点 B での応力 $\sigma_\theta(\varepsilon, \theta)$ が引張強さ σ_B に達するとき、すなわち次式

$$\sigma_\theta(\varepsilon, \theta) \geq \sigma_B \quad \dots\dots\dots (5)$$

が満たされるときに、破壊が θ 方向に沿って生じると考える。図 2(b)では、切欠先端 A から θ 方向に沿って ε だけ離れた点 B までの平均応力 $\bar{\sigma}_\theta(\varepsilon, \theta)$ が引張強さ σ_B に達するときに破壊が θ 方向に沿って生じると考える。このことを式で表すと次のようになる。

$$\bar{\sigma}_\theta(\varepsilon, \theta) \geq \sigma_B$$

$$\bar{\sigma}_\theta(\varepsilon, \theta) = \frac{\int_0^\varepsilon \sigma_\theta(r, \theta) dr}{\varepsilon} \quad \dots\dots\dots (6)$$

一方、破壊靱性 K_{Ic} を破壊基準とする場合、図 2(c)と(d)に示した二つのクライテリオンが考えられる。このとき、切欠先端 A から θ 方向に沿って長さ ε の微小き裂が進展したとする。図 2(c)では、その微小き裂先端における応力拡大係数 $K_I(\varepsilon, \theta)$ が破壊靱性 K_{Ic} に達するとき、すなわち次式

$$K_I(\varepsilon, \theta) \geq K_{Ic} \quad \dots\dots\dots (7)$$

が満たされるときに、破壊が θ 方向に沿って生じると考える。図 2(d)では、その微小き裂の進展によるひずみエネルギー解放率 $G(\varepsilon, \theta)$ が破壊靱性 G_c に達するときに破壊が θ 方向に沿って生じると考える。

$$G(\varepsilon, \theta) \geq G_c \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、

$$G_c = \frac{K_{Ic}^2}{E'}$$

$$E' = \begin{cases} E & (\text{plane stress}) \\ E/(1-\nu^2) & (\text{plane strain}) \end{cases}$$

E は縦弾性定数、 ν はポアソン比である。

Table 1 Dimensionless SIF $F_I^I(\theta)$ and $F_I^{II}(\theta)$

γ	θ	0°	15°	30°	45°	60°
30°	$F_I^I(\theta)$	0.991	0.967	0.896	0.790	0.659
	$F_I^{II}(\theta)$	0.000	0.387	0.690	0.934	1.075
60°	$F_I^I(\theta)$	0.984	0.960	0.891	0.785	0.655
	$F_I^{II}(\theta)$	0.000	0.356	0.663	0.883	0.992
90°	$F_I^I(\theta)$	0.966	0.941	0.870	0.761	0.627
	$F_I^{II}(\theta)$	0.000	0.349	0.642	0.834	0.902

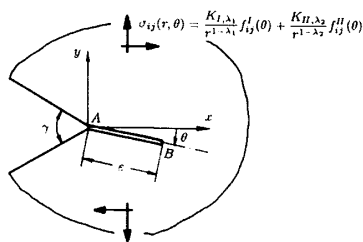


Fig. 3 A small crack emanating from the notch tip

式(7)の中に用いた長さ ε の微小き裂の応力拡大係数 $K_I(\varepsilon, \theta)$ は、図 3 に示すように、遠方で応力が式(1)のように分布している無限大の切欠きの先端 A から進展した長さ ε のき裂先端 B のモード I の応力拡大係数であり、切欠きの応力拡大係数 K_{I, λ_1} と K_{II, λ_2} の関数として次式から求まる。

$$K_I(\varepsilon, \theta) = F_I^I(\theta) \varepsilon^{\lambda_1-1/2} K_{I, \lambda_1} + F_I^{II}(\theta) \varepsilon^{\lambda_2-1/2} K_{II, \lambda_2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $F_I^I(\theta)$ と $F_I^{II}(\theta)$ は、切欠きがそれぞれモード I のみの特異応力場 ($K_{II, \lambda_2} = 0$) とモード II のみの特異応力場 ($K_{I, \lambda_1} = 0$) という力学的環境におけるき裂のモード I の応力拡大係数 $K_I(\varepsilon, \theta)|_{K_{II, \lambda_2}=0}$ と $K_I(\varepsilon, \theta)|_{K_{I, \lambda_1}=0}$ を、次式のように無次元化したものである。

$$F_I^I(\theta) = \frac{K_I(\varepsilon, \theta)|_{K_{II, \lambda_2}=0}}{\varepsilon^{\lambda_1-1/2} K_{I, \lambda_1}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$F_I^{II}(\theta) = \frac{K_I(\varepsilon, \theta)|_{K_{I, \lambda_1}=0}}{\varepsilon^{\lambda_2-1/2} K_{II, \lambda_2}}$$

$F_I^I(\theta)$ と $F_I^{II}(\theta)$ の値を求めるためには数値解析の手法を用いなければならない。著者らは体積力法⁽⁶⁾⁽⁷⁾を用いてそれらの値を求めた。解析の詳細はここで省略した。図 4 と表 1 に、開き角 $\gamma = 30^\circ, 60^\circ$ と 90° の切欠きについて $F_I^I(\theta)$ と $F_I^{II}(\theta)$ をき裂の角度 θ の関

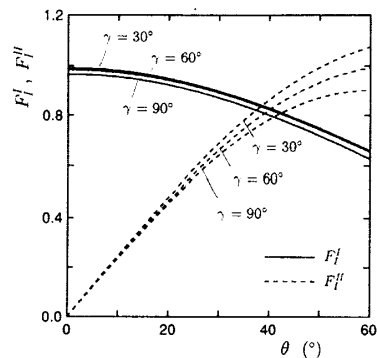


Fig. 4 $F_I^I(\theta)$ and $F_I^{II}(\theta)$ vs. θ for $\gamma = 30^\circ, 60^\circ$ and 90°

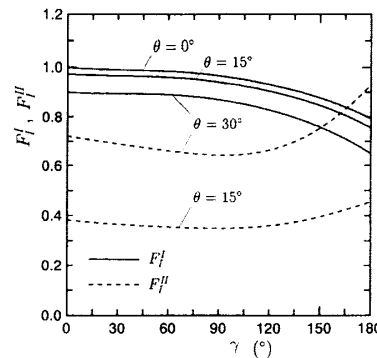


Fig. 5 $F_I^I(\theta)$ and $F_I^{II}(\theta)$ vs. γ for $\theta = 0^\circ, 15^\circ$ and 30°

数として示している。これらの値は4章の検討に対して必要なものである。また、図5は、き裂の傾き角 $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ の場合について $F_I^I(\theta)$ と $F_I^{II}(\theta)$ を切欠きの開き角 γ の関数として示すものである。

式(8)の中に用いたき裂の進展によるひずみエネルギー解放率 $G(\varepsilon, \theta)$ は、次式

$$G(\varepsilon, \theta) = \frac{\frac{1}{2} \int_0^\varepsilon [\sigma_\theta(r, \theta) \Delta u_\theta(r) + \tau_{r\theta}(r, \theta) \Delta u_r(r)] dr}{\varepsilon} \quad \dots\dots\dots (11)$$

を用いて計算できる。ここに、 $\sigma_\theta(r, \theta)$ と $\tau_{r\theta}(r, \theta)$ はき裂が生じる前の、式(1)で表される切欠先端の応力分布であり、 $\Delta u_\theta(r)$ と $\Delta u_r(r)$ はそれぞれき裂面の θ 方向と r 方向の相対変位である。

$G(\varepsilon, \theta)$ は数値計算によって求まる。数値計算で求めた $G(\varepsilon, \theta)$ は、切欠きの応力拡大係数 K_{I, λ_1} と K_{II, λ_2} の関数として次式のように表される。

$$G(\varepsilon, \theta) = [g_{11}(\theta) \varepsilon^{2\lambda_1-1} K_{I, \lambda_1}^2 + g_{22}(\theta) \varepsilon^{2\lambda_2-1} K_{II, \lambda_2}^2 + g_{12}(\theta) \varepsilon^{\lambda_1+\lambda_2-1} K_{I, \lambda_1} K_{II, \lambda_2}] / E' \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $g_{11}(\theta)$ 、 $g_{22}(\theta)$ と $g_{12}(\theta)$ は無次元化した係数であるが、そのうち $g_{11}(\theta)$ と $g_{22}(\theta)$ は、それぞれ次

式のように無次元化した、モード I のみの特異応力場 ($K_{II, \lambda_2}=0$) とモード II のみの特異応力場 ($K_{I, \lambda_1}=0$) に対応するき裂のエネルギー解放率 $G(\varepsilon, \theta)|_{K_{II, \lambda_2}=0}$ と $G(\varepsilon, \theta)|_{K_{I, \lambda_1}=0}$ である。

$$g_{11}(\theta) = \frac{G(\varepsilon, \theta)|_{K_{II, \lambda_2}=0}}{\varepsilon^{2\lambda_1-1} K_{I, \lambda_1}^2} E' \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$g_{22}(\theta) = \frac{G(\varepsilon, \theta)|_{K_{I, \lambda_1}=0}}{\varepsilon^{2\lambda_2-1} K_{II, \lambda_2}^2} E'$$

図6は、き裂の傾き角 $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ の場合について $g_{11}(\theta)$ と $g_{22}(\theta)$ を切欠きの開き角 γ の関数として示すものである。

4. 検 討

ここでは、先の実験的研究で求めたV形切欠きをもつアクリルシートの帯板の引張試験の結果を用いて、3章に述べた4種類の破壊クライテリオンについて検討を行う。表2は、切欠きの各開き角と各傾き角に対する脆性破壊の限界応力拡大係数 K_{I, λ_1} と K_{II, λ_2} について求めた実験結果である。表2には、破断した試験片から測定したき裂進展角度 θ_c の実験結果も併記している。

4・1 モード I のみの単純モードの場合 傾き角 $\beta=0$ のとき、切欠先端にモード I の特異応力場のみ

Table 2 Experimental results

γ	β	K_{I, λ_1} ($N/mm^{1+\lambda_1}$)	K_{II, λ_2} ($N/mm^{1+\lambda_2}$)	θ_c ($^\circ$)
30°	0°	37.49	0.0	0.0
	5°	36.56	2.17	6.1
	15°	36.78	7.16	16.8
	30°	34.60	13.57	30.0
60°	0°	38.93	0.0	0.0
	5°	39.82	2.89	3.2
	15°	38.35	8.32	12.8
	30°	36.41	15.84	25.7
90°	0°	41.99	0.0	0.0
	5°	45.26	3.08	1.4
	15°	40.45	8.38	6.9
	30°	40.32	16.17	17.0

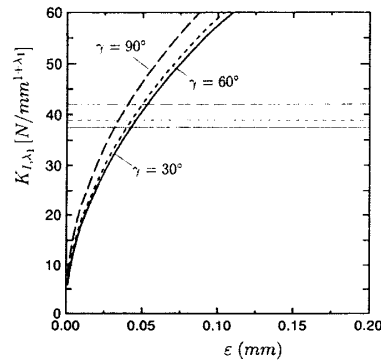
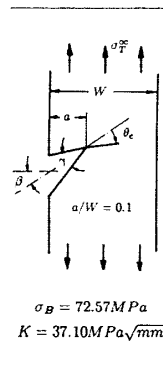


Fig. 7 K_{I, λ_1} vs. ε predicted by eq. (5) for $\beta=0$

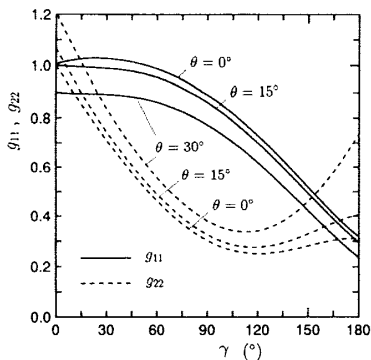


Fig. 6 $g_{11}(\theta)$ and $g_{22}(\theta)$ vs. γ for $\theta=0^\circ, 15^\circ$ and 30°

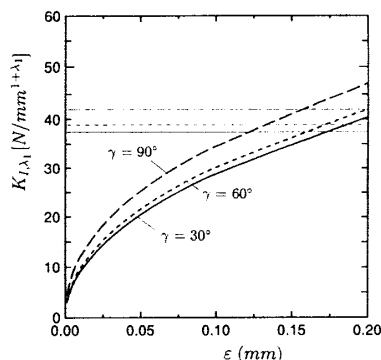


Fig. 8 K_{I, λ_1} vs. ε predicted by eq. (6) for $\beta=0$

が生じている。このとき、き裂は当然切欠きの二等分線に沿って進展する。したがって、 $K_{II, \lambda_2}=0$, $\theta=0$ とおき、各クライテリオンの式、すなわち式(5)～(8)に検討されるアクリル材料の強度パラメータ $\sigma_B=72.57$ MPa および $K_{IC}=37.10$ MPa $\sqrt{\text{mm}}$ を代入すれば、各クライテリオンからの限界応力拡大係数 K_{I, λ_1} の推測値を ε の関数として求めることができる。

図7と図8は、 $\gamma=30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ の切欠きについて、それぞれ式(5)と式(6)から求めた限界応力拡大係数 K_{I, λ_1} と ε との関係を示すものである。図中の細線は限界値の実験結果を示すものである。図7, 8からわかるように、限界応力拡大係数 K_{I, λ_1} の推測値は ε の値によって大きく変化し、点B [図2の(a)と(b)] の位置に対して極めて敏感である。したがって、式(5)または式(6)を破壊クライテリオンとして適用させるためには、まずなんらかの手法で ε の値を決めなければならない。本研究では、開き角 $\gamma=0$ の切欠き、すなわちき裂の問題にも式(5)または式(6)は適用できるものとして、材料の破壊靱性 K_{IC} の値から ε を次のように算出した。式(5)を適用させるとき、 ε は

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_B} \right)^2 = 0.042 \text{ mm} \quad \dots\dots\dots (14)$$

であり、式(6)を適用するとき、 ε は

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2K_{IC}}{\sigma_B} \right)^2 = 0.166 \text{ mm} \quad \dots\dots\dots (15)$$

である。表3は、式(14)と式(15)で求めた $\varepsilon=0.042$ mm と $\varepsilon=0.166$ mm の値から推測した限界応力拡大

係数 K_{I, λ_1} の値を示すものである。表3には比較のため図2(c), (d)のクライテリオンに対応する式(7), (8)による限界応力拡大係数 K_{I, λ_1} の推測値も示している。表3より、 $\varepsilon=0.042$ mm としたときの式(5)および $\varepsilon=0.166$ mm としたときの式(6)から推測した限界応力拡大係数 K_{I, λ_1} の誤差は多くの場合数パーセント以内で実験結果と一致することがわかる。

図9, 10は、式(7)と式(8)を用いた場合の限界応力拡大係数 K_{I, λ_1} の推測値を示すものである。図7, 8と異なり、図9, 10に示した各切欠角に対する限界応力拡大係数 K_{I, λ_1} の推測値と ε との関係曲線はほぼ水平である。これは、式(7), (8)による限界応力拡大係数 K_{I, λ_1} の推測値は仮想き裂の長さ ε に対して敏感ではないことを意味している。例えば、 ε の値を、式(5)を適用するための式(14)の値 $\varepsilon=0.042$ mm, または式(6)を適用するための式(15)の値 $\varepsilon=0.166$ mm としても、限界応力拡大係数 K_{I, λ_1} の推測値は表3に示すようにほとんど変化せず、いずれも実験結果とほぼ一致する。

図9, 10のように、限界応力拡大係数 K_{I, λ_1} の推測値と ε との関係曲線がほぼ水平である場合、限界応力拡大係数 K_{I, λ_1} の実験結果から ε の値を求めることは困難である。これは、実験結果のわずかな誤差によって ε の値が大きく変化するからである。しかしこのことは逆に、式(7)または式(8)に基づく破壊クライテリオンが、 ε の値にあまり左右されず、適当な ε の値を用いても精度よく推測できることを意味している。パラメータ ε は一つのクライテリオンとして当然同じ材料であれば等しくなければならない。しかし、その ε の物理的意味は、切欠先端でのき裂進展に関与するプロセス領域の大きさに対応するものと考えられるが、材料の局所的な不均質性のためにき裂進展に関与する領域の大きさは同じ材料であっても常に同じであるという保証がないと思われる。このようなこ

Table 3 $K_{I, \lambda_1}(\text{N/mm}^{1+\lambda_1})$ obtained by eqs.(5), (6), (7) or (8)

γ	with $\varepsilon = 0.042\text{mm}$			with $\varepsilon = 0.166\text{mm}$		
	30°	60°	90°	30°	60°	90°
experimental results	37.49	38.93	41.99	37.49	38.93	41.99
results from eq.(5)	37.22	38.52	42.69	37.49	74.94	79.47
results from eq.(6)	18.67	19.73	23.24	36.85	38.39	43.27
results from eq.(7)	37.61	39.21	44.26	37.54	38.56	41.65
results from eq.(8)	36.86	38.83	45.21	36.78	38.19	42.55

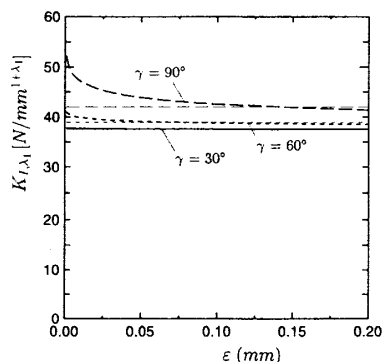


Fig. 9 K_{I, λ_1} vs. ε predicted by eq.(7) for $\beta=0$

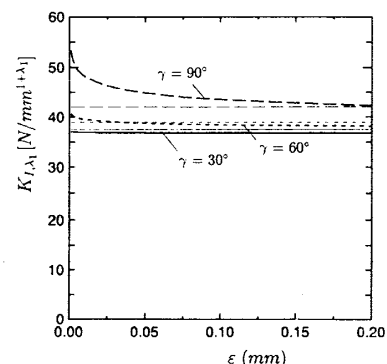


Fig. 10 K_{I, λ_1} vs. ε predicted by eq.(8) for $\beta=0$

とから, ε の値がある範囲内で変化しても限界応力拡大係数 K_{I, λ_1} の推測値がほぼ変化しないような式(7), (8)のクライテリオンは, ε の値に極めて敏感であるような式(5), (6)のクライテリオンよりも, 実際の切欠きの破壊現象に対応していると考えられる。

4.2 混合モードの場合 切欠きの角部では, 一般にモード I およびモード II がともに存在する混合モード状態で破壊が生じることが多い。ここで取扱う帯板試験片では, 切欠きの傾き角が $\beta \neq 0$ となれば, 切欠先端には式(1)に示したようなモード I とモード II の二つの特異応力場が同時に生じる。このとき, 切欠きの応力拡大係数 K_{I, λ_1} と K_{II, λ_2} は, 試験片の引張荷重 σ_T から次式を用いて算出する。

$$\begin{aligned} K_{I, \lambda_1} &= F_{I, \lambda_1} \sigma_T \sqrt{\pi a}^{1-\lambda_1} \\ K_{II, \lambda_2} &= F_{II, \lambda_2} \sigma_T \sqrt{\pi a}^{1-\lambda_2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (16)$$

Table 4 F_{I, λ_1} and F_{II, λ_2} for strip with single notch and $a/W=0.1$

γ	F_{I, λ_1}			F_{II, λ_2}		
	30°	60°	90°	30°	60°	90°
$\beta = 0^\circ$	1.201	1.258	1.388	0.000	0.000	0.000
$\beta = 5^\circ$	1.197	1.253	1.381	0.089	0.123	0.160
$\beta = 15^\circ$	1.162	1.210	1.320	0.259	0.355	0.459
$\beta = 30^\circ$	1.050	1.072	1.122	0.601	0.629	0.772

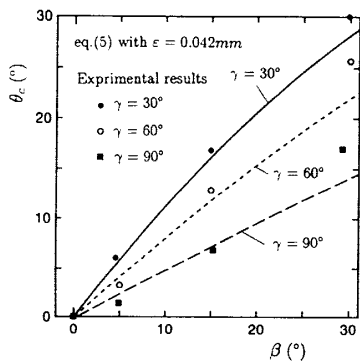


Fig. 11 θ_c vs. β predicted by eq.(5) with $\varepsilon=0.042$ mm

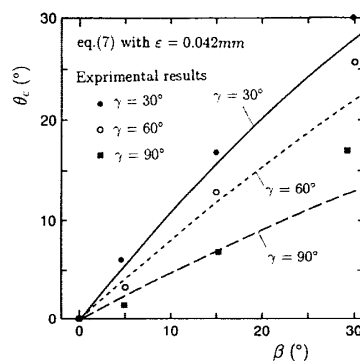


Fig. 13 θ_c vs. β predicted by eq.(7) with $\varepsilon=0.042$ mm

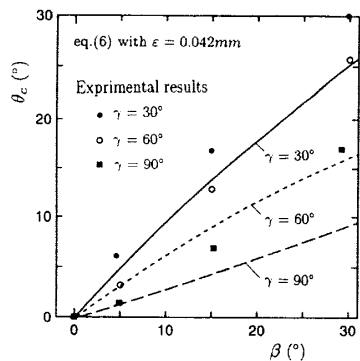


Fig. 12 θ_c vs. β predicted by eq.(6) with $\varepsilon=0.042$ mm

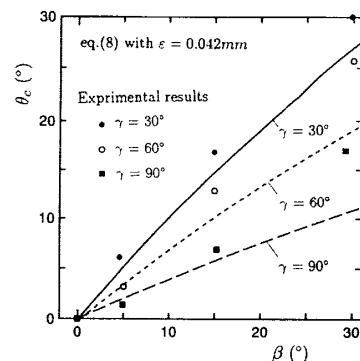


Fig. 14 θ_c vs. β predicted by eq.(8) with $\varepsilon=0.042$ mm

ここに, F_{I, λ_1} と F_{II, λ_2} は, 片側切欠きの帯板試験片の引張りにおける無次元化した応力拡大係数である。ここでの検討に必要な $a/W=0.1$ の場合の F_{I, λ_1} と F_{II, λ_2} の値は, 表 4 に示している。

混合モード状態での破壊問題では, き裂の進展方向角度 θ_c も未知であるので, まずそれを予測しなければならない。本研究では, 各クライテリオンに基づいて, まず破壊に必要な引張荷重 σ_T を仮想なき裂進展角度 θ の関数として求め, そして σ_T の値が最も小さくなるような角度 θ をき裂の進展方向角度 θ_c とする。図 11~14 は, $\varepsilon=0.042$ mm とし, 図 2 に示した 4 種類のクライテリオンに基づいて求めたき裂の進展角度 θ_c の推測値と実験結果を比較するものである。これらの図から, き裂の進展方向についての各クライテリオンによるそれぞれの予測値はほぼ同じでいずれも実験結果とほぼ一致していることがわかる。なお, ここでは示していないが, $\varepsilon=0.166$ mm としても, 得られたき裂の進展角度 θ_c の推測値はほぼ同じである。

き裂進展角度 θ_c がわかると, その方向に沿って各クライテリオンの式, すなわち式(5)~(8)を適用すれば, 切欠きにおける破壊時の限界応力拡大係数 K_{I, λ_1} と K_{II, λ_2} の推測値を求めることができる。図 15~18 と図 19~22 は, それぞれ $\varepsilon=0.042$ mm としたときと

$\varepsilon=0.166$ mm としたときの、各クライテリオンの式から求めた限界応力拡大係数 K_{I,λ_1} と K_{II,λ_2} の推測値と実験結果とを比較するものである。これらの図からわかるように、図2の各クライテリオンは混合モード状態での破壊問題にも適用できるが、 ε の値としては、図2(a)のクライテリオンを適用させるために式(14)で求めた $\varepsilon=0.042$ mm を、図2(b)のクライテリオンを適用させるために式(15)で求めた $\varepsilon=0.166$ mm をそれぞれ用いる必要がある。一方、図2(c)と(d)の

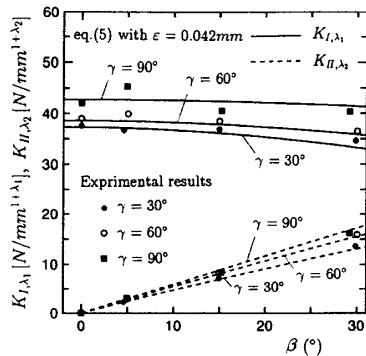


Fig. 15 K_{I,λ_1} and K_{II,λ_2} vs. β predicted by eq. (5) with $\varepsilon=0.042$ mm

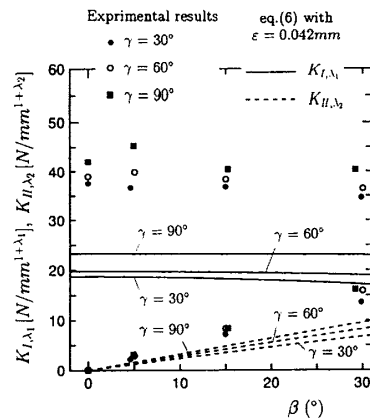


Fig. 16 K_{I,λ_1} and K_{II,λ_2} vs. β predicted by eq. (6) with $\varepsilon=0.042$ mm

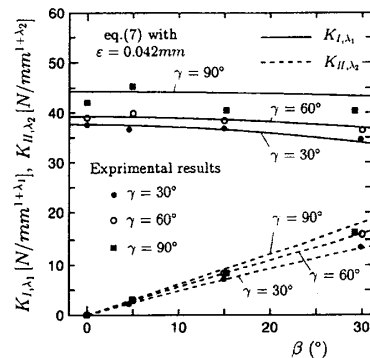


Fig. 17 K_{I,λ_1} and K_{II,λ_2} vs. β predicted by eq. (7) with $\varepsilon=0.042$ mm

クライテリオンは、単純モードの場合と同じように、 ε の値にはあまり依存せず、 $\varepsilon=0.042$ mm にしても、または $\varepsilon=0.166$ mm にしても、実験結果に一致する、ほぼ同じの推測値が得られる。

材料の引張強さ σ_B は、本来試験片の巨視的強度を表すパラメータであり、それを切欠先端におけるき裂

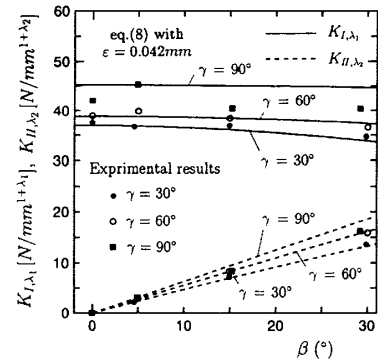


Fig. 18 K_{I,λ_1} and K_{II,λ_2} vs. β predicted by eq. (8) with $\varepsilon=0.042$ mm

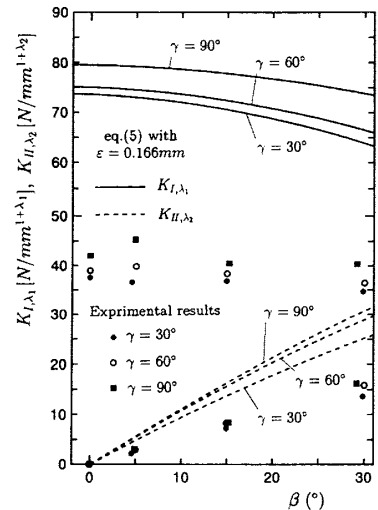


Fig. 19 K_{I,λ_1} and K_{II,λ_2} vs. β predicted by eq. (5) with $\varepsilon=0.166$ mm

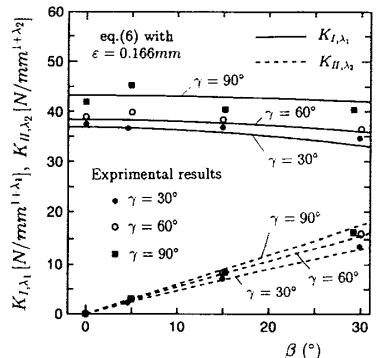


Fig. 20 K_{I,λ_1} and K_{II,λ_2} vs. β predicted by eq. (6) with $\varepsilon=0.166$ mm

の進展, すなわち局所的な破壊に適用できるかどうかは, そもそも疑問である。この意味から, 図2(a), (b)のようなクライテリオンの物理的根拠が弱いと思われる。これに対して, 図2(c), (d)のようなクライテリオンは, き裂の進展条件を表すパラメータである破壊靱性 K_{Ic} と G_c を破壊基準とするので, き裂問題に対する破壊発生条件式

$$K_I \geq K_{Ic} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$G \geq G_c \quad \dots\dots\dots (18)$$

の拡張とみなされる。このことは, 式(17)が式(7)のクライテリオンに, 式(18)が式(8)のクライテリオンにそれぞれ含まれていることから理解される。

切欠きの問題に対する式(8)がき裂の問題に対する式(18)の単純な拡張であることは明らかであるので, ここでは式(7)と式(17)の関係について議論する。

式(7)をき裂の問題に適用すると, き裂の先端から破壊が生じるかどうかは, そこからき裂が微小長さ ϵ だけ進展したときのき裂先端の応力拡大係数 $K_I(\epsilon, \theta)$ が K_{Ic} に達するかどうかによって判断される。

モード I のみの応力状態のとき, き裂の進展方向角度 θ が零である。そして, ϵ が元のき裂の長さに比べて十分小さいので, $K_I(\epsilon, 0)$ はき裂が進展する前の応力拡大係数 K_I に等しく, すなわち

$$K_I(\epsilon, 0) = K_I \quad \dots\dots\dots (19)$$

式(19)を式(7)に代入すれば, 式(17)が得られる。

さらに, き裂の進展方向 θ が零ではない場合には, 著者の一人が先に行った研究⁽⁸⁾によれば, $K_I(\epsilon, \theta)$ は次式

$$K_I(\epsilon, \theta) = K_I \cos^3 \frac{\theta}{2} - 3K_{II} \cos^2 \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \quad \dots\dots\dots (20)$$

で近似的に与えられる。近似式(20)の誤差は $\theta \leq 30^\circ$ では0.5%以下, $\theta \leq 45^\circ$ では1%程度以下である。し

たがって, 式(7)のクライテリオンをき裂の問題に適用すると, 式(20)の $K_I(\epsilon, \theta)$ が最大となる θ の方向はき裂の進展方向とされるわけである。式(20)とき裂先端における応力 σ_θ の式

$$\sigma_\theta(r, \theta) = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos^3 \frac{\theta}{2} - 3 \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos^2 \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \quad \dots\dots\dots (21)$$

とを比較すればわかるように, $K_I(\epsilon, \theta)$ が最大となる方向は, 仮想き裂の進展が生じる前のき裂先端における接線方向応力 σ_θ が最大となる方向と一致する。したがって, 本研究の式(7)から予測したき裂の進展方向は, 混合モードにおけるき裂進展方向の予測に関して最も有効とされている接線方向応力最大説⁽⁹⁾のそれと一致している。そして, 混合モードにおけるき裂進展の荷重条件については, 接線方向応力最大説では次式

$$K_I \cos^3 \frac{\theta}{2} - 3K_{II} \cos^2 \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \geq K_{Ic} \quad \dots\dots\dots (22)$$

を用いる⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾が, その式(22)も, 本研究において式(20)を式(7)に代入して得られるものである。

き裂の問題については, エネルギー解放率を用いたクライテリオンが応力拡大係数を用いたクライテリオン(接線方向応力最大説)と等価であることは文献⁽¹²⁾に示されている。このことは, $\gamma \neq 0$ の切欠きの脆性破壊の問題についても同じである。本研究の計算結果が示したように, 応力拡大係数を用いたクライテリオン [式(7)] とエネルギー解放率を用いたクライテリオン [式(8)] は, ほぼ同じ推測値を与えている。

5. 結 論

本研究では, 異材角部における強度評価法を検討するために, 4種類のそれぞれ応力, 平均応力, 応力拡大係数とエネルギー解放率を用いたクライテリオンを,

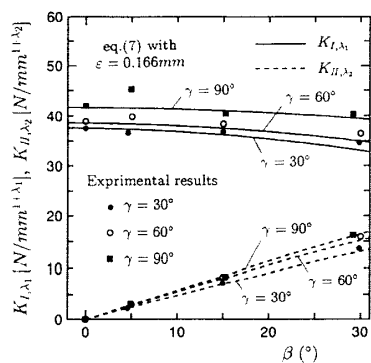


Fig. 21 K_{I,λ_1} and K_{II,λ_2} vs. β predicted by eq.(7) with $\epsilon = 0.166$ mm

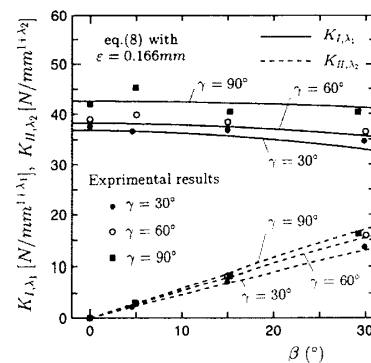


Fig. 22 K_{I,λ_1} and K_{II,λ_2} vs. β predicted by eq.(8) with $\epsilon = 0.166$ mm

V 形切欠きの脆性破壊問題に適用し, 先の実験的研究で求めた実験結果と比較しながら考察を行った。得られた結果を要約すると以下のようになる。

(1) 4 種類のクライテリオンはともに切欠きの脆性破壊問題に適用できる。

(2) 各クライテリオンを混合モード状態における切欠きの破壊問題に適用する際, 切欠先端に生じた次数が異なる二つの特異応力場を同時に考慮しなければならない。

(3) 応力と平均応力を用いたクライテリオンを適用させるために, それぞれ式(14)と式(15)の ε の値を用いなければならない。

(4) 応力拡大係数またはエネルギー解放率を用いたクライテリオンは, ε の値に敏感ではないので, その ε の値として, 式(14)または式(15)のいずれかを用いばよい。

(5) 破壊靱性 K_{Ic} または G_{Ic} を破壊基準とするクライテリオンが応力と平均応力を用いるクライテリオンより合理的であろうと考えられる。

(6) 応力拡大係数を用いたクライテリオンとエネ

ルギー解放率を用いたクライテリオンは, ほぼ同様な推測値を与えているが, 後者を適用させるために必要な $g_{11}(\theta)$, $g_{12}(\theta)$, $g_{22}(\theta)$ の計算は複雑であるので, 実用上前者を用いたほうが便利である。

文 献

- (1) Bogy, D. B., *J. Appl. Mech.*, **38**(1971), 377-386.
- (2) 服部敏雄・坂田莊司・初田俊雄・村上元, 機論, **54**-499, A(1988), 597-603.
- (3) 陳玳珩・野田尚昭・高瀬康・諸富貴光, 機論, **62**-598, A(1996), 1445-1449.
- (4) 野田尚昭・陳玳珩・高瀬康・諸富貴光, 機論, **64**-620, A(1998), 958-963.
- (5) Chen, D. H., *Int. J. Fract.*, **70**(1975), 81-97.
- (6) 西谷弘信, 機誌, **70**-580(1967), 627.
- (7) 西谷弘信・陳玳珩, 体積力法, (1987), 第3章, 培風館.
- (8) 西谷弘信・陳玳珩・石田誠, 機論, **50**-451, A(1984), 341-350.
- (9) Erdogan, F. and Sih, G. C., *J. Basic Eng.*, **85**(1963), 519-527.
- (10) Pook, L. P., Nat. Eng. Lab., *East Kilbride Rept. NEL*, 449(1970).
- (11) Hoskin, B. C., Graff, D. G. and Foden, P. J., Aer. Res. Lab., *Melbourne Rept. S. M.*, 305(1965).
- (12) Nuismer, R. J., *Int. J. Fract.*, **11**(1975), 245-250.