

## 引張りを受ける異材接合管と異材接合板の特異応力場の強さの比較

著者	野田 尚昭, 王 澤鋒, 飯田 和樹, 佐野 義一, 宮? 達二郎
雑誌名	材料
巻	65
号	6
ページ	443-450
発行年	2016-06-01
その他のタイトル	Intensity of Singular Stress under Tension for Bonded Pipe in Comparison with Bonded Plate
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10228/00006718">http://hdl.handle.net/10228/00006718</a>

doi: info:doi/10.2472/jsms.65.443

## 引張りを受ける異材接合管と異材接合板の特異応力場の強さの比較†

野田 尚昭\*・王 澤鋒\*\*・飯田 和樹\*\*  
・佐野 義一\*\*・宮崎 達二郎\*\*\*

## Intensity of Singular Stress under Tension for Bonded Pipe in Comparison with Bonded Plate

by

Nao-Aki Noda\*, Zefeng Wang\*\*, Kazuki Iida\*\*,  
Yoshikazu Sano\*\*, and Tatsujiro Miyazaki\*\*\*

In the previous research the intensity of singular stress at the end of interface for bonded plate was discussed under arbitrary material combinations. Then it was found that the bonded strength of butt joint can be evaluated in terms of the singular stress in good accuracy. In this study the intensity of singular stress for bonded pipe is newly discussed in comparison with the one of bonded plate. The finite element method is applied to calculate the intensity of singular stress with varying the material combination systematically. This method focuses on the results of first node locating at the end of the interface. Until now few studies are available for bonded pipe, in this study, the effect of the material combination on the intensity of singular stress is discussed by changing the material combination systematically. It is found that the intensity of singular stress of bonded pipe is 0.8-1.5times larger than the one of bonded plate for almost material combinations. This investigation may contribute to a better understanding of the debonding strength and initial interfacial cracking of bonded pipe.

**Key words:**

Adhesion, Stress Intensity Factor, Intensity of Singular Stress Field, Interface, Finite Element Method, Bi-material, Bonded Pipe, Bonded Plate

## 1 緒 言

構造用接着剤は、耐疲労性の向上、部品表面の平滑化、異種材料同士の接合、重量の軽減、密封性および、設備費低減・工数削減といった生産経済性など多くの優れた点を有することから、自動車をはじめ、海洋構造物や宇宙および航空工学などでも広く用いられている。接着剤による接合継手の使用が拡大するなかで、この接着接合継手の評価基準を確立するために多くの研究がなされている<sup>1),2),3),4),5)</sup>。

最近、著者らは図1の接着接合板における接着層厚さが破壊の起点となる接着層端部に生じる特異応力場の強さに与える影響を考察し、接着層厚さが薄くなると特異応力場の強さが小さくなることを示すとともに<sup>6),7)</sup>、その破断時の特異応力場の強さが接着層厚さに関係なく一定値で整理できることを明らかにした<sup>8)</sup>。さらに、単純重ね合わせ継手でも同様の考察を行った<sup>9)</sup>。また、接合丸棒の強度もほぼ特異応力場の強さ=一定で整理できることも指摘した<sup>10)</sup>。これまでに研究されてきた二次元問題は解析値と実験値が一致しているため有用であるが、実際の接着構造は三次元形状を有するのでそれを考慮した研究は少ない<sup>11)</sup>。しかも、種々の材料組み合わせに対してそ

の特異応力場を検討したものは見当たらない。そこで、本論文では接着接合板(図2(a))の三次元問題の拡張として、最も基本的なもののみなせる接合管(図2(b))の特異応力場の強さ $K_{\sigma}$ (図2(b)参照)に注目し、任意の材料組み合わせの影響を調べる。なお、ここでは図2(b)に示すように図2(a)の接着接合板と最も近いと考えられる接合管の内半径 $R_i \rightarrow \infty$ の場合を考察する。

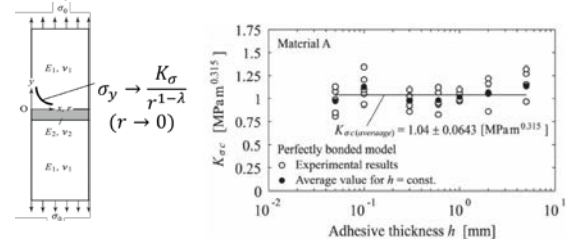
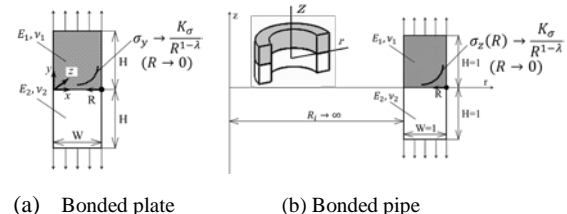
Fig.1 The fracture criterion of butt joint ( $K_{\sigma}=\text{const.}$ )

Fig.2 Bonded plate and bonded pipe

† 原稿受理 平成00年00月00日 Received

©2011 The Society of Materials Science, Japan

\* 正会員 九州工業大学機械知能工学研究院機械知能工学研究系 〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1

\* Dept. of Mech. Eng., Kyushu Inst. of Tech., Tobata-ku Kitakyushu, 804-8550

\*\* 九州工業大学大学院工学府機械知能工学専攻 〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1

\*\* Dept. of Mech. Eng., Kyushu Inst. of Tech., Tobata-ku Kitakyushu, 804-8550

\*\*\* 琉球大学工学部機械システム工学科 〒903-0213 中頭郡西原町千原1

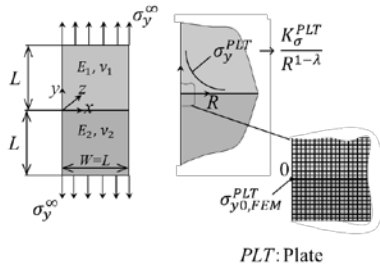
\*\*\* Dept. of Mech. Sys. Eng., Faculty of Eng., Univ. of the Ryukyus., Nakagami-gun, 903-0213

このようなパイプ形状で半径  $R \rightarrow \infty$  の場合平面ひずみとみなすことが広く行われている。図2(b)の特異応力場に関して、そのような近似によりどの程度の誤差が生じるか知られていないのでそれを明らかにする。

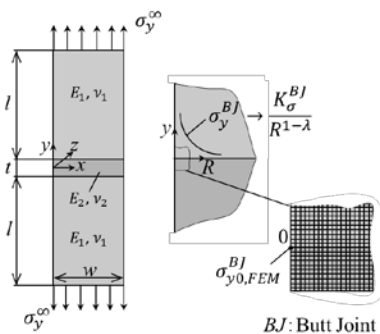
## 2 異材接合管解析上の問題点

図1のような接着接合板の特異応力場の強さを有限要素法で精度よく計算する際に、メッシュサイズ  $e$  に対する誤差を評価する必要がある。ここでは既知解が得られている問題(基準問題)を図3(a)とし、これから求める問題(未知問題)を図3(b)として、これらと同じメッシュで計算し、それぞれの界面端部に生じる応力  $\sigma_{y,FEM}^{PLT}$ ,  $\sigma_{y,FEM}^{BJ}$  を求める。ここで、接合板と接合管においては  $z$  方向の使い方が異なっているため注意が必要である。解析結果を示す表1によれば、界面端部の応力  $\sigma_{y,FEM}^{BJ}$  はメッシュによって異なる。しかし既知問題との比  $(\sigma_{y,FEM}^{BJ}/\sigma_{y,FEM}^{PLT})$  はメッシュサイズに依存しない。これは同じメッシュを用いれば、解析結果の誤差がほぼ等しくなるためである。なお、ここで応力の比を議論するのは、応力の比が特異応力場の強さの比と一致するためである。この方法で任意材料組合せに対する特異応力場の強さを求めることができる。この方法は、簡便で高精度な結果が得られるため特異応力の強さを求めるのに有用である<sup>6),7),12),13)</sup>。

表2は異材接合板(既知)と接着接合板(未知)の応力の比を、メッシュサイズを変えて異なる応力成分について示したものである。各応力の比はメッシュサイズによらずすべての成分で有効数字4桁まで一致しており、良い収束性がみられる。一方、表3に示すように接着接合板と接合管の応力の比においては、 $\sigma_{r0,FEM}$  と  $\tau_{rz,FEM}$  の比は



(a) Bonded plate



(b) Butt joint

Fig.3 Intensity of singular stress for bonded plate and butt joint

Table 1 Stress of  $\sigma_{y,FEM}^{BJ}$  and ratio of  $\sigma_{y,FEM}^{BJ}/\sigma_{y,FEM}^{PLT}$

Fine mesh( $e_{\min}/W=1/3^8$ )		Rough mesh( $e_{\min}/W=1/3^4$ )	
R/W	$\sigma_{y,FEM}^{BJ}$ $(\frac{\sigma_{y,FEM}^{BJ}}{\sigma_{y,FEM}^{PLT}})$	R/W	$\sigma_{y,FEM}^{BJ}$ $(\frac{\sigma_{y,FEM}^{BJ}}{\sigma_{y,FEM}^{PLT}})$
0	1.640 (0.609)	0	1.246 (0.609)
1/3 <sup>8</sup>	1.365 (0.609)	1/3 <sup>4</sup>	1.306 (0.609)
2/3 <sup>8</sup>	1.320 (0.609)	2/3 <sup>4</sup>	1.001 (0.608)
3/3 <sup>8</sup>	1.286 (0.609)	3/3 <sup>4</sup>	0.975 (0.608)
4/3 <sup>8</sup>	1.262 (0.609)	4/3 <sup>4</sup>	0.956 (0.608)
5/3 <sup>8</sup>	1.243 (0.609)	5/3 <sup>4</sup>	0.942 (0.607)

$\alpha=0.3, \beta=0$

一致しているが  $\sigma_{z0,FEM}$  と  $\sigma_{\theta0,FEM}$  は一致していない。これは3次元接合体である接合管の界面上の応力  $\sigma_{ij,FEM}^{PIPE}$  には以下に説明する非特異応力が含まれているためと考えられる<sup>14)</sup>。

図3(a)に示すように平面ひずみの問題では  $z$  方向のひずみが  $\varepsilon_z=0$  である。一方、3次元軸対称体の問題では  $\theta$  方向のひずみ  $\varepsilon_\theta$  が、半径方向変位  $u_r$  により次のように表される。

$$\varepsilon_\theta = \frac{u_r}{r} \quad (1)$$

このため、フックの法則より各応力に非特異項が含まれる。つまり、図2の異材接合管の界面上の応力(図2(b)参照)は次のように表される。ここで  $\sigma_j^{PIPE}$ ,  $\tau_{rz}^{PIPE}$  は特異性をもたない項である。

$$\sigma_j^{PIPE} = \frac{K_j^{PIPE}}{R^{1-\lambda}} + \delta_j^{PIPE} (j = r, z, \theta), \quad (2)$$

$$\tau_{rz}^{PIPE} = \frac{K_{\tau_{rz}}^{PIPE}}{R^{1-\lambda}} + \tilde{\tau}_{rz}^{PIPE} \quad (3)$$

接合端部では  $\sigma_r = \tau_{rz} = 0$  であるので、表3ではこれらは非特異項が含まれずその比は一致している。したがって、異材接合管にこれまでの野田らの方法<sup>6),7)</sup>を用いる場合、式(2)で示す非特異項の影響を取り除く必要がある。ここで、異材接合管の応力分布から非特異項を除いたものは異材接合板と同じ応力分布となっているので比較が可能である。

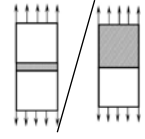
ところで、既知問題である図3(a)の接合板では、その接合端部の特異応力場は式(4)で表され、非特異項を生じない。この問題の無次元された特異応力場の強さ  $F_\sigma^{PLT}$  は体積法により精度良く求められている<sup>15),16)</sup>。

$$\sigma_i^{PLT} = \frac{K_{\sigma_i}^{PLT}}{R^{1-\lambda}} (i = x, y, z), \quad \tau_{xy}^{PLT} = \frac{K_{\tau_{xy}}^{PLT}}{R^{1-\lambda}} \quad (4)$$

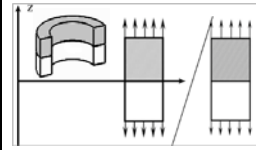
$$F_\sigma^{PLT} = \frac{K_\sigma^{PLT}}{\sigma_y^\infty (W)^{1-\lambda}} \quad (5)$$

Table 2 Ratio of  $\sigma_{ij,0,FEM}^{BJ}/\sigma_{ij,0,FEM}^{PLT}$  ( $\alpha = 0.8, \beta = 0.3, E_1 = 1000[\text{MPa}], \nu_1 = 0.2554, E_2 = 113.8[\text{MPa}], \nu_2 = 0.2066$ )

$e_{\min}/W$	$\sigma_{x0,FEM}^{BJ}/\sigma_{x0,FEM}^{PLT}$		$\sigma_{y0,FEM}^{BJ}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$		$\sigma_{z0,FEM}^{BJ}/\sigma_{z0,FEM}^{PLT}$		$\tau_{xy,FEM}^{BJ}/\tau_{xy,FEM}^{PLT}$	
Material	Mat.1		Mat.2		Mat.1		Mat.2	
$e_{\min} = 2^{-13}$	0.5253	0.5254	0.5254	0.5254	Mat.1	Mat.2	Mat.1	Mat.2
$e_{\min} = 2^{-17}$	0.5250	0.5253	0.5252	0.5252	0.5254	0.5253	0.5253	0.5254

Table 3 Ratio of  $\sigma_{ij,0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{ij,0,FEM}^{PLT}$  ( $\alpha = 0.8, \beta = 0.3, E_1 = 1000[\text{MPa}], \nu_1 = 0.2554, E_2 = 113.8[\text{MPa}], \nu_2 = 0.2066$ )

$e_{\min}/W$	$\sigma_{r0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{r0,FEM}^{PLT}$		$\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{z0,FEM}^{PLT}$		$\sigma_{\theta0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{\theta0,FEM}^{PLT}$		$\tau_{rz,FEM}^{PIPE}/\tau_{rz,FEM}^{PLT}$	
Material	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2
$e_{\min} = 2^{-13}$	1.0207	1.0207	1.0148	1.0135	-0.1283	0.8847	1.0206	1.0207
$e_{\min} = 2^{-17}$	1.0204	1.0204	1.0163	1.0154	0.2291	0.9267	1.0204	1.0203
Mesh dependence	○	○	×	×	×	×	○	○



※dependence:×, independence:○

### 3 異材接合管の解析方法

#### 3・1 非特異項の導出

表3に示すように接合管の問題では応力成分によってメッシュ依存性が異なるため、ここでは非特異項の求め方を示す。まず、接合板(図2)の接合端部近傍の8つの非特異応力を次のような記号で表す。

$$(\tilde{\sigma}_{r0}^{PIPE})^1, (\tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE})^1, (\tilde{\sigma}_{\theta0}^{PIPE})^1, (\tilde{\tau}_{rz}^{PIPE})^1 \quad \text{in material 1}$$

$$(\tilde{\sigma}_{r0}^{PIPE})^2, (\tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE})^2, (\tilde{\sigma}_{\theta0}^{PIPE})^2, (\tilde{\tau}_{rz}^{PIPE})^2 \quad \text{in material 2}$$

これら8つの応力成分は接合界面と自由端部の境界条件および変形の連続性より式(6)~(9)のように表される。

$$(\tilde{\sigma}_{r0}^{PIPE})^1 = (\tilde{\sigma}_{r0}^{PIPE})^2 = (\tilde{\tau}_{rz}^{PIPE})^1 = (\tilde{\tau}_{rz}^{PIPE})^2 = 0 \quad (6)$$

$$(\tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE})^1 = (\tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE})^2 = \tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE} \quad (7)$$

$$(\tilde{\varepsilon}_{\theta0}^{PIPE})^1 = (\tilde{\varepsilon}_{\theta0}^{PIPE})^2 = \tilde{\varepsilon}_{\theta0}^{PIPE} \quad (8)$$

$$(\tilde{\varepsilon}_{r0}^{PIPE})^1 = (\tilde{\varepsilon}_{r0}^{PIPE})^2 = \tilde{\varepsilon}_{r0}^{PIPE} \quad (9)$$

式(8)にフックの法則を用いると

$$(\tilde{\varepsilon}_{\theta0}^{PIPE})^1 - (\tilde{\varepsilon}_{\theta0}^{PIPE})^2$$

$$= \frac{1}{E_1} [(\tilde{\sigma}_{\theta0}^{PIPE})^1 - \nu_1(\tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE})^1]$$

$$- \frac{1}{E_2} [(\tilde{\sigma}_{\theta0}^{PIPE})^2$$

$$- \nu_2(\tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE})^2] = 0 \quad (10)$$

したがって

$$\left(\frac{\nu_1}{E_1} - \frac{\nu_2}{E_2}\right) \tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE} = \frac{(\tilde{\varepsilon}_{\theta0}^{PIPE})^1}{E_1} - \frac{(\tilde{\varepsilon}_{\theta0}^{PIPE})^2}{E_2} \quad (11)$$

となる。式(9)にも同様にフックの法則を用いて、

$$(\tilde{\varepsilon}_{r0}^{PIPE})^1 - (\tilde{\varepsilon}_{r0}^{PIPE})^2$$

$$= \frac{1}{E_1} [(\tilde{\sigma}_{r0}^{PIPE})^1 - \nu_1(\tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE})^1]$$

$$- \frac{1}{E_2} [(\tilde{\sigma}_{r0}^{PIPE})^2 - \nu_2(\tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE})^2] = 0 \quad (12)$$

式(11)を上式の式に代入すると

$$\frac{(\tilde{\sigma}_{\theta0}^{PIPE})^1}{(\tilde{\sigma}_{\theta0}^{PIPE})^2} = \frac{1 + \nu_2 E_1}{1 + \nu_1 E_2} \quad (13)$$

式(11)と式(13)より、次式が得られる。

$$\frac{(\tilde{\sigma}_{\theta0}^{PIPE})^1}{\tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE}} = -\frac{\nu_1 - \frac{E_1}{E_2} \nu_2}{\frac{\nu_1 - \nu_2}{1 + \nu_2}} \quad (14)$$

また、

$$\frac{(\tilde{\sigma}_{\theta0}^{PIPE})^2}{\tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE}} = -\frac{\nu_2 - \frac{E_2}{E_1} \nu_1}{\frac{\nu_2 - \nu_1}{1 + \nu_2}} \quad (15)$$

円筒座標系下の軸対称問題なので、ここで

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \varepsilon_{\theta} = \frac{u_r}{r} \\ \gamma_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \end{cases} \quad (16)$$

また式(8)より、次式が得られる。

$$(\tilde{\varepsilon}_{\theta0}^{PIPE})^1 = (\tilde{\varepsilon}_{\theta0}^{PIPE})^2 = \tilde{\varepsilon}_{\theta0}^{PIPE} = \frac{u_{r0}^{PIPE}}{R_i + W}$$

$$= \frac{1}{E} [(\tilde{\sigma}_{\theta0}^{PIPE})^1 - \nu_1\{(\tilde{\sigma}_{r0}^{PIPE})^1 + (\tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE})^1\}]$$

$$= -\frac{(1 + \nu_1)\nu_1 E_2 - (1 + \nu_2)\nu_2 E_1}{(\nu_1 - \nu_2)E_1 E_2} \tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE} \quad (17)$$

したがって

$$(\tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE})^1 = (\tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE})^2 = \tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE}$$

$$= -\frac{(\nu_1 - \nu_2)E_1 E_2}{(1 + \nu_1)\nu_1 E_2 - (1 + \nu_2)\nu_2 E_1} \frac{u_{r0}^{PIPE}}{R_i + W} \quad (18)$$

式(18)を式(14)、式(15)に代入すると

$$(\tilde{\sigma}_{\theta0}^{PIPE})^1 = \frac{(1 + \nu_2)(\nu_1 E_2 - \nu_2 E_1) E_1}{(1 + \nu_1)\nu_1 E_2 - (1 + \nu_2)\nu_2 E_1} \frac{u_{r0}^{PIPE}}{R_i + W} \quad (19)$$

$$(\tilde{\sigma}_{\theta0}^{PIPE})^2 = \frac{(1 + \nu_1)(\nu_1 E_2 - \nu_2 E_1) E_2}{(1 + \nu_1)\nu_1 E_2 - (1 + \nu_2)\nu_2 E_1} \frac{u_{r0}^{PIPE}}{R_i + W} \quad (20)$$

また、式(6)により

$$(\tilde{\sigma}_{r0}^{PIPE})^1 = (\tilde{\sigma}_{r0}^{PIPE})^2 = (\tilde{\tau}_{rz}^{PIPE})^1 = (\tilde{\tau}_{rz}^{PIPE})^2 = 0 \quad (21)$$

これより、8つの非特異項を計算により求めることができる。有限要素法により求めた界面端部の応力からこれらの非特異項を除くことで前報の方法<sup>6,7)</sup>を接合管の問題にも適用することができる。ただし、 $\alpha=2\beta$ で $\nu_1=0.5$ のときに式(18)~(21)は分母=0となることは注意する必要がある。このことは次章で議論する。

### 3・2 非特異項が分離されることの検証

図4は接合板のFEMモデルである。最小メッシュサイズ  $e_{\min} = 2^{-13}$  および  $e_{\min} = 2^{-17}$  の2種類のモデルを用いた。 $e_{\min}=2^{-13}$  のときの界面端部の第ゼロ節点(外側表面)の変位は  $u_r = -73.8$  であり、半径は  $R_i + W = 100001$  である。従って  $\varepsilon_\theta = u_r/r = -73.8/100001 = -7.38 \times 10^{-4}$  となる。

$\varepsilon_\theta$ を式(18)~(20)に代入し求めた非特異項を表4に示す。また表5に、第ゼロ節点における応力から表4の非特異応力を除いたものを示す。表6には表5の非特異応力を除いた第ゼロ節点における接合管の応力と第ゼロ節点における接合板の応力との比を示す。表6より、第ゼロ節点における接合管と接合板の応力の比は4桁まで一致しており、応力成分のみならずメッシュサイズにも依存しないことがわかる。接着管においては、このように非特異応力を差し引いた応力の比が、特異応力場の強さの比と一致する。なお、第ゼロ節点における4つの応力成分のうち  $\sigma_{r0, FEM}^{PIPE}$  と  $\tau_{rz, FEM}^{PIPE}$  は自由表面条件により非特異応力が0となり、非特異応力を除く必要がない。

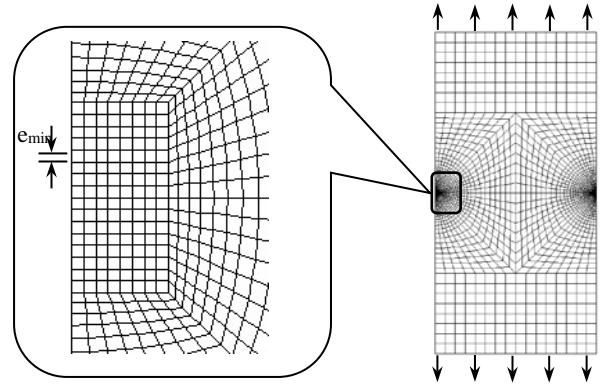


Fig.4 FEM model for bonded plate

4 任意材料組合せにおける接合管の特異応力場の強さ  
 これまで著者らは異材接合板や接着接合板について、任意の材料組合せにおける特異応力場の強さを明らかにしてきた。ここで、接合管の特異応力場の強さを同様に議論するに際して以下のような問題がある。平面ひずみ・平面応力問題(図3)においては、界面端部付近の特異応力場の強さは、Dundursパラメータ  $\alpha, \beta$  により支配されることが知られている。しかし、接合管(軸対称問題)では、特異応力の強さは  $\alpha, \beta$  のみにより支配されない。そこで、特異応力場の強さを支配するパラメータのうち、上下限値が既知のポアソン比 $\nu$ を用いて議論する。図5には  $(\alpha, \beta) = (0.5, 0.2)$  と固定したときの接合管における例を示している。図5(a),(b)に示すように  $\nu_1$  が0から0.5まで

Table 4 Non-singular stresses of bonded pipe  $\square\square\square\square$ ; see in fig.1(b),  $\square\square\square$ ; see in fig.1(a)

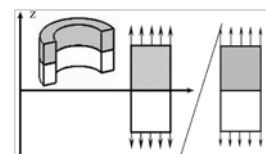
$e_{\min}/W$	$\tilde{\sigma}_{r0, FEM}^{PIPE}$		$\tilde{\sigma}_{z0, FEM}^{PIPE}$		$\tilde{\sigma}_{\theta 0, FEM}^{PIPE}$		$\tilde{\tau}_{rz0, FEM}^{PIPE}$	
	Mat.1	Mat.2	Mat.1	Mat.2	Mat.1	Mat.2	Mat.1	Mat.2
$e_{\min}=2^{-13}$	0.0	0.0	-0.0193		-0.7428	-0.0880		0.0
$e_{\min}=2^{-17}$	0.0	0.0	-0.0193		-0.7427	-0.0879		0.0

Table 5 Singular stresses of bonded pipe (Total stress - Nonsingular stress)  $\square\square\square\square$ ; see in fig.1(b),  $\square\square\square$ ; see in fig.1(a)

$e_{\min}/W$	$\sigma_{r0, FEM}^{PIPE} - \tilde{\sigma}_{r0, FEM}^{PIPE}$		$\sigma_{z0, FEM}^{PIPE} - \tilde{\sigma}_{z0, FEM}^{PIPE}$		$\sigma_{\theta 0, FEM}^{PIPE} - \tilde{\sigma}_{\theta 0, FEM}^{PIPE}$		$\tau_{rz0, FEM}^{PIPE} - \tilde{\tau}_{rz0, FEM}^{PIPE}$	
	Mat.1	Mat.2	Mat.1	Mat.2	Mat.1	Mat.2	Mat.1	Mat.2
$e_{\min}=2^{-13}$	-0.7412	0.4562	3.0313		0.6598	0.6600	0.2008	
$e_{\min}=2^{-17}$	-1.0756	0.6622	4.3999		0.9578	0.9579	0.2913	

Table 6 The ratios of singular stresses at the interface edge  $\square\square\square\square$ ; see in fig.1(b),  $\square\square\square$ ; see in fig.1(a)

$e_{\min}/W$	$\frac{\sigma_{r0, FEM}^{PIPE} - \tilde{\sigma}_{r0, FEM}^{PIPE}}{\sigma_{x0, FEM}^{PLT}}$		$\frac{\sigma_{z0, FEM}^{PIPE} - \tilde{\sigma}_{z0, FEM}^{PIPE}}{\sigma_{y0, FEM}^{PLT}}$		$\frac{\sigma_{\theta 0, FEM}^{PIPE} - \tilde{\sigma}_{\theta 0, FEM}^{PIPE}}{\sigma_{z0, FEM}^{PLT}}$		$\frac{\tau_{rz0, FEM}^{PIPE} - \tilde{\tau}_{rz0, FEM}^{PIPE}}{\tau_{xy0, FEM}^{PLT}}$	
	Mat.1	Mat.2	Mat.1	Mat.2	Mat.1	Mat.2	Mat.1	Mat.2
$e_{\min}=2^{-13}$	1.0207	1.0207	1.0207		1.0206	1.0207	1.0207	
$e_{\min}=2^{-17}$	1.0204	1.0204	1.0204		1.0203	1.0204	1.0204	



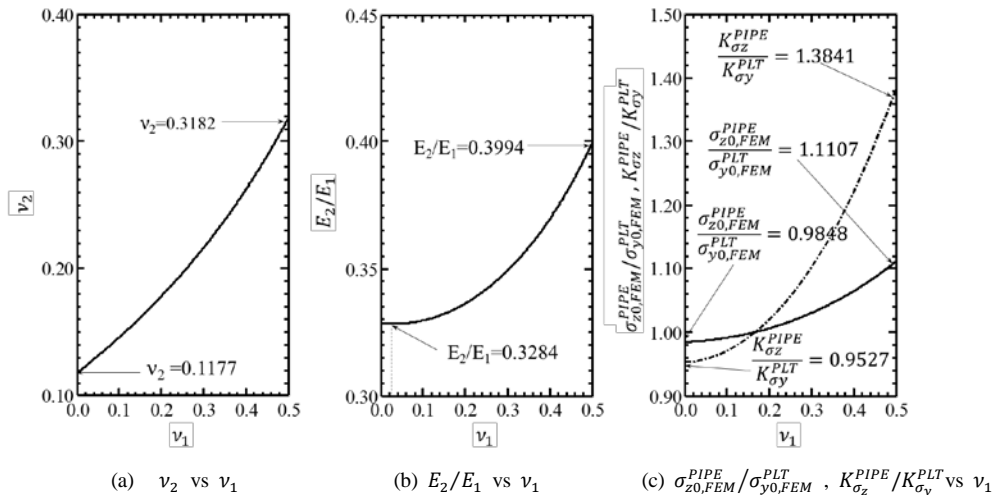


Fig. 5  $v_2, E_2/E_1, \sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$  values depending on  $v_1$  when  $\alpha$  and  $\beta$  are fixed as (0.5, 0.2),  $e_{min} = 2^{-17}$

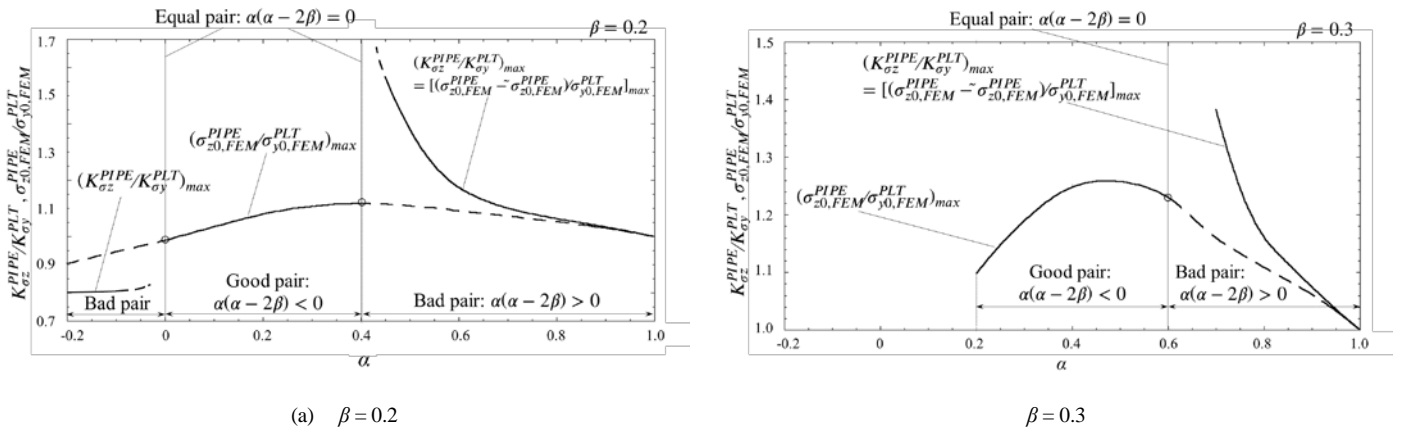


Fig.6 Maximum value of  $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PLT}$  and  $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$  when  $\beta = 0.2$  and  $0.3$

変化する間に、 $v_2$ は0.1177から0.3182まで、 $E_2/E_1$ は0.3284から0.3994まで変化する。そして図5(c)に示すように、この範囲で応力の比 $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$ は0.9848から1.1107まで変化する。また、特異応力場の強さの比 $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PLT} = (\sigma_{z0,FEM}^{PIPE} - \tilde{\sigma}_{z0,FEM}^{PIPE})/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$ は0.9527から1.3841まで変化する。これらは、 $e_{min}/W = 2^{-17}$ で求めた値であるが、3桁~4桁程度の収束性を確認している。

接合材料の組合せによる特異性の影響を見た図6では、 $\beta = 0.2$ と $\beta = 0.3$ に固定して $\alpha$ を変化させ、 $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PLT}$ (bad pair)と $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$ (good pair)を実線で、いずれも最大値のみを示している。なお、破線はbad pairにおける $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$ の遷移を示している。ここで、 $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PLT}$ は $(\sigma_{z0,FEM}^{PIPE} - \tilde{\sigma}_{z0,FEM}^{PIPE})/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$ に等しい。 $\alpha > 2\beta$ ではbad pairなのでそのときには非特異成分を含まないこの比が有用と考えられる。 $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PLT}$ は $\alpha = 2\beta$  (equal pair)に近づくにつれて大きくなり、 $\alpha = 2\beta$ で無限大に発散する。このとき、 $K_{\sigma_y}^{PLT}$ の変化は小さく、 $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PLT}$ の変化は本質的には $K_{\sigma_z}^{PIPE}$ によるものである。なお、 $K_{\sigma_z}^{PIPE}$ は無有限大

に発散するので、本解析法で得た $K_{\sigma_z}^{PIPE}$ を用いた式(2)の漸近解とFEMによる応力分布を比較し、解析精度の確認も行っている。 $\alpha = 2\beta$ では $\lambda = 1$ より特異項はただの定数 $K_{\sigma_z}^{PIPE}$ となり、界面端部の応力は $K_{\sigma_z}^{PIPE} + \tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE}$ のように表される。 $K_{\sigma_z}^{PIPE}$ が無有限大となっても、それを相殺するように $\tilde{\sigma}_{z0}^{PIPE}$ も無有限大となるので、界面端部では特異性は生じない。 $\alpha < 2\beta$  (good pair)では特異項が存在しないので、 $\alpha \leq 2\beta$ では非特異応力を含んだ $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$ が有用であると考えられる。破線で示したbad pairにおける特異応力場の強さの比は、 $\beta = 0.2$ の場合はbad pairが2ヶ所存在し図6(a)、 $\beta = 0.3$ の場合は1ヶ所しか存在しない(図6(b))。図示はしていないが、最小値についても同様の考察ができる。

表7, 8および図7, 8は、図6で説明した $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$ と $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PLT}$ を、すべての材料組合せについて示したものである。 $\alpha, \beta$ を固定したときの最大値と最小値(図5(c)のように $v_1$ を0から0.5まで変化させたとき)に注目して示している。なお、図6ではequal pairをx軸に垂直な実

線で示したが、図 7, 図 8 においては黒丸で示している。前述の通り、 $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PIPE}$  は接合端部に応力特異性が生じる  $\alpha(\alpha - 2\beta) > 0$  (bad pair) の範囲で有用である。 $\alpha(\alpha - 2\beta) \leq 0$  (equal pair, good pair) の領域では、特異応力が生じないので非特異項も含めた  $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$  が強度評価上有用である。ところで、bad pair 内で equal pair に近い材料組合せ、すなわち  $\alpha \cong 2\beta$  の材料組合せに対して  $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PLT}$  と  $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$  のどちらが強度評価に有用であるか、今のところ明確ではない。たとえば  $(\alpha - 2\beta) \rightarrow 0$  では  $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PLT} \rightarrow \infty$  となるので  $K_{\sigma}$  の比を用いることはできない。表 7 より、それぞれの比が 1 より大きくなる場合が多いことから、接合管の強度は接合板より厳しさが大きい場合が多いことがわかる。実用的な組み合わせの範囲  $0 \leq \beta \leq 0.3$ <sup>17)</sup> では、おおよそ  $1.0 \leq (\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/$

$\sigma_{y0,FEM}^{PLT})_{\max} \leq 1.3$  である。図 7 と図 8 を比較すると、 $(\alpha, \beta)$  を固定した時の  $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$  の変化範囲はその  $(\alpha, \beta)$  によって異なるが、特異性のない  $\alpha=2\beta$  (equal pair) 付近ではその範囲は大きいことがわかる。しかしながら、 $\alpha = 2\beta$  から遠ざかると  $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$  の変化の範囲は小さくなる。結局変化の範囲は常に

$$\frac{\left[ \left( \frac{\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}}{\sigma_{y0,FEM}^{PLT}} \right)_{\max} - \left( \frac{\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}}{\sigma_{y0,FEM}^{PLT}} \right)_{\min} \right]}{\left[ \left( \frac{\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}}{\sigma_{y0,FEM}^{PLT}} \right)_{\max} + \left( \frac{\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}}{\sigma_{y0,FEM}^{PLT}} \right)_{\min} \right]} \leq 0.105$$

であることがわかった。最大値と最小値との差が大きすぎると、この問題を議論する上で  $\alpha$  と  $\beta$  を用いることの有用性が低下する。

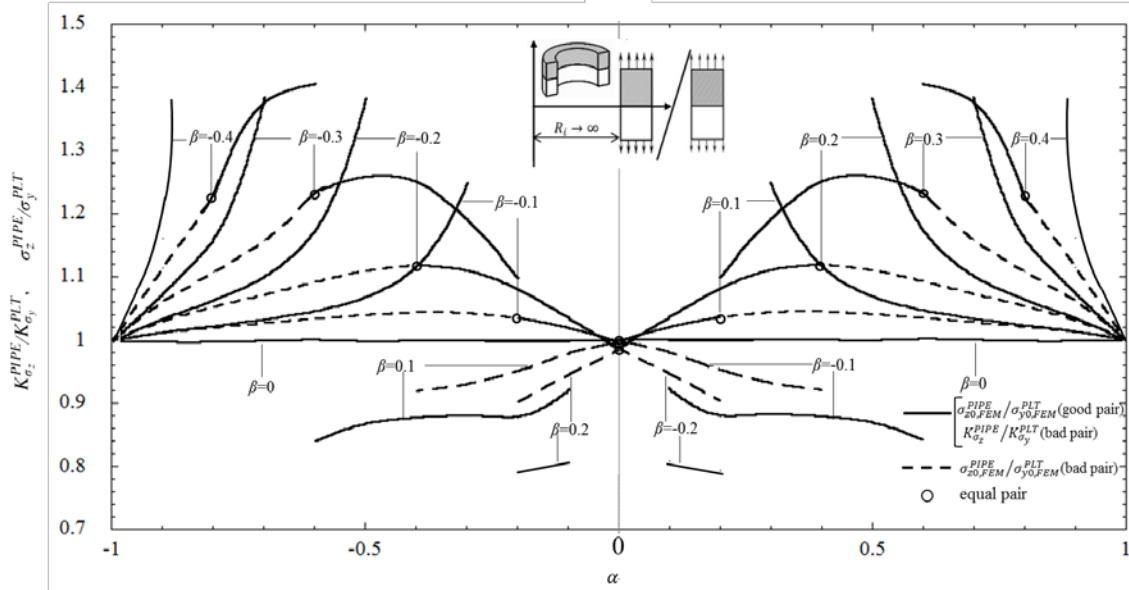


Fig.7 Maximum value of  $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PLT}$  and  $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$  whole material combination

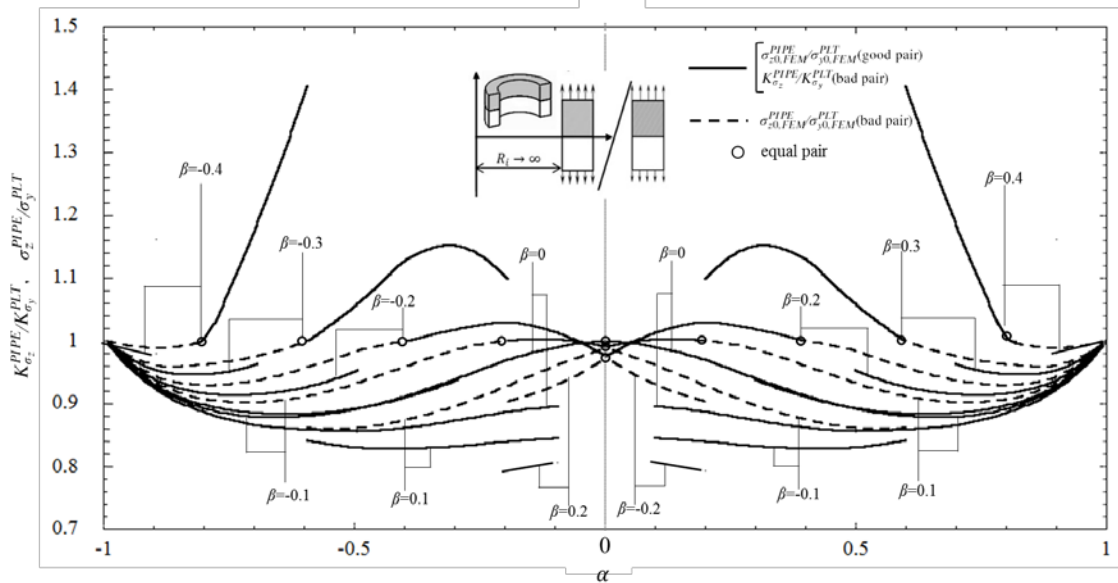


Fig.8 Minimum value of  $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PLT}$  and  $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$  whole material combination

Table 7 Maximum and minimum values of  $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PLT}$  (bad pair)

		$\beta$							
		-0.2	-0.1	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.45
$\alpha$	0.1	0.808	0.923	0.999					
		0.807	0.845	0.896					
	0.2	0.794	0.879	0.999					
		0.794	0.840	0.888					
	0.3		0.882	1.000	1.249				
			0.832	0.874	0.939				
	0.4		0.879	1.000	1.114				
			0.829	0.862	0.911				
	0.5		0.870	0.999	1.069	1.382			
			0.830	0.856	0.893	0.953			



	0.6		0.842 0.842	1.002 0.859	1.047 0.884	1.172 0.927			
	0.7			1.000 0.865	1.034 0.885	1.101 0.915	1.383 0.963		
	0.8			0.998 0.885	1.023 0.897	1.064 0.916	1.160 0.947		
	0.9			0.998 0.920	1.014 0.927	1.035 0.937	1.075 0.953	1.210 0.980	
	1			1.000 1.000	1.000 1.000	1.000 1.000	1.000 1.000	1.000 1.000	1.000 1.000

Upper: maximum value, lower: minimum value

Table 8 Maximum and minimum values of  $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$

		$\beta$							
		-0.2	-0.1	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.45
$\alpha$	0	0.986 0.975	0.998 0.990	1.000 1.000	0.998 0.990	0.986 0.975			
	0.1	<b>0.947</b> <b>0.931</b>	<b>0.981</b> <b>0.963</b>	<b>1.000</b> <b>0.992</b>	1.020 1.002	1.036 1.013			
	0.2	<b>0.904</b>	<b>0.953</b> <b>0.929</b>	<b>1.000</b> <b>0.971</b>	<i>1.036</i> <i>1.000</i>	1.082 1.030	1.098		
	0.3		<b>0.932</b> <b>0.898</b>	<b>1.000</b> <b>0.941</b>	<b>1.044</b> <b>0.988</b>	1.111 1.019	1.191 1.152		
	0.4		<b>0.921</b> <b>0.875</b>	<b>1.000</b> <b>0.913</b>	<b>1.045</b> <b>0.961</b>	<i>1.119</i> <i>1.000</i>	1.252 1.132		
	0.5		<b>0.898</b> <b>0.861</b>	<b>1.000</b> <b>0.892</b>	<b>1.041</b> <b>0.933</b>	<b>1.111</b> <b>0.985</b>	1.259 1.059		
	0.6		<b>0.862</b>	<b>1.001</b> <b>0.880</b>	<b>1.035</b> <b>0.912</b>	<b>1.093</b> <b>0.958</b>	<i>1.234</i> <i>1.000</i>	1.405	
	0.7			<b>1.000</b> <b>0.878</b>	<b>1.028</b> <b>0.902</b>	<b>1.073</b> <b>0.937</b>	<b>1.158</b> <b>0.976</b>	1.377 1.186	
	0.8			<b>1.000</b> <b>0.891</b>	<b>1.021</b> <b>0.906</b>	<b>1.054</b> <b>0.929</b>	<b>1.109</b> <b>0.963</b>	<i>1.228</i> <i>1.000</i>	
	0.9			<b>1.000</b> <b>0.924</b>	<b>1.013</b> <b>0.931</b>	<b>1.032</b> <b>0.942</b>	<b>1.063</b> <b>0.960</b>	<b>1.116</b> <b>0.989</b>	<i>1.162</i> <i>1.000</i>
	1			<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>	<b>1.000</b>

Upper: maximum value, lower: minimum value

**Bold: bad pair** , *Italic: equal pair* , Normal: good pair

しかし、上述の通りその範囲は 10%程度と狭いことがわかっているため、異材接合管問題において  $\alpha$  と  $\beta$  を用いて議論することの有用性が示されたと言える。

5 結 言

本研究では、三次元解析の基本的な例として異材接合管の特異応力場の強さを任意の材料組合せについて求めた。異材接合管と異材接合板を対象に、それぞれの材料組合せとメッシュパターンを揃えた条件で FEM を用いて接合端に生じる特異応力場の強さを解析し、それらの相違点を明らかにした。そして、接合管を解析する上での問題を明らかにし、その特異応力場の強さを正確に求める方法を提案した。以下に得られた知見をまとめる。

(1) 接合管の特異応力場の強さと接合板の特異応力場

の強さの比  $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PLT}$  と応力の比  $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$  を種々の  $(\alpha, \beta)$  に対して求め、最大値  $(K_{\sigma_z}^{PIPE})_{\max}/K_{\sigma_y}^{PLT}$ 、最小値  $(K_{\sigma_z}^{PIPE})_{\min}/K_{\sigma_y}^{PLT}$  および、最大値  $(\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT})_{\max}$ 、最小値  $(\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT})_{\min}$  を図表にまとめた。その結果、実用的な材料組合せの範囲  $0 \leq \beta \leq 0.3$  では、おおよそ  $1.0 \leq (\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT})_{\max} \leq 1.3$  であることがわかった。

- (2) 強度評価上  $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PLT}$  は接合端部に応力特異性が生じる bad pair の範囲で有用であり、equal pair と good pair の領域では、特異応力が生じないため  $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$  が有用である。ただし、 $\alpha \cong 2\beta$  (bad pair 側) の材料組合せに対して  $K_{\sigma_z}^{PIPE}/K_{\sigma_y}^{PLT}$  と  $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$  のどちらが強度評価に有用である

か、今のところ明確ではない。

- (3)  $\sigma_{z0,FEM}^{PIPE}/\sigma_{y0,FEM}^{PLT}$  の最大値と最小値の変化の範囲は常に 10% 程度に収まっており、この問題を議論する上で  $\alpha$  と  $\beta$  を用いることの有用性が示された。
- (4) 界面における応力、変形の連続性および自由表面の境界条件により、界面端部に生じる非特異応力を導いた。そして、FEM 解析で得られる応力分布から非特異項を差し引けば、平面ひずみ下での接合板を基本問題にして前報の解析法を適用可能であることを明らかにした。ただし、第ゼロ節点の 4 つの応力成分のうち  $\sigma_{r0,FEM}^{PIPE}$ 、 $\tau_{rz0,FEM}^{PIPE}$  については、自由表面条件により非特異応力が 0 となり、非特異応力を除く処理を行う必要がない。

### 参 考 文 献

- 1) J. Arenas, J. J. Narbon and C. Alia, "Optimum adhesive thickness in structural adhesives joints using statistical techniques based on Weibull distribution", *International Journal of Adhesion&Adhesives*, Vol.30, pp.160-165 (2010).
- 2) M. Afendi, T. Teramoto and H.B. Bakri, "Strength prediction of epoxy adhesively bonded scarf joints of dissimilar adherends", *International Journal of Adhesion&Adhesives*, Vol.31, pp.402-411(2011).
- 3) S. Azari, M. Papini and J.K. Spelt, "Effect of adhesive thickness on fatigue and fracture of toughened epoxy joints – Part I", *Experiments Engineering Fracture Mechanics*, Vol.78, pp.153-162 (2011)
- 4) D. Hunston, Z. Miyagi, C. Schultheisz and S. Zaghi, "The sandwich bending specimen for characterizing adhesive properties", *Mechanics of Time-Dependent Materials*, Vol.7, pp.71-88 (2003).
- 5) A.A. Neves, E. Courinho, A. Poitevin, J.V. Sloten, B.V. Meerbeek and H. V. Oosterwyck, "Influence of joint component mechanical properties and adhesive layer thickness on stress distribution in micro-tensile bond strength specimens", *Dental Materials*, Vol.25, pp.4-12 (2009)
- 6) Y. Zhang, N-A. Noda, K. Takaishi and X. Lan, "Effect of adhesive thickness on the interface of singular stress at the adhesive dissimilar joint", *Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.77, No.774, pp.128-140(2011a), (in Japanese)
- 7) Y. Zhang, K. Takaishi, N-A. Noda and X. Lan, "Effect of adhesive thickness on the intensity of singular strength for the adhesive joint (comparison between bending and tension)", *Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 77, No. 784, pp. 2076 – 2086(2011b), (in Japanese)
- 8) N-A. Noda, T. Miyazaki, T. Uchikoba, R Li and Y. Sano, "Convenient debonding strength evaluation based on the intensity of singular stress for adhesive joints", *Journal of Japan Institute of Electronic Packaging*, Vol.17, No.2, pp.1–11(2014), (in Japanese)
- 9) T. Miyazaki, N-A. Noda, R. Li, T. Uchikoba and Y. Sano, "Debonding criterion for single lap joints from the intensity of singular stress field", *Journal of Japan Institute of Electronic Packaging*, Vol.16, No.2, pp. 1–9(2013), (in Japanese)
- 10) N-A. Noda, K. Iida, R. Li, T. Miyazaki, Z. Wang, Y. Sano, Y. Takase, "Strength evaluation of cylinder butt joints and single lap joints based on the intensity of singular stress" *Proceeding of 2014 The Japan Society of Mechanical Engineering Kyushu Branch*, pp1A3-1~2, 2014-9-20
- 11) H. Koguchi, A. Fujiishi, M. Kobayashi and T. Yada, "Three-dimensional stress analysis by boundary element method using fundamental solution for dissimilar materials", *Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.59, No.567, pp.230-236(1993), (in Japanese)
- 12) K. Oda, K. Kamisugi and N-A. Noda, "Analysis of stress intensity factor for interface cracks based on proportional method", *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.71, No.752, pp.80-86(2009), (in Japanese).
- 13) T. Teranishi and H. Nisitani, "Determination of highly accurate values of stress intensity factor in a plate of arbitrary form by FEM", *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.65, No.638(1999), pp.16-21 (in Japanese)
- 14) Li, Y. L., Hu, S. Y. Munz, D. Yang, Y. Y., Asymtotic description of the stress field around the bond edge of a cylindrical joint, *Archive of Applied Mechanics*, Vol.68, No.7-8, pp. 552–565(1998).
- 15) D. Chen and H. Nisitani, "Intensity of singular stress filed near the interface edge point of a bonded strip", *Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.59, No. 567, pp. 210-214(1993), (in Japanese).
- 16) N-A. Noda, R. Shirao, J. Li and J. Sugimoto, "Intensity of singular stress at the end of a fiber under pull-out force", *Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.72, No. 721, pp.1397-1404(2006), (in Japanese)
- 17) R. Yuki and J-Q. Xu, "Analysis of stress singularity at interface edge in dissimilar materials", *Seisan Kenkyu*, Vol.44, No.4, pp.206-210(1992), (in Japanese)