

## 多軸ボールエンドミル加工における切取り厚さの理論解析\*

寺井久宣\*<sup>1</sup>, 郝明暉\*<sup>2</sup>  
吉川浩一\*<sup>1</sup>, 水垣善夫\*<sup>2</sup>Theoretical Analysis of Undeformed Chip Thickness  
for Multi-Axis Ball-Nosed End MillingHisanobu TERAI\*<sup>3</sup>, Minghui HAO,  
Koichi KIKKAWA and Yoshio MIZUGAKI<sup>\*3</sup> Kitakyushu National College of Technology, Dept. of Control and Information System Engineering  
20-1 Shii 5 chome, Kokuraminami-ku, Kitakyushu, Fukuoka, 802-0985 Japan

This paper presents a new analytical method to estimate the thickness of an undeformed chip in ball-nosed end milling. It has been firstly pointed out that the geometric situations on the determination of the thickness are categorized in three cases based on the relationship among the milling parameters. Secondly each corresponding case has been reduced into a comprehensive equation with introducing a coordinate system of tool axis orientation. Then the result of analysis has been displayed in 3D graphics. Through the analysis of the equations, it was found that the tool axis orientation had direct influence to the thickness of the undeformed chip. Besides the description of analytical solving procedures, some experiments of undeformed chip thickness have been shown and the brief conclusion has been mentioned too.

**Key Words:** Milling, Metal Mold, Die, CAM, Ball-nosed End Milling, Undeformed Chip Thickness, Geometrical Analysis, Multi-axis Machining, Tool Axis Orientation

## 1. 緒言

ボールエンドミル加工は、3次元自由形状に対して、多く用いられている加工方法である。自動車の外鋼板などのプレス用金型や家電品などプラスチック製品の射出成形用金型などは、ボールエンドミル加工される典型的な適用例である。近年、ソリッドモデルを用いた3次元CAD技術の発達によって、意匠性や機能集約性を積極的に盛り込んだ、複雑な3次元自由形状を有する製品の設計が可能となってきている。これら複雑形状の製品を生産する金型の高能率で高精度な加工を実現し、さらにレベルを向上させることが、現在技術的な注目を浴びている<sup>(1)</sup>。加工シミュレーションは其中でも重要な技術の一つである。

多くの加工シミュレーションは、工具切れ刃と被削物との相対的干渉の幾何的理論解析と、これに基づいた切

屑生成や切削抵抗などの物理的解析からなると考えられる。ボールエンドミル加工では、切れ刃上の各点での回転半径が違うので、その移動軌跡が大きく異なり、工具回転角度とともにその干渉量も変化する。したがって、他の加工法とは異なって幾何的理論解析が複雑であり、現時点では十分に解明されているとは言えない。

これまでのボールエンドミル加工に関する幾何的理論解析としては、岸浪らによる切削速度および作用角など切れ刃の幾何的挙動に関する詳細な解析<sup>(2)(3)</sup>、加工面生成機構については、桑原らに端を発する一連の切れ刃軌跡を追跡する手法による解析<sup>(4)-(7)</sup>、あるいは郝らによる加工面上の一点を通過する切れ刃位置を特定する手法による解析<sup>(8)</sup>がある。

しかし、切削抵抗や加工誤差、工具損傷などをシミュレーションする場合の基礎となる、切れ刃と被削物との干渉量つまり切取り厚さあるいは切削断面積に関する理論的解析例は、著者らの知るところでは、存在しない。藤井ら、Yücesanら、Fengらなどにより、切削抵抗予測やそれに基づいた加工誤差のシミュレーションもなされている<sup>(9)-(11)</sup>が、基礎となる切取り厚さの計算には、近似式である Sachsenberg の式<sup>(12)</sup>をさらにシミュ

\* 原稿受付 2000年3月6日。

<sup>\*1</sup> 正員, 北九州工業高等専門学校(☎802-0985 北九州市小倉南区志井五丁目20-1)。<sup>\*2</sup> 正員, 九州工業大学工学部(☎804-8550 北九州市戸畑区水仙町1-1)。

E-mail: terai@kct.ac.jp

レーションに使いやすいように簡便化した式が使われている。

Sachsenberg の式は一般のフライス加工のように、切れ刃の回転半径に対して一刃当たりの送り量が小さい場合の近似式である。したがって、ボールエンドミル加工のように工具回転中心まで切れ刃がある工具を用いる場合、シミュレーションの種類や切削条件などによっては誤差が大きく、この式を適用できない可能性がある。このような物理的シミュレーションに高精度の切取り厚さデータを提供することで、より高精度のシミュレーションを可能とすることが期待できる。

そこで、本研究ではボールエンドミル加工において、これまで十分に明らかにされていなかった切取り厚さに関して幾何的に理論解析することとした。本報告ではその端緒として、直刃のボールエンドミルを対象に、工具姿勢が切取り厚さに与える幾何的影響を検討し、さらに切取り厚さ分布のシミュレーションシステムについて論ずる。

## 2. 解析モデル

**2.1 想定する加工状態** 本解析の目的は、図1に示すような曲面のボールエンドミル加工において、工具が被削物上の任意の点を通過する時の任意の切れ刃位置での切取り厚さを求めることである。しかし、実際には加工中における工具回転の位相は制御されていないため、ボールエンドミル工具が被削物上の任意の点を通過する時の厳密な切れ刃位置は特定されない。したがって、解析対象とする任意の点近傍において、切れ刃が工具1回転間に通過する範囲内では、送り方向、送り速度、工具姿勢の変化は小さいとみなし、工具1回転間はこれらの値は一定であると仮定する。

以上の仮定を基に本報においては、さらにピックフィード方向は接平面内で法線方向と送り方向各々に垂直な方向であると近似し、工具1回転間は被削物上の任意の点における接平面に平行な平面加工と見なせる場合を対象とする。

**2.2 座標系および工具傾斜角の定義** 図2に本解析で用いる座標系を示す。原点Oはボールエンドミル工具のボール中心であり、工具とともに移動する。解析の対象とする被削物上の点における法線方向をz軸とし、ピックフィード方向をx軸、送り方向をy軸とする。O-xyz座標系において、図2のように傾いている工具の姿勢を次の2つの傾斜角で定義する。工具回転軸とy軸を含む平面がyz平面となす角を、「ピックフィード方向傾斜角」と呼び $\omega_p$ で表す。この平面内でy軸方向の傾きを「送り方向傾斜角」と呼び $\omega_f$ で表す。さらにz軸をy

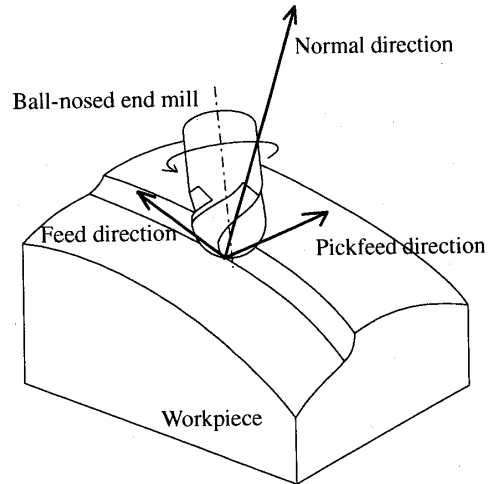


Fig. 1 Ball-nosed end milling

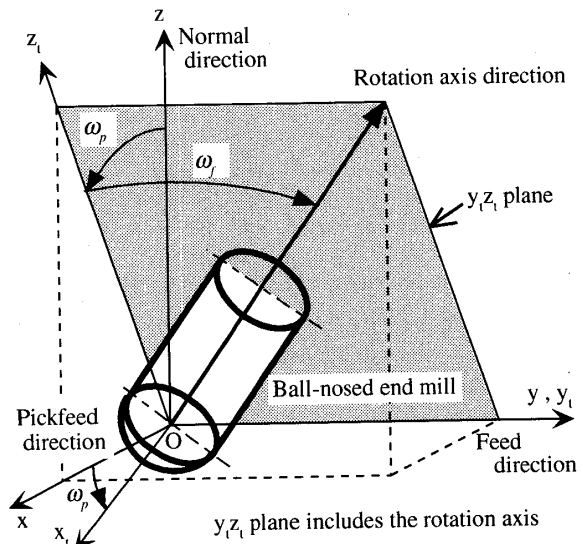


Fig. 2 Definition of tool inclination angle

軸周りに $\omega_p$ 回転させた方向を $z_1$ 軸としy軸と同一方向を $y_1$ 軸とするO- $x_1y_1z_1$ 座標系を定義する。したがって、O- $xy_1z_1$ 座標系において工具回転軸は $y_1z_1$ 平面内にあり、 $z_1$ 軸に対して $\omega_f$ 傾斜している。

**2.3 切取り厚さの定義** 切取り厚さの定義および算出の考え方を図3に示す。工具回転角度 $\theta$ において切れ刃角度 $\phi$ の切れ刃上の点での切取り厚さ $h(\theta, \phi)$ は、ボール半径方向に定義する。また、切れ刃上の点とボール中心を結ぶ線分上で被削物の内部と外部の境界の点を「干渉点」と呼ぶこととする。干渉点は点 $Q_1$ のように先行する切れ刃によって切削された面（以降、「切削面」と呼ぶ）上にある場合だけでなく、点 $Q_2$ のように切削面以外の面上にある場合がある。したがって、干渉点のある位置によって切取り厚さの解析の処理内容を変える必要がある。干渉点のある位置は、図4に示すように3つに分類できる。切削面以外に、平面とみなせる前加工面

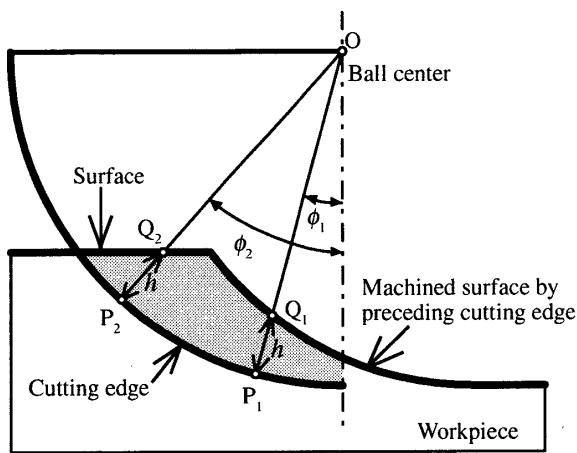


Fig. 3 Definition of undeformed chip thickness

と円筒内面と見なせる前のパスで加工された面（以降、「円筒面」と呼ぶ）である。以降の切取り厚さ解析では、上記3つの分類に従って、切取り厚さの計算と境界処理を行なう。解析の入力データおよび以降の説明で用いる記号を表1に示す。

3. 切取り厚さ解析

3.1 干渉点が切削面上にある場合 図5は干渉点が切削面上にある場合の切れ刃の状態をO-x<sub>i</sub>y<sub>i</sub>z<sub>i</sub>座標系で示した図である。工具回転軸はz<sub>i</sub>軸に対してω<sub>i</sub>傾いている。解析対象とする切れ刃を通る平面をハッチングで示している。切れ刃は初期位置である-y<sub>i</sub>方向から工具回転角度θ回転した位置にある。この切れ刃上で-z<sub>i</sub>方向から切れ刃角度φの位置の点Pにおける切取り厚さhを求める。

ボール中心すなわち原点をOとすると、線分OP上に干渉点Qがある。切取り厚さhは線分PQの長さである。干渉点Qは先行切れ刃上の点でもある。この先行切れ刃が点Qを通過する時の工具のボール中心をO'とする。O'はy<sub>i</sub>軸上にあり、工具回転軸はz<sub>i</sub>軸に対してω<sub>i</sub>傾いている。点Qの存在する先行切れ刃の工具回転角をθ'、点Qの切れ刃角度をφ'とする。また、原点Oから干渉点Qまでの長さをrとする。rが分かれば、式(1)でh(θ, φ)が求められる。

$$h(\theta, \phi) = R - r \quad \dots\dots\dots (1)$$

rは以下の手順で求めることができる。

原点Oからの長さがrであるとして求めた点QのO-x<sub>i</sub>y<sub>i</sub>z<sub>i</sub>座標系における座標(x<sub>q</sub>, y<sub>q</sub>, z<sub>q</sub>)は式(2)で表される。

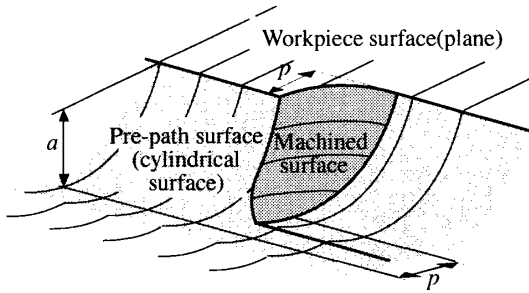


Fig. 4 3 types of surface concerned with intersection point

Table 1 Notations

Tool geometry :	
Ball radius (mm)	R
Number of blades	n
Cutting conditions :	
Feed per revolution (mm/rev.)	f
Depth of cut (mm)	a
Pickfeed (mm)	p
Tool inclination :	
Inclination angle to pickfeed (rad.)	ω <sub>p</sub>
Inclination angle to feed (rad.)	ω <sub>f</sub>

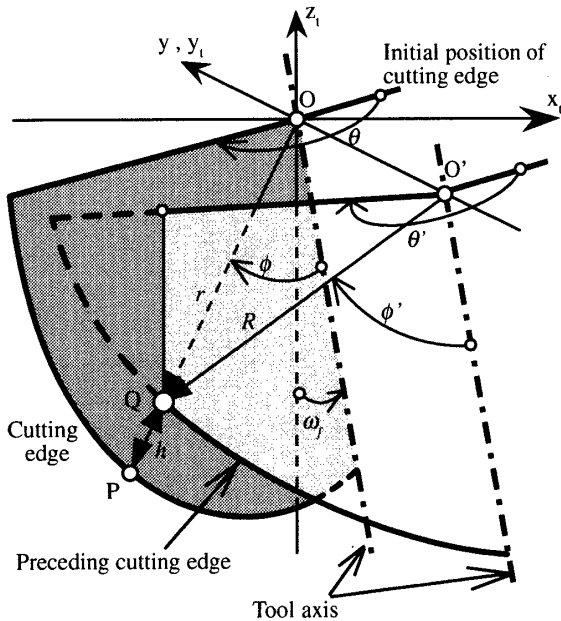


Fig. 5 Relationship between the present cutting edge and the preceding one

$$\left. \begin{aligned} x_q &= -r \sin \phi \sin \theta \\ y_q &= -r (\sin \phi \cos \theta \cos \omega_f + \cos \phi \sin \omega_f) \\ z_q &= -r (-\sin \phi \cos \theta \sin \omega_f + \cos \phi \cos \omega_f) \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

点O'と干渉点Qとの距離がRなので、rは次式を満足すればよい。

$$f'^2 + 2f' \cdot y_q + r^2 - R^2 = 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

ただし、 $f'$ は原点Oと先行切れ刃のボール中心O'との距離で次式で求められる。

$$f' = \left( \frac{1}{n} + \frac{\theta - \theta'}{2\pi} \right) f \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここで、先行切れ刃の回転角 $\theta'$ は次のようにして求めることができる。点Qが点O'からの長さがRであると考え、座標Q( $x'_q, y'_q, z'_q$ )はO- $x_1y_1z_1$ 座標系で式(5)で表される。

$$\left. \begin{aligned} x'_q &= -R \sin \phi' \sin \theta' \\ y'_q &= -R(\sin \phi' \cos \theta' \cos \omega_f + \cos \phi' \sin \omega_f) - f' \\ z'_q &= -R(-\sin \phi' \cos \theta' \sin \omega_f + \cos \phi' \cos \omega_f) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式(2)と式(5)において、 $x_q = x'_q, z_q = z'_q$ であるので、この関係より $\theta'$ が求められる。このとき、式(3)の解には直接関係しないが、同時に先行切れ刃の切れ刃角度 $\phi'$ も求められる。 $\theta'$ と $\phi'$ は次式で得られる。

$$\left. \begin{aligned} \theta' &= \pi - \tan^{-1} \frac{-x_q}{\sqrt{R^2 - r^2 + y_q^2} \cos \omega_f + z_q \sin \omega_f} \\ \phi' &= \sin^{-1} \left( \frac{-x_q}{R \sin \theta'} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(6)$$

以上より、 $r$ は式(2)、(4)、(6)の条件下で式(3)の方程式を解くことで求められる。式(3)の解は、解析的には求められないが、解の範囲が分かっている( $R - f \leq r \leq R$ )なので、数値解析を使って、所定の精度内で求めることができる。本解析では2分法を用いた。求められた $r$ を式(1)に代入して切取り厚さ $h(\theta, \phi)$ が得られる。

以上から、干渉点が切削面上にある場合、 $\omega_p$ は切取り厚さの計算には全く影響を与えないことがわかる。図2のように工具姿勢を定義することにより、2つの工具傾斜角の幾何的影響が明確になったと考えられる。

また、上記の解法には以下の特徴がある。式(3)を解いて切取り厚さ $h(\theta, \phi)$ を求める過程で、干渉点Qの先行切れ刃における回転角度 $\theta(\theta, \phi)$ および切れ刃角度 $\phi(\theta, \phi)$ が得られる。このことは、切削点Pだけでなく干渉点Qの位置も同時に特定できることを意味する。本解法がボールエンドミル加工の幾何的切屑生成機構を明らかにする上で有効な手法であることを示している。

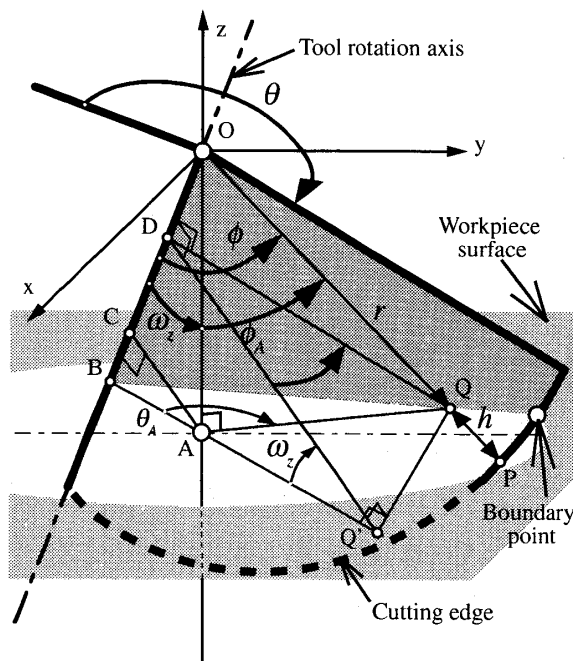


Fig 6 In case of intersect point on the workpiece surface

3.2 干渉点が前加工面上にある場合 図6は切れ刃と前加工面との干渉の様子をO-xyz座標系で示す概念図である。干渉点Qは前加工面上にある。原点Oとの距離 $r$ を求めて前述の式(1)で切取り厚さ $h(\theta, \phi)$ を得ることができる。 $r$ の求め方を以下に示す。

前加工面とz軸および工具回転軸との交点をそれぞれA, Bとする。点Aと干渉点Qは共に前加工面上にあるので、線分AQはz軸に対して垂直である。点Aおよび干渉点Qから工具回転軸に降ろした垂線の足をそれぞれC, Dとし、点Qをz軸と工具回転軸を含む平面上に降ろした垂線の足をQ'とする。このとき線分DQ'も工具回転軸に垂直となり $\angle DQ'A = \omega_z$ である。以上の幾何的關係から $r$ は次式を解けばよい。

$$r \sin \phi_A \cos \theta_A \cos \omega_z - r \sin \phi \cos(\theta - \theta_G) = (R - a) \sin \omega_z \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここで、 $\omega_z$ は工具回転軸がz軸となす角度、 $\theta_G$ は工具回転角 $\theta$ の工具傾斜による補正角であり、次式で与えられる。

$$\omega_z = \cos^{-1}(\cos \omega_f \cos \omega_p) \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_G &= \tan^{-1} \frac{\tan \omega_p}{\sin \omega_f} \quad (\omega_f \neq 0) \\ &= 0 \quad (\omega_f = 0) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(9)$$

また、 $\phi_A$ は線分OQがz軸となす角度、 $\theta_A$ は $\angle QAB$ であり、 $\phi_A$ と $\theta_A$ は次式の関係がある。

$$\sin \phi_A \sin \theta_A = \sin \phi \sin(\theta - \theta_G) \quad \dots\dots\dots(10)$$

以上を基に、式(7)を解いた結果が式(11)である。

$$r = \frac{(R-a)\{\sin \omega_z \sin \phi \cos(\theta - \theta_G) + \cos \omega_z \cos \phi\}}{\cos^2 \omega_z \{1 - \sin^2 \phi \sin^2(\theta - \theta_G)\} - \sin^2 \phi \cos^2(\theta - \theta_G)} \quad \dots\dots\dots (11)$$

干渉点が前加工面上にある場合は、2つの工具傾斜角を式(8),(9)で $\omega_z$ と $\theta_G$ に置き換えて切取り厚さが求められる。特に、 $\theta_G$ は工具回転角の位相にのみ影響していることが分かる。

**3・3 干渉点が円筒面上にある場合** 図7は0-x<sub>1</sub>y<sub>1</sub>z<sub>1</sub>座標系で示した切れ刃と円筒面との干渉の概略図である。前パスでの工具送り方向をy'軸とすると、y'軸はy<sub>1</sub>軸に平行で間隔がpであり、半径がRの円筒面の中心軸である。干渉点Qを通る円筒面上の円弧の中心をO<sub>2</sub>とする。O<sub>2</sub>を通して被削物表面の法線方向に平行な直線mm'を考える。直線mm'はz<sub>1</sub>軸に対して $\omega_p$ 傾斜している。直線mm'とO<sub>2</sub>Qのなす角を $\phi_0$ とする。図7の幾何的關係から、rと $\phi_0$ は以下の2式を満足する。

$$\left. \begin{aligned} R \sin(\phi_0 + \omega_p) + r \sin \phi \sin \theta &= p \cos \omega_p \\ R \cos(\phi_0 + \omega_p) - r \cos \phi \cos \omega_f + r \sin \phi \cos \theta \sin \omega_f &= -p \sin \omega_p \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

これを解いてrは次式で得られる。このrを式(1)に代入して切取り厚さhが得られる。

$$r = \frac{A+B}{C_1^2 + C_2^2} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ただし、

$$\begin{aligned} A &= p(C_1 \cos \omega_p + C_2 \sin \omega_p) \\ B &= \sqrt{R^2(C_1^2 + C_2^2) - p^2(C_1 \sin \omega_p + C_2 \cos \omega_p)^2} \\ C_1 &= \sin \phi \sin \theta \\ C_2 &= \cos \phi \cos \omega_f - \sin \phi \cos \theta \sin \omega_f \end{aligned}$$

である。

**3・4 計算の流れ** 切削点P( $\theta, \phi$ )における、切取り厚さh( $\theta, \phi$ )の解析の流れは以下の通りである。

- 1) 点P( $\theta, \phi$ )が切削範囲内であるかを判別する。なお、 $\theta$ と $\phi$ による切削範囲内外判別式および境界の判別式は、前述の切取り厚さを求める方程式(3),(11)および(13)において $r=R$ とすることで得られる。ただし、煩雑となるため本稿ではこの判別式およびその導出過程は省略する。
- 2) 点P( $\theta, \phi$ )が切削範囲内であれば、式(3)の方程式を解き、干渉点Qの $\theta'$ と $\phi'$ を求める。

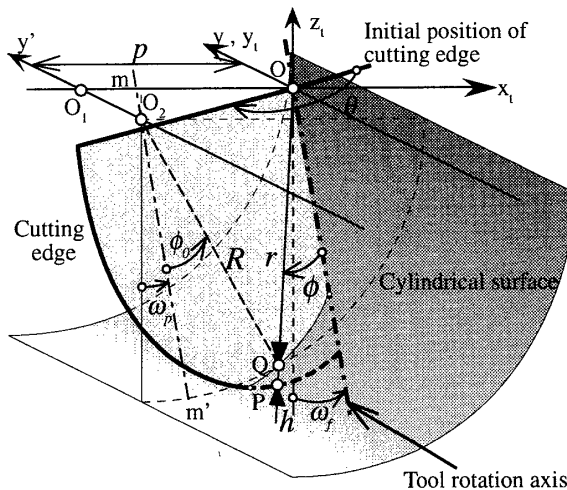


Fig. 7 In case of intersect point on the cylindrical surface

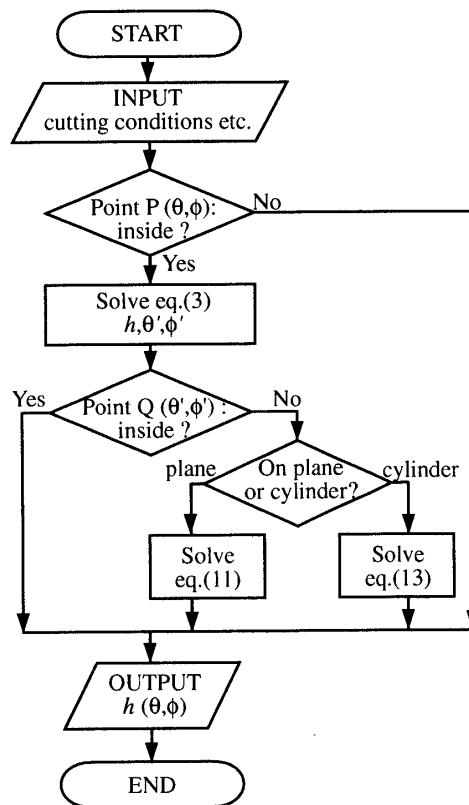


Fig. 8 Flow chart of undeformed chip thickness analysis

3)  $\theta$ と $\phi$ の代わりに $\theta'$ と $\phi'$ を判別式に適用し、干渉点Q( $\theta', \phi'$ )の位置を判別する。

3-1) 干渉点Q( $\theta', \phi'$ )が切削面上にあれば、式(3)の解が切取り厚さとなる。

3-2) 干渉点Q( $\theta', \phi'$ )が切削面外にあれば、干渉点の存在する面を判別式で判定する。

3-2-1) 前加工面上にあれば式(11)により切取り厚さを求める。

3-2-2) 円筒面上にあれば式(13)により切取り厚さを求める。

以上の解析の流れを図8に示す。

## 4. 解析結果と考察

**4.1 切取り厚さ分布** シミュレーションシステムは切取り厚さ( $\theta, \phi$ )を  $0 \leq \theta \leq 2\pi \text{ rad.}, 0 \leq \phi \leq \pi/2 \text{ rad.}$  の範囲で  $\theta, \phi$  それぞれ与えられた角度間隔で求め、その分布・除去部分形状を立体表示できる。図9に切取り厚さ分布の表示例を示す。切削条件は  $R=5 \text{ mm}, z=2, f=0.1 \text{ mm/rev.}, p=3 \text{ mm}, a=2 \text{ mm}, \omega_p=0 \text{ rad.}, \omega_f=0 \text{ rad.}$ 、角度間隔は  $4\pi/180 \text{ rad.}$  である。図9(a),(b)はそれぞれ本解析結果と従来の近似計算結果である。本解析手法により、近似計算では計算不可であった範囲 ( $\theta < \pi/2, \theta > 3\pi/2$ ) まで算出可能であり、また従来手を付けられていなかった工具回転中心近くの切れ刃の切取り厚さ分布を明らかにしていることが分かる。

**4.2 除去部分形状** 切れ刃が1回転する間に被削物から削りだす部分の形状を、切屑形状と区別して、除去部分形状と呼ぶこととする。切れ刃1回転間の切取り厚さ分布解析結果から求めた除去部分の立体形状を図10に示す。切削条件は、 $R=5 \text{ mm}, z=2, f=1 \text{ mm/rev.}, p=3 \text{ mm}, a=3 \text{ mm}, \omega_p=0 \text{ rad.}$  で、角度間隔は  $\pi/180 \text{ rad.}$  である。図10の(a)と(b)では、 $\omega_f=0 \text{ rad.}$  と  $\omega_f=30 \text{ rad.}$  の違いのみであるので、除去体積は同一であるが、形状が異なることが分かる。特に  $\omega_f=0 \text{ rad.}$  の場合、工具回転中心近傍の切れ刃で仕上げ面として残される部分を切削する際の除去部分形状が、球面による近似では表現できない形状となっていることがわかる。工具回転中心近傍では送りを与えられていることの影響が無視できないことを示すボールエンドミル加工ならではの特徴的な形状をしている。このことは、加工面生成機構に関する研究<sup>(1)~(8)</sup>において指摘されている、工具回転中心近

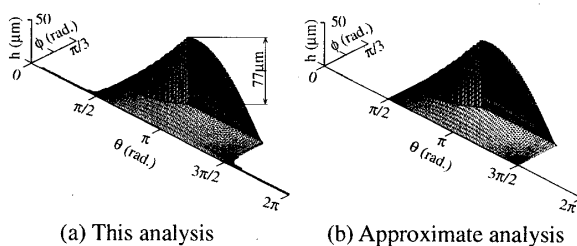


Fig. 9 Distribution of undeformed chip thickness  
( $R=5 \text{ mm}, z=2, f=0.2 \text{ mm/rev.}, p=3 \text{ mm}, a=2 \text{ mm}, \omega_p=0 \text{ rad.}, \omega_f=0 \text{ rad.}$ )

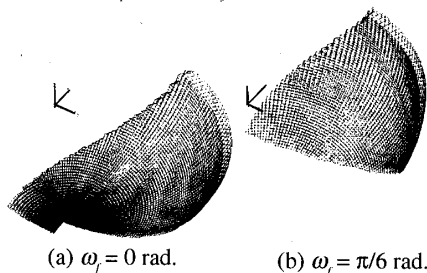


Fig. 10 Result of analysis  
( $R=5 \text{ mm}, z=2, f=1 \text{ mm/rev.}, p=3 \text{ mm}, a=3 \text{ mm}, \omega_p=0 \text{ rad.}$ )

傍の切れ刃による削り残しなどの現象を、切屑生成機構の面から解明し、工具挙動などを解析する上で今後重要になるものと予測される。

図9, 図10の解析結果はいずれも1秒程度で算出でき、表1に示したパラメータを変えて実用上ほとんど制限なく解析が可能であるため、汎用性が高く、工学的・工業的利用の上で十分有用である。

## 5. 結 言

本研究ではボールエンドミルによる曲面加工を対象とし、局所的に接平面に平行な平面加工であると近似できる場合を想定した上で、切取り厚さに関する理論解析を通じて、以下の結論を得た。

- 1) 被削物に対する工具姿勢が、切取り厚さに与える幾何的影響を明確にした。干渉点の存在する面を3つに分類し、各々の計算式を明らかにした。
- 2) 本解析は、干渉点の先行切れ刃における工具回転角と切れ刃角度が特定できるので、幾何的切屑生成機構を明らかにする上で有効な手法である。
- 3) 切取り厚さ分布および被削物除去部分形状を立体的に表示できるシミュレーションシステムを開発した。従来は明確でなかった切屑の幾何的生成状況の理解が容易となった。

## 文 献

- (1) 竹内芳美, 金型製作用マシニングセンタの動向, 機械と工具 別冊, 11 (1999) 122, 工業調査会.
- (2) 岸浪建史・鈴木裕・斎藤勝政, 円弧切れ刃ボールエンドミルのすくい面切削速度成分の解析 - 円弧切れ刃ボールエンドミルの切削機構に関する研究 (第1報) -, 精密機械, 46, 10 (1980) 1303.
- (3) 岸浪建史・鈴木裕・斎藤勝政, 円弧切れ刃ボールエンドミルの切削作用角の解析 - 円弧切れ刃ボールエンドミルの切削機構に関する研究 (第2報) -, 精密機械, 47, 4 (1981) 459.
- (4) 桑原晴義・江川庸夫・寺井久宣・藤井英治・外村保, ボールエンドミル加工の面粗さの改善, 1989年度精密工学会春季大会学術講演論文集, (1989) 725.
- (5) 江川庸夫・寺井久宣・松本隆博・木下俊之・高林信利, 同時5軸制御加工機の開発, 三菱重工技報, 27, 2 (1990) 139.
- (6) 是田規之・江川庸夫・黒田基文・渡部健・伊井良治, ボールエンドミル加工における表面粗さの生成過程の解析, 精密工学会誌, 59, 9 (1993) 1537.
- (7) 趙曉明・堤正臣・是田規之・葛東方・陳亮, 5軸制御加工におけるボールエンドミルの最適傾斜角決定方法, 精密工学会誌, 62, 7 (1996) 1019.
- (8) 郝明暉・浅尾晃通・寺井久宣・水垣善夫, 球面のボールエンドミル加工における加工面創成機構の理論解析, 精密工学会誌, 65, 10 (1999) 1476.
- (9) 藤井義也・寺井丈浩, ボールエンドミルシミュレータに関する研究, 精密工学会誌, 54, 12 (1988) 2301.
- (10) G.Yücesan and Y.Altıntaş, Prediction of Ball End Milling Forces, ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, 118, 1 (1996) 95.
- (11) Hsi-Yung Feng and Chia-Hsiang Menq, A Flexible Ball-End Milling System Model for Cutting Force and Machining Error Prediction, ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, 118, 4 (1996) 461.
- (12) 益子正巳ほか, フライス削りとフライスの設計, (1964) 6, 大河出版.