

## ポンプ内キャビテーション流れの数値解析\*

### (第1報, モデルの検証とポンプ定常特性)

劉 立 軍\*<sup>1</sup>, 田中 禎 一\*<sup>2</sup>, 塚本 寛\*<sup>3</sup>

## Numerical Analysis of Cavitating Centrifugal Pump

### (1st Report, Validation of Model and Pump Steady Performance)

Lijun LIU, Teiichi TANAKA\*<sup>4</sup> and Hiroshi TSUKAMOTO

\*<sup>4</sup> Department of Mechanical and Electrical Engineering, Yatsushiro National College of Technology,  
2627 Hirayamashinmachi, Yatsushiro-shi, Kumamoto, 866-8501 Japan

An improved cavitation model and treatment has been developed for the prediction of the flow field resulting from an attached cavitation region. The cavitation model is implemented in a viscous calculation basing on a Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) equations solver with the effect of turbulence taken into account. A priori knowledge of the wall detachment point and bubble length is not required but naturally a part of the solution by this cavitation model. The liquid/vapor interface is tracked and obtained by an iteration procedure between the flow field computation and interface updating. An improved interface updating technique has been proposed to speed up and stabilize the iteration process. A series of computation has been carried out for internal and external flows of different configurations. The code and the cavitation model have been well validated by comparison of the computations against the experimental data available. The computations also demonstrate the feasibility of the improved cavitation model and treatment to flows in complicated configurations.

**Key Words:** Cavitation, Numerical Analysis, Pump, Centrifugal Impeller, Reynolds Averaged Navier-Stokes Equation, Liquid/Vapor Interface Tracking Method

## 1. 序 論

キャビテーションは、流体機械の性能低下はもとより、騒音やエロージョンの発生原因にもなるほか、キャビテーションの非定常挙動に伴った流れ場の激しい圧力や流量の変動のため、機器に大きな損傷や破壊を引き起こす場合さえある<sup>(1)</sup>。このため、キャビテーションを伴う流れの解明とその予測手法の確立が、ポンプをはじめ液体を作用流体とする流体機械の設計開発において非常に重要となっており、キャビテーション流れのモデル化と計算スキームに関してさまざまな研究がなされているが、いまだ決定的なものはない。

Navier-Stokes 方程式を用いたキャビテーション流れの数値解析法は2種類に大別される。一つはキャビテーション流れを、気相であるキャビテーションと液相である流れ場に分けて考える二流体モデルである。さらに、この二流体モデルは、気泡力学の基礎式

である Rayleigh-Plesset 方程式と流れ場の基礎式とを併用してキャビテーション流れを解く手法<sup>(2)-(4)</sup>と、特に、付着キャビテーション(シートキャビテーション)流れを対象に、キャビテーションの気液界面を自由界面と考え、その界面形状を境界条件に一致するよう更新していく界面追跡法<sup>(5)-(7)</sup>に分けられる。しかし、Rayleigh-Plesset 式を用いる方法では、モデルに使われる気泡径や体積率など、実際には不明な初期定数が計算結果に大きな影響を及ぼすという点、また、界面追跡法では、特別なキャビテーション後流モデルの取扱いが必要となる点に問題があると思われる。

一方、もう一つのキャビテーションモデルとして均質流体モデルがある。このモデルはキャビテーション流れを液相と気相の混合密度変化で表現し、局所均質二相流として圧縮性流れ解析を行う方法<sup>(8)-(12)</sup>である。この均質流体モデルでは、局所均質流体モデルとしての状態方程式、あるいは局所密度変化と局所圧力の関係式を与えることになる。状態方程式を与える方法<sup>(8)-(10)</sup>では、変動キャビテーションに静的な状態方程式を与えるという点、また局所密度変化と局所圧力の関係式を与える方法<sup>(11)(12)</sup>では、式中の仮定定数群の決定に任意性が残るという点に問題がある。さらに、いずれの場合も、キャビテーション界面が明確に

\* 原稿受付 2003年8月28日。

\*<sup>1</sup> 九州大学応用力学研究所(☎816-8580 春日市春日公園6-1)。

\*<sup>2</sup> 正員、八代工業高等専門学校電気工学科(☎866-8501 八代市平山新町2627)。

\*<sup>3</sup> 正員、九州工業大学大学院生命体工学研究科(☎808-0196 北九州市若松区ひびきの2-4)。

E-mail: t-tanaka@as.yatsushiro-nct.ac.jp

規定できないため、格子点が増え、ポンプ内流れなどの大規模な流れ場の計算に対しては計算負荷が大きくなるという難点がある。

本研究では、ポンプに発生する非定常シートキャビテーション流れの解析を最終的な目的としている。そのため、シートキャビテーション流れの解析に実績のある界面追跡法を基盤として、従来報告されているキャビテーション初生点、後流モデルおよびキャビテーション形状更新法などのキャビテーションモデルを修正、発展させた新たなモデルを提案し、それをレイノルズ平均ナビエ・ストークス方程式と組合せて流れ場の解析を行う。本報では、提案されたキャビテーションモデルの妥当性の検証を行った後、ポンプ定常特性およびキャビテーション性能について実験結果との比較を行い、続報においてポンプ非定常運転時に発生する変動シートキャビテーション流れの解析を行い、実験結果との比較検討を行う。

2. 記号

- $b_1$ : 羽根車入口流路幅 m
- $b_2$ : 羽根車出口流路幅 m
- $C_p$ : 圧力係数
- $d_2$ : 羽根車外径 m
- $\vec{e}_i$ :  $x_i$  方向の単位ベクトル
- $g$ : 重力の加速度  $m/s^2$
- $H$ : ポンプの全揚程 m
- $H_s$ : 吸込全ヘッド m
- $H_{sv} : NPSH = H_s - p_v/\rho g$  m
- $N$ : ポンプ回転数 rpm
- $p$ : 静圧 Pa
- $p_v$ : 流体の飽和蒸気圧 Pa
- $Q$ : 流量  $m^3/min$
- $r$ : キャビテーション表面の局所高さ m
- $\vec{r}$ : 位置ベクトル  $= (x, y, z)$
- $s$ : 距離 m
- $t$ : 時間 s
- $u_2$ : 羽根車出口周速度 m/s
- $u_i$ :  $x_i$  方向の流速成分 m/s
- $U$ : 速度  $= \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$  m/s
- $\vec{U}$ : 速度ベクトル  $= (u, v, w)$
- $x_i$ : 物理空間座標
- $y, y'$ : 壁からの垂直距離 m
- $\alpha$ : キャビテーション表面の局所傾き角
- $\beta'$ : 緩和係数
- $\mu$ : 流体の粘性係数  $Pa \cdot s$

- $\rho$ : 流体の密度  $kg/m^3$
- $\sigma$ : キャビテーション係数  $= 2gH_{sv}/u_2^2$
- $\phi$ : 流量係数  $= (Q/60)/(\pi d_2 b_2 u_2)$
- $\psi$ : 揚程係数  $= 2gH/u_2^2$
- $\tau_{ij}$ : レイノルズ応力 Pa
- $\omega$ : ポンプ羽根車回転角速度  $s^{-1}$
- $\vec{\omega}$ : ポンプ羽根車回転角速度ベクトル  $= (0, 0, \omega)$
- $|\Omega|$ : 流れの渦強さ
- 下添字
  - $\infty$ : 無限遠方
- 上添字
  - \*: 無次元量
  - $n$ :  $n$  回め繰返し計算時の値
  - 0: 非キャビテーション計算時

3. キャビテーション流れの数値解析法

3.1 支配方程式 ポンプ羽根車内の非定常非圧縮性流れを表す支配方程式は、連続の式と N-S 方程式であり、直交座標系において  $x_z$  軸を羽根車回転軸として以下の式で表される。

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - 2\rho(\vec{\omega} \times \vec{U}) \cdot \vec{e}_i - \rho[\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] \cdot \vec{e}_i \dots\dots (2)$$

ここで、レイノルズ応力は分子粘性係数  $\mu$  と乱流粘性係数  $\mu_t$  の和  $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$  を用いて  $\tau_{ij} = \mu_{eff}(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i) - (2/3)\delta_{ij} \mu_{eff} \partial u_l/\partial x_l$  で表される。今、 $(x_x, x_y, x_z) = (x, y, z)$  とし、式(1)、(2)を定常流を対象としたベクトル表記により一般化して表せば、

$$\nabla \cdot \vec{F} = S^\Phi \dots\dots\dots (3)$$

となる。ここで、

$$\vec{F} = \rho \vec{U} \Phi - G^\Phi \nabla \Phi, \quad \Phi = [1, u, v, w]^T, \\ G^\Phi = [1, \mu_{eff}, \mu_{eff}, \mu_{eff}]^T,$$

$$S^\Phi = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho \omega (\omega x - 2v) \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial y} + \rho \omega (\omega y + 2u) \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (4)$$

$$\tau_{ij} = \mu_{eff} \left[ \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \dots (5)$$

である。

支配方程式(3)は、直交座標系から一般曲線座標系

への座標変換を行った後、一般曲線座標系に対する SIMPLEC 法をもとにした圧力修正アルゴリズム<sup>(13)</sup>により non-staggered 格子を用いて解かれる。支配方程式(3)の差分化には有限体積法を、運動方程式中の対流と直交拡散項の差分には Power-Law 法を、非直交拡散については中心差分を適用した。差分化された式は計算の効率化のため、ADI 法とブロックアダプティブ法を使った SLOR 法(Successive Line Over-Relaxation method)によって解かれた。

**3.2 キャビテーション流れの乱流モデル** シートキャビテーションの後端下流部は、キャビテーション気泡の崩壊に伴って、流れが気液二相状態となり、また、乱流効果も顕著であることが知られている<sup>(14)</sup>。しかし、そのような気液二相状態の乱流流れは非常に複雑であり、いまだ決定的な計算モデルは確立されていない。そこで、本計算では、キャビテーション流れの乱流効果を Baldwin-Lomax の乱流モデル<sup>(15)</sup>を用いて近似することにした。Baldwin-Lomax の乱流モデルは、二次元流れに多くの適用例があり、1方程式、2方程式の乱流モデルに比べ、簡単に計算効率も優れている。本研究では、乱流粘性係数  $\mu_t$  を Baldwin-Lomax の乱流モデルで以下のように近似する。

$$\mu_t = \begin{cases} 0.16 \rho y^2 [1 - \exp(-y^+/A^+)]^2 |\Omega|, & 0 \leq y \leq y' \\ 0.02688 \rho F_w \left[ 1 + 5.5 \left( \frac{0.3y}{y_{\max}} \right)^6 \right]^{-1}, & y \geq y' \end{cases} \quad \dots\dots\dots (6)$$

上式において、 $y$  は壁面からの垂直距離を示し、 $0 \leq y \leq y'$  が内部領域(壁領域)で、 $y \geq y'$  が外部領域である。 $y'$  は  $\mu_t$  が内部領域と外部領域で同じ値になるときの最も小さな  $y$  の値である。ここで、 $y^+ = y \sqrt{\rho_w \tau_w / \mu_w}$ 、 $A^+ = 26$ 、 $|\Omega|$  は渦の強さであり、 $\tau_w$  と  $\mu_w$  は、それぞれ、壁面におけるせん断応力と分子粘性係数を示す。また、式(6)中の  $F_w$  は、

$$F_w = \left\{ \frac{0.25 y_{\max} (U_{\max} - U_{\min})^2}{F_{\max}} \right\} \text{or } F_w = y_{\max} F_{\max} \quad \dots\dots\dots (7)$$

で表され、二つの  $F_w$  のうち、小さいほうの値が採用される。 $F_{\max}$  は以下の式で表される値の最大値であり、 $y_{\max}$  はその点の  $y$  の値である。

$$F(y) = y |\Omega| [1 - \exp(-y^+/A^+)] \quad \dots\dots\dots (8)$$

また、境界層に対しては、 $U_{\min} = 0$  が用いられる。

この SIMPLEC 法をもとにした圧力修正アルゴリズムと Baldwin-Lomax の乱流モデルを組合せた計算は、著者らの一人が行った单相時の異なる条件下の計算において、その妥当性と有用性が確認されている<sup>(13)(16)</sup>。

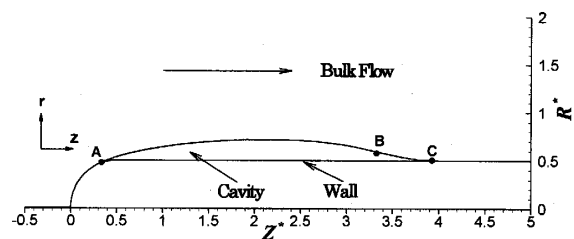


Fig.1 A cavitation bubble on a headform/cylinder body

**3.3 キャビテーションモデル** キャビテーションは、壁面に厚みをもったシート状の気泡が付着しているものとしてモデル化された。定常キャビテーションについては、モデルとして以下の三つの仮定が用いられる。

- (1) キャビテーション表面は自由表面として取扱う。
- (2) キャビテーション内部の圧力は作動流体の飽和蒸気圧に等しい。すなわち、キャビテーション表面は数値解析の境界として取扱い、その圧力は飽和蒸気圧に等しい。
- (3) キャビテーションの後端下流部は後流モデルによって近似され、その圧力は飽和蒸気圧ではない。

キャビテーションモデルの説明のために、図1に示されるような半球体頭部の回転軸対称物体に発生するキャビテーションを考える。キャビテーションは、図1に示されるように、キャビテーション発生部である AB(A:初生点, B:後端)とキャビテーションの後流部である BC(C:壁面上)で構成される。

**3.3.1 キャビテーション初生点** キャビテーションの初生点位置の決定は、流れ場の計算に大きな影響を与えるため非常に重要である。Chen ら<sup>(6)</sup> および Deshpande ら<sup>(7)</sup> は、計算初期に非キャビテーション状態の計算を行い、壁面前縁の圧力分布が流れの下流に向かって最初に飽和蒸気圧以下になった点をキャビテーションの初生点とし、以降のキャビテーション形状更新時における繰返し計算においても、その点を初生点として用いている。しかし、この手法ではキャビテーション形状が変化しても初生点は変化しないことになり、初生点に及ぼすキャビテーション形状の影響を表せないばかりか、キャビテーション形状確定時の最終的な壁面の圧力分布と初生点が一致しない場合もある。そこで、本研究では、Chen ら<sup>(6)</sup> および Deshpande ら<sup>(7)</sup> の初生点決定法をさらに正確化、効率化するため、キャビテーション非発生時の圧力最低点が飽和蒸気圧に達する点を初生点とし、キャビテーション形状を更新した後、再度初生点計算を行うことにより、

キャビテーション形状の影響を考慮可能な初生点決定法を採用した。

**3・3・2 キャビテーション後流の形状** キャビテーション後流部は、前述のように、気液二相状態の乱流となることが知られているが、これまでその構造やメカニズムについては十分な解明がなされていない。そこで、本研究では、Chenら<sup>(5)</sup>と同様に、キャビテーション後流部の形状を三次多項式でモデル化することにした。後流は、図1のBCに示されるように、キャビテーションの開放後端(点B)から始まり、壁面上の点Cで閉じる閉鎖後流形状とし、点Bおよび点Cで、それぞれ、キャビテーション形状(AB)および壁面と滑らかに接続される。キャビテーション形状および流れ場の繰返し計算を効率的に行うため、具体的には、後流領域の長さ(BC)をキャビテーション高さの最大値の関数とし、三次多項式で表される後流形状の傾きとキャビテーション形状の傾きが点Bで一致するように計算を行った。

**3・3・3 キャビテーション形状 界面追跡法** によるキャビテーション流れ場の解析では、流れ場の計算とその流れ場に合致するキャビテーション形状の更新計算を交互に繰返しながらか束計算を行う必要がある。Hirschiら<sup>(6)</sup>は、 $dr$ をキャビテーション高さの更新量、 $p_v$ を飽和蒸気圧、 $p$ を流れ場から計算されたキャビテーション表面上の圧力、 $\lambda$ を定数として、 $dr = \lambda(p_v - p)$ でその更新量を表している。また、Chenら<sup>(5)</sup>も、 $da$ をキャビテーション表面の傾き角更新量とし、同じく、 $da = \lambda(p_v - p)$ を用いてキャビテーション形状の更新を行っている。これらキャビテーション上の局所圧力差( $p_v - p$ )を使ったキャビテーション形状更新法の計算結果は、圧力分布およびキャビテーション形状とも、実験結果とある程度一致する結果が得られているものの、流れ場の数値振動を抑えるために定数 $\lambda$ を非常に小さくとっており、計算の効率は非常に悪い。そこで本研究では、このキャビテーション形状更新計算の効率を上げ、かつ流れ場の数値振動を抑えるため、以下に示されるように、キャビテーション上の局所圧力のみでなく、圧力こう配をも考慮した新しい形状更新計算式を用いた。

$$\Delta r^{(n+1)} = \int_{s_0}^s [\beta_1(p_v - p^{(n)}) + \beta_2(\partial p^{(n)} / \partial s)] ds \dots\dots\dots (9)$$

上式(9)において、 $s$ はキャビテーション表面上の位置、 $s_0$ はキャビテーション初生点、 $\beta_1$ および $\beta_2$ は係数である。ここで、計算の安定化および異なった条件や物体形状に対しても式(9)が使えるよう、さらに一

般化し、以下のように修正を行った。

$$\Delta \alpha^{(n+1)} = \frac{\pi}{180} \beta' \left[ \text{sign}(p_v - p^{(n)}) \sqrt{\frac{|p^{(n)} - p_v|}{\|p^{(0)} - p_v\|_2}} + \text{sign}\left(\frac{\partial p^{(n)}}{\partial s}\right) \sqrt{\frac{|\partial p^{(n)} / \partial s|}{\|\partial p^{(0)} / \partial s\|_2}} \right] \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $\Delta \alpha$ はキャビテーション表面の傾き更新量、 $\beta'$ は緩和係数(Relaxation coefficient)、 $\text{sign}$ は正負判定関数であり、 $|p^{(n)} - p_v|$ および $|\partial p^{(n)} / \partial s|$ は、それぞれ圧力差および圧力こう配の絶対値を示す。また、 $\|p^{(0)} - p_v\|_2$ および $\|\partial p^{(0)} / \partial s\|_2$ は、それぞれ、二乗平均圧力差および二乗平均圧力こう配であり、 $p^{(0)}$ をキャビテーション非発生時の圧力、 $p_v$ を飽和蒸気圧、 $s_e$ をキャビテーション後端点として以下の式で表される。

$$\|p^{(0)} - p_v\|_2 = \sqrt{\int_{s_0}^{s_e} (p^{(0)} - p_v)^2 ds / (s_e - s_0)} \dots (11)$$

$$\|\partial p^{(0)} / \partial s\|_2 = \sqrt{\int_{s_0}^{s_e} (\partial p^{(0)} / \partial s)^2 ds / (s_e - s_0)} \dots (12)$$

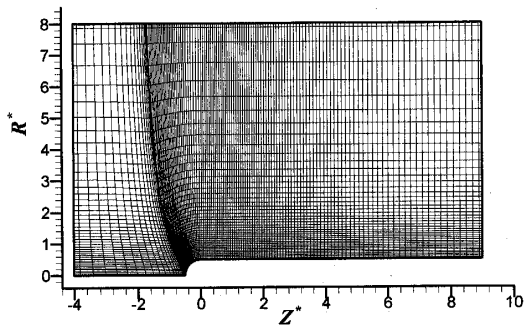
なお、緩和係数 $\beta'$ は、後述される $\beta'$ の違いによる計算の収束性の差異を調べた結果より $\beta' = 0.5$ を用いている。

**3・4 流れ場の境界条件** 境界条件は、キャビテーション非発生域の壁面上に non-slip 条件を、キャビテーション発生域には、自由表面境界条件として、 $\partial V_t / \partial n = 0$ 、および $V_n = 0$ を課した。ここで、 $V_t$ および $V_n$ は、それぞれ、キャビテーション表面の接線方向および法線方向相対速度である。一方、流入条件として流入境界に速度一定条件を、また、流出条件として流出境界にノイマン条件を与えた。圧力補正項については、周期境界条件を除くすべての境界にノイマン条件を適用した。また、キャビテーション形状発生域については、前述のように、キャビテーション表面の圧力が飽和蒸気圧となる付帯条件を課した。

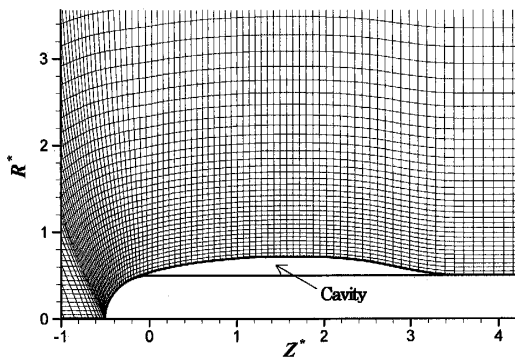
**3・5 計算手順** キャビテーション流れは、流れ場とキャビテーションの自由表面形状が相互に強く干渉した非線形な流れであるため、本計算では流れ場の計算とキャビテーション形状の計算を別々に行い、流れ場の計算から得られたキャビテーション表面の圧力分布が設定された境界条件を満足するまで繰返し計算を行った。具体的な計算手順を以下に示す。

(1) 非キャビテーション状態で流れ場の計算を行い、局所圧力が最小値で飽和蒸気圧に達した点を初生点、また、その下流域の飽和蒸気圧以下の領域をキャビテーション領域と仮定する。このとき、初期のキャビテーション厚みは零として、計算メッシュを作成する。

(2) キャビテーション表面に自由表面の境界条件



(a) cavitation free case



(b) cavitation case

Fig. 2 Mesh for flow computation

を適用し、流れ場の計算を行う。

(3) キャビテーション表面の圧力が飽和蒸気圧に収束しているか判定を行う。収束していれば計算を終了し、収束していなければ、キャビテーション表面上の圧力分布を使って、前述の方法でキャビテーション形状の更新を行い、必要ならば初生点、およびキャビテーション後流形状も変更を行う。また、現在の計算メッシュは、バックグラウンドメッシュとして保存される。

(4) 新しいキャビテーション形状に対して計算メッシュを再作成し、バックグラウンドメッシュに保存されている流れ場の情報を外挿して、新しいメッシュ上の流れ場の初期値として用いる。

(2)~(4)までをキャビテーション表面の圧力が飽和蒸気圧に収束するまで、繰返し計算する。

計算は、流れ場の解が収束している状態で、以下の関係式が成立している場合、収束したものと判定される。

$$\frac{Dp/Dp_0 = \frac{\|p^{(n)}(s) - p_v\|_2}{\|p^{(0)}(s) - p_v\|_2} \leq \delta \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 $\|p(s) - p_v\|_2$  は、式(11)と同様、二乗平均圧力差であり、 $p(s)$  はキャビテーション上の圧力、上添字 0 は非キャビテーション時の値、 $n$  は  $n$  回目の繰返し計算時の値である。また、 $\delta$  は収束判定値であり、本

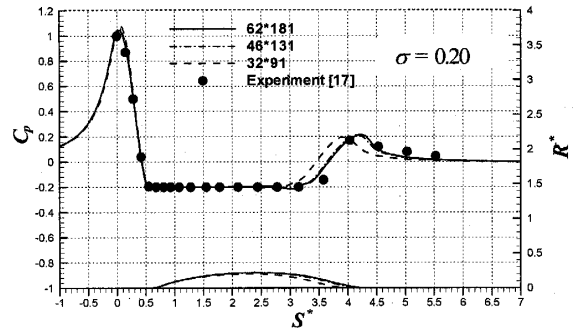


Fig. 3 Pressure distribution and cavity shape comparison

計算では計算の収束性、効率性を考え、計算条件によって  $5 \times 10^{-3} \leq \delta \leq 3 \times 10^{-2}$  の値を用いた。

**3.6 メッシュ形成** 本研究では、計算を効率化するため計算メッシュ作成に代数法を、特に変化の大きい空間には指数補間法を用いた。繰返し計算過程の再メッシュ作成方法が、半球体頭部形状の回転軸対称物体を例として図2に示されている。

図2(a)は、計算初期においてキャビテーション初生点およびキャビテーション領域を計算する際に用いられるキャビテーション非発生時のメッシュであり、軸中心、物体表面近傍および半球体頭部にメッシュが集中して配置されている。メッシュは流速や圧力などの流れ場の情報とともにバックグラウンドメッシュとして保存され、図2(b)に示されるようにキャビテーション形状を更新した再メッシュ作成後の次ステップの流れ場計算において、その初期値を計算するために用いられる。

#### 4. 結果および考察

**4.1 計算手法の妥当性検証** 本計算手法の妥当性検証のため、まず、半球体頭部形状および円すい体頭部形状の回転軸対称物体に対するキャビテーション流れを計算し、メッシュ依存性、緩和係数  $\beta'$  による収束性の確認および他の計算手法との比較を行う。なお、妥当性検証は、回転座標系による計算ではないため、式(4)中の回転角速度  $\omega = 0$  として計算が行われ、速度に関連する境界条件等についても、絶対座標系で与えられる。

**4.1.1 メッシュ依存性** 本計算手法を用いて半球体頭部形状の回転軸対称物体に対するキャビテーション流れを3種類の異なるメッシュで計算し、メッシュ依存性を調べた結果が図3に示されている。図3の横軸は長さを回転軸対称物体の直径で無次元化した無次元長  $S^*$ 、縦軸は中心線 ( $S^* \leq 0$ ) および壁面 ( $S^* > 0$ ) に沿った圧力係数  $C_p$  とキャビテーション厚さ  $R^*$

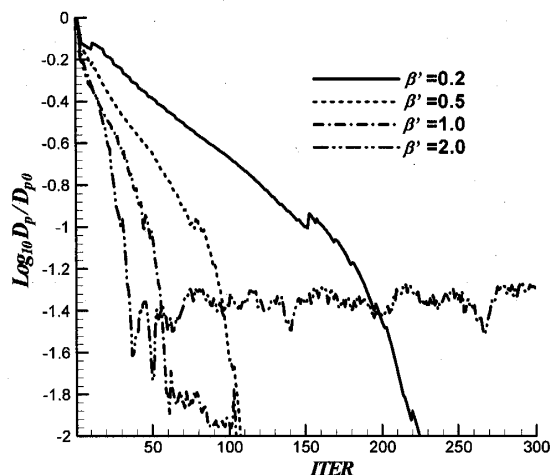
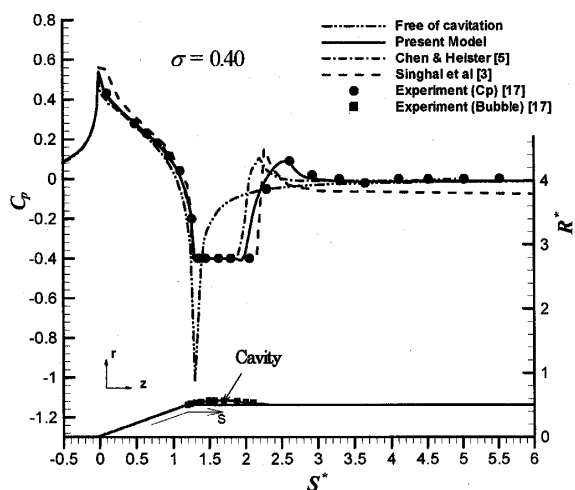


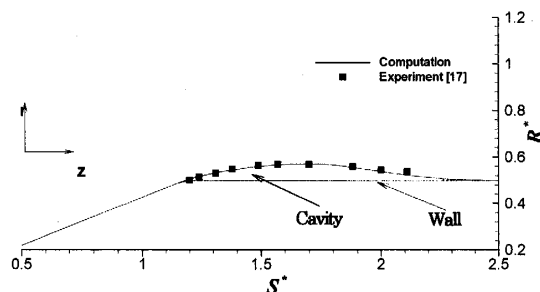
Fig. 4 The iteration history of cavitation update scheme

であり、キャビテーション係数  $\sigma=0.20$  における3種類の異なるメッシュ  $32 \times 91$ ,  $46 \times 131$  および  $62 \times 181$  の結果が、それぞれ、破線、一点鎖線および実線で、また、本条件に対する圧力分布の実験結果<sup>(17)</sup>が●印で示されている。ここで、実験結果<sup>(17)</sup>の圧力分布は、直径 25.4 mm の半球体頭部形状の回転軸対称物体表面に圧力測定孔を設け、物体内の導圧管を介して水銀マノメータで計測した結果であり、 $\Delta P=40.6\text{Pa}$  ( $\Delta C_p=0.0028$ ) の分解能で圧力計測が可能となっている。また、圧力計測と同時に、カメラによってキャビテーション形状の可視化も行われている。図3において、圧力係数  $C_p=(p-p_\infty)/(p_0-p_\infty)$ 、キャビテーション係数  $\sigma=(p_\infty-p_v)/(p_0-p_\infty)$  であり、 $p$  は静圧、 $p_\infty$  は無限上流の静圧、 $p_0$  は全圧、 $p_v$  は飽和蒸気圧である。図3によれば、半球体頭部形状の回転軸対称物体のキャビテーション流れ計算では、 $46 \times 131$  以上のメッシュにおいて圧力分布およびキャビテーション形状の計算結果に差異がほとんどないことがわかる。また、 $46 \times 131$  以上のメッシュでは、メッシュ数増加に伴うキャビテーション長さの変化が1%以下となることから、 $46 \times 131$  以上のメッシュで計算結果が収束していると判断された。さらに、 $46 \times 131$  以上のメッシュでは、計算結果と実験結果も良好に一致していることから、本計算手法の妥当性が確認できる。以降に示される回転軸対称物体の計算では、 $46 \times 131$  のメッシュサイズが用いられている。

**4.1.2 緩和係数  $\beta'$  による収束性** 図4は、式(10)で用いた緩和係数  $\beta'$  の違いによる収束性の差異を示した図である。図4の横軸は繰返し回数、縦軸は式(13)に示された収束判定式を対数表示  $\log_{10}(Dp/Dp_0)$  したものであり、この値が小さいほど、



(a) Pressure distribution and cavitation shape



(b) Cavitation shape (local enlargement)

Fig. 5 Comparison of the result for cone/cylinder body

高い精度で計算が収束していることを意味する。図4によれば、 $\beta'=0.2, 0.5$  および  $1.0$  では、 $\beta'$  が大きいほど少ない回数で計算が  $\log_{10}(Dp/Dp_0)=-2.0$  に収束するが、 $\beta'=2.0$  では収束値が繰返し回数に対して  $\log_{10}(Dp/Dp_0)=-1.4$  付近で一定となり、それ以下には収束しないことがわかる。これは  $\beta'$  が大きいほど、計算の収束性がよくなるものの、 $\beta'$  が大きすぎると収束値の精度が低くなることを意味する。以上の結果より、本研究で緩和係数として  $\beta'=0.5$  を用いることとした。

**4.1.3 他の計算手法との比較** 図5には、円すい体頭部形状の回転軸対称物体に対して本計算手法を適用した結果が示されている。図3と同様、図5(a)の横軸は長さを回転軸対称物体の直径で無次元化した無次元長  $S^*$ 、縦軸は中心線 ( $S^* \leq 0$ ) および壁面 ( $S^* > 0$ ) に沿った圧力係数  $C_p$  とキャビテーション厚さ  $R^*$  である。キャビテーション形状を見やすくするために、図5(a)の壁面前縁付近を拡大したものが図5(b)に示されている。図5は、キャビテーション係数  $\sigma=0.40$  に対する結果であり、本計算手法による結果が実線で、また、本条件に対応する実験結果<sup>(17)</sup>が圧力分布については図5(a)中に●印で、キャビテーシ

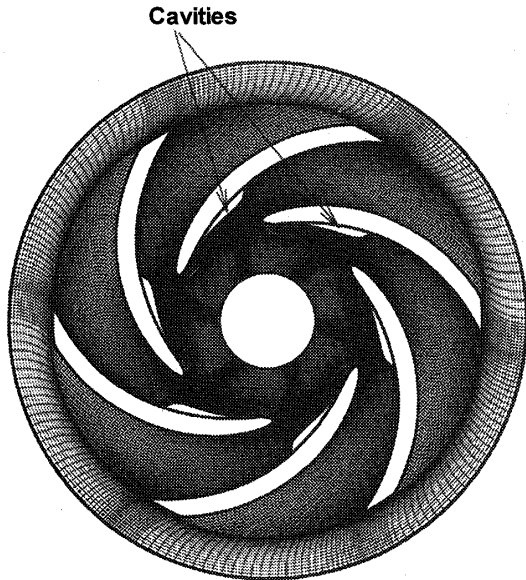
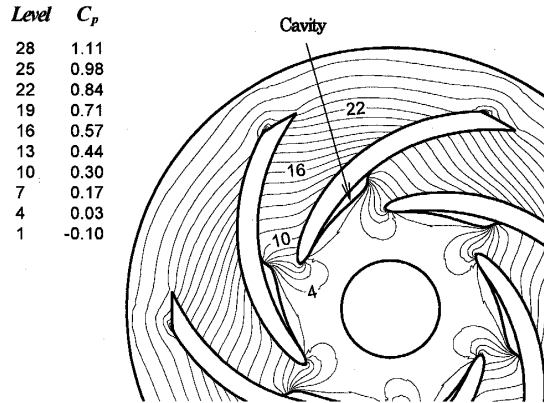


Fig. 6 Computation mesh adapt to cavitation bubbles

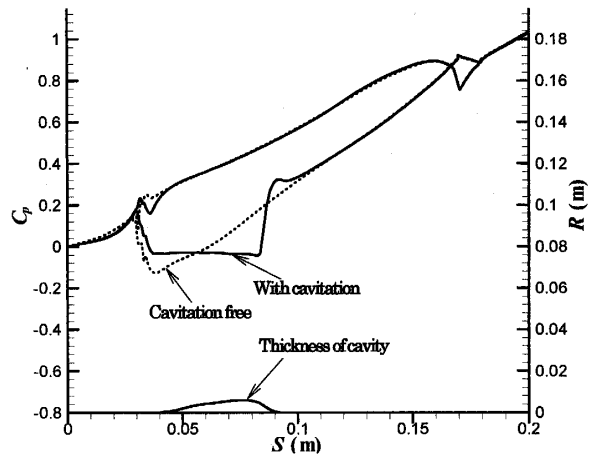
ン形状については図5(a), (b)中に■印で示されている。また図5(a)中には、異なる計算モデル<sup>(3)</sup>およびキャビテーション形状更新モデル<sup>(5)</sup>の計算結果が、それぞれ、破線および一点鎖線で示されている。図5によれば、本計算方法による圧力分布の結果は、計算モデルおよびキャビテーション形状更新モデルの異なる他の手法に比べて実験結果によく一致していることがわかる。特に、キャビテーション後端近傍の圧力分布は他の計算手法に比べても実験値と非常によく一致している。また、キャビテーション形状も実験結果に良好に一致していることから、本計算手法の妥当性と有用性が確認できる。

**4.2 遠心羽根車(回転円形翼列)への適応** 本解析手法を遠心羽根車の定常キャビテーション流れに適用する。対象とする羽根車は、実験結果のある羽根車外径  $d_2=223$  mm, 内径  $d_1=100$  mm, 羽根入口流路幅  $b_1=11$  mm, 出口流路幅  $b_2=11$  mm, 羽根枚数  $N_z=6$  の二次元羽根根であり、羽根車回転数  $N=1780$  rpm ( $\omega=59.3\pi$ ) である。なお、本計算にはボリュートケーシングは含めていない。

図6には、計算に用いた二次元羽根車の形状とキャビテーションを伴う場合のメッシュ形状が示されている。メッシュは前述のメッシュ依存性計算を参考に1翼間の流れ方向と周方向に対して  $46 \times 146$  の格子を用いた。また、羽根前縁の形状は、実際の羽根車と同様に、半円形状から規定の羽根厚に向かって厚みがこの配的に増加する曲線を組合せた形状を用いた。なお、この形状は計算の妥当性検証で用いた2種類の前縁形状(図3および図5)を組合せた形状と類似した形状と



(a) Pressure coefficient contour



(b) Pressure coefficient and cavity thickness along blade surface

Fig. 7 Computation results of cavitating centrifugal impeller ( $Q=0.481$  m<sup>3</sup>/min,  $NPSH=1.8$  m)

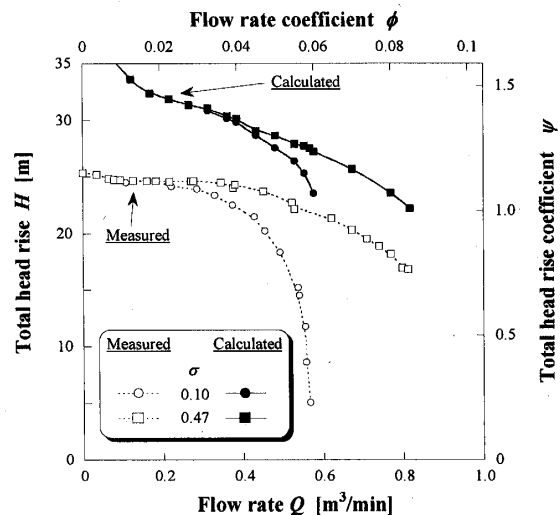


Fig. 8 Pump performance curve

なっている。

図7は、流量  $Q=0.481$  m<sup>3</sup>/min,  $NPSH=1.8$  m の条件下における計算結果である。図7(a)には翼間の

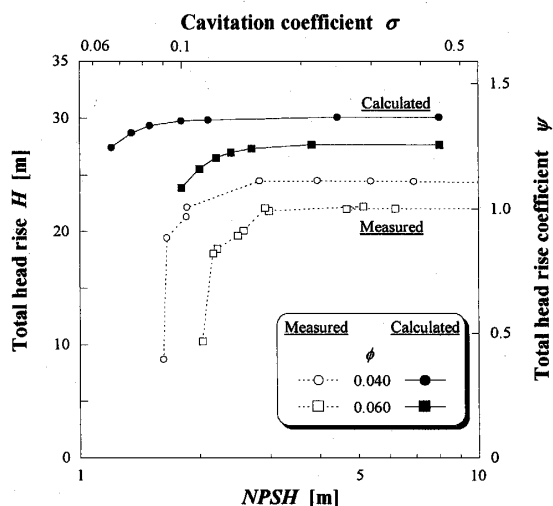


Fig. 9 Cavitation performance

等圧分布およびその際のキャビテーション形状が、図7(b)には翼表面上の圧力分布がキャビテーション非発生時の圧力分布とともに示されている。図7(b)の横軸は流入境界からの翼表面に沿った距離  $S$ 、縦軸はその点の圧力係数  $C_p$  およびキャビテーション厚み  $R$  である。

図7(a)より、本条件下では、羽根負圧面側にキャビテーションが発生し、キャビテーション後端部付近の等圧線が密で、下流に向かって急激に圧力が上昇していくようすがわかる。また、図7(a)に対応する翼面上の圧力分布を示す図7(b)からも、キャビテーション後端部から急激に圧力が上昇していることがわかる。以上の結果から、遠心羽根車に発生するキャビテーションに対しても、本解析手法の適用が可能であることがわかる。

図8は、ポンプの定常特性を計算した結果である。図8の横軸は流量  $Q$ 、縦軸は全揚程  $H$  であり、キャビテーション発生時 ( $\sigma=0.10$ ) およびキャビテーション非発生時 ( $\sigma=0.47$ ) の結果が、計算については、それぞれ、●印および■印で、実験については、それぞれ、○印および□印で示されている。なお、本計算による全揚程は流出境界と流入境界における平均全圧の差と定義されている。図8によれば、計算は二次元羽根車のポリュートケーシングがない条件下で行われており、また、流れの損失評価も行われていないため、全揚程が実験結果に比べ大きくなってはいるが、キャビテーション非発生時のポンプ特性曲線の傾向およびキャビテーション発生時の全揚程の降下の傾向は実験結果とよく一致している。

図9は、ポンプのキャビテーション性能を計算した結果である。図9の横軸は  $NPSH$ 、縦軸は全揚程  $H$

であり、流量係数  $\phi=0.040, 0.060$  に対するキャビテーション性能が、計算については、それぞれ、●印および■印、実験については、それぞれ、○印および□印で示されている。図9によれば、ポリュートケーシングおよび損失を考慮していない本計算では、計算による全揚程が実験結果に比べ大きくなってはいるものの、全揚程が降下し始める  $NPSH$ 、および流量が大きいほど全揚程が降下し始める  $NPSH$  が大きくなる傾向は、計算と実験の間で良好に一致していることがわかる。

## 5. 結 論

Baldwin-Lomax の乱流モデルを用いたレイノルズ平均ナビエ・ストークス方程式による流れ場解析と界面追跡法を組合せてシートキャビテーションを伴う流れの解析を行った。壁面における圧力分布の最小値が飽和蒸気圧に達した位置をキャビテーションの初生点として、キャビテーション形状更新後にも再度初生点位置の計算を行い、さらに、形状更新手法については、圧力分布に加え、圧力こう配も含んだ形状更新式を導入することによって、従来のモデルの改善を図った。

本解析に用いたキャビテーションモデルの検証のため、円すい体頭部形状の回転軸対称物体の実験結果を対象に、他の計算手法とも比較を行った結果、壁面上の圧力分布およびキャビテーション形状とも、実験結果とよく一致すること、また、特にキャビテーション後端部付近の圧力分布が他の計算結果に比べ、より良好に実験結果に一致することから、本解析手法の妥当性が確認された。さらに、本解析手法を遠心ポンプ羽根車に適用した結果、ポンプ定常性能およびキャビテーション性能とも実験結果と定性的によく一致し、遠心ポンプのキャビテーション流れの予測に対してもその有効性が確かめられた。

本研究の主要部分は、第1の著者が日本学術振興会外国人特別研究員として九州工業大学に滞在中に行われたものであり、科学研究費補助金(特別研究員奨励費)の助成を受けた。ここに記して謝意を表す。

## 文 献

- (1) Brennen, C.E., *Cavitation and Bubble Dynamics*, (1995), 191, Oxford University Press.
- (2) 田村義昭・松本洋一郎, ターボ機械, 28-12 (2000), 1-6.
- (3) Singhal, A. K., Li, H., Athavale, M. M. and Jiang, Y., *Proc. ASME FEDSM'01*, (2001), CD-ROM FEDSM 2001-18015.
- (4) Kuboto, A., Kato, H. and Yamaguchi, H., *J. Fluid Mech.*, 240 (1992), 59-96.
- (5) Chen, Y. and Heister, S. D., *Trans. ASME, J. Fluids*



- Eng.*, **116** (1994), 613-618.
- (6) Hirschi, R., Dupont, Ph., Avellan, F., Favre, J.-N., Guelich, J.-F. and Parkinson, E., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **120** (1998), 705-711.
- (7) Deshpande M., Feng J. and Merkle C. L., Proc. ASME Cavitation and Multiphase Flow Forum, *ASME FED*, **153** (1993), 149-155.
- (8) Shin, B. R. and Ikohagi, T., *Proc. 3rd ASME/JSME Joint Fluids Eng. Conf.*, (1999), CD-ROM FEDSM 99-7215.
- (9) 伊賀由佳・能見基彦・後藤彰・申炳録・井小萩利明, 機論, **68-666**, B (2002), 78-84.
- (10) Quin, J. R., Yu, S. T. J., Zhang, Z. C. and Lai, M. C., *Proc. ASME FEDSM'01*, (2001), CD-ROM FEDSM 2001-18011.
- (11) Chen, Y. and Heister, S. D., *Comput. Fluids*, **24-7** (1995), 799-809.
- (12) 沖田浩平・梶島岳夫, 機論, **68-667**, B (2002), 1-8.
- (13) Liu, L., Ph. D. dissertation of Xi'an Jiaotong University, (1999).
- (14) Coutier, D. O., Fortes, P. R. and Reboud, J. L., *Proc. ASME FEDSM'01*, (2001), CD-ROM FEDSM 2001-18021.
- (15) Baldwin, B. and Lomax, H., *Proc. AIAA 16th Aerosp. Sci. Meet.*, Huntsville, AIAA Paper **78-257** (1978).
- (16) Liu, L., Xu, Z., Shi, F. and Wei, X., *ACTA Aerodyn. SINICA*, **15-2** (1997), 25-36.
- (17) Rouse, H. and McNown, J. S., State University of Iowa, *Eng. Bulle.* **32** (1948).