

## 超越特異積分方程式法による屈折き裂・分岐き裂の解析\*

野田尚昭\*<sup>1</sup>, 小田和広\*<sup>2</sup>, 増田親泰\*<sup>2</sup>The Hypersingular Integral Equation Method in the Analysis  
of Bent and Branched Cracks

Nao-aki NODA, Kazuhiro ODA and Chikahiro MASUDA

In the previous papers, the hypersingular integral equation method (HIEM) was shown to be useful for exactly analyzing straight crack problems in the two-dimensional plane. The present paper concerns the application of the HIEM for the solution of the problems with intricate crack shapes. As examples, the stress intensity factors of bent and branched cracks under uniform tension are treated. Even in the case of that the bent part of the crack is extremely short, the accurate numerical results are obtained by selecting a convenient set of collocation points. The calculation shows that the HIEM, in which unknown functions are approximated by using Chebyshev polynomials, gives results of better accuracy compared with the previous method using such as stepped functions.

**Key Words:** Elasticity, Stress Intensity Factor, Body Force Method, Hypersingular Integral Equation Method, Bent Crack, Branched Crack

## 1. 緒 言

疲労き裂が伝ばする際に、巨視的荷重がモード I 形であっても、き裂は直線的に進むとは限らない。したがって、物体表面から発生して、屈折あるいは分岐して伝ばするき裂先端の応力拡大係数の解析は極めて重要であり、これまでも多くの研究がなされている。

平面問題において、無限板中の屈折き裂、分岐き裂に関しては、結城ら<sup>(1)</sup>、石田ら<sup>(2)(3)</sup>、岡村ら<sup>(4)</sup>、陳ら<sup>(5)</sup>が無限小屈折き裂まで含めて精度の高い解析を行っている。半無限板の縁に入った屈折き裂に対しては西谷<sup>(6)</sup>が、ジグザグき裂に対しては石田<sup>(7)</sup>が体積力法による解析を行っている。また、陳ら<sup>(8)</sup>は屈折部が短い場合における応力拡大係数の近似計算法を提案している。一方、屈折き裂や分岐き裂のような問題の解法の違いによる解の精度については、いまだ議論がなされている<sup>(9)</sup>。

著者らはさきに、半無限板の直線縁に斜めにはいっ

た直線き裂の解析を行い、仮想き裂面における未知関数である食違い密度を多項式で近似する方法 [超越特異積分方程式法] が未知関数を階段関数等で近似する従来の方法 [体積力法 (応力法, 合力法)] に比べて高精度の結果が得られることを示した<sup>(10)</sup>。そこで、本研究では、無限板中の屈折き裂、分岐き裂および半無限板の縁に入った屈折き裂、ジグザグき裂の解析を行い、複雑なき裂形状に対する超越特異積分方程式法の適用方法について検討した。また、既報の結果と比較し、本解析法の精度の検討も行った。

## 2. 解析方法

弾性体中の平面ひずみ状態にある屈折き裂に分布荷

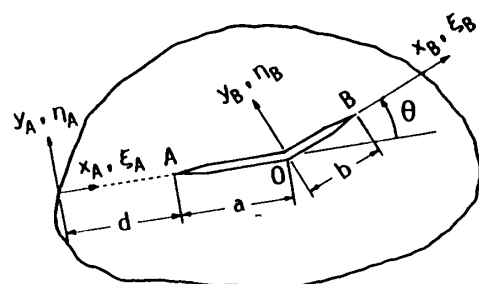


図 1 弾性体中の屈折き裂

\* 平成 2 年 11 月 29 日 材料力学講演会および平成 3 年 10 月 17 日 第 69 期全国大会講演会において講演, 原稿受付 平成 3 年 3 月 25 日.

\*<sup>1</sup> 正員, 九州工業大学工学部 (〒804 北九州市戸畑区仙水町 1-1).

\*<sup>2</sup> 学生員, 九州工業大学大学院.

重  $p(x), q(x)$  が作用する場合を考える (図 1)。問題はき裂上下面の法線方向および接線方向の変位差  $V_1(\xi), V_2(\xi)$  を未知関数とする式 (1) に示すような積分方程式で表される。

$$\begin{aligned} & \int_a^{d+a} \frac{V_{1A}(\xi_A)}{(\xi_A - x_A)^2} d\xi_A + \int_a^{d+a} K_{1A}(\xi_A, x_A) V_{1A}(\xi_A) d\xi_A + \int_0^b [k_{1B}(\xi_B, x_A) + K_{1B}(\xi_B, x_A)] V_{1B}(\xi_B) d\xi_B \\ & + \int_a^{d+a} [k_{2A}(\xi_A, x_A) + K_{2A}(\xi_A, x_A)] V_{2A}(\xi_A) d\xi_A + \int_0^b [k_{2B}(\xi_B, x_A) + K_{2B}(\xi_B, x_A)] V_{2B}(\xi_B) d\xi_B \\ & = -\pi \frac{1+x}{2G} p(x_A) \\ & \int_a^{d+a} \frac{V_{2A}(\xi_A)}{(\xi_A - x_A)^2} d\xi_A + \int_a^{d+a} K_{2A}(\xi_A, x_A) V_{2A}(\xi_A) d\xi_A + \int_0^b [k_{2B}(\xi_B, x_A) + K_{2B}(\xi_B, x_A)] V_{2B}(\xi_B) d\xi_B \\ & + \int_a^{d+a} [k_{1A}(\xi_A, x_A) + K_{1A}(\xi_A, x_A)] V_{1A}(\xi_A) d\xi_A + \int_0^b [k_{1B}(\xi_B, x_A) + K_{1B}(\xi_B, x_A)] V_{1B}(\xi_B) d\xi_B \\ & = -\pi \frac{1+x}{2G} q(x_A) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで  $G$ : 横弾性係数,  $\chi = 3 - 4\nu$ ,  $\nu$ : ポアソン比 である。

式 (1) において, 下指標は, 主き裂部 (図中 AO) に対しては  $A$  を, 屈折部 (図中 OB) に対しては  $B$  とする。式 (1) は, き裂のない弾性体中に想定した仮想き裂面上に食違いを分布させた場合の主き裂部の境界条件式に相当する。屈折部分の境界条件式は, 式中の下指標  $A$  と  $B$  を入れ換えればよい。ここで,  $k(\xi, x)$  は無限体中に分布した食違いによって生じる応力を表す関数であり,  $K(\xi, x)$  はき裂面以外の境界条件を満足させる関数である。そして,  $\int$  は発散積分の有限部分をとることを意味する。

本法では, 特異項の積分は次の公式を用いる。

$$\int_{-1}^1 \frac{U_n(r) \sqrt{1-r^2}}{(r-s)^2} dr = -\pi(n+1)U_n(s) \quad \dots\dots\dots (2)$$

公式を利用するため (積分範囲を  $-1 \sim 1$  とするため), 変数  $r, s$  を次のように定義する。

$$\begin{aligned} r_A &= (\xi_A - e_A)/L_A, \quad r_B = (\xi_B - e_B)/L_B, \quad s_A = (x_A - e_A)/L_A, \quad s_B = (x_B - e_B)/L_B \\ f_A(r_A) &= V_A(\xi_A)/L_A, \quad f_B(r_B) = V_B(\xi_B)/L_B \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで,  $L_A, L_B$  は基本密度関数の決め方によって定まる基準の長さであり,  $e_A, e_B$  は, 内部き裂の場合, き裂先端  $A$  が  $-1$ ,  $B$  が  $1$  となるようにとった  $x-y$  座標の原点からの距離である。基本密度関数は, き裂形状に応じて種類決め方が考えられるが, ここでは  $L_A, L_B, e_A, e_B$  に次のような定義を用いた場合を例にとって解法を説明する。

$$L_A = \frac{a+b \cos \theta}{2}, \quad L_B = b, \quad e_A = d + L_A, \quad e_B = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

未知関数となる  $f(r)$  は, 基本密度関数  $w_1(r), w_2(r)$  と Chebyshev 多項式  $U_n(r)$  の積で近似する。

ここで,  $M_1$  は主き裂部の選点数,  $M_2$  は屈折部の選点数である。

$$\begin{aligned} w_1(r) &= \frac{1+x}{2G} \sqrt{1-r^2}, \quad w_2(r) = \frac{1+x}{2G} \sqrt{1-r^2} \\ f_{1A}(r_A) &= F_1^A(r_A) w_1(r_A), \quad F_1^A(r_A) = \sum_{n=0}^{M_1-1} a_n U_n(r_A), \quad f_{2A}(r_A) = F_2^A(r_A) w_2(r_A), \quad F_2^A(r_A) = \sum_{n=0}^{M_1-1} b_n U_n(r_A) \\ f_{1B}(r_B) &= F_1^B(r_B) w_1(r_B), \quad F_1^B(r_B) = \sum_{n=0}^{M_2-1} c_n U_n(r_B), \quad f_{2B}(r_B) = F_2^B(r_B) w_2(r_B), \quad F_2^B(r_B) = \sum_{n=0}^{M_2-1} d_n U_n(r_B) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (5)$$

単位食違いによる応力を  $\sigma_{u1}, \sigma_{u2}$  とし, 単位大きさの引張りの標準型集中力対による応力を  $\sigma_{pr}$ , 単位大きさのせん断の標準型集中力対による応力を  $\sigma_{ps}$  とすれば以下のような関係がある<sup>(11)</sup>。

$$\sigma_{u1} = \frac{G(x+1)}{x-1} \sigma_{pr}, \quad \sigma_{u2} = G \sigma_{ps}, \quad \chi = 3 - 4\nu \quad (\text{平面ひずみ}) \quad \dots\dots\dots (6)$$

式 (6) の関係を用いて式 (1) は上述離散化の方法により, 係数  $a_n, b_n, c_n, d_n$  についての  $2(M_1 + M_2)$  元の連立方程式となる。

$$\sum_{n=0}^{M_1-1} [a_n \{-\pi(n+1)U_n(s_A) + A_{n1}(s_A)\} + b_n B_{n1}(s_A)] + \sum_{n=0}^{M_2-1} \{c_n C_{n1}(s_A) + d_n D_{n1}(s_A)\} = -\pi p(s_A)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{M_1-1} [a_n A_{n2}(s_A) + b_n \{-\pi(n+1)U_n(s_A) + B_{n2}(s_A)\}] + \sum_{n=0}^{M_2-1} [c_n C_{n2}(s_A) + d_n D_{n2}(s_A)] = -\pi q(s_A) \\ & \sum_{n=0}^{M_1-1} [a_n A_{n3}(s_B) + b_n B_{n3}(s_B)] + \sum_{n=0}^{M_2-1} [c_n \{-\pi(n+1)U_n(s_B) + C_{n3}(s_B)\} + d_n D_{n3}(s_B)] = -\pi p(s_B) \\ & \sum_{n=0}^{M_1-1} [a_n A_{n4}(s_B) + b_n B_{n4}(s_B)] + \sum_{n=0}^{M_2-1} [c_n C_{n4}(s_B) + d_n \{-\pi(n+1)U_n(s_B) + D_{n4}(s_B)\}] = -\pi q(s_B) \\ & A_{n1}(s_A) = -\int_m^1 \frac{U_n(r_A)}{(r_A - s_A)^2} \sqrt{1 - r_A^2} dr_A + \int_{-1}^m K_{1A}(r_A, s_A) U_n(r_A) \sqrt{1 - r_A^2} dr_A, \quad m = \frac{a}{L_A} - 1 \\ & B_{n1}(s_A) = \int_{-1}^m [k_{2A}(r_A, s_A) + K_{2A}(r_A, s_A)] U_n(r_A) \frac{x-1}{x+1} \sqrt{1 - r_A^2} dr_A \\ & C_{n1}(s_A) = \int_0^1 [k_{1B}(r_B, s_A) + K_{1B}(r_B, s_A)] U_n(r_B) \sqrt{1 - r_B^2} dr_B \\ & D_{n1}(s_A) = \int_0^1 [k_{2B}(r_B, s_A) + K_{2B}(r_B, s_A)] U_n(r_B) \frac{x-1}{x+1} \sqrt{1 - r_B^2} dr_B \end{aligned} \dots\dots\dots (7)$$

$A_{n2} \sim D_{n4}$  も同様な形式で表される。

3. 解析精度の検討

一般に、屈折き裂や分岐き裂の解析においては、選点の位置や選点数などを特別に考慮しなければならない<sup>(12)</sup>。また、屈折部が非常に短い場合 ( $b/a < 0.1$ )、計算が困難であり、精度が著しく低下する傾向がある。そこで、これまでに多くの研究結果が得られている無限板中で一様引張応力を受ける屈折き裂 (図2) の応力拡大係数の解析を例にとり、本解析法において、計算結果の精度に影響を及ぼすと思われる因子について検討を行った。

3.1 選点の位置による結果への影響 はじめは、式(8)のように屈折点を原点として、選点間の距離が等しくなるように選点を取って解析を行った ( $s_B = x_B/L_B$ )。屈折部において、

$$s_B = \frac{J}{M_2 + 1} \quad (J=1 \sim M_2, 0 < s_B < 1) \dots\dots\dots (8)$$

しかし、この方法では  $b/a < 0.1$  の時、精度が著しく低下した。そこで、選点がき裂先端と屈折部の付近で密になるよう [式(9)] に変更した。そのことによる

結果への影響を表1に示す。

$$s_B = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2J-1}{M_2} \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} \quad (J=1 \sim M_2) \dots\dots\dots (9)$$

表より、選点の位置の変更によって精度が著しく向上し、少ない選点数で解が収束していることがわかる。

3.2 主き裂と屈折部分の選点数の比による影響

未知関数を階段関数で近似する従来の方法 (体積法 (応力法)) では、主き裂と屈折部の分割された区間の幅をある程度同じにしないと精度が悪くなる傾向があった。本法においても、主き裂と屈折部の選点数の比が精度に影響を及ぼすものと考えられるので、その様子を表2に示す。表より、 $M_2/M_1$  の値が  $b/a$  の値に近いほど精度がよくなるが、 $M_2/M_1 = 0.2$  程度でも実用上十分な精度が得られることがわかる。

3.3 基本密度関数の基準長さの決め方による結果

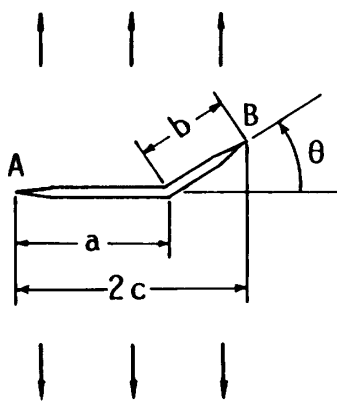


図2 無限板中の屈折き裂の一軸引張り

表1 選点の位置による結果への影響 (図2) ( $\theta = 45^\circ$ )

b/a	Eq.	M1	M2	$F_I^B$	$F_{II}^B$
0.1	(8)	5	5	0.62308	0.53435
		10	10	0.63066	0.50958
		15	15	0.63116	0.50702
	(9)	5	5	0.63262	0.50713
		10	10	0.63293	0.50753
		15	15	0.63298	0.50651
	Yuuki [1]			0.634	0.505
0.01	(8)	16	4	0.68209	0.47046
		20	5	0.68675	0.47049
		24	6	0.69170	0.45723
	(9)	16	4	0.73096	0.39338
		20	5	0.73026	0.39262
		24	6	0.73015	0.39219
	Yuuki [1]			0.732	0.389

への影響 未知関数の離散化の際に用いる基本密度関数は、き裂先端における応力場の特異性を表す上で重要であるだけでなく、解析精度向上の点でも重要である<sup>(11)</sup>。ここでは、屈折部の基本密度関数の基準長さ  $L_B$  が解析精度に影響を及ぼすと考えられるため  $L_B$  を式(4)のようにとった場合 [図3(a)] と式(10)のようにとった場合 [図3(b)] について解析を行い、両者

の精度を比較した。その結果を表3に示す。

$$L_B = \frac{1}{2} \left( \frac{a}{\cos \theta} + b \right) \dots \dots \dots (10)$$

表より、基本密度関数の基準長さの決め方は、解析精度にあまり影響しないことがわかる。そのため、本解析では、基本密度関数を式(4)のように決め解析を行った。

4. 計算結果および考察

4.1 無限板中の屈折き裂 表4に、前章で述べた事柄を取り入れて解析を行った結果を示す。屈折角を  $45^\circ$ 、 $b/a=1.0 \sim 0.005$  で計算し、既報の結果と比較した。引用した石田らの値は、どちらも体積力法(合力法)で解析したものであるが、文献(12)は主き裂と屈折部分の双方に体積力対を分布させて解析したもので、文献(2)は、主き裂縁の条件を完全に満たし、屈折部分にそってだけ体積力対を分布させる方法を用いて、解析精度を高めている。本法は、主き裂と屈折部分の双方で境界条件を満足させている方法であるが、その結果は、 $b/a$  が小さい範囲でも文献(2)の値とよく一致している。

4.2 無限板中の分岐き裂 表5に、無限板中の分岐き裂 [図4] の応力拡大係数を示す。この問題も、石田らが前述の主き裂縁の条件を完全に満たし、分岐部分に沿ってだけ体積力対を分布させ、合力境界条件を満たす方法で解析している。本法は、主き裂と分岐部分の双方で境界条件を満足させる方法であるが、その結果は、 $b/a$  が小さい範囲でも文献(3)の値とよく

表2 選点数の比 ( $M_2/M_1$ ) による結果への影響 [図2] ( $\theta=45^\circ$ ,  $b/a=0.01$ )

M2/M1	M1	M2	$F_I^B$	$F_{II}^B$
0.2	25	5	0.73062	0.39181
	30	6	0.73053	0.39113
	35	7	0.73046	0.39052
0.1	30	3	0.73280	0.38943
	40	4	0.73122	0.38931
	50	5	0.73131	0.38836
0.05	60	3	0.73195	0.38627
	80	4	0.73147	0.38656
	100	5	0.73118	0.38684

表3 基本密度関数の基準長さの取り方による結果への影響 [図3] ( $\theta=45^\circ$ )

$F_I^B = K_I / \sigma \sqrt{\pi c}$				
b/a	M1	M2	(a)	(b)
0.1	12	4	0.6337	0.6337
	18	6	0.6334	0.6334
	24	8	0.6334	0.6330
1.0	9	9	0.5691	0.5691
	11	11	0.5691	0.5691
	13	13	0.5691	0.5691

$F_{II}^B = K_{II} / \sigma \sqrt{\pi c}$				
b/a	M1	M2	(a)	(b)
0.1	12	4	0.5062	0.5061
	18	6	0.5057	0.5057
	24	8	0.5056	0.5052
1.0	9	9	0.6411	0.6411
	11	11	0.6411	0.6411
	13	13	0.6411	0.6411

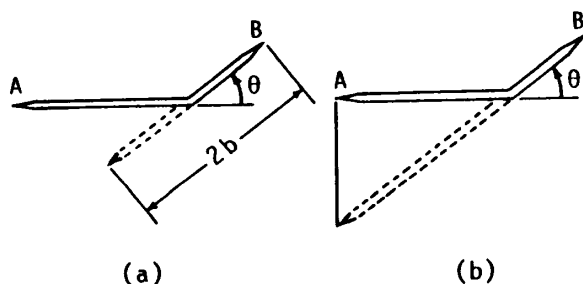


図3 基本密度関数の基準長さの取り方

表4 屈折き裂B端の無次元化応力拡大係数 [図2] ( $\theta=45^\circ$ )

$F_I^B = K_I^B / \sigma \sqrt{\pi c}$			
b/a	Present analysis	Isida [12]	Isida [2]
0.000[4]	0.791	0.791	0.791
0.005	0.749	—	0.748
0.01	0.731	0.710	0.730
0.1	0.633	0.634	0.633
1.0	0.569	0.569	0.569

$F_{II}^B = K_{II}^B / \sigma \sqrt{\pi c}$			
b/a	Present analysis	Isida [12]	Isida [2]
0.000[4]	0.324	0.324	0.324
0.005	0.370	—	0.369
0.01	0.388	0.356	0.388
0.1	0.506	0.504	0.505
1.0	0.641	0.641	0.641

一致している。

4.3 半無限板の縁に入った屈折き裂 同様にし、半無限板の屈折き裂(図5)を解析した。この問題

は、西谷が体積力法により、 $C_2/C_1 > 0.1$ の範囲で解析を行っているので、それより屈折部が小さい範囲の解析を行った。表6に、体積力法(応力法)と本解析法の

表5 分岐き裂B端の無次元化応力拡大係数(図4)  
( $\theta = 45^\circ$ )

$F_I^B = K_I^B / \sigma\sqrt{\pi c}$		
b/a	Present analysis	Isida [3]
0.02	0.631	0.631
0.03	0.615	0.615
0.05	0.593	0.593
0.1	0.560	0.560
0.5	0.500	0.500
1.0	0.495	0.500

$F_{II}^B = K_{II}^B / \sigma\sqrt{\pi c}$		
b/a	Present analysis	Isida [3]
0.02	0.246	0.246
0.03	0.267	0.267
0.05	0.297	0.297
0.1	0.347	0.347
0.5	0.474	0.474
1.0	0.506	0.474

表6 無次元化応力拡大係数の収束性(図5)  
( $C_2/C_1 = 0.1, \theta = 30^\circ, F_{I,II} = K_{I,II} / \sigma\sqrt{\pi C_1} / \cos \theta$ )

Present analysis				BFM(Step Function)			
M1	M2	$F_I$	$F_{II}$	M1	M2	$F_I$	$F_{II}$
9	3	0.9216	0.3073	9	3	0.9094	0.3186
12	4	0.9185	0.2977	12	4	0.9122	0.3135
15	5	0.9211	0.2963	15	5	0.9139	0.3102
21	7	0.9211	0.2961	21	7	0.9159	0.3064
30	10	0.9210	0.2952	30	10	0.9175	0.3034
				90	30	0.9199	0.2984
				120	40	0.9202	0.2977
				(30-90)		0.9211	0.2959
				(90-120)		0.9211	0.2956

表7 屈折き裂の無次元化応力拡大係数(図5)  
( $C_2/C_1 = 0.1, F_{I,II} = K_{I,II} / \sigma\sqrt{\pi C_1} / \cos \theta$ )

$C_2/C_1$	$\theta$ (deg.)	$F_I$	$F_{II}$
0.10	60.0	0.467	0.340
	45.0	0.708	0.358
	30.0	0.921	0.295
	15.0	1.068	0.167
0.05	60.0	0.472	0.324
	45.0	0.713	0.342
	30.0	0.924	0.285
	15.0	1.070	0.162
0.03	60.0	0.479	0.313
	45.0	0.717	0.332
	30.0	0.926	0.277
	15.0	1.070	0.158
0.00 [8]	60.0	—	—
	45.0	0.74	0.31
	30.0	0.94	0.25
	15.0	1.07	0.14

表8 ジグザグ縁き裂の無次元化応力拡大係数(図6)  
( $F_{I,II} = K_{I,II} / \sigma\sqrt{\pi C}, C = Na$ )

$\theta$ (deg.)	N	$F_I$		$F_{II}$	
		Present analysis	Isida [7]	Present analysis	Isida [7]
30.0	1	0.4625		0.3362	
	2	0.463		0.337	
	3	0.465		0.332	
	4	0.470		0.325	
45.0	1	0.7049	0.705	0.3645	0.365
	2	0.705	0.703	0.365	0.364
	3	0.706	0.704	0.359	0.360
	4	0.708	0.704	0.353	0.355
60.0	1	0.9201		0.3058	
	2	0.920		0.305	
	3	0.920		0.302	
	4	0.921		0.298	

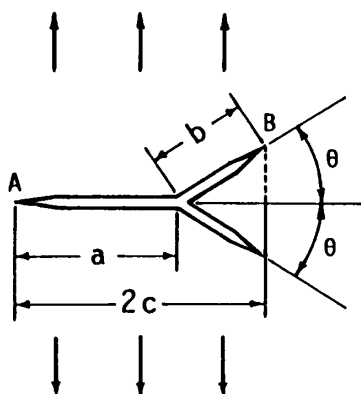


図4 無限板中の等長分岐き裂の一軸引張り

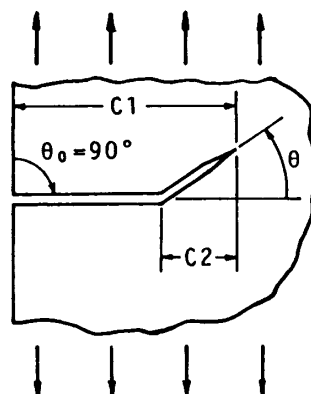


図5 半無限板中の屈折き裂の一軸引張り

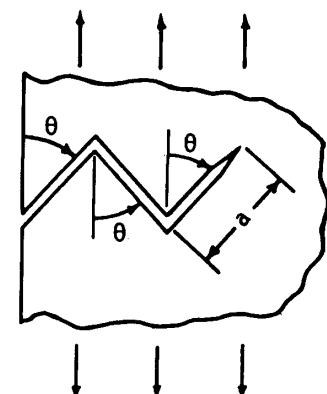


図6 半無限板中のジグザグ縁き裂の一軸引張り

収束性の比較を示し、表7に屈折部が小さい場合 ( $0.1 > C_2/C_1 > 0.03$ ) の応力拡大係数の値を示す。

**4.4 半無限板の縁に入ったジグザグき裂** 表8に、縁に、 $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ 方向に屈折する等長の分岐を持つジグザグき裂〔図6〕について、応力拡大係数の計算結果を示す。き裂の屈折分岐の数を  $N$  とし、先端の屈折部の選点数を  $M$  とし、全体では選点数を ( $M \times N$ ) になるようにした。この問題は、石田が、体積力法(合力法)によって屈折角  $45^\circ$  の場合を解析しているが<sup>7)</sup>、解析結果はどちらも、ジグザグき裂を一直線に伸ばしたなめ縁き裂の結果に近いことがわかる。また、 $N$  が大きくなると  $F_I$  は増え、 $F_{II}$  は減る傾向にあることがわかった。表9に本解析法の収束性も示す。複雑なき裂形状においても収束性が良いことがわかる。

## 5. 結 言

本研究では、複雑なき裂形状の問題に対する超越特異積分方程式法の適用法について検討した。

その結果、次のようなことがわかった。

(1) 解析結果に影響を及ぼすと思われる次の三つの因子について検討を行い、その精度を確認した。

- ①境界条件を満足させる点(選点)の位置。
- ②主き裂部と屈折部の選点数の比。
- ③基本密度関数の基準長さの決め方。

上の三つの因子のうち、②、③は解析精度にほとんど影響を及ぼさないが、①は解析精度に大きな影響を及ぼす。したがって本法においては、選点の取り方に注意し、その取り方は、等間隔にとる〔式(8)〕よりも、き裂先端と屈折部で密になる〔式(9)〕ようにとるほうが、計算精度および解の収束性が、著しく向上することがわかった。

(2) 本法の適用例として、無限板中の屈折き裂、分岐き裂および半無限板の縁に入った屈折き裂、ジグザグき裂の応力拡大係数の解析を行った。その結果は、既報の結果と、よく一致している。無限板中の屈折、分

表9 ジグザグ縁き裂の  $F_{I,II}$  の収束性〔図6〕  
( $\theta=45^\circ$ ,  $F_{I,II}=K_{I,II}/\sigma\sqrt{\pi C}$ ,  $C=Na$ )

N=3			N=4		
M	$F_I$	$F_{II}$	M	$F_I$	$F_{II}$
3	0.7075	0.3621	3	0.7096	0.3561
4	0.7062	0.3606	4	0.7084	0.3544
5	0.7055	0.3601	5	0.7078	0.3539
6	0.7056	0.3598	6	0.7080	0.3536
7	0.7057	0.3596	7	0.7080	0.3534
8	0.7057	0.3595	8	0.7081	0.3533
9	0.7058	0.3594	9	0.7082	0.3532
10	0.7058	0.3593	10	0.7082	0.3532

岐き裂において引用した石田らの値は、体積力法(合力法)で解析し、主き裂縁の条件を完全に満たし、屈折部分に沿ってだけ体積力対を分布させる方法を用い解析精度を高めているが、主き裂と屈折部の双方の境界条件を満足させる方法である本解析法による結果は、屈折部が小さい範囲までよく一致している。

(3) 未知関数を Chebyshev 多項式と基本密度関数を用いて離散化を行う超越特異積分方程式法は、複雑なき裂形状においても有効な解析法であることがわかった。したがって石田の解析のように主き裂の境界条件が完全に満足されるような基本解を用いれば、さらに高精度の解析が可能であると思われる。

## 文 献

- (1) 北川・結城, 機論, 41-346 (1975), 1641.
- (2) 石田・西野, 機論, 48-430, A (1982), 729.
- (3) 石田・野口, 機論, 49-440, A (1983), 469.
- (4) 岡村・影山, 文献(2)の783ページ.
- (5) 石田・陳・西谷, 機論, 50-451, A (1984), 330.
- (6) 西谷, 機論, 41-344 (1975), 1103.
- (7) 石田, 機論, 45-392, A (1979), 306.
- (8) 西谷・陳・石田, 文献(5)の341ページ.
- (9) Gudmundson, P. and Zang, W. L., *Proc. 1st Int. Conf. on Localized Damage*, 3 (1990), 351, Comp. Mech. Pub.
- (10) 野田・小田・陳, 機論, 56-532, A (1990), 2405.
- (11) 西谷・陳, 体積力法, (1987), 9, 培風館.
- (12) 石田, 機論, 44-380 (1978), 1122.