

377.5
K-11-2
1-46

複数台の浮遊型宇宙ロボットによる
物体マニピュレーションに関する研究



1999年3月

小林 順

九州工業大学附属図書館



10276632

目次

第1章	序論	1
1.1	宇宙開発と宇宙ロボット	1
1.2	宇宙ロボットの研究	2
1.3	本研究の概要および従来の研究との関係	4
第2章	宇宙ロボットシステムの提案とその運動学関係式の導出	7
2.1	はじめに	7
2.2	宇宙ロボットシステムのモデル	7
2.3	シングルシステムの運動学関係式の導出	11
2.4	パラレルシステムの運動学関係式の導出	13
2.5	シリアルシステムの運動学関係式の導出	14
2.6	おわりに	16
第3章	作業特性の解析	17
3.1	はじめに	17
3.2	作業領域の解析	17
3.2.1	バーチャルマニピュレータ	17
3.2.2	宇宙ロボットシステムのバーチャルマニピュレータ	19
3.2.3	作業領域の比較	24
3.3	可操作性の解析	29
3.3.1	可操作度	29
3.3.2	一般化ヤコビ行列の質量比による表現	29
3.3.3	可操作度の比較	30
3.4	おわりに	37
第4章	運動学関係式の分割とそれに基づく制御手法の提案	39
4.1	はじめに	39
4.2	運動学関係式の分割	39
4.2.1	並進運動と回転運動に分割	39
4.2.2	各ロボットに分割	40
4.2.3	冗長自由度の比較	42
4.3	制御手法	43
4.3.1	統合型分解速度制御	43
4.3.2	作業分散型分解速度制御	43
4.3.3	独立型分解速度制御	44
4.3.4	計算量の比較	45

4.4	計算機シミュレーション	46
4.4.1	分解速度制御則の離散化	46
4.4.2	シミュレーション条件	47
4.4.3	シミュレーション結果	47
4.5	おわりに	50
第5章	空気浮上式シミュレータによる制御実験	51
5.1	はじめに	51
5.2	空気浮上式シミュレータ	52
5.3	協調制御実験	55
5.3.1	モデリング	55
5.3.2	実験結果	57
5.4	適応制御実験	62
5.4.1	宇宙ロボットの離散時間形分解速度制御	62
5.4.2	宇宙ロボットの適応制御	63
5.4.3	宇宙ロボットシステムに対する適応制御系の設計	65
5.4.4	実験結果	65
5.5	おわりに	67
第6章	結論	69
	謝辞	70
	参考文献	71
付録A	SMART-IIIの運動学関係式の導出(パラレルシステムの場合)	75
付録B	SMART-IIIの運動学関係式の導出(シリアルシステムの場合)	79
付録C	適応制御Iにおけるパラメータ同定と追従誤差の収束性	85
付録D	適応制御IIにおけるパラメータ同定と追従誤差の収束性	89

第1章 序論

1.1 宇宙開発と宇宙ロボット

19世紀末のロシアの科学者ツィオルコフスキーが発表したロケットの運動に関する理論が、人類の宇宙開発の始まりといわれている。その後、1926年米国のゴダードによる液体燃料ロケットの打ち上げ、1957年旧ソ連による人工衛星スプートニック1号の打ち上げ、1961年有人宇宙飛行、そして1969年米国の「アポロ計画」による月面着陸と、米ソの激しい競争によって宇宙開発は進められてきた。しかし、1960年代後半あたりから、宇宙開発の進展に伴い、プロジェクトは非常に巨大なものとなり、宇宙開発競争にかかる多額の資金が国民の生活を苦しめているという声が米ソ両国で聞かれるようになった。その結果、もはや一国の力で宇宙開発を進めることは困難となり、国際協力により宇宙開発は進められるようになった[1, 2, 3]。過去の国際協力の例としては、米国のアポロ宇宙船と旧ソ連のソユーズによる軌道上ドッキング、米国のスペースシャトルとロシアの宇宙ステーション・ミールによるランデブーなどが挙げられるが、現在最も注目を浴びているのが国際宇宙ステーション (International Space Station:ISS) の建設である。我が国においても、国際宇宙ステーションプロジェクトへの参加や、100パーセント国産技術によるH-IIロケットの完成、日本版スペースシャトルHOPEの開発など、宇宙開発技術の確立のために様々なプロジェクトが進められている。

これらの宇宙開発において、船外活動 (Extra Vehicular Activity:EVA) は必要不可欠である。例えば、国際宇宙ステーションの建設、不具合衛星の修理や回収、スペースデブリ [4] の除去など。さらに、国際宇宙ステーションが運用された暁には、その保守・点検および燃料などの補給のために、多くのEVAが必要になると予想される。

宇宙空間は、浮遊状態、微小重力、高温度差、高真空であり、地球上とは異なる極限環境である。したがって、宇宙環境での宇宙飛行士による作業は、危険であるとともに、極度の緊張を必要とする難しい作業である。そこで、宇宙飛行士に代わってEVAを行う宇宙ロボットの必要性が唱えられている。米国は、1970年代に宇宙ロボットの研究をスタートさせ、宇宙ステーションの構築が自動化とロボット化を抜きにしてはできないという研究結果を踏まえて、1985年頃から宇宙ロボットが最大のキーテクノロジーであると考えられるようになった。ただし、米国は完全な無人化を目指しているのではなく、今まで積み上げてきた有人技術の中に自動化とロボット化を導入し、これからの大規模な宇宙開発において、作業の効率化と安全性の向上を図ろうとしている。

一方、日本は、米国やロシアのような有人技術を全くと言っていいほど持っていないので、今から米国やロシアに追いつくためには、長い月日と巨額の開発費が必要となる。しかし、無人技術の基本となる自動化とロボット化の研究に関しては、日本は米国に劣らないどころか、世界のロボット保有国である。そのため、日本では無人化を原則として、宇宙開発を進めていくことが相応しいのではないかと、言われている [5]。そのことを象徴するものの1つが、現在開発中である日本版無人スペースシャトルHOPEである。

宇宙空間で宇宙飛行士に代わって作業を行うロボットとして、実現あるいは計画中のものに

は、スペースシャトルに搭載されている SRMS(Shuttle Remote Manipulator System)や、国際宇宙ステーションの日本実験モジュール (Japanese Experiment Module:JEM) に搭載される予定の JEM マニピュレータ (JEMRMS) などがある [6]. SRMS は主に、シャトルカーゴベイでの EVA の支援や人工衛星の放出・捕獲・回収などに使用されている [7]. JEMRMS は、親アームと子アームで構成されており、親アームは曝露実験ペイロード交換のような大型機材の作業のほとんどに使用され、子アームは親アームの先端に取り付けられた状態で主に実験装置や試料の交換などの精密作業を行う [8].

このように、これらのロボット・マニピュレータは、ある程度作業が限定されており、また、現在活躍中である SRMS においては自動運転機能を有しているものの、危険防止などの理由により、ほとんどの作業はオペレータの操縦によって遂行されている。しかし、将来の宇宙開発を考えた場合、宇宙空間を自由に動き回り、母船や地上局から指令を受け、作業現場などの状況を認識し、自律的に多種多様な作業を行うロボットが必要になると予想される。

1.2 宇宙ロボットの研究

地球上で作業を行う産業用マニピュレータなどは、土台が地上に固定されている。しかし、宇宙ロボットの作業環境である宇宙では、ロボットは浮遊状態であり不動の拘束点がない。このため、マニピュレータ動作に伴う反作用により、ロボットの土台であるベースの位置、姿勢の変動が生じる。したがって、宇宙ロボットの制御や作業特性解析においては、マニピュレータ動作の反作用によるベースの変動を考慮する必要がある。以下では、これらに関するこれまでの研究について簡単に説明する。

(1) 宇宙ロボットの制御

地上用マニピュレータに対して提案された制御手法のほとんどは、マニピュレータの運動学あるいは動力学方程式に基づいたものである [9, 10, 11]. したがって、地上用制御手法を基礎として宇宙ロボットに対する制御手法を開発するには、マニピュレータ動作の反作用によるベースの変動を考慮した、宇宙ロボットの運動学あるいは動力学方程式を導出する必要がある。

宇宙ロボットの制御手法は、ベースに搭載されたアクチュエータを使用するか、しないかで分けることができる。まず、マニピュレータ動作時に、ベースに搭載されたアクチュエータ（スラスタ・ジェットやリアクション・ホイールなど）によって積極的にベースの位置・姿勢を制御する場合、その宇宙ロボットは「自由飛行型宇宙ロボット (Free-Flying Space Robot)」と呼ばれ [12], 制御手法の開発においては、マニピュレータ動作に伴う反作用によるベースの変動と、ベースに搭載されたアクチュエータを考慮した運動学・動力学方程式が必要である。この運動学・動力学方程式に基づいた制御に関して様々な研究がなされている。例えば、Papadopoulos らは、自由飛行型宇宙ロボットの動力学方程式を、システムの重心ベクトルを用いて簡潔に表し、それに基づいてマニピュレータとベース両方を制御する方法を提案した [13]. また、岩田らは、双腕とスラスタを備えた宇宙ロボットの平面モデルに対して、動力学方程式を Kane の方法によって求め、これを使用してスラスタを含む分解加速度制御の方法を示した [14]. さらに、この分解加速度制御を応用して、一本の腕だけで物体を捕捉し、もう一方の腕でベースの姿勢制御を行う方法を提案した。他には、マニピュレータの関節角、関節角速度などからマニピュレータの運動量を推定し、ある値を越えたときにスラスタによりベースの姿勢制御を行う外乱トルク補償制御と、リアクション・ホイールにより推定誤差を補償するスライディングモード

制御を組み合わせた制御方式を提案した、小林らの研究がある [15, 16]. しかし、ベース制御では大量の燃料消費が必要となり、特にスラスタの使用は、現場で調達できない貴重なエネルギーを消費するため、作業現場への移動など特別な場合以外は、スラスタなどのアクチュエータの使用は控えた方が好ましい。また、ベース側の制御性能の能力に限界がある場合には、ベース制御を用いない宇宙ロボット制御手法が有効である。さらに、スラスタによって噴射される物質によって、宇宙空間や宇宙構造物を汚すという問題もある。

一方、ベースに搭載されたアクチュエータは使用しない場合、その宇宙ロボットは、「自由浮遊型宇宙ロボット (Free-Floating Space Robot)」と呼ばれる [12]. 自由浮遊型宇宙ロボットの制御に関する研究としては、例えば、梅谷らの研究 [17, 18] がある。梅谷らは、ベースとマニピュレータの運動干渉を記述するために、運動量保存則に基づく運動方程式を導入し、宇宙ロボットの運動を特徴づける新しいヤコビ行列である一般化ヤコビ行列 (Generalized Jacobian Matrix:GJM) を提案した。さらに、その一般化ヤコビ行列を用いて宇宙ロボットの分解速度制御や分解加速度制御を行った。梅谷らの研究以外にも、この一般化ヤコビ行列を用いた宇宙ロボット制御手法として、センサフィードバック制御 [19] などがある。

この他にも、作業能力の向上のために複数のマニピュレータを搭載した宇宙ロボットを対象とした研究 [20, 21, 22, 23], 物理パラメータが未知である物体の捕捉などにより、宇宙ロボットの物理パラメータが変動あるいは未知である場合でも良好な制御性能を示す宇宙ロボットの適応制御に関する研究 [24, 25, 26, 27, 28] や、微小重力である宇宙空間を自由運動する物体の運動あるいはパラメータ推定に関する研究 [29, 30] などが行われてきた。

(2) 宇宙ロボットの作業特性解析

ロボットの作業特性解析は、ロボットの設計、機構評価や作業計画において必要となる。作業特性評価指標としては、作業領域 [31] や可操作度 [32] などがあるが、宇宙ロボットに対する作業領域や可操作度を解析する際には、マニピュレータ動作に伴う反作用によるベースの変動を考慮する必要がある。

宇宙ロボットの作業領域解析に対しては、Vafa らによって提案された「バーチャルマニピュレータ (Virtual Manipulator:VM)」が有効である [33]. VMとは、運動量が保存される系、すなわち、スラスタ・ジェットなど外力を発生するアクチュエータを使用しない宇宙ロボットに対して適用可能な概念であり、宇宙ロボットの運動量が保存される場合、その質量中心は慣性空間に固定される。VMとは、不動の宇宙ロボット質量中心をVMのベースとし、VMのハンドの位置は宇宙ロボットのハンドの位置と一致する仮想的なマニピュレータであり、そのリンクの長さは宇宙ロボットの各リンクの長さや質量により決定される。VMは、ベースが慣性空間に固定されているという特徴を持っているため、地上用マニピュレータの場合と同様に、VMのリンク長さのみで、宇宙ロボットの作業領域を計算することができる。なお、ベース制御を行うため運動量が保存されない系である自由飛行型宇宙ロボットの場合には、地上用マニピュレータに対する方法で解析可能である。

宇宙ロボットの可操作度解析に対しては、前述した一般化ヤコビ行列を使用すれば、地上用マニピュレータと同様に解析できる [34].

このように、宇宙ロボットの制御や作業特性解析に関しては様々な研究が行われているが、これらの研究はいずれも1台の宇宙ロボットによる作業を対象としている。複数台のロボットによる協同作業は、単体のロボットでは操作不可能な大きさ・形状の対象物を操作可能にしたり、作業能力向上のための1つのアプローチとして考えられ、地上用ロボットに対しては種々

の研究が行われている [35, 36, 37, 38].

複数台の地上用マニピュレータによる協同作業においては、マニピュレータのベースは地上、もしくは移動ロボット上に固定されているため、そのシステムは力学的には閉リンク連鎖機構となる。しかし、宇宙ロボットの場合はベースが空間に浮遊しているために、特別なシステム構成としない限り、開ループ連鎖機構となる。また、操作する対象物も浮遊状態であるために、地上用マニピュレータに対する研究結果をそのまま宇宙ロボットに対して適用することは不可能である。複数台の宇宙ロボットによる協同作業に関する研究として、唯一、推進用アクチュエータを備えた複数の移動体ロボットにより、巨大な宇宙構造物を操作する方法について、理論的考察および実験による理論の検証を行った木村らの研究 [39, 40] があるが、これは移動体ロボットによる操り作業に応じた接触点選択問題を扱った研究であり、マニピュレータを有する宇宙ロボットを想定した研究ではない。

1.3 本研究の概要および従来の研究との関係

宇宙ロボットの作業能力、例えば作業領域や可操作性などは、宇宙ロボットの慣性パラメータ（質量や慣性モーメントなど）に依存するため、質量が大きな物体を操作するには、それ相応の質量を有するロボットが必要である。一方、宇宙ロボットの慣性パラメータや幾何学的な大きさは、ロケットの打ち上げ能力によって制限される。したがって、巨大な宇宙ロボットを地上から輸送することは現実的でない。しかし、未来の宇宙開発においては、宇宙ステーションのような大型宇宙構造物の建設や、不具合衛星の回収など、質量が大きな物体を操作する作業が予想されている。このような状況を考慮すると、複数台の小型宇宙ロボットによる協同作業が必要になると考えられる。ロボットの部品を数回に分けて宇宙空間に打ち上げた後、大きなロボットを組み立てることも考えられるが、大きな物体を操作するとき以外は、それぞれのロボットが分散して、それぞれの作業を行えば効率的である。また、信頼性の向上という点においても、複数台の宇宙ロボットによる協同作業は重要である。

このように、将来の宇宙開発においては、複数台の宇宙ロボットによる協同作業が必要になると考えられる。しかし、これまでの宇宙ロボットの制御に関する研究では、1台の宇宙ロボットによる作業を対象としている。複数台の宇宙ロボットによる協同作業を実現する場合、協同作業のためのシステム構成とその有効性を示す必要がある。また、1台の宇宙ロボットによる作業の場合と比較すると、協同作業のためのシステムは大きく、複雑となるため、制御する場合には、制御アルゴリズムの計算量やロボット間通信に伴うむだ時間が問題となる。さらに、システムの拡張性や信頼性も重要である。

本研究は、このような点を考慮し、複数台の浮遊型宇宙ロボットによる協同作業により、物体を操作（マニピュレーション）するシステムの提案と、それらの作業特性解析および制御手法の開発・検証を行ったものである。

以下、本論文の構成と概要について述べる。

第2章では、マニピュレータを有する複数台の宇宙ロボットが協同作業を行うシステムを提案し、それらの運動学関係式を導出する [41, 42]。運動学関係式を導出するためには、システムの一般化座標を設定する必要があるが、ここでは、把持物体の位置、姿勢およびマニピュレータの関節角を一般化座標として選択する。このことにより、複数台の宇宙ロボットからなるシステムの運動学関係式が、1台の宇宙ロボットからなるシステムの場合と同様の形式で得られる。

第3章では、提案した宇宙ロボットシステムの作業特性を解析し、1台のロボットで作業を行う場合と比較することにより、複数台のロボットにより協同作業を行うことの有効性を検証

する [43, 44]. なお, 作業特性の評価指標としては, マニピュレータに対して一般的に行われる作業領域 (Workspace) と可操作度 (Manipulability Measure) を用いた.

第4章では, 新たな分解速度制御則を導くために, 提案した宇宙ロボットシステムの運動学関係式を分割する [45, 46, 47]. 分割法としては, 並進運動と回転運動を表す部分に分割する方法と, 運動量・角運動量保存則を各ロボットに関する部分に分割する方法を提案する. また, その分割された運動学関係式に基づき, 計算量が少ない作業分散型分解速度制御則 (Work Assignment Resolved Motion Rate Control Law) と, ロボット間通信が不要であり, システムの拡張性や信頼性の点で優位である独立型分解速度制御則 (Independent Resolved Motion Rate Control Law) を導く.

第5章では, 空気浮上式シミュレータを製作し, 宇宙ロボットシステムに対して提案した制御アルゴリズムの検証を行う. また, 宇宙ロボットが捕捉した物体の質量などが未知の場合でも, 良好な制御性能を示す適応制御系の設計と実験による検証を行う [48, 49, 50].

最後に第6章では, 本研究によって得られた結果をまとめる.

第2章 宇宙ロボットシステムの提案とその運動学関係式の導出

2.1 はじめに

宇宙開発において、船外活動は必要不可欠な作業であるが、宇宙空間は人間が生活している環境とは異なる極限環境であるために、宇宙飛行士による作業は危険かつ非効率的である。そこで、宇宙飛行士に代わって作業を行う宇宙ロボットに期待が寄せられ、多くの宇宙ロボットの制御に関する研究が行われてきた。

従来の宇宙ロボットに関する研究は、1台の宇宙ロボットによる作業を対象としているものばかりであるが、作業能力や信頼性を上げるためには、複数台の宇宙ロボットによる協同作業が必要になると考えられる。

本章では、マニピュレータを有する複数台の宇宙ロボットが、協同作業を行う場合のシステム構成を提案し、作業特性の解析や制御手法の開発において必要となる運動学関係式を導出する。なお、本論文では、宇宙ロボットによって物体を操作するシステムを宇宙ロボットシステムと呼ぶ。

2.2 宇宙ロボットシステムのモデル

従来の宇宙ロボットの制御に関する研究では、1台の宇宙ロボットによる作業が対象とされていた。本論文では、1台の宇宙ロボットによって物体を操作するシステムをシングルシステムと呼び、Fig.2-1にそのモデルを示す。

一方、複数台の宇宙ロボットにより物体を操作する2つのシステム、パラレルシステムとシリアルシステムを提案する。これら2つのシステムのモデルをそれぞれ、Fig.2-2とFig.2-3に示す。図示したように、パラレルシステムは複数台の宇宙ロボットが物体を把持し操作するシステムである。一方、シリアルシステムは複数台の宇宙ロボットが数珠繋ぎになり物体を操作するシステムである。

宇宙ロボットが把持している物体に設定されている注目点 (Point of Interest) の位置、および操作物体の姿勢を、与えられた指令どおりに操作することが、本論文における宇宙ロボットシステムの制御目的である。

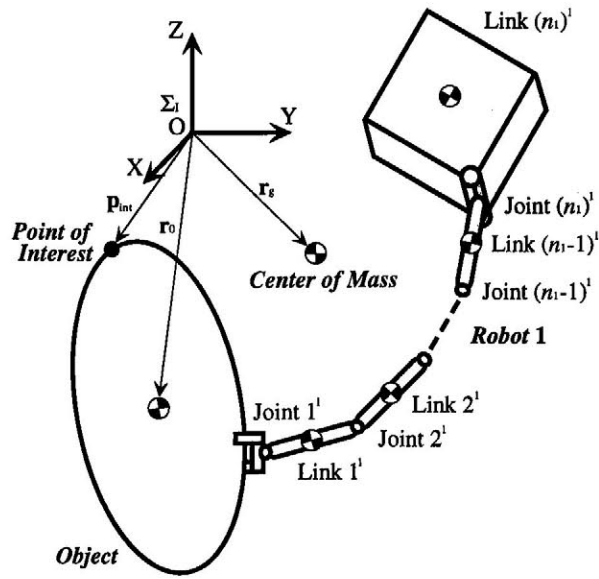


Fig.2-1: Single System Model

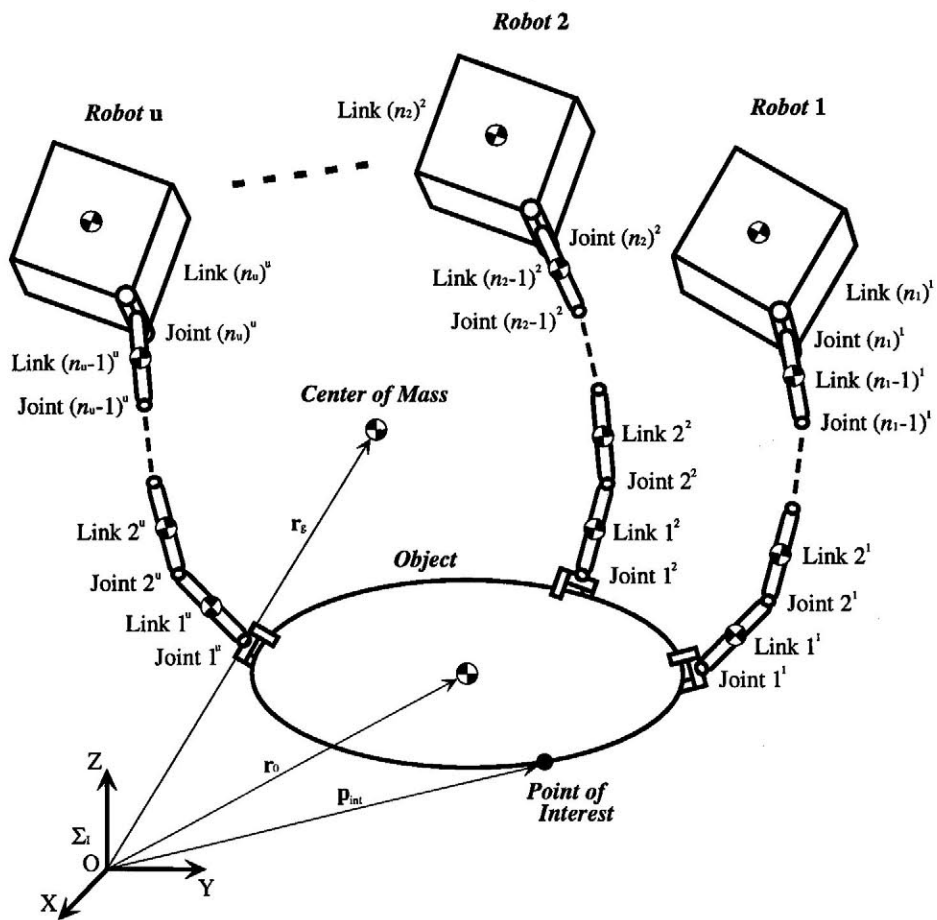


Fig.2-2: Parallel System Model

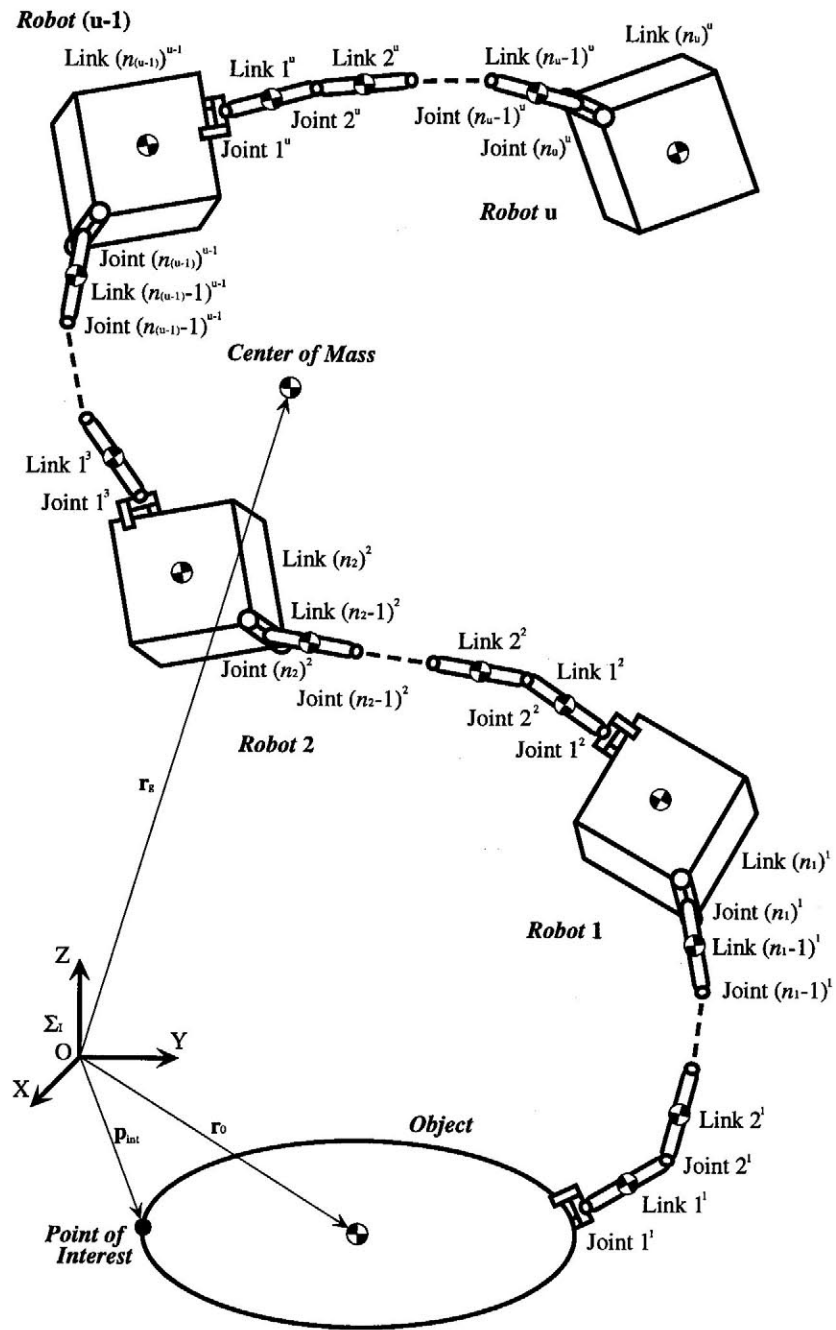


Fig.2-3: Serial System Model

ここで、本論文において使用する変数の定義を示す。変数の右肩にある数字は、それがどのロボットに関する変数であるかを示している。

[変数]

- \mathbf{p}_{int} : 注目点の位置ベクトル
- \mathbf{p}_i^k : 関節 i^k の位置ベクトル
- \mathbf{r}_i^k : リンク i^k の質量中心位置ベクトル
- \mathbf{r}_0 : 把持物体の質量中心位置ベクトル
- \mathbf{v}_0 : 把持物体の並進速度ベクトル ($\mathbf{v}_0 = \frac{d\mathbf{r}_0}{dt}$)
- $\boldsymbol{\omega}_0$: 把持物体の回転速度ベクトル
- \mathbf{r}_g : 宇宙ロボットシステムの質量中心位置ベクトル
- \mathbf{r}_{0i}^k : 把持物体の質量中心からリンク i^k の質量中心へ向かうベクトル
($\mathbf{r}_{0i}^k = \mathbf{r}_i^k - \mathbf{r}_0$)
- \mathbf{r}_{0g} : 把持物体の質量中心から宇宙ロボットシステムの質量中心へ向かうベクトル
($\mathbf{r}_{0g} = \mathbf{r}_g - \mathbf{r}_0$)
- m_i^k : リンク i^k の質量
- \mathbf{I}_i^k : リンク i^k の質量中心まわりの慣性テンソル
- m_0 : 把持物体の質量
- \mathbf{I}_0 : 把持物体の質量中心まわりの慣性テンソル
- w^k : ロボット k の総質量 ($w^k = \sum_{i=1}^{n_k} m_i^k$)
- w : 宇宙ロボットシステムの総質量 ($w = m_0 + w^1 + w^2 + \dots + w^u$)
- ϕ_i^k : 関節 i^k の相対関節角
- \mathbf{k}_i^k : 関節 i^k の関節軸に平行な単位ベクトル
- n_k : ロボット k の関節の数 ($n = n_1 + n_2 + \dots + n_u$)
- u : システムを構成する宇宙ロボットの数
- \mathbf{E} : 単位行列
- $\tilde{\mathbf{a}}$: ベクトル $\mathbf{a} = [a_x, a_y, a_z]^T$ に対して,

$$\tilde{\mathbf{a}} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -a_z & a_y \\ a_z & 0 & -a_x \\ -a_y & a_x & 0 \end{bmatrix}$$
 と定義した歪対称行列

2.3 シングルシステムの運動学関係式の導出

本節では、シングルシステムの運動学関係式の導出を行う。

吉田らによって、1台の宇宙ロボットに対する一般化ヤコビ行列の導出法が提案されている [17]. この方法では、宇宙ロボットの一般化座標として、宇宙ロボット本体の位置、姿勢およびマニピュレータの関節角が選択されているが、複数台の宇宙ロボットからなる宇宙ロボットシステムに適用する場合、一般化座標が冗長となるために、一般化座標の再定義が必要となる。

ここでは、このため、把持物体の位置、姿勢およびマニピュレータの関節角を、一般化座標として選択する。この結果、複数台の宇宙ロボットからなるシステムの運動学関係式が、1台の宇宙ロボットからなるシステムの場合と同様の形式で得られる。なお、ロボットが把持物体を持たない場合は、エンドエフェクタの位置、姿勢、およびマニピュレータの関節角が、一般化座標として選択される。

まず、作業変数ベクトルを以下のように定義する。

$$\boldsymbol{\nu} \triangleq \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{p}}_{int} \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^6, \quad \dot{\boldsymbol{p}}_{int} \in \mathfrak{R}^3, \quad \boldsymbol{\omega}_0 \in \mathfrak{R}^3 \quad (2.1)$$

このとき、次式が成り立つ。

$$\boldsymbol{\nu} = \boldsymbol{J}_0 \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_0 \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

ただし、

$$\boldsymbol{J}_0 \triangleq \begin{bmatrix} \boldsymbol{E}, & -(\tilde{\boldsymbol{p}}_{int} - \tilde{\boldsymbol{r}}_0) \\ \mathbf{0}, & \boldsymbol{E} \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{6 \times 6}$$

は、作業変数ベクトル $\boldsymbol{\nu}$ の $[\boldsymbol{v}_0^T, \boldsymbol{\omega}_0^T]^T$ に関するヤコビ行列である。

つぎに、シングルシステムの並進運動量および角運動量の総和をそれぞれ \boldsymbol{P} と \boldsymbol{L} とすると、

$$\boldsymbol{P} = m_0 \boldsymbol{v}_0 + \sum_{i=1}^{n_1} m_i^1 \dot{\boldsymbol{r}}_i^1 = \mathbf{0} \quad (2.3)$$

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{I}_0 \boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{r}_0 \times m_0 \boldsymbol{v}_0 + \sum_{i=1}^{n_1} (\boldsymbol{I}_i^1 \boldsymbol{\omega}_i^1 + \boldsymbol{r}_i^1 \times m_i^1 \dot{\boldsymbol{r}}_i^1) = \mathbf{0} \quad (2.4)$$

となる。ただし、ここでは、宇宙ロボットシステムに外力は作用しない、つまり、並進および角運動量保存則が成り立つものとした。また、簡単化のために初期運動量は零としたが、非零の場合にも（運動量が既知であれば）容易に拡張することができる。

ここで、

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{r}}_i^1 &= \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times (\boldsymbol{r}_i^1 - \boldsymbol{r}_0) + \boldsymbol{J}_{Ti}^1 \dot{\boldsymbol{\phi}} \\ \boldsymbol{\omega}_i^1 &= \boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{J}_{Ri}^1 \dot{\boldsymbol{\phi}} \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{J}_{Ti}^1 \triangleq [\boldsymbol{k}_1^1 \times (\boldsymbol{r}_i^1 - \boldsymbol{p}_1^1), \boldsymbol{k}_2^1 \times (\boldsymbol{r}_i^1 - \boldsymbol{p}_2^1), \dots, \boldsymbol{k}_i^1 \times (\boldsymbol{r}_i^1 - \boldsymbol{p}_i^1), \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}] \in \mathfrak{R}^{3 \times n_1}$$

$$\boldsymbol{J}_{Ri}^1 \triangleq [\boldsymbol{k}_1^1, \boldsymbol{k}_2^1, \dots, \boldsymbol{k}_i^1, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}] \in \mathfrak{R}^{3 \times n_1}$$

$$\dot{\phi} \triangleq [\dot{\phi}_1^1, \dot{\phi}_2^1, \dots, \dot{\phi}_{n_1}^1]^T \in \mathfrak{R}^{n_1}$$

であるので、式(2.3)と式(2.4)は、把持物体の並進速度ベクトル \mathbf{v}_0 、回転速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}_0$ とマニピュレータの関節角速度ベクトル $\dot{\phi}$ を用いて、次式で表現できる。

$$\mathbf{P} = w\mathbf{v}_0 - w\tilde{\mathbf{r}}_{0g}\boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{J}_{Tw}^1\dot{\phi} = \mathbf{0} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{L} = w\tilde{\mathbf{r}}_g\mathbf{v}_0 + \mathbf{I}_w\boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{I}_\phi^1\dot{\phi} = \mathbf{0} \quad (2.6)$$

ただし、

$$\mathbf{J}_{Tw}^1 \triangleq \sum_{i=1}^{n_1} m_i^1 \mathbf{J}_{Ti}^1$$

$$\mathbf{I}_w \triangleq \mathbf{I}_0 + \mathbf{I}_w^1, \quad \mathbf{I}_w^1 \triangleq \sum_{i=1}^{n_1} (\mathbf{I}_i^1 - m_i^1 \tilde{\mathbf{r}}_i^1 \tilde{\mathbf{r}}_{0i}^1)$$

$$\mathbf{I}_\phi^1 \triangleq \sum_{i=1}^{n_1} (\mathbf{I}_i^1 \mathbf{J}_{Ri}^1 + m_i^1 \tilde{\mathbf{r}}_i^1 \mathbf{J}_{Ti}^1)$$

である。

また、式(2.5)と式(2.6)をまとめてベクトル表現すると、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{L} \end{bmatrix} = \mathbf{H}_0 \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_\phi \dot{\phi} = \mathbf{0} \quad (2.7)$$

となる。ただし、

$$\mathbf{H}_0 \triangleq \begin{bmatrix} w\mathbf{E}, & -w\tilde{\mathbf{r}}_{0g} \\ w\tilde{\mathbf{r}}_g, & \mathbf{I}_w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_\phi \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{Tw}^1 \\ \mathbf{I}_\phi^1 \end{bmatrix}$$

である。ここで、式(2.7)を $[\mathbf{v}_0^T, \boldsymbol{\omega}_0^T]^T$ について解くと次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} = -\mathbf{H}_0^{-1} \mathbf{H}_\phi \dot{\phi} \quad (2.8)$$

式(2.8)を式(2.2)に代入すると、

$$\boldsymbol{\nu} = \mathbf{J}_{int}^* \dot{\phi} \quad (2.9)$$

となる。ここで、

$$\mathbf{J}_{int}^* \triangleq -\mathbf{J}_0 \mathbf{H}_0^{-1} \mathbf{H}_\phi \in \mathfrak{R}^{6 \times n_1}$$

は作業変数ベクトル $\boldsymbol{\nu}$ の関節変数ベクトル ϕ に関する一般化ヤコビ行列である。

以上において、 $[\mathbf{v}_0^T, \boldsymbol{\omega}_0^T]^T$ と $\dot{\phi}$ をシステムの一般化座標に選び、式(2.2)と式(2.7)を表現している点が、従来の1台の宇宙ロボットに対する一般化ヤコビ行列の導出法と異なる。また、 $[\mathbf{v}_0^T, \boldsymbol{\omega}_0^T]^T$ と $\dot{\phi}$ は、パラレルシステムとシリアルシステムに対しても一般化座標として選択することができ、そうすることによって、各システムに対する運動学関係式を同形式で得ることができる。

2.4 パラレルシステムの運動学関係式の導出

本節では、パラレルシステムの運動学関係式を導出する。

パラレルシステムの並進運動量および角運動量の総和をそれぞれ \mathbf{P} と \mathbf{L} とすると、

$$\mathbf{P} = m_0 \mathbf{v}_0 + \sum_{k=1}^u \sum_{i=1}^{n_k} m_i^k \dot{\mathbf{r}}_i^k = \mathbf{0} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{I}_0 \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{r}_0 \times m_0 \mathbf{v}_0 + \sum_{k=1}^u \sum_{i=1}^{n_k} (\mathbf{I}_i^k \boldsymbol{\omega}_i^k + \mathbf{r}_i^k \times m_i^k \dot{\mathbf{r}}_i^k) = \mathbf{0} \quad (2.11)$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_i^k &= \mathbf{v}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{r}_0) + \mathbf{J}_{Ti}^k \dot{\boldsymbol{\phi}}^k \\ \boldsymbol{\omega}_i^k &= \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{J}_{Ri}^k \dot{\boldsymbol{\phi}}^k \end{aligned}$$

$$\mathbf{J}_{Ti}^k \triangleq [\mathbf{k}_1^k \times (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{p}_1^k), \mathbf{k}_2^k \times (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{p}_2^k), \dots, \mathbf{k}_i^k \times (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{p}_i^k), \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}] \in \mathfrak{R}^{3 \times n_k}$$

$$\mathbf{J}_{Ri}^k \triangleq [\mathbf{k}_1^k, \mathbf{k}_2^k, \dots, \mathbf{k}_i^k, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}] \in \mathfrak{R}^{3 \times n_k}$$

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}^k \triangleq [\dot{\phi}_1^k, \dot{\phi}_2^k, \dots, \dot{\phi}_{n_k}^k]^T \in \mathfrak{R}^{n_k}$$

であるので、式(2.10)と式(2.11)は、把持物体の並進速度ベクトル \mathbf{v}_0 、回転速度ベクトル $\boldsymbol{\omega}_0$ とマニピュレータの関節角速度ベクトル $\dot{\boldsymbol{\phi}}^k$ を用いて、次式で表現できる。

$$\mathbf{P} = w \mathbf{v}_0 - w \tilde{\mathbf{r}}_{0g} \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{J}_{Tw}^1 \dot{\boldsymbol{\phi}}^1 + \mathbf{J}_{Tw}^2 \dot{\boldsymbol{\phi}}^2 + \dots + \mathbf{J}_{Tw}^u \dot{\boldsymbol{\phi}}^u \quad (2.12)$$

$$\mathbf{L} = w \tilde{\mathbf{r}}_g \mathbf{v}_0 + \mathbf{I}_\omega \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{I}_\phi^1 \dot{\boldsymbol{\phi}}^1 + \mathbf{I}_\phi^2 \dot{\boldsymbol{\phi}}^2 + \dots + \mathbf{I}_\phi^u \dot{\boldsymbol{\phi}}^u \quad (2.13)$$

ただし、

$$\mathbf{J}_{Tw}^k \triangleq \sum_{i=1}^{n_k} m_i^k \mathbf{J}_{Ti}^k$$

$$\mathbf{I}_\omega \triangleq \mathbf{I}_0 + \sum_{k=1}^u \mathbf{I}_\omega^k, \quad \mathbf{I}_\omega^k \triangleq \sum_{i=1}^{n_k} (\mathbf{I}_i^k - m_i^k \tilde{\mathbf{r}}_i^k \tilde{\mathbf{r}}_{0i}^k)$$

$$\mathbf{I}_\phi^k \triangleq \sum_{i=1}^{n_k} (\mathbf{I}_i^k \mathbf{J}_{Ri}^k + m_i^k \tilde{\mathbf{r}}_i^k \mathbf{J}_{Ti}^k)$$

である。

また、式(2.12)と式(2.13)をまとめてベクトル表現すると、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{L} \end{bmatrix} = \mathbf{H}_0 \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_\phi \dot{\boldsymbol{\phi}} = \mathbf{0} \quad (2.14)$$

となる。ただし、

$$\mathbf{H}_0 \triangleq \begin{bmatrix} w \mathbf{E}, & -w \tilde{\mathbf{r}}_{0g} \\ w \tilde{\mathbf{r}}_g, & \mathbf{I}_\omega \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_\phi \triangleq [\mathbf{H}_\phi^1, \mathbf{H}_\phi^2, \dots, \mathbf{H}_\phi^u], \quad \mathbf{H}_\phi^k \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{Tw}^k \\ \mathbf{I}_\phi^k \end{bmatrix}$$

$$\dot{\phi} \triangleq \begin{bmatrix} \dot{\phi}^1 \\ \dot{\phi}^2 \\ \vdots \\ \dot{\phi}^u \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^n$$

である。ここで、式(2.14)を $[\mathbf{v}_0^T, \boldsymbol{\omega}_0^T]^T$ について解き、式(2.2)に代入すると、パラレルシステムの運動学関係式

$$\boldsymbol{\nu} = \mathbf{J}_{int}^* \dot{\phi} \quad (2.15)$$

が得られる。ただし、

$$\mathbf{J}_{int}^* \triangleq -\mathbf{J}_0 \mathbf{H}_0^{-1} \mathbf{H}_\phi \in \mathfrak{R}^{6 \times n}$$

であり、 \mathbf{J}_{int}^* は作業変数ベクトル $\boldsymbol{\nu}$ の関節変数ベクトル ϕ に関する一般化ヤコビ行列である。

このように、パラレルシステムの運動学関係式は、シングルシステムの場合と同形式で表すことができる。ただし、シングルシステムとパラレルシステムの一般化ヤコビ行列の要素は異なる。

また、一般化ヤコビ行列の構成要素である行列 \mathbf{H}_ϕ が、各ロボットに関する部分にブロック化されているが、これはパラレルシステムの特長であり、第4章ではこの性質を用いた運動学関係式の分割法を提案する。

2.5 シリアルシステムの運動学関係式の導出

本節では、シリアルシステムの運動学関係式を導出する。

シリアルシステムの場合、並進運動量 \mathbf{P} および角運動量 \mathbf{L} はそれぞれ、

$$\mathbf{P} = m_0 \mathbf{v}_0 + \sum_{k=1}^u \sum_{i=1}^{n_k} m_i^k \dot{\mathbf{r}}_i^k = \mathbf{0} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{I}_0 \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{r}_0 \times m_0 \mathbf{v}_0 + \sum_{k=1}^u \sum_{i=1}^{n_k} (\mathbf{I}_i^k \boldsymbol{\omega}_i^k + \mathbf{r}_i^k \times m_i^k \dot{\mathbf{r}}_i^k) = \mathbf{0} \quad (2.17)$$

となる。ここで、

$$\dot{\mathbf{r}}_i^k = \mathbf{v}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{r}_0) + \sum_{l=1}^{k-1} \mathbf{J}_{Ti}^{k,l} \dot{\phi}^l + \mathbf{J}_{Ti}^k \dot{\phi}^k$$

$$\boldsymbol{\omega}_i^k = \boldsymbol{\omega}_0 + \sum_{l=1}^{k-1} \mathbf{J}_{Ri}^{k,l} \dot{\phi}^l + \mathbf{J}_{Ri}^k \dot{\phi}^k$$

$$\mathbf{J}_{Ti}^k \triangleq [\mathbf{k}_1^k \times (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{p}_1^k), \mathbf{k}_2^k \times (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{p}_2^k), \dots, \mathbf{k}_i^k \times (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{p}_i^k), \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}] \in \mathfrak{R}^{3 \times n_k}$$

$$\mathbf{J}_{Ti}^{k,l} \triangleq [\mathbf{k}_1^l \times (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{p}_1^l), \mathbf{k}_2^l \times (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{p}_2^l), \dots, \mathbf{k}_{n_l}^l \times (\mathbf{r}_i^k - \mathbf{p}_{n_l}^l)] \in \mathfrak{R}^{3 \times n_l}$$

$$\mathbf{J}_{Ri}^k \triangleq [\mathbf{k}_1^k, \mathbf{k}_2^k, \dots, \mathbf{k}_i^k, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}] \in \mathfrak{R}^{3 \times n_k}$$

$$\mathbf{J}_{Ri}^{k,l} \triangleq [\mathbf{k}_1^l, \mathbf{k}_2^l, \dots, \mathbf{k}_{n_l}^l] \in \mathfrak{R}^{3 \times n_l}$$

であるので、式(2.16)と式(2.17)は次式で表現できる。

$$\begin{aligned}
\mathbf{P} &= w\mathbf{v}_0 - w\tilde{\mathbf{r}}_{0g}\boldsymbol{\omega}_0 \\
&\quad + \mathbf{J}_{T_w}^1 \dot{\boldsymbol{\phi}}^1 + \mathbf{J}_{T_w}^{2,1} \dot{\boldsymbol{\phi}}^1 + \mathbf{J}_{T_w}^{3,1} \dot{\boldsymbol{\phi}}^1 + \cdots + \mathbf{J}_{T_w}^{u,1} \dot{\boldsymbol{\phi}}^1 \\
&\quad + \mathbf{J}_{T_w}^2 \dot{\boldsymbol{\phi}}^2 + \mathbf{J}_{T_w}^{3,2} \dot{\boldsymbol{\phi}}^2 + \cdots + \mathbf{J}_{T_w}^{u,2} \dot{\boldsymbol{\phi}}^2 \\
&\quad + \cdots \\
&\quad + \mathbf{J}_{T_w}^{u-1} \dot{\boldsymbol{\phi}}^{u-1} + \mathbf{J}_{T_w}^{u,u-1} \dot{\boldsymbol{\phi}}^{u-1} \\
&\quad + \mathbf{J}_{T_w}^u \dot{\boldsymbol{\phi}}^u
\end{aligned} \tag{2.18}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{L} &= w\tilde{\mathbf{r}}_g\mathbf{v}_0 + \mathbf{I}_\omega\boldsymbol{\omega}_0 \\
&\quad + \mathbf{I}_\phi^1 \dot{\boldsymbol{\phi}}^1 + \mathbf{I}_\phi^{2,1} \dot{\boldsymbol{\phi}}^1 + \mathbf{I}_\phi^{3,1} \dot{\boldsymbol{\phi}}^1 + \cdots + \mathbf{I}_\phi^{u,1} \dot{\boldsymbol{\phi}}^1 \\
&\quad + \mathbf{I}_\phi^2 \dot{\boldsymbol{\phi}}^2 + \mathbf{I}_\phi^{3,2} \dot{\boldsymbol{\phi}}^2 + \cdots + \mathbf{I}_\phi^{u,2} \dot{\boldsymbol{\phi}}^2 \\
&\quad + \cdots \\
&\quad + \mathbf{I}_\phi^{u-1} \dot{\boldsymbol{\phi}}^{u-1} + \mathbf{I}_\phi^{u,u-1} \dot{\boldsymbol{\phi}}^{u-1} \\
&\quad + \mathbf{I}_\phi^u \dot{\boldsymbol{\phi}}^u
\end{aligned} \tag{2.19}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
\mathbf{J}_{T_w}^k &\triangleq \sum_{i=1}^{n_k} m_i^k \mathbf{J}_{T_i}^k, & \mathbf{J}_{T_w}^{k,l} &\triangleq \sum_{i=1}^{n_k} m_i^k \mathbf{J}_{T_i}^{k,l} \\
\mathbf{I}_\omega &\triangleq \mathbf{I}_0 + \sum_{k=1}^u \mathbf{I}_\omega^k, & \mathbf{I}_\omega^k &\triangleq \sum_{i=1}^{n_k} (\mathbf{I}_i^k - m_i^k \tilde{\mathbf{r}}_i^k \tilde{\mathbf{r}}_{0i}^k) \\
\mathbf{I}_\phi^k &\triangleq \sum_{i=1}^{n_k} (\mathbf{I}_i^k \mathbf{J}_{R_i}^k + m_i^k \tilde{\mathbf{r}}_i^k \mathbf{J}_{T_i}^k), & \mathbf{I}_\phi^{k,l} &\triangleq \sum_{i=1}^{n_k} (\mathbf{I}_i^k \mathbf{J}_{R_i}^{k,l} + m_i^k \tilde{\mathbf{r}}_i^k \mathbf{J}_{T_i}^{k,l})
\end{aligned}$$

である。また、式(2.18)と式(2.19)をまとめてベクトル表現すると、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{L} \end{bmatrix} = \mathbf{H}_0 \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_\phi \dot{\boldsymbol{\phi}} = \mathbf{0} \tag{2.20}$$

となる。ただし、

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_0 &\triangleq \begin{bmatrix} w\mathbf{E}, & -w\tilde{\mathbf{r}}_{0g} \\ w\tilde{\mathbf{r}}_g, & \mathbf{I}_\omega \end{bmatrix} \\
\mathbf{H}_\phi &\triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{H}_\phi^1 + \sum_{k=2}^u \mathbf{H}_\phi^{k,1}, & \mathbf{H}_\phi^2 + \sum_{k=3}^u \mathbf{H}_\phi^{k,2}, & \cdots, & \mathbf{H}_\phi^{u-1} + \mathbf{H}_\phi^{u,u-1}, & \mathbf{H}_\phi^u \end{bmatrix} \\
\mathbf{H}_\phi^k &\triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{T_w}^k \\ \mathbf{I}_\phi^k \end{bmatrix}, & \mathbf{H}_\phi^{k,l} &\triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{T_w}^{k,l} \\ \mathbf{I}_\phi^{k,l} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

である。ここで、式(2.20)を $[\mathbf{v}_0^T, \boldsymbol{\omega}_0^T]^T$ について解き、式(2.2)に代入すると、シリアルシステムの運動学関係式

$$\boldsymbol{\nu} = \mathbf{J}_{int}^* \dot{\boldsymbol{\phi}} \tag{2.21}$$

が得られる。ただし、

$$\mathbf{J}_{int}^* \triangleq -\mathbf{J}_0 \mathbf{H}_0^{-1} \mathbf{H}_\phi \in \mathbb{R}^{6 \times n}$$

であり、 \mathbf{J}_{int}^* は作業変数ベクトル \mathbf{v} の関節変数ベクトル ϕ に関する一般化ヤコビ行列である。

このように、シリアルシステムの運動学関係式は、シングルシステムやパラレルシステムの場合と同形式で表すことができる。ただし、シングルシステムとシリアルシステムの一般化ヤコビ行列の要素は異なる。

なお、パラレルシステムのように、一般化ヤコビ行列の構成要素である行列 \mathbf{H}_ϕ を、各ロボットに関する部分にブロック化することはできない。

2.6 おわりに

本章では、マニピュレータを有する複数台の宇宙ロボットが協同作業を行う場合のシステム構成を提案し、それら宇宙ロボットシステムの作業特性解析や制御手法の開発において必要となる運動学関係式を導出した。運動学関係式を導出するためには、宇宙ロボットシステムの一般化座標を設定する必要があるが、ここでは、把持物体の位置、姿勢およびマニピュレータの関節角をシステムの一般化座標として選択した。その結果、複数台の宇宙ロボットからなるシステムの運動学関係式が、1台の宇宙ロボットからなるシステムの場合と同形式で得られることを明らかにした。

第3章 作業特性の解析

3.1 はじめに

第2章では、複数台の宇宙ロボットによる協同作業の必要性を述べ、協同作業を行う場合のシステム構成として、パラレルシステムとシリアルシステムを提案した。ここでは、作業能力の観点から、それらシステムの特性解析を行う。

解析では、作業領域 (Workspace)[31] と可操作度 (Manipulability Measure)[32] を作業能力評価指標とする。さらに、シングルシステムと比較することにより、複数台のロボットにより協同作業を行うことの有効性を検証する。なお、作業領域はマニピュレータがハンドやエンドエフェクタを到達させることが可能な領域であり、可操作度はハンドの動かし易さを表す評価指標である。

3.2 作業領域の解析

地上で使用されるマニピュレータはベースが固定されているため、その作業領域をリンクの長さなど幾何学的パラメータにより求めることができる。一方、宇宙ロボットは宇宙空間に浮遊しており、マニピュレータ動作に伴う反作用によりベースが動いてしまう。したがって、作業領域を求める際に、ベースの変動を考慮する必要がある、地上用マニピュレータと比較すると複雑な計算を必要とする。

Vafaらは、宇宙ロボットに対して、バーチャルマニピュレータ (Virtual Manipulator:VM) の概念を提案し、バーチャルマニピュレータを用いると、宇宙ロボットの運動解析が容易に行えることを示した [33]。また、応用例として、バーチャルマニピュレータを用いて宇宙ロボットの作業領域を解析した結果を示した。

ここでは、まず、提案したシステムのバーチャルマニピュレータを導出する。つぎに、このバーチャルマニピュレータに基づき、システムの作業領域の解析と、比較・検討を行う。

3.2.1 バーチャルマニピュレータ

ここでは、Vafaらによって提案されたバーチャルマニピュレータについて、簡単に説明する。

Fig.3-1に、多リンクシングルシステムに対するバーチャルマニピュレータの概念図を示す。バーチャルマニピュレータは、質量を持たない仮想的なリンクからなるマニピュレータであり、ベースはバーチャルグラウンド (Virtual Ground:VG) と呼ばれる点に固定されている。通常、バーチャルグラウンドは宇宙ロボットの質量中心に設定される。したがって、宇宙ロボットに外力が作用しない場合にはその質量中心は不動のため、バーチャルマニピュレータは地上で用いられるマニピュレータと同様に、ベースが固定されていると考え、解析することができる。

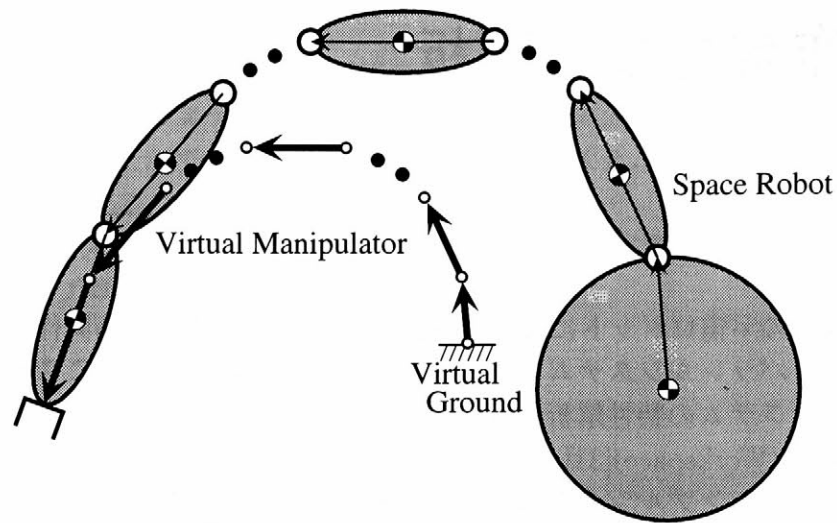


Fig.3-1: Concept of Virtual Manipulator

バーチャルマニピュレータには、そのほかに以下のような特徴がある。

1. バーチャルマニピュレータのリンクの長さは、宇宙ロボットの質量特性によって決まり、マニピュレータが動いてもその長さは一定である。
2. バーチャルグランドとバーチャルマニピュレータをつなぐ関節は球形関節であり、その回転は、慣性座標系に対するベースの回転に等しい。
3. バーチャルマニピュレータの*i*番目の関節軸は、ロボットの*i*番目の関節軸と平行である。
4. バーチャルマニピュレータの*i*番目の関節の回転量は、ロボットの*i*番目の関節の回転量に等しい。

バーチャルマニピュレータは以上のような特徴を持っているため、これを用いると、地上で使用されるマニピュレータに対する解析法を、宇宙ロボットに対して容易に拡張できる。すなわち、宇宙ロボットの作業領域を求める場合には、マニピュレータ動作に伴う反作用のベースへの影響を考慮する必要があるが、バーチャルマニピュレータを用いることにより、反作用によるベースの変動を陽に考慮せずに作業領域を求めることができる。

以下では、バーチャルマニピュレータの概念を、シングルシステム、パラレルシステムとシリアルシステムに対して適用し、これらシステムの作業領域の解析を行う。

3.2.2 宇宙ロボットシステムのバーチャルマニピュレータ

まず、シングルシステムのバーチャルマニピュレータを求める。

Fig.2-1 のシングルシステムの質量中心は、

$$\begin{aligned}
 w\mathbf{r}_g &= m_0\mathbf{r}_0 + m_1^1\mathbf{r}_1^1 + m_2^1\mathbf{r}_2^1 + \cdots + m_{n_1}^1\mathbf{r}_{n_1}^1 \\
 &= m_0\mathbf{r}_0 + m_1^1(\mathbf{r}_0 + \mathbf{b}_0^1 + \mathbf{a}_1^1) + m_2^1(\mathbf{r}_0 + \mathbf{b}_0^1 + \mathbf{a}_1^1 + \mathbf{b}_1^1 + \mathbf{a}_2^1) + \cdots \\
 &\quad + m_{n_1}^1(\mathbf{r}_0 + \mathbf{b}_0^1 + \mathbf{a}_1^1 + \mathbf{b}_1^1 + \mathbf{a}_2^1 + \cdots + \mathbf{b}_{n_1-1}^1 + \mathbf{a}_{n_1}^1) \\
 &= w\mathbf{r}_0 + w^1\mathbf{b}_0^1 + w^1\mathbf{a}_1^1 + (m_2^1 + m_3^1 + \cdots + m_{n_1}^1)\mathbf{b}_1^1 \\
 &\quad + (m_2^1 + m_3^1 + \cdots + m_{n_1}^1)\mathbf{a}_2^1 + \cdots \\
 &\quad + m_{n_1}^1\mathbf{b}_{n_1-1}^1 + m_{n_1}^1\mathbf{a}_{n_1}^1
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

となる。ここで、

- \mathbf{a}_i^k : 関節 i^k からリンク i^k の質量中心へのベクトル
- \mathbf{b}_i^k : リンク i^k の質量中心から関節 $(i+1)^k$ へのベクトル
- \mathbf{b}_0^k : 操作物体の質量中心から関節 1^k へのベクトル
- \mathbf{b}_0^0 : 操作物体の質量中心から注目点へのベクトル

である。

式(3.1)を \mathbf{r}_0 について解くと、

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}_0 &= \mathbf{r}_g - \frac{w^1}{w}\mathbf{b}_0^1 - \frac{w^1}{w}\mathbf{a}_1^1 - \frac{m_2^1 + m_3^1 + \cdots + m_{n_1}^1}{w}\mathbf{b}_1^1 - \frac{m_2^1 + m_3^1 + \cdots + m_{n_1}^1}{w}\mathbf{a}_2^1 \\
 &\quad - \cdots - \frac{m_{n_1}^1}{w}\mathbf{b}_{n_1-1}^1 - \frac{m_{n_1}^1}{w}\mathbf{a}_{n_1}^1
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

が得られる。

注目点の位置ベクトル \mathbf{p}_{int} は、

$$\mathbf{p}_{int} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{b}_0^0 \tag{3.3}$$

であるので、式(3.3)に式(3.2)を代入すると次式が得られる。

$$\mathbf{p}_{int} - \mathbf{r}_g = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1^1 + \mathbf{V}_2^1 + \cdots + \mathbf{V}_{n_1-1}^1 + \mathbf{V}_{n_1}^1 \tag{3.4}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_0 &= \mathbf{b}_0^0 - \frac{w^1}{w}\mathbf{b}_0^1 \\
 \mathbf{V}_1^1 &= -\frac{w^1}{w}\mathbf{a}_1^1 - \frac{m_2^1 + m_3^1 + \cdots + m_{n_1}^1}{w}\mathbf{b}_1^1 \\
 \mathbf{V}_2^1 &= -\frac{m_2^1 + m_3^1 + \cdots + m_{n_1}^1}{w}\mathbf{a}_2^1 - \frac{m_3^1 + m_4^1 + \cdots + m_{n_1}^1}{w}\mathbf{b}_2^1 \\
 &\quad \vdots \\
 \mathbf{V}_{n_1-1}^1 &= -\frac{m_{n_1-1}^1 + m_{n_1}^1}{w}\mathbf{a}_{n_1-1}^1 - \frac{m_{n_1}^1}{w}\mathbf{b}_{n_1-1}^1 \\
 \mathbf{V}_{n_1}^1 &= -\frac{m_{n_1}^1}{w}\mathbf{a}_{n_1}^1
 \end{aligned}$$

である。

式(3.4)は、バーチャルグランドに対する注目点の位置を示しており、バーチャルマニピュレータを表すベクトル式となっている。 V_0 と V_i^1 はそれぞれ、操作物体とリンク*i*に対するバーチャルマニピュレータリンクベクトルである。

ここで、

$$\begin{aligned}\mu^1 &= \frac{m_{n_1}^1}{m_0} : \text{ベースと操作物体の質量比} \\ \alpha_j^1 &= \frac{m_j^1}{m_{n_1}^1} : \text{マニピュレータを構成するリンクとベースの質量比} \\ &\quad (j = 1, 2, \dots, n_1 - 1)\end{aligned}$$

とおくと、リンクベクトルは次式で表される。

$$\begin{aligned}V_0 &= g_0^0(\mu^1, \alpha_j^1) \mathbf{b}_0^0 + g_0^1(\mu^1, \alpha_j^1) \mathbf{b}_0^1 \\ V_i^1 &= f_i^1(\mu^1, \alpha_j^1) \mathbf{a}_i^1 + g_i^1(\mu^1, \alpha_j^1) \mathbf{b}_i^1 \quad (i = 1, 2, \dots, n_1)\end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned}g_0^0(\mu^1, \alpha_j^1) &= 1.0 \\ g_0^1(\mu^1, \alpha_j^1) &= -\frac{(1 + \alpha_1^1 + \alpha_2^1 + \dots + \alpha_{n_1-1}^1)\mu^1}{1 + (1 + \alpha_1^1 + \alpha_2^1 + \dots + \alpha_{n_1-1}^1)\mu^1} \\ f_1^1(\mu^1, \alpha_j^1) &= -\frac{(1 + \alpha_1^1 + \alpha_2^1 + \dots + \alpha_{n_1-1}^1)\mu^1}{1 + (1 + \alpha_1^1 + \alpha_2^1 + \dots + \alpha_{n_1-1}^1)\mu^1} \\ g_1^1(\mu^1, \alpha_j^1) &= -\frac{(1 + \alpha_2^1 + \alpha_3^1 + \dots + \alpha_{n_1-1}^1)\mu^1}{1 + (1 + \alpha_1^1 + \alpha_2^1 + \dots + \alpha_{n_1-1}^1)\mu^1} \\ f_2^1(\mu^1, \alpha_j^1) &= -\frac{(1 + \alpha_2^1 + \alpha_3^1 + \dots + \alpha_{n_1-1}^1)\mu^1}{1 + (1 + \alpha_1^1 + \alpha_2^1 + \dots + \alpha_{n_1-1}^1)\mu^1} \\ g_2^1(\mu^1, \alpha_j^1) &= -\frac{(1 + \alpha_3^1 + \alpha_4^1 + \dots + \alpha_{n_1-1}^1)\mu^1}{1 + (1 + \alpha_1^1 + \alpha_2^1 + \dots + \alpha_{n_1-1}^1)\mu^1} \\ &\vdots \\ f_{n_1-1}^1(\mu^1, \alpha_j^1) &= -\frac{(1 + \alpha_{n_1-1}^1)\mu^1}{1 + (1 + \alpha_1^1 + \alpha_2^1 + \dots + \alpha_{n_1-1}^1)\mu^1} \\ g_{n_1-1}^1(\mu^1, \alpha_j^1) &= -\frac{\mu^1}{1 + (1 + \alpha_1^1 + \alpha_2^1 + \dots + \alpha_{n_1-1}^1)\mu^1} \\ f_{n_1}^1(\mu^1, \alpha_j^1) &= -\frac{\mu^1}{1 + (1 + \alpha_1^1 + \alpha_2^1 + \dots + \alpha_{n_1-1}^1)\mu^1} \\ g_{n_1}^1(\mu^1, \alpha_j^1) &= 0.0\end{aligned}$$

である。

上式より、リンクベクトル V_0 および V_i^1 は、実際の宇宙ロボットシステムを表すベクトル \mathbf{a}_i^1 と \mathbf{b}_i^1 の線形結合となり、その係数は、 μ^1 と α_j^1 によって決まることがわかる。

シングルシステムのバーチャルマニピュレータを求めた手順と同様にして、Fig.2-2に示されるパラレルシステムおよび Fig.2-3に示されるシリアルシステムのバーチャルマニピュレータを求めることができる。その結果をそれぞれ式(3.5)と式(3.6)に示す。

パラレルシステム

$$\begin{aligned}
 \mathbf{p}_{int} - \mathbf{r}_g &= \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1^1 + \mathbf{V}_2^1 + \cdots + \mathbf{V}_{n_1-1}^1 + \mathbf{V}_{n_1}^1 \\
 &+ \mathbf{V}_1^2 + \mathbf{V}_2^2 + \cdots + \mathbf{V}_{n_2-1}^2 + \mathbf{V}_{n_2}^2 \\
 &+ \cdots \\
 &+ \mathbf{V}_1^u + \mathbf{V}_2^u + \cdots + \mathbf{V}_{n_u-1}^u + \mathbf{V}_{n_u}^u
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_0 &= g_0^0(\mu^l, \alpha_j^l) \mathbf{b}_0^0 + g_0^1(\mu^l, \alpha_j^l) \mathbf{b}_0^1 + g_0^2(\mu^l, \alpha_j^l) \mathbf{b}_0^2 + \cdots + g_0^u(\mu^l, \alpha_j^l) \mathbf{b}_0^u \\
 \mathbf{V}_i^k &= f_i^k(\mu^l, \alpha_j^l) \mathbf{a}_i^k + g_i^k(\mu^l, \alpha_j^l) \mathbf{b}_i^k \quad (i = 1, 2, \dots, n_k; k = 1, 2, \dots, u)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g_0^0(\mu^l, \alpha_j^l) &= 1.0 \\
 g_0^k(\mu^l, \alpha_j^l) &= \frac{(1 + \alpha_1^k + \alpha_2^k + \cdots + \alpha_{n_k-1}^k) \mu^k}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l) \mu^l} \\
 f_1^k(\mu^l, \alpha_j^l) &= -\frac{(1 + \alpha_1^k + \alpha_2^k + \cdots + \alpha_{n_k-1}^k) \mu^k}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l) \mu^l} \\
 g_1^k(\mu^l, \alpha_j^l) &= -\frac{(1 + \alpha_2^k + \alpha_3^k + \cdots + \alpha_{n_k-1}^k) \mu^k}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l) \mu^l} \\
 f_2^k(\mu^l, \alpha_j^l) &= -\frac{(1 + \alpha_2^k + \alpha_3^k + \cdots + \alpha_{n_k-1}^k) \mu^k}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l) \mu^l} \\
 g_2^k(\mu^l, \alpha_j^l) &= -\frac{(1 + \alpha_3^k + \alpha_4^k + \cdots + \alpha_{n_k-1}^k) \mu^k}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l) \mu^l} \\
 &\vdots \\
 f_{n_k-1}^k(\mu^l, \alpha_j^l) &= -\frac{(1 + \alpha_{n_k-1}^k) \mu^k}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l) \mu^l} \\
 g_{n_k-1}^k(\mu^l, \alpha_j^l) &= -\frac{\mu^k}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l) \mu^l}
 \end{aligned}$$

$$f_{n_k}^k(\mu^l, \alpha_j^l) = -\frac{\mu^k}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l) \mu^l}$$

$$g_{n_k}^k(\mu^l, \alpha_j^l) = 0.0$$

$$\mu^l = \frac{m_{n_l}^l}{m_0}, \quad \alpha_j^l = \frac{m_j^l}{m_{n_l}^l} \quad (j = 1, 2, \dots, n_l - 1; l = 1, 2, \dots, u)$$

である。

シリアルシステム

$$\begin{aligned} p_{int} - r_g &= V_0 + V_1^1 + V_2^1 + \cdots + V_{n_1-1}^1 + V_{n_1}^1 \\ &+ V_1^2 + V_2^2 + \cdots + V_{n_2-1}^2 + V_{n_2}^2 \\ &+ \cdots \\ &+ V_1^u + V_2^u + \cdots + V_{n_u-1}^u + V_{n_u}^u \end{aligned} \quad (3.6)$$

ここで、

$$\begin{aligned} V_0 &= g_0^0(\mu^l, \alpha_j^l) \mathbf{b}_0^0 + g_0^1(\mu^l, \alpha_j^l) \mathbf{b}_0^1 \\ V_i^k &= f_i^k(\mu^l, \alpha_j^l) \mathbf{a}_i^k + g_i^k(\mu^l, \alpha_j^l) \mathbf{b}_i^k \quad (i = 1, 2, \dots, n_k; k = 1, 2, \dots, u) \end{aligned}$$

$$g_0^0(\mu^l, \alpha_j^l) = 1.0$$

$$g_0^1(\mu^l, \alpha_j^l) = -\frac{\sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l) \mu^l}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l) \mu^l}$$

$$f_1^k(\mu^l, \alpha_j^l) = -\frac{(1 + \alpha_1^k + \alpha_2^k + \cdots + \alpha_{n_k-1}^k) \mu^k + \sum_{l=k+1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l) \mu^l}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l) \mu^l}$$

$$g_1^k(\mu^l, \alpha_j^l) = -\frac{(1 + \alpha_2^k + \alpha_3^k + \cdots + \alpha_{n_k-1}^k) \mu^k + \sum_{l=k+1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l) \mu^l}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l) \mu^l}$$

$$\begin{aligned}
f_2^k(\mu^l, \alpha_j^l) &= \frac{(1 + \alpha_2^k + \alpha_3^k + \cdots + \alpha_{n_k-1}^k)\mu^k + \sum_{l=k+1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l)\mu^l}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l)\mu^l} \\
g_2^k(\mu^l, \alpha_j^l) &= \frac{(1 + \alpha_3^k + \alpha_4^k + \cdots + \alpha_{n_k-1}^k)\mu^k + \sum_{l=k+1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l)\mu^l}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l)\mu^l} \\
&\vdots \\
f_{n_k-1}^k(\mu^l, \alpha_j^l) &= \frac{(1 + \alpha_{n_k-1}^k)\mu^k + \sum_{l=k+1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l)\mu^l}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l)\mu^l} \\
g_{n_k-1}^k(\mu^l, \alpha_j^l) &= \frac{\mu^k + \sum_{l=k+1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l)\mu^l}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l)\mu^l} \\
f_{n_k}^k(\mu^l, \alpha_j^l) &= \frac{\mu^k + \sum_{l=k+1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l)\mu^l}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l)\mu^l} \\
g_{n_k}^k(\mu^l, \alpha_j^l) &= \frac{\sum_{l=k+1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l)\mu^l}{1 + \sum_{l=1}^u (1 + \alpha_1^l + \alpha_2^l + \cdots + \alpha_{n_l-1}^l)\mu^l}
\end{aligned}$$

$$\mu^l = \frac{m_{n_l}^l}{m_0}, \quad \alpha_j^l = \frac{m_j^l}{m_{n_l}^l} \quad (j = 1, 2, \dots, n_l - 1; l = 1, 2, \dots, u)$$

である。

このように、シングルシステムと同様に、パラレルシステムとシリアルシステムのリンクベクトル \mathbf{V}_0 と \mathbf{V}_i^k は、実際の宇宙ロボットシステムを表すベクトル \mathbf{a}_i^k と \mathbf{b}_i^k の線形結合となり、その係数は、ベースと操作物体の質量比 μ^l と、マニピュレータを構成するリンクとベースの質量比 α_j^l によって決まることがわかる。

3.2.3 作業領域の比較

宇宙ロボットの作業領域には様々なものがあるが，ここでは，自由浮遊型宇宙ロボットがどのような初期姿勢であっても，ハンドの到達が保証される領域，「Free spacecraft WorkSpace (FWS)」 [33] について考える。

まず，前節において求めた，宇宙ロボットシステムに対するバーチャルマニピュレータを基に，作業領域を計算する．ただし，解析が煩雑になるのを避けるために，宇宙ロボットの作業空間は2次元平面に限定し，パラレルシステムとシリアルシステムにおいては，質量，大きさが等しい2台のロボットにより，作業を行う場合を想定した．また，操作物体は円形で，宇宙ロボットのマニピュレータは2リンク・3関節とし，2本のリンクの質量，長さは同じであると仮定した．これらの仮定に基づいたシングルシステム，パラレルシステムとシリアルシステムのモデルを，Fig.3-2からFig.3-4に示す．なお，パラレルシステムにおいては，ロボット1の把持位置に対するロボット2の把持位置を表す変数として θ を設定し，以下では把持点角と呼ぶ．

これらの仮定より， $\mu^1 = \mu^2$ ， $\alpha_1^1 = \alpha_2^1 = \dots = \alpha_{n_1}^1 = \alpha_1^2 = \alpha_2^2 = \dots = \alpha_{n_2}^2$ となるので，新たにベースと操作物体の質量比 μ ，マニピュレータを構成するリンクとベースの質量比 α を以下のように設定した．

$$\mu = \mu^1 = \mu^2, \quad \mu^1 = \frac{m_3^1}{m_0}, \quad \mu^2 = \frac{m_3^2}{m_0}$$

$$\alpha = \alpha_i^k, \quad \alpha_i^1 = \frac{m_i^1}{m_3^1}, \quad \alpha_i^2 = \frac{m_i^2}{m_3^2}$$

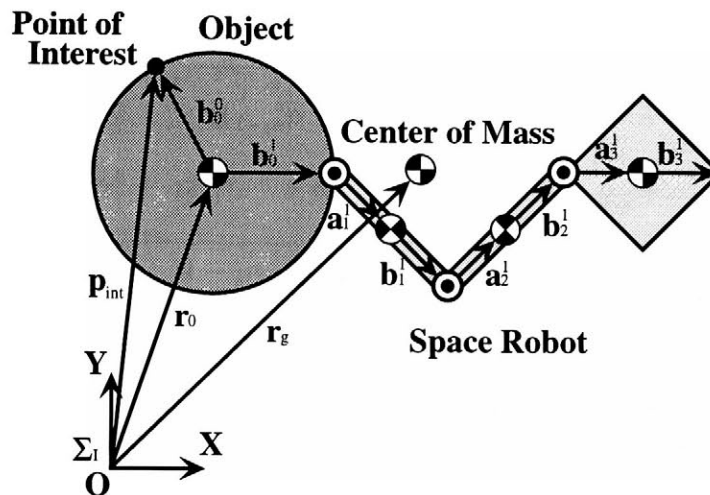


Fig.3-2: Planar Model of Single System

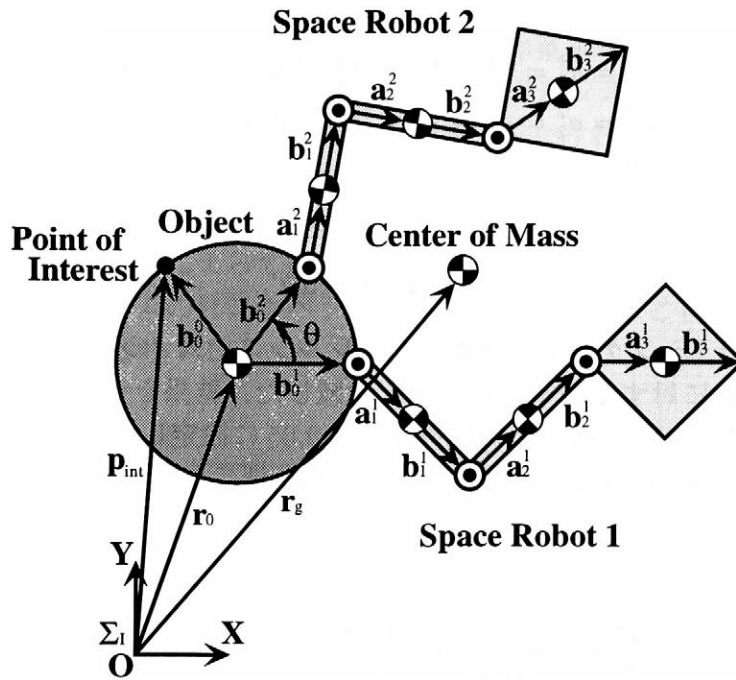


Fig.3-3: Planar Model of Parallel System

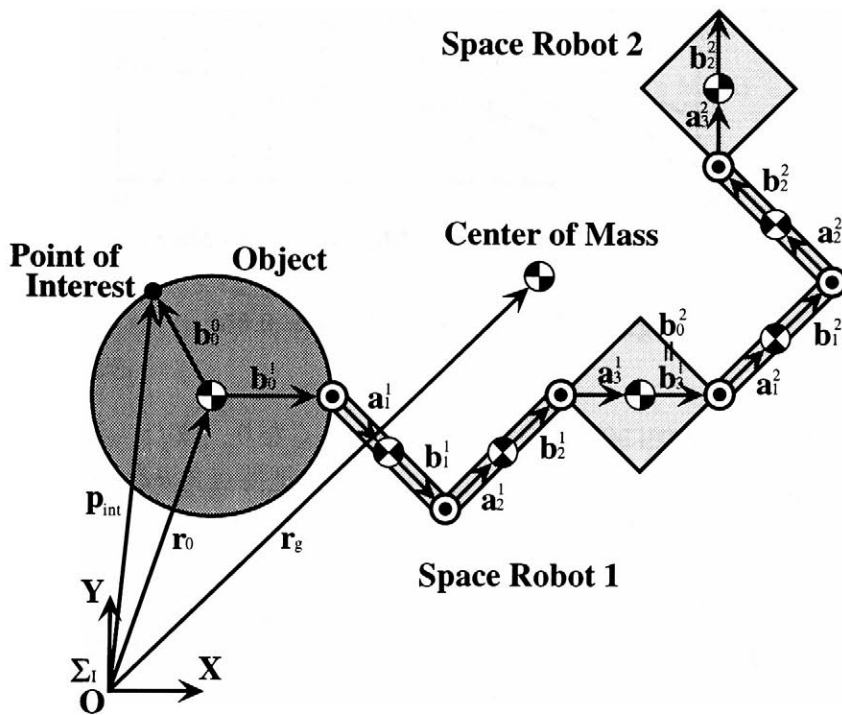


Fig.3-4: Planar Model of Serial System

宇宙ロボットおよび操作物体の幾何学的パラメータ（リンクの長さ）は以下のように設定した。なお、リンクの長さに関しても、ベクトル a_3^k の長さを基準として無次元化した。

$$\begin{aligned}
 a_1^1 &= a_2^1 = a_3^1 = 1.0, & b_1^1 &= b_2^1 = b_3^1 = 1.0 \\
 a_1^2 &= a_2^2 = a_3^2 = 1.0, & b_1^2 &= b_2^2 = b_3^2 = 1.0 \\
 b_0^0 &= 0.0, & b_0^1 &= 2.0 \\
 b_0^2 &= \begin{cases} 2.0 & (\text{Parallel System}) \\ 1.0 & (\text{Serial System}) \end{cases}
 \end{aligned}$$

これらの仮定の下で、シングルシステム、パラレルシステムとシリアルシステムの、ベースと操作物体の質量比 μ に対する作業領域半径を比較した。結果を Fig.3-5 に示す。なお、マニピュレータを構成するリンクとベースの質量比 α は 0.05 に設定した。また、パラレルシステムでは、2 台のロボットの把持点に特性が依存するため、把持点角 θ が $0deg$ 、 $45deg$ と $180deg$ の場合について求めた。

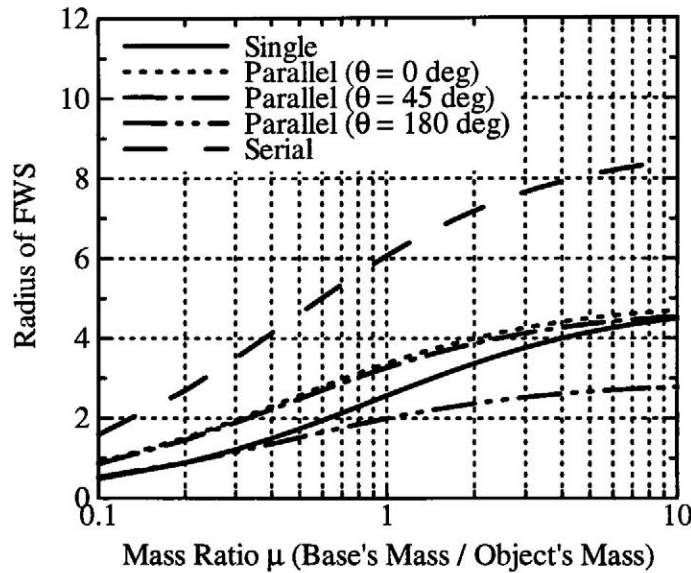


Fig.3-5: Radius of FWS ($\alpha = 0.05$)

Fig.3-5 より、質量比 μ の増加に伴い、作業領域は大きくなり、また、シリアルシステムの作業領域がもっとも大きく、パラレルシステムの場合には、把持点角 θ を小さくすることにより、シングルシステムよりも作業領域が大きくなることからわかるが、これらの結果は、バーチャルマニピュレータを用いると以下のように説明できる。

バーチャルマニピュレータは、宇宙ロボットシステムの質量中心をベースとし、ハンドの位置は注目点の位置と一致する。したがって、宇宙ロボットシステムの質量中心を注目点から遠ざけると、必然的にバーチャルマニピュレータは長くなる。つまり、宇宙ロボットシステムの作業領域が大きくなる。シリアルシステムの場合、複数台のロボットを数珠繋ぎにすることによって、質量中心を注目点から離し、マニピュレータ（数珠繋ぎされたロボット）を長くすることで、作業領域を大きくしている。一方、パラレルシステムの場合は、把持点角 θ が $180deg$ のときは、宇宙ロボットシステムの質量中心は注目点付近に存在し、作業領域は小さい。しか

し、把持点角 θ を小さくすることで、宇宙ロボットシステムの質量中心を注目点から遠ざけることができ、作業領域は大きくなる。

Fig.3-6には、シングルシステムと平行システムの作業領域の大きさが等しくなる把持点角 θ を示す。作業領域に関して、平行システムがシングルシステムよりも有用となるためには、把持点角 θ をFig.3-6に示されている値よりも小さくしなければならない。Fig.3-6より、平行システムがシングルシステムよりも有用となるための最大把持点角 θ_{max} は、 $0.2 \leq \mu < 10$ では質量比の対数 $\log(\mu)$ にほぼ比例し、 $\mu > 10$ では μ の増加とともに零に収束していくことがわかる。これは、把持点角 θ によって長さが変化する平行システムに対するリンクベクトル V_0 を、シングルシステムのリンクベクトル V_0 と比較することにより、解析的に示すことも可能であるがここでは省略する。

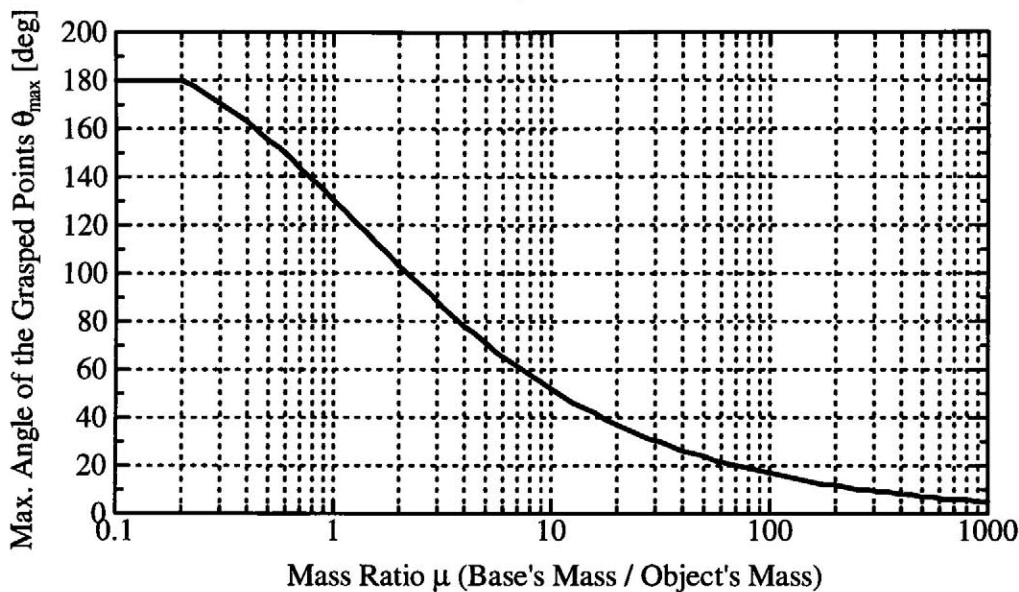


Fig.3-6: Maximum Angle of the Grasped Points for Parallel System ($\alpha = 0.05$)

以上より、1台のロボットでは達成が不可能な領域が必要となる作業が与えられた場合でも、2台のロボットで平行システムもしくはシリアルシステムを構成すれば、作業が実現できる可能性があることがわかる。

つぎに、平行システムあるいはシリアルシステムを構成することにより、ロケットによって打ち上げるロボットの総質量（以下では搬出量と呼ぶ）を抑えることが可能かを検討する。つまり、平行システムまたはシリアルシステムでは、ある大きさの作業領域を得るために必要なロボット1台当たりの質量が、(作業を行うロボットを2台に限定すると)シングルシステムの場合の半分以下で可能かを調べる。これは、Fig.3-5に示した作業領域の比較結果を平行システムとシリアルシステムに関しては、質量比 μ を2倍にすれば検証することができる。その結果をFig.3-7に示す。

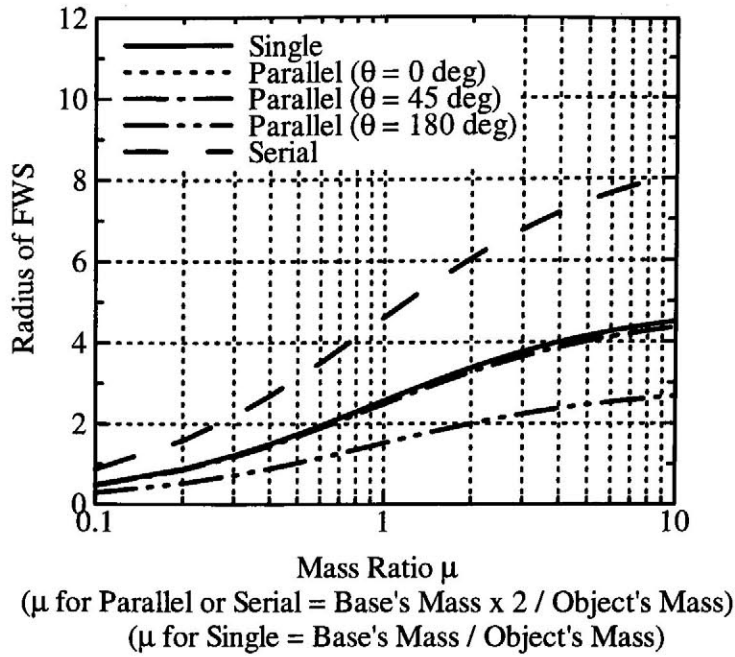


Fig.3-7: Radius of FWS ($\alpha = 0.05$)

Fig.3-7より、シリアルシステムを構成することにより、ある大きさの作業領域を得るために必要なロボット1台当たりの質量が、シングルシステムの場合の半分以下でよい、すなわち、搬出量を抑えることができることがわかる。また、パラレルシステムに関しては、把持点角 θ が $0deg$ のときの作業領域が最大でシングルシステムの作業領域と等しくなり、そのため搬出量を抑えることは不可能であることが確認できる。

ここでは、解析が煩雑になるのを避けるために、作業を行うロボットを2台に限定した。しかし、質量比 μ の増加に伴い作業領域が大きくなることから、ロボットの数を増やすことによって、さらに大きくなることは容易に推測できる。また、3次元多リンク宇宙ロボットの場合でも、2次元2リンク宇宙ロボットと本質的な違いはないため、同様の結果が得られると考えられる。

3.3 可操作性の解析

可操作性 (Manipulability) とはハンドの動かし易さであり, 可操作性楕円体 (Manipulability Ellipsoid), あるいはその体積である可操作度 (Manipulability Measure) によって表される [32, 51].

本節では, シングルシステム, パラレルシステムとシリアルシステムの可操作度を求め, 比較することによって, 複数台の宇宙ロボットによって作業を行うことの有効性を検証する.

3.3.1 可操作度

第2章で述べたように, シングルシステム, パラレルシステムとシリアルシステムの運動学関係式は次式で与えられる.

$$\boldsymbol{\nu} = \mathbf{J}_{int}^* \dot{\boldsymbol{\phi}} \quad (3.7)$$

式(3.7)からわかるように, 宇宙ロボットシステムの運動学関係式は, ヤコビ行列が一般化ヤコビ行列に替わるだけで, 地上用マニピュレータの場合と同様に表現できる. したがって, 地上用マニピュレータに対して提案された可操作性楕円体を宇宙ロボットシステムに対しても容易に拡張でき, 宇宙ロボットシステムの可操作性楕円体は,

$$\boldsymbol{\nu}^T (\mathbf{J}_{int}^*)^{\dagger T} (\mathbf{J}_{int}^*)^{\dagger} \boldsymbol{\nu} \leq 1 \quad \text{and} \quad \boldsymbol{\nu} \in \text{Range}(\mathbf{J}_{int}^*) \quad (3.8)$$

で与えられる. さらに, 可操作度も地上用マニピュレータと同様に次式で与えられる.

$$w = \sqrt{\det(\mathbf{J}_{int}^* [\mathbf{J}_{int}^*]^T)} \quad (3.9)$$

3.3.2 一般化ヤコビ行列の質量比による表現

剛体の慣性テンソルは次式のように, その質量に形状によって決まる行列を掛けることで求めることができる.

$$\mathbf{I} = m \mathbf{I}_m \quad (3.10)$$

ここで,

- \mathbf{I} : 慣性テンソル
- m : 質量
- \mathbf{I}_m : 形状によって決まる行列

である. そこで,

$$\mathbf{I}_0 = m_0 \mathbf{I}_{m0} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{I}_i^k = m_i^k \mathbf{I}_{mi}^k \quad (3.12)$$

とおくと, 例えばパラレルシステムの角運動量保存則式(2.11)は以下のようになる.

$$\mathbf{L} = m_0 \mathbf{I}_{m0} \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{r}_0 \times m_0 \mathbf{v}_0 + \sum_{k=1}^u \sum_{i=1}^{n_k} (m_i^k \mathbf{I}_{mi}^k \boldsymbol{\omega}_i^k + \mathbf{r}_i^k \times m_i^k \dot{\mathbf{r}}_i^k) = \mathbf{0} \quad (3.13)$$

そして、パラレルシステムの運動量保存則式(2.10)と、この角運動量保存則式(3.13)の両辺を操作物体の質量 m_0 で割り、

$$\mu^k = \frac{m_{n_k}^k}{m_0}, \quad \alpha_i^k = \frac{m_i^k}{m_{n_k}^k} \quad (i = 1, 2, \dots, n_k; k = 1, 2, \dots, u)$$

とおくと、

$$\frac{\mathbf{P}}{m_0} = \mathbf{v}_0 + \sum_{k=1}^u \mu^k \sum_{i=1}^{n_k} \alpha_i^k \dot{\mathbf{r}}_i^k = \mathbf{0} \quad (3.14)$$

$$\frac{\mathbf{L}}{m_0} = \mathbf{I}_{m_0} \boldsymbol{\omega}_0 + \mathbf{r}_0 \times \mathbf{v}_0 + \sum_{k=1}^u \mu^k \sum_{i=1}^{n_k} (\alpha_i^k \mathbf{I}_{m_i}^k \boldsymbol{\omega}_i^k + \mathbf{r}_i^k \times \alpha_i^k \dot{\mathbf{r}}_i^k) = \mathbf{0} \quad (3.15)$$

となり、運動量および角運動量保存則が、絶対質量ではなく質量比で表される。シングルシステムとシリアルシステムの場合も同様である。これは、宇宙ロボットシステムの一般化ヤコビ行列を質量比で表すことができることを意味している。

また、宇宙ロボットシステムの可操作度は式(3.9)で示したように、一般化ヤコビ行列から求められることから、可操作度も作業領域と同様に質量比によって決まる。

次節では、質量比によって表現された一般化ヤコビ行列を用いて、宇宙ロボットシステムの可操作度を求める。

3.3.3 可操作度の比較

解析の簡単化のために、Fig.3-2から Fig.3-4に示す宇宙ロボットシステムの2次元モデルを対象とし、ベースと操作物体の質量比 μ 、マニピュレータを構成するリンクとベースの質量比 α 、宇宙ロボットと操作物体の幾何学的パラメータ、各リンクの慣性モーメントは以下のように設定した。

$$\mu = \mu^1 = \mu^2, \quad \mu^1 = \frac{m_3^1}{m_0}, \quad \mu^2 = \frac{m_3^2}{m_0}$$

$$\alpha = \alpha_i^k = 0.05, \quad \alpha_i^1 = \frac{m_i^1}{m_3^1}, \quad \alpha_i^2 = \frac{m_i^2}{m_3^2}$$

$$a_1^1 = a_2^1 = a_3^1 = 1.0 \text{ m}, \quad b_1^1 = b_2^1 = b_3^1 = 1.0 \text{ m}$$

$$a_1^2 = a_2^2 = a_3^2 = 1.0 \text{ m}, \quad b_1^2 = b_2^2 = b_3^2 = 1.0 \text{ m}$$

$$b_0^0 = 0.0 \text{ m}, \quad b_0^1 = 2.0 \text{ m}$$

$$b_0^2 = \begin{cases} 2.0 \text{ m} & (\text{Parallel System}) \\ 1.0 \text{ m} & (\text{Serial System}) \end{cases}$$

$$I_0 = m_0 I_{m_0}, \quad I_{m_0} = \frac{1}{2} (b_0^1)^2$$

$$I_i^k = m_i^k I_{m_i}^k, \quad I_{m_i}^k = \frac{1}{12} (l_i^k)^2$$

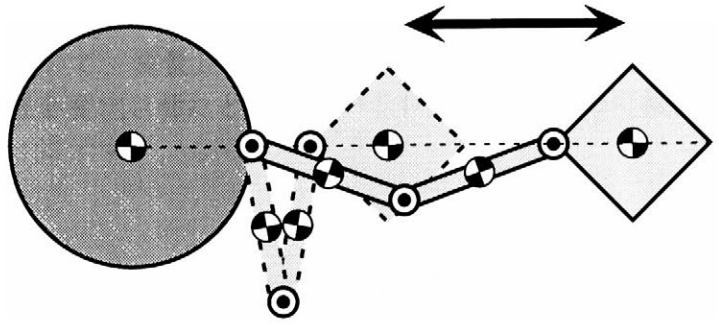


Fig.3-8: Configuration of Single System

まず、シングルシステムの可操作度を求める。Fig.3-8に示すようにロボットの姿勢を変化させたときの、可操作度を計算した。計算結果を Fig.3-9と Fig.3-10に示す。

Fig.3-9と Fig.3-10より、質量比 μ の増加に伴い、可操作度が大きくなることが示される。また、ロボットの姿勢によって可操作度が大きく変動することがわかる。そこで、可操作度が最大になるロボットの姿勢（第2関節の角度 ϕ_2^1 ）を計算すると、Fig.3-11に示す結果が得られた。Fig.3-11より、質量比 μ によって変動するが、マニピュレータの第2関節 ϕ_2^1 がおおよそ $100 \sim 110deg$ のとき、可操作度が最大となることがわかる。

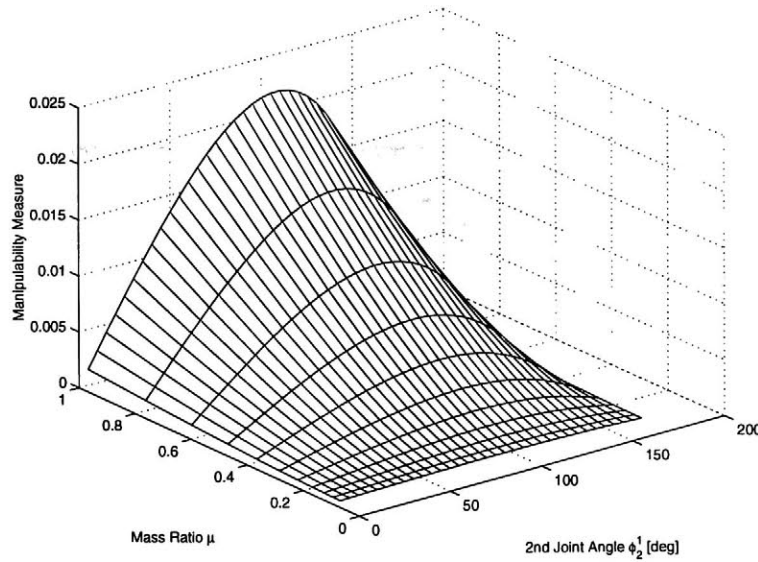


Fig.3-9: Manipulability Measure for Single System ($\mu = 0.1 \sim 1.0$, $\alpha = 0.05$)

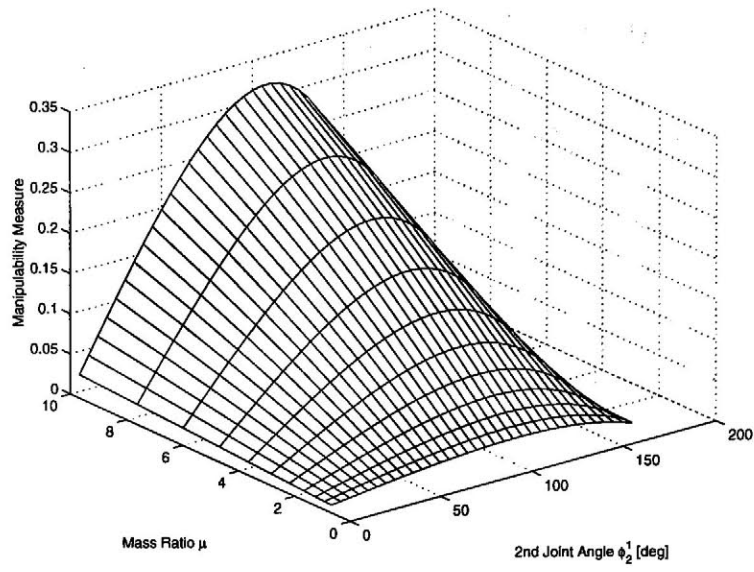


Fig.3-10: Manipulability Measure for Single System ($\mu = 1.0 \sim 10$, $\alpha = 0.05$)

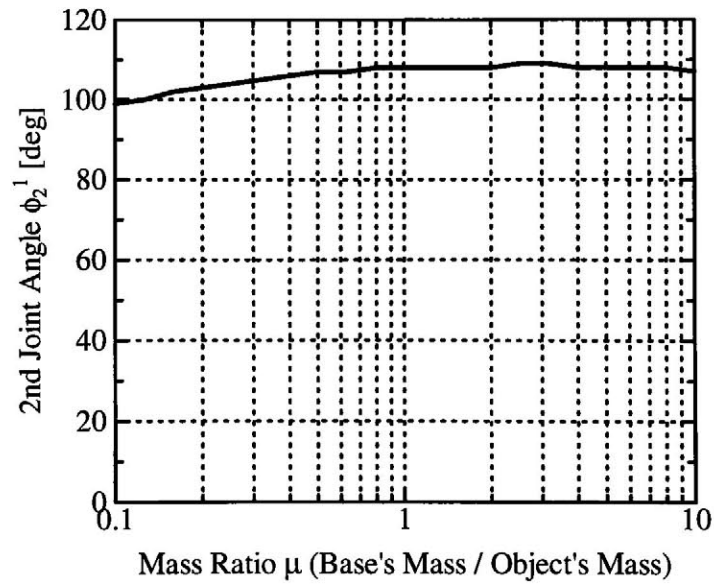


Fig.3-11: 2nd Joint Angle ϕ_2^1 for Max Manipulability Measure ($\alpha = 0.05$)

つぎに、パラレルシステムの可操作度を求める。Fig.3-12に示すように、各宇宙ロボットはシングルシステムにおいて、質量比 $\mu = 1$ のときにほぼ最大の可操作度を取る姿勢に固定し、ロボット2の把持位置を変化させたときの、パラレルシステムの可操作度を求めた。計算結果をFig.3-13とFig.3-14に示す。

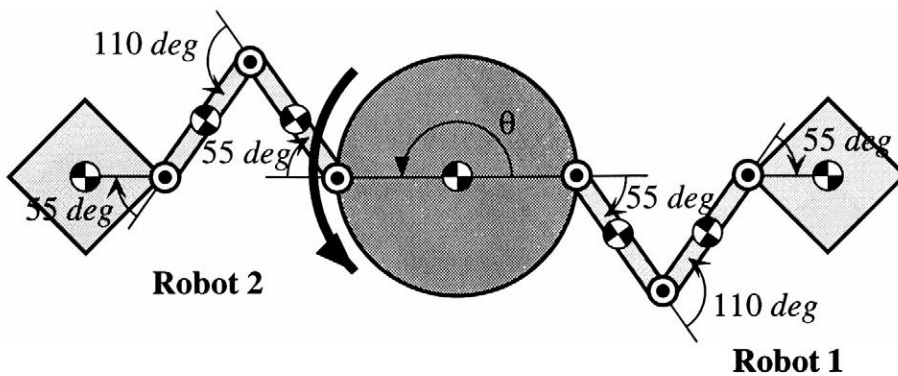


Fig.3-12: Configuration of Parallel System

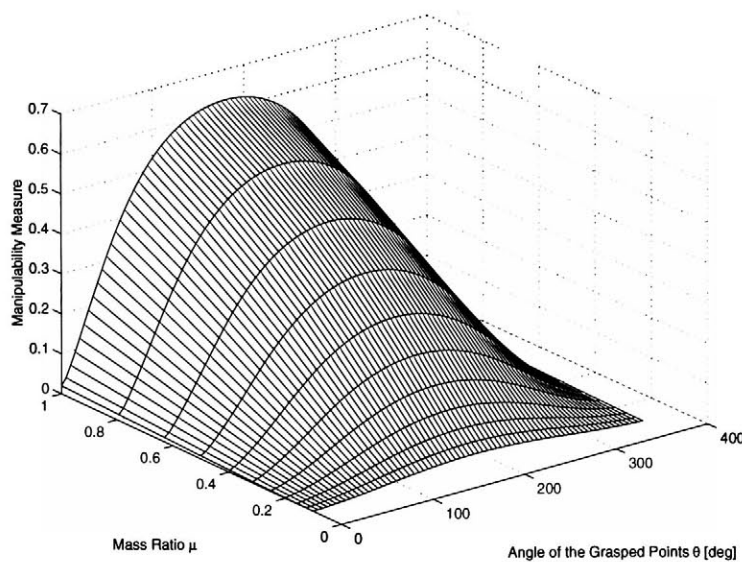


Fig.3-13: Manipulability Measure for Parallel System ($\mu = 0.1 \sim 1.0$, $\alpha = 0.05$)

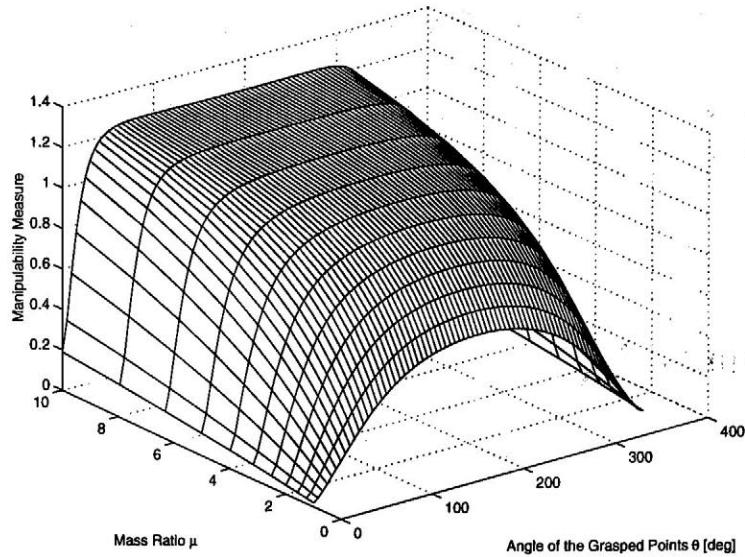


Fig.3-14: Manipulability Measure for Parallel System ($\mu = 1.0 \sim 10$, $\alpha = 0.05$)

これらの結果より，パラレルシステムにおいては，2台のロボットをなるべく離れた方が可操作度が大きくなることがわかる．これは，作業領域に対する結果と全く逆である．

可操作度が大きいということは，マニピュレータが操作物体をどの方向にも均等に動かすことができる（等方性が良い）ということである [52]．把持点角 θ を $180deg$ としたとき，パラレルシステムの形状は，注目点（操作物体の質量中心）に関して対称となっている．そのために，等方性が良くなり，可操作度が大きくなる．

この可操作度の結果と作業領域の結果（3.2.3節）を考慮すると，パラレルシステムの場合には，操作物体をある方向（可操作性楕円体の長軸方向）に大きく動かしたいときには2台のロボットを近づけて配置し，あらゆる方向に動かしやすい（等方性を良くしたい）場合には，2台のロボットを離して配置した方がよいことがわかる．

つぎに、シリアルシステムの可操作度を求める。Fig.3-15に示すように、宇宙ロボットはシングルシステムにおいて、質量比 $\mu = 1$ のときにほぼ最大の可操作度を取る姿勢に固定した。計算結果を Fig.3-16 に示す。

Fig.3-16 から、シリアルシステムにおいても、シングルシステムおよびパラレルシステムと同様に、操作物体に対するロボット本体の質量が大きくなるほど、可操作度が大きくなることがわかる。

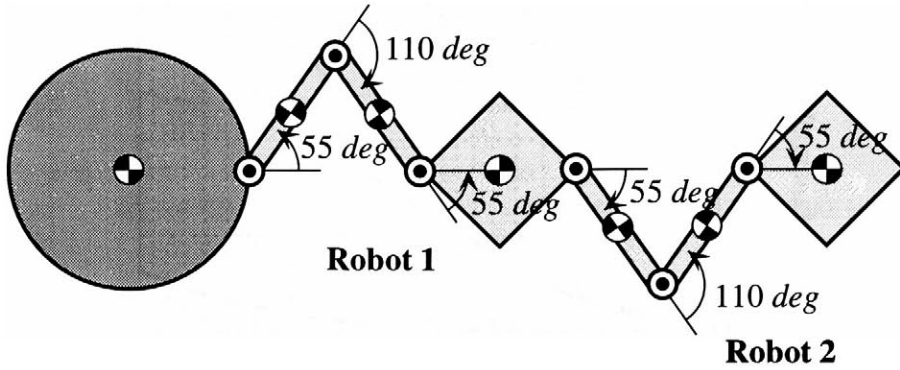


Fig.3-15: Configuration of Serial System

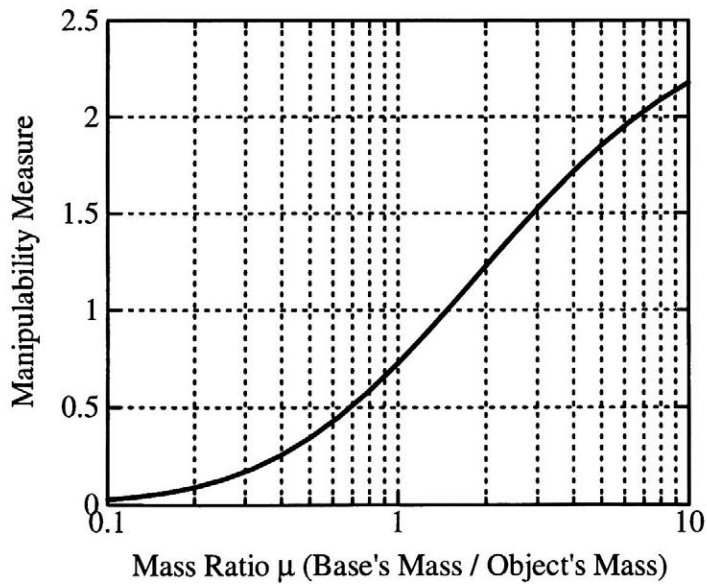


Fig.3-16: Manipulability Measure for Serial System ($\alpha = 0.05$)

これまでに、シングルシステム、パラレルシステムとシリアルシステムの可操作度を計算したが、これらシステムの可操作度を比較する。ただし、ロボットの姿勢は、シングルシステムにおいて、質量比 $\mu = 1$ のときにほぼ最大の可操作度を取る姿勢（第2関節を110deg）に固定し、パラレルシステムは把持点角 θ を180degに設定した。その結果を Fig.3-17 に示す。

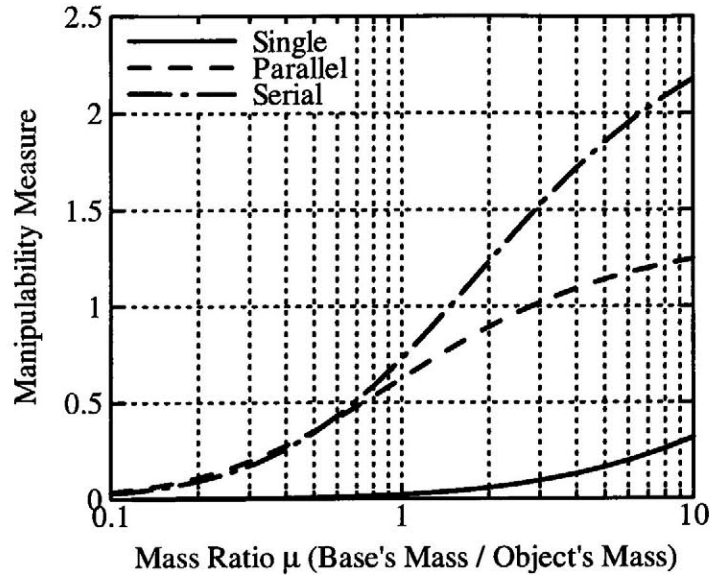


Fig.3-17: Manipulability Measure for Space Robot Systems ($\alpha = 0.05$)

Fig.3-17 より、パラレルシステムとシリアルシステムの可操作度が、シングルシステムの可操作度よりも大きいことがわかる。可操作度はシステムの自由度（ロボットの関節の数）に比例して大きくなる。したがって、作業を行うロボットの数を増やすと、自由度が増え、可操作度が増加する。

この結果より、1台のロボットでは達成が不可能な可操作度が必要となる作業が与えられた場合でも、2台のロボットでパラレルシステムもしくはシリアルシステムを構成すれば、作業が実現できる場合があることがわかる。

最後に、作業領域と同様に、パラレルシステムあるいはシリアルシステムを構成することにより、ロケットによる搬出量を抑えることが可能かを検討する。つまり、パラレルシステムあるいはシリアルシステムでは、ある可操作度を得るために必要なロボット1台当たりの質量が、シングルシステムの場合の半分以下で十分かを調べる。これは、Fig.3-17 に示した可操作度の比較結果をパラレルシステムとシリアルシステムに関しては、質量比 μ を2倍にすれば検証することができる。その結果を Fig.3-18 に示す。

Fig.3-18 より、パラレルシステムあるいはシリアルシステムを構成することにより、ある可操作度を得るために必要なロボット1台当たりの質量が、シングルシステムの場合の半分以下でよい、すなわち、搬出量を抑えることができることがわかる。

ここでは、解析が煩雑になるのを避けるために、作業を行うロボットを2台の2次元2リンク宇宙ロボットに限定したが、複数台の3次元多リンク宇宙ロボットに対しても、本質的な違いはないため、同様の結果が得られると考えられる。

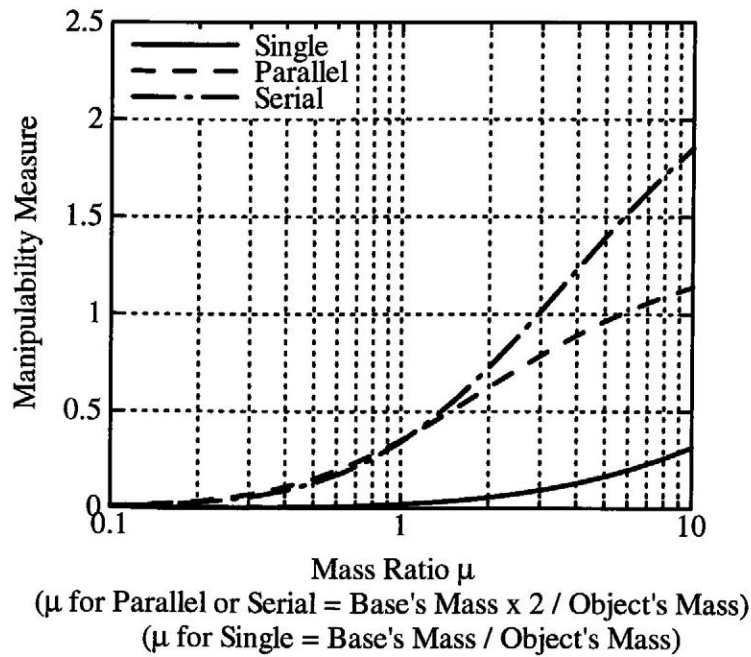


Fig.3-18: Manipulability Measure for Space Robot Systems ($\alpha = 0.05$)

3.4 おわりに

本章では、シングルシステム、パラレルシステムとシリアルシステムの作業領域と可操作度を求め、比較、考察を行った。その結果、複数台のロボットによって作業を行うことにより、1台のロボットによって作業を行う場合よりも、作業領域は広くなり、可操作度も増加することがわかった。また、パラレルシステムあるいはシリアルシステムを構成することにより、ロボットによって打ち上げるロボットの総質量を抑えることができることが明らかとなった。

これらの結果より、複数台の宇宙ロボットによる作業の有効性が検証された。

第4章 運動学関係式の分割とそれに基づく制御手法の提案

4.1 はじめに

パラレルシステムおよびシリアルシステムに対して、その運動学関係式(2.15)および式(2.21)に基づいて、分解速度制御則を導くことができる。しかし、作業を行うロボットの数が増えると、一般化ヤコビ行列のサイズが大きくなり、分解速度制御則の計算量が莫大になってしまう。また、作業を行うロボットの数が変更されると、一般化ヤコビ行列の再構成を行う必要がある。本章では、このような問題を克服する新たな分解速度制御則を導くために、運動学関係式を分割する。そして、その分割された運動学関係式に基づき、新たな分解速度制御則を導き、その有効性を計算機シミュレーションにより検証する。

4.2 運動学関係式の分割

ここでは、新たな分解速度制御則を導くために、運動学関係式を分割する。分割法としては、並進運動と回転運動を表す部分に分割する方法と、運動量・角運動量保存則を各ロボットに関する部分に分割する方法を提案する。

4.2.1 並進運動と回転運動に分割

まず、運動学関係式を並進運動と回転運動を表す部分に分割することを考える。この分割法は、一方のロボットに並進運動作業を、もう一方のロボットに回転運動作業を分担させる分割法である。

ここでは、簡潔化のために、2台のロボットによって作業を行う場合を解析するが、3台以上の場合には、 x, y, z 方向の運動などに分割することにより、同様の概念でもって拡張できる。

パラレルシステムの運動学関係式(2.15)およびシリアルシステムの運動学関係式(2.21)をブロックマトリクスで表すと次式となる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}_{int} \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{intT}^{*1} & \mathbf{J}_{intT}^{*2} \\ \mathbf{J}_{intR}^{*1} & \mathbf{J}_{intR}^{*2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\phi}}^1 \\ \dot{\boldsymbol{\phi}}^2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

ここで、式(4.1)を並進運動を表す部分と回転運動を表す部分に分割すると、

$$\dot{\mathbf{p}}_{int} = \mathbf{J}_{intT}^{*1} \dot{\boldsymbol{\phi}}^1 + \mathbf{J}_{intT}^{*2} \dot{\boldsymbol{\phi}}^2 \quad (4.2)$$

$$\boldsymbol{\omega}_0 = \mathbf{J}_{intR}^{*1} \dot{\boldsymbol{\phi}}^1 + \mathbf{J}_{intR}^{*2} \dot{\boldsymbol{\phi}}^2 \quad (4.3)$$

となり,

$$\dot{\mathbf{p}}'_{int} \triangleq \dot{\mathbf{p}}_{int} - \mathbf{J}_{intT}^{*1} \dot{\phi}^1, \quad \boldsymbol{\omega}'_0 \triangleq \boldsymbol{\omega}_0 - \mathbf{J}_{intR}^{*2} \dot{\phi}^2$$

とおくと,

$$\dot{\mathbf{p}}'_{int} = \mathbf{J}_{intT}^{*2} \dot{\phi}^2 \quad (4.4)$$

$$\boldsymbol{\omega}'_0 = \mathbf{J}_{intR}^{*1} \dot{\phi}^1 \quad (4.5)$$

が得られる.

以下では, 並進運動を表す式(4.4)をロボット2の, 回転運動を表す式(4.5)をロボット1の運動学関係式とみなす.

当然ではあるが, 分割された一般化ヤコビ行列 \mathbf{J}_{intT}^{*2} と \mathbf{J}_{intR}^{*1} は, \mathbf{J}_{int}^* に比べるとサイズが小さく, 式(4.4)と式(4.5)に基づいた分解速度制御則は計算量が少なくなることが期待できる.

4.2.2 各ロボットに分割

ここでは, パラレルシステムの運動学関係式を, 各ロボットに関する部分に分割することを考える.

まず, パラレルシステムの並進および角運動量保存則式(2.14)は, 次式で表される.

$$\begin{aligned} & \mathbf{H}_0 \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_\phi \dot{\phi} \\ &= \left[\mathbf{H}_0^0 + \mathbf{H}_0^1 + \mathbf{H}_0^2 + \cdots + \mathbf{H}_0^u \right] \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} + \left[\mathbf{H}_\phi^1 \dot{\phi}^1 + \mathbf{H}_\phi^2 \dot{\phi}^2 + \cdots + \mathbf{H}_\phi^u \dot{\phi}^u \right] = \mathbf{0} \quad (4.6) \end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_0 &= \mathbf{H}_0^0 + \mathbf{H}_0^1 + \mathbf{H}_0^2 + \cdots + \mathbf{H}_0^u \\ \mathbf{H}_0^0 &\triangleq \begin{bmatrix} m_0 \mathbf{E}, & \mathbf{0} \\ m_0 \tilde{\mathbf{r}}_0, & \mathbf{I}_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_0^k \triangleq \begin{bmatrix} w^k \mathbf{E}, & -w^k \tilde{\mathbf{r}}_{0g}^k \\ w^k \tilde{\mathbf{r}}_g^k, & \mathbf{I}_\omega^k \end{bmatrix} \\ w^k \mathbf{r}_g^k &= \sum_{i=1}^{n_k} m_i^k \mathbf{r}_i^k, \quad w^k \mathbf{r}_{0g}^k = w^k \mathbf{r}_g^k - w^k \mathbf{r}_0 \end{aligned}$$

である.

このように, パラレルシステムの運動量保存則は, 各ロボットに関する項の和で表現される. そこで, この運動量保存則を各ロボットに関する部分に分割する. ただし, 操作物体に関する行列 \mathbf{H}_0^0 は, 例えば分割係数行列 \mathbf{A}^k を導入し, 各ロボットに分担でき, 次式となる.

$$\mathbf{A}^1 \mathbf{H}_0^0 \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_0^1 \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_\phi^1 \dot{\phi}^1 = \mathbf{0} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{A}^2 \mathbf{H}_0^0 \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_0^2 \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_\phi^2 \dot{\phi}^2 = \mathbf{0} \quad (4.8)$$

⋮

$$\mathbf{A}^u \mathbf{H}_0^0 \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_0^u \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0 \\ \boldsymbol{\omega}_0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_\phi^u \dot{\phi}^u = \mathbf{0} \quad (4.9)$$

ただし，分割係数行列 A^k は，

$$A^1 + A^2 + \cdots + A^u = E$$

を満たす実数行列である．

式(4.7)から式(4.9)を $[v_0^T, \omega_0^T]^T$ について解くと，次式が得られる．

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ \omega_0 \end{bmatrix} = -(H_0^1 + A^1 H_0^0)^{-1} H_\phi^1 \dot{\phi}^1 \quad (4.10)$$

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ \omega_0 \end{bmatrix} = -(H_0^2 + A^2 H_0^0)^{-1} H_\phi^2 \dot{\phi}^2 \quad (4.11)$$

$$\begin{array}{c} \vdots \\ \begin{bmatrix} v_0 \\ \omega_0 \end{bmatrix} = -(H_0^u + A^u H_0^0)^{-1} H_\phi^u \dot{\phi}^u \end{array} \quad (4.12)$$

さらに，式(4.10)から式(4.12)を式(2.2)に代入すると，各ロボットに関する運動学関係式である次式が得られる．

$$\nu = J_{int}^{*1}(A^1) \dot{\phi}^1 \quad (4.13)$$

$$\nu = J_{int}^{*2}(A^2) \dot{\phi}^2 \quad (4.14)$$

\vdots

$$\nu = J_{int}^{*u}(A^u) \dot{\phi}^u \quad (4.15)$$

ここで，

$$J_{int}^{*k}(A^k) \triangleq -J_0(H_0^k + A^k H_0^0)^{-1} H_\phi^k \in \mathfrak{R}^{6 \times n_k}$$

である．

ここで導出した式(4.13)から式(4.15)の特徴は，分割係数行列 A^k の部分を除けば，式(2.9)のシングルシステムの運動学関係式（一般化ヤコビ行列）と同じになることである．このことは，パラレルシステムの運動学関係式は，対象物体を把持する1台の宇宙ロボット（シングルシステム）の運動学関係式を基礎にして構築できることを意味し，その構築に必要な情報は，各ロボットが対象物体を把持している位置，対象物体の質量中心および注目点の相対位置情報である．この性質は，複数台のロボットが作業し，そのシステム構造が変化することが想定される宇宙ロボットシステムの制御を考える場合には有効な性質である．すなわち，システムの拡張性に優れ，また，あるロボットが故障して制御できなくなってしまう場合には，分割係数行列の修正のみで即時に対応できるため，信頼性の向上という点においても有効である．

シリアルシステムについては，パラレルシステムのように運動学関係式を，完全に各ロボットに関する部分に分割できない．したがって，シリアルシステムの場合には，上述したような有益な性質を持たない．

ここでは，パラレルシステムの並進運動量と角運動量保存則式(2.14)を式(4.7)から式(4.9)に分割し，それぞれの式を $[v_0^T, \omega_0^T]^T$ について解いた．しかし一般的には，式(4.10)から式(4.12)は，式(2.14)の解とはならない．ただし，分解速度制御問題においては，ここで提案した分割法は有効であり，式(4.13)から式(4.15)にもとづいた分解速度制御則（4.3.3節参照）は，制御目的を達成することができる．

4.2.3 冗長自由度の比較

伊藤らによれば、マニピュレータの冗長自由度 (Redundant Degrees of Freedom: R.D.O.F.) は、以下のように定義されている [53].

$$R.D.O.F. \triangleq n - m$$

ここで、 n はロボットの自由度 (関節変数ベクトルの次数)、 m は与えられた作業を遂行するために最小限必要な自由度 (作業変数ベクトルの次数) である。

マニピュレータに冗長自由度が存在すれば、ハンドやエンドエフェクタを与えられた目標軌道に沿って動かすというタスクの他に、特異姿勢や障害物の回避などのタスクを遂行することが可能である。

Table 4.1 は、運動学関係式の分割により、冗長自由度がどのように変化するかを示した表である。

Table 4.1: Redundant Degrees of Freedom

Partition	R.D.O.F.	R.D.O.F. ($n = 14, n_k = 7, k = 2$)
No Partition	$n - 6$	8
Translation & Rotation	$n_k - 3$	4, 4
Each Robot	$n_k - 6$	1, 1

3次元空間における物体の位置決めを行うためには6自由度必要であるが、特異姿勢や障害物の回避などのために、一般には7自由度マニピュレータが使用される。そこで、7自由度マニピュレータを持つ2台の宇宙ロボットによる、3次元空間における作業の場合の冗長自由度も表中に示している。

この表より、分割しない場合には冗長自由度は8自由度であるのに対して、並進運動と回転運動に分割した場合には、回転運動を担当するロボット1に4自由度、並進運動を担当するロボット2に4自由度に分割される。また、各ロボットに分割した場合には、1台のロボット当たり1自由度に減少することがわかる。しかし、前述したように、一般のマニピュレータでは特異姿勢や障害物の回避のために、冗長自由度が1自由度となるように設計されていることから、各ロボットに冗長自由度が1自由度あれば十分であるので、運動学関係式を分割しても問題はないと考えられる。

4.3 制御手法

ここでは、前節で分割した運動学関係式に基づき、パラレルシステムとシリアルシステムの分解速度制御則を導く。

4.3.1 統合型分解速度制御

運動学関係式を分割しない場合(式(2.15)または式(2.21)), 分解速度制御則は次式となる。

$$\dot{\phi}_{cd} = [J_{int}^*]^\dagger \nu_d + (E - [J_{int}^*]^\dagger J_{int}^*)k \quad (4.16)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_{cd} &: \text{関節角速度指令値} \\ \nu_d &: \text{目標作業変数ベクトル} \\ k &: \text{任意の } n \text{ 次元ベクトル} \\ [J_{int}^*]^\dagger &: J_{int}^* \text{ の疑似逆行列} \end{aligned}$$

である。

式(4.16)の右辺第1項は、目標作業 ν_d を実現するための関節角速度である。冗長性がある場合には、無数に存在する目標作業 ν_d を実現するための関節角速度の中で、ユークリッドノルムを最小にする関節角速度である。第2項は冗長性を表す項であり、ベクトル k を適切に設定することにより、特異姿勢や障害物の回避を実現することが可能である。

この分解速度制御則の基礎となった運動学関係式は、並進運動と回転運動や各ロボットに分割されていない。そこで本論文では、この制御則を統合型分解速度制御則(Integrated Resolved Motion Rate Control Law)と呼ぶ。

4.3.2 作業分散型分解速度制御

運動学関係式を並進運動と回転運動を表す部分に分割する場合(式(4.4)と式(4.5)), 分解速度制御則は次式となる。

$$\dot{\phi}_{cd}^2 = [J_{intT}^{*2}]^\dagger (\dot{p}_{intd} - J_{intT}^{*1} \dot{\phi}^1) + (E - [J_{intT}^{*2}]^\dagger J_{intT}^{*2})k_2 \quad (4.17)$$

$$\dot{\phi}_{cd}^1 = [J_{intR}^{*1}]^\dagger (\omega_{Od} - J_{intR}^{*2} \dot{\phi}^2) + (E - [J_{intR}^{*1}]^\dagger J_{intR}^{*1})k_1 \quad (4.18)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_{cd}^k &: \text{ロボット } k \text{ に対する関節角速度指令値} \\ \dot{p}_{intd} &: \text{目標注目点速度ベクトル} \\ \omega_{Od} &: \text{目標操作物体回転速度ベクトル} \\ k_k &: \text{任意の } n \text{ 次元ベクトル} \end{aligned}$$

である。

式(4.17)の $J_{intT}^{*1} \dot{\phi}^1$ と式(4.18)の $J_{intR}^{*2} \dot{\phi}^2$ は、ロボット1とロボット2の間の相互作用を補償する信号である。これは、ロボット1とロボット2の間で通信を行うことにより実現される。

本論文では、この制御則を作業分散型分解速度制御則(Work Assignment Resolved Motion Rate Control Law)と呼ぶ。

4.3.3 独立型分解速度制御

パラレルシステムの運動学関係式を各ロボットに関する部分に分割する場合 (式 (4.13) から式 (4.15)), 分解速度制御則は次式となる.

$$\dot{\phi}_{cd}^1 = [J_{int}^{*1}(A^1)]^\dagger \nu_d + \{E - [J_{int}^{*1}(A^1)]^\dagger J_{int}^{*1}(A^1)\} k_1 \quad (4.19)$$

$$\dot{\phi}_{cd}^2 = [J_{int}^{*2}(A^2)]^\dagger \nu_d + \{E - [J_{int}^{*2}(A^2)]^\dagger J_{int}^{*2}(A^2)\} k_2 \quad (4.20)$$

⋮

$$\dot{\phi}_{cd}^u = [J_{int}^{*u}(A^u)]^\dagger \nu_d + \{E - [J_{int}^{*u}(A^u)]^\dagger J_{int}^{*u}(A^u)\} k_u \quad (4.21)$$

式 (4.19), 式 (4.20) と式 (4.21) にはそれぞれ, ロボット 1, ロボット 2 とロボット u の状態のみ含まれている. したがって, 本制御則では, 各ロボット間でタイミングをとるために必要な制御動作初期における通信以外に, 各ロボット間で通信を行う必要がない. そこで本論文では, この制御則を独立型分解速度制御則 (**Independent Resolved Motion Rate Control Law**) と呼ぶ.

4.2.2 節で述べた理由から, 運動量保存則の各ロボットへの分割によって得られる運動学関係式 (4.13) から式 (4.15) は, $\dot{\phi}^k$ から ν を求める順運動学問題には適用できない. しかし, その運動学関係式より得られた分解速度制御則式 (4.19) から式 (4.21) は, 制御目的を達成することができる. 以下にその証明を示す.

パラレルシステムの並進および角運動量保存則式 (2.14) に, 式 (2.2) を代入すると,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} P \\ L \end{bmatrix} &= H_0 \begin{bmatrix} v_0 \\ \omega_0 \end{bmatrix} + H_\phi \dot{\phi} \\ &= H_0 J_0^{-1} \nu + H_\phi^1 \dot{\phi}^1 + H_\phi^2 \dot{\phi}^2 + \cdots + H_\phi^u \dot{\phi}^u = 0 \end{aligned} \quad (4.22)$$

となる.

つぎに, この式 (4.22) に, 独立型分解速度制御則式 (4.19) から式 (4.21) を代入すると, 次式が得られる.

$$\begin{aligned} &H_0 J_0^{-1} \nu + H_\phi^1 \dot{\phi}^1 + H_\phi^2 \dot{\phi}^2 + \cdots + H_\phi^u \dot{\phi}^u \\ &= H_0 J_0^{-1} \nu \\ &\quad + H_\phi^1 \left[[J_{int}^{*1}(A^1)]^\dagger \nu_d + \{E - [J_{int}^{*1}(A^1)]^\dagger J_{int}^{*1}(A^1)\} k_1 \right] \\ &\quad + H_\phi^2 \left[[J_{int}^{*2}(A^2)]^\dagger \nu_d + \{E - [J_{int}^{*2}(A^2)]^\dagger J_{int}^{*2}(A^2)\} k_2 \right] \\ &\quad + \cdots \\ &\quad + H_\phi^u \left[[J_{int}^{*u}(A^u)]^\dagger \nu_d + \{E - [J_{int}^{*u}(A^u)]^\dagger J_{int}^{*u}(A^u)\} k_u \right] \\ &= H_0 J_0^{-1} \nu \\ &\quad - (H_0^1 + A^1 H_0^0) J_0^{-1} \nu_d - (H_0^2 + A^2 H_0^0) J_0^{-1} \nu_d - \cdots - (H_0^u + A^u H_0^0) J_0^{-1} \nu_d \\ &\quad + H_\phi^1 (E - [H_\phi^1]^\dagger H_\phi^1) k_1 + H_\phi^2 (E - [H_\phi^2]^\dagger H_\phi^2) k_2 + \cdots + H_\phi^u (E - [H_\phi^u]^\dagger H_\phi^u) k_u \\ &= H_0 J_0^{-1} \nu - H_0 J_0^{-1} \nu_d + (H_\phi^1 - H_\phi^1) k_1 + (H_\phi^2 - H_\phi^2) k_2 + \cdots + (H_\phi^u - H_\phi^u) k_u \\ &= H_0 J_0^{-1} (\nu - \nu_d) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.23)$$

ここで, $H_0 J_0^{-1}$ は正則であるので, 制御目的 $\nu = \nu_d$ が達成される.

4.3.4 計算量の比較

ここでは、統合型、作業分散型と独立型分解速度制御則の計算量を示し、比較する。

各ロボットには制御則を計算するためのコンピュータが搭載されているとし、ロボット1台当たりの計算量を求めると、以下の結果が得られる。なお、作業分散型分解速度制御に対してはロボット1の計算量を示しているが、 m_2 と n_1 をそれぞれ、 m_1 と n_2 に置き換えることにより、ロボット2の計算量が得られる。

(1) 統合型分解速度制御

- $rank(\mathbf{J}_{int}^*) = m < n$ の場合
乗除算： $\frac{1}{3}m^3 + \frac{1}{2}m^2(n+2) + \frac{1}{6}m(15n-2)$
加減算： $\frac{1}{3}m^3 + \frac{1}{2}m^2n + \frac{1}{6}m(15n-8)$
- $rank(\mathbf{J}_{int}^*) = m = n$ の場合
乗除算： $\frac{1}{3}m^3 + m^2 - \frac{1}{3}m$
加減算： $\frac{1}{3}m^3 + \frac{1}{2}m^2 - \frac{5}{6}m$

(2) 作業分散型分解速度制御

- $rank(\mathbf{J}_{intR}^{*1}) = m_2 < n_1$ の場合
乗除算： $\frac{1}{3}(m_2)^3 + \frac{1}{2}(m_2)^2(n_1+2) + \frac{1}{6}m_2(15n_1+6n_2-2)$
加減算： $\frac{1}{3}(m_2)^3 + \frac{1}{2}(m_2)^2n_1 + \frac{1}{6}m_2(15n_1+6n_2-8)$
- $rank(\mathbf{J}_{intR}^{*1}) = m_2 = n_1$ の場合
乗除算： $\frac{1}{3}(m_2)^3 + (m_2)^2 + \frac{1}{3}m_2(3n_2-1)$
加減算： $\frac{1}{3}(m_2)^3 + \frac{1}{2}(m_2)^2 + \frac{1}{6}m_2(6n_2-5)$

(3) 独立型分解速度制御

- $rank(\mathbf{J}_{int}^{*k}(\mathbf{A}^k)) = m < n_k$ の場合
乗除算： $\frac{1}{3}m^3 + \frac{1}{2}m^2(n_k+2) + \frac{1}{6}m(15n_k-2)$
加減算： $\frac{1}{3}m^3 + \frac{1}{2}m^2n_k + \frac{1}{6}m(15n_k-8)$
- $rank(\mathbf{J}_{int}^{*k}(\mathbf{A}^k)) = m = n_k$ の場合
乗除算： $\frac{1}{3}m^3 + m^2 - \frac{1}{3}m$
加減算： $\frac{1}{3}m^3 + \frac{1}{2}m^2 - \frac{5}{6}m$

Table 4.2 に、7 自由度マニピュレータを持つ2台の宇宙ロボットによる、3次元空間における作業の場合の、各分解速度制御則のシステム全体における計算量を示す。

Table 4.2: Computational Complexity

Control Law	multiply	add
Integrated	1136	1052
Work Assignment	244	220
Independent	674	590

この表より、作業分散型分解速度制御則は、他の分解速度制御則よりも、計算量が極端に少なく、計算負荷が軽いことがわかる。

4.4 計算機シミュレーション

本節では、前節で提案した分解速度制御則の有効性を検証するために、計算機シミュレーションを行う。ただし、宇宙ロボットの作業空間は2次元平面に限定し、質量、大きさが等しい2台のロボットにより作業を行う場合を想定した。また、宇宙ロボットのマニピュレータは2リンク・3関節とし、2本のリンクの質量、長さは同じとした。

4.4.1 分解速度制御則の離散化

分解速度制御則をコンピュータで実現するためには、分解速度制御則の離散化を行う必要がある。本節では、提案した分解速度制御則を以下のように離散化した。また、ベクトル \mathbf{k} は $\mathbf{0}$ 、つまり関節角速度指令値のユークリッドノルムが最小となるように設定した。さらに、制御則の離散化誤差などによる追従誤差を補償するために、各制御則には誤差のフィードバック $-\Lambda \mathbf{e}(k)$ を付加した。

(1) 統合型分解速度制御

式(4.16)より、離散時間制御則は次式とする。

$$\dot{\phi}_{cd}(i) = [\mathbf{J}_{int}^*(i, i-1)]^\dagger \{\nu_d(i+1) - \Lambda \mathbf{e}(i)\} \quad (4.24)$$

$$\dot{\phi}_{cd}(i) = [\mathbf{J}_{int}^*(i-1, i)]^\dagger \{\nu_d(i+1) - \Lambda \mathbf{e}(i)\} \quad (4.25)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \nu_d(i) &= \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{p}_{intd}(i) \\ \Delta \phi_{0d}(i) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}(i) = \begin{bmatrix} e_p(i) \\ e_\phi(i) \end{bmatrix} \\ \Delta \mathbf{p}_{intd}(i) &= \frac{\mathbf{p}_{intd}(i+1) - \mathbf{p}_{intd}(i)}{T}, \quad \Delta \phi_{0d}(i) = \frac{\phi_{0d}(i+1) - \phi_{0d}(i)}{T} \\ e_p(i) &= \mathbf{p}_{intd}(i) - \mathbf{p}_{int}(i), \quad e_\phi(i) = \phi_{0d}(i) - \phi_0(i) \\ \Lambda &= \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\} \end{aligned}$$

であり、 T はサンプリング周期である。また、 $\mathbf{J}_{int}^*(m, n)$ は、時刻 mT におけるロボット1の関節角と、時刻 nT におけるロボット2の関節角からなる一般化ヤコビ行列である。

ロボット1では、式(4.24)より $\dot{\phi}_{cd}(i)$ を計算した後、 $\dot{\phi}_{cd}(i)$ の上半分 of 要素、つまり $\dot{\phi}_{cd}^1(i)$ を制御入力とする。ロボット2では、式(4.25)より $\dot{\phi}_{cd}(i)$ を計算した後、 $\dot{\phi}_{cd}(i)$ の下半分の要素、つまり $\dot{\phi}_{cd}^2(i)$ を制御入力とする。

(2) 作業分散型分解速度制御

式(4.17)と式(4.18)より、離散時間制御則は次式とする。

$$\dot{\phi}_{cd}^2(i) = [\mathbf{J}_{intT}^{*2}(i-1, i)]^\dagger \{\Delta \mathbf{p}_{intd}(i+1) - \mathbf{J}_{intT}^{*1}(i-1, i) \dot{\phi}_{cd}^1(i-1) - \Lambda_p e_p(i)\} \quad (4.26)$$

$$\dot{\phi}_{cd}^1(i) = [\mathbf{J}_{intR}^{*1}(i, i-1)]^\dagger \{\Delta \phi_{0d}(i+1) - \mathbf{J}_{intR}^{*2}(i, i-1) \dot{\phi}_{cd}^2(i-1) - \lambda_\phi e_\phi(i)\} \quad (4.27)$$

ここで,

$$\Lambda_p = \text{diag}\{\lambda_{p1}, \lambda_{p2}\}$$

であり, $\mathbf{J}_{intT}^{*k}(m, n)$ と $\mathbf{J}_{intR}^{*k}(m, n)$ は, 時刻 mT におけるロボット 1 の関節角と, 時刻 nT におけるロボット 2 の関節角からなる一般化ヤコビ行列である.

(3) 独立型分解速度制御

式(4.19)と式(4.20)より, 離散時間制御則は次式とする.

$$\dot{\phi}_{cd}^1(i) = [\mathbf{J}_{int}^{*1}(i, \mathbf{A}^1)]^\dagger \{\nu_d(i+1) - \Lambda e(i)\} \quad (4.28)$$

$$\dot{\phi}_{cd}^2(i) = [\mathbf{J}_{int}^{*2}(i, \mathbf{A}^2)]^\dagger \{\nu_d(i+1) - \Lambda e(i)\} \quad (4.29)$$

ここで, $\mathbf{J}_{int}^{*k}(i, \mathbf{A}^k)$ は, 時刻 iT におけるロボット k の関節角と分割係数行列 \mathbf{A}^k からなる一般化ヤコビ行列である.

式(4.24)から式(4.29)においては, 演算時間として, 1 サンプリング周期のむだ時間を考慮している. さらに, 式(4.24)から式(4.27)においては, ロボット間の通信時間遅れとして, 1 サンプリング周期のむだ時間を考慮している.

4.4.2 シミュレーション条件

シミュレーションにおいて, 宇宙ロボットおよび操作物体の幾何学的パラメータ (リンクの長さ) は, 第3章作業特性の解析のときと同様に, 以下のように設定した.

$$a_1^1 = a_2^1 = a_3^1 = 1.0 \text{ m}, \quad b_1^1 = b_2^1 = b_3^1 = 1.0 \text{ m}$$

$$a_1^2 = a_2^2 = a_3^2 = 1.0 \text{ m}, \quad b_1^2 = b_2^2 = b_3^2 = 1.0 \text{ m}$$

$$b_0^0 = 0.0 \text{ m}, \quad b_0^1 = 2.0 \text{ m}$$

$$b_0^2 = \begin{cases} 2.0 \text{ m} & (\text{Parallel System}) \\ 1.0 \text{ m} & (\text{Serial System}) \end{cases}$$

また, ベースと操作物体の質量比 μ は 1.0, マニピュレータを構成するリンクとベースの質量比 α は 0.05 に設定した.

目標軌道は 4-1-4 次多項式補間により生成し, サンプリング周期およびフィードバックゲインはそれぞれ, 0.01s と -3.0 に設定した. また, 独立型分解速度制御における分割係数行列 \mathbf{A}^1 と \mathbf{A}^2 は, $0.5\mathbf{E}$ とした.

4.4.3 シミュレーション結果

まず, パラレルシステムのシミュレーション結果を Fig.4-1 から Fig.4-3 に示す. なお, 注目点 (操作物体の中心) は固定したまま, 操作物体を反時計回りに 30.0deg 回転させることを目標作業とした.

これらのシミュレーション結果より, パラレルシステムに対して, 提案した分解速度制御則により, 目標作業を実行できることを確認した. なお, いずれの分解速度制御則も, 作業の精

度は、並進運動に関しては 0.1mm 以下、回転運動に関しては 0.1deg 以下であり、十分な制御性能が得られた。

つぎに、シリアルシステムのシミュレーション結果を Fig.4-4 と Fig.4-5 に示す。なお、注目点（操作物体の中心）を x 軸方向に 1m 動かしながら、操作物体を反時計回りに 20.0deg 回転させることを目標作業とした。

これらのシミュレーション結果から、シリアルシステムに対してもパラレルシステムの場合と同様に、いずれの分解速度制御則も、目標作業を実行できることを確認した。

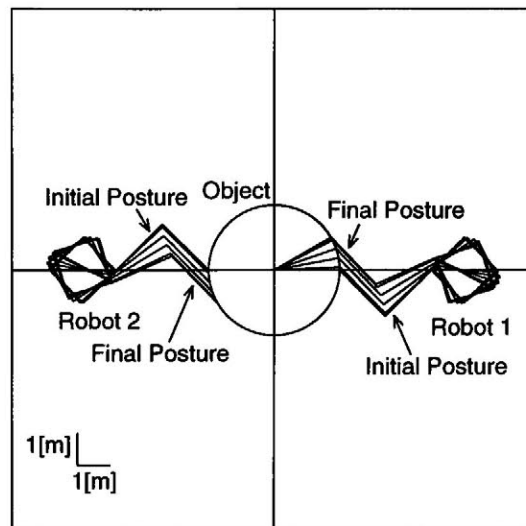


Fig.4-1: Simulation Result (Integrated RMRC)

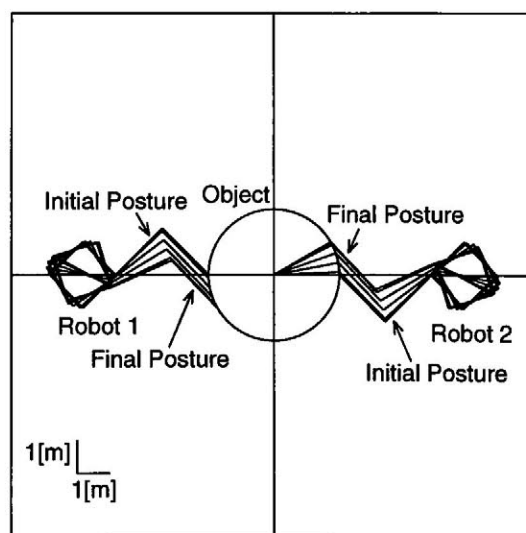


Fig.4-2: Simulation Result (Work Assignment RMRC)

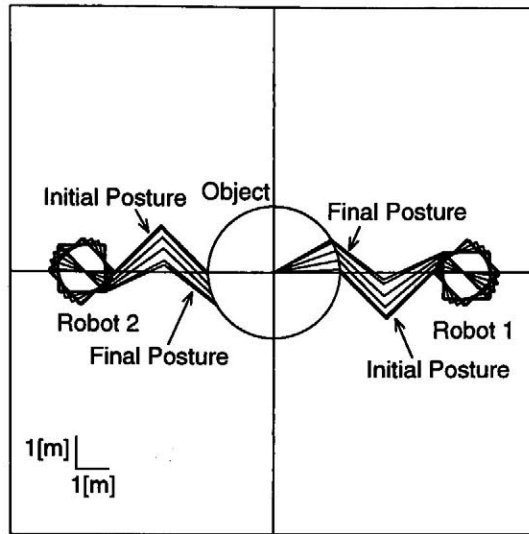


Fig.4-3: Simulation Result (Independent RMRC)

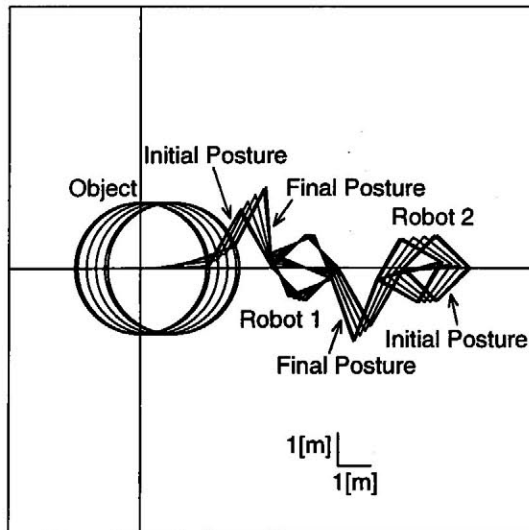


Fig.4-4: Simulation Result (Integrated RMRC)

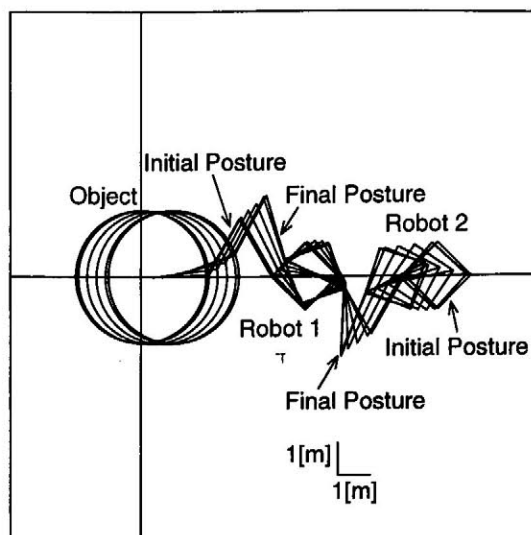


Fig.4-5: Simulation Result (Work Assignment RMRC)

4.5 おわりに

本章ではまず、パラレルシステムとシリアルシステムの運動学関係式を分割することを考え、その分割された運動学関係式にもとづき、作業分散型分解速度制御則と独立型分解速度制御則を導いた。そして、計算機シミュレーションにより、提案した分解速度制御則の検証を行った。

ここで得られた結果と第3章作業特性の解析で得られた結果をまとめると、以下のようになる。なお、「基準」と記している項目は、シングルシステムの場合と同じであることを意味する。

システム構成と制御手法の評価結果

システム構成	パラレルシステム			シリアルシステム	
作業能力	良い			優れている	
搬出量	可操作度に関しては軽減			軽減	
分割法	分割なし	並進と回転	各ロボット	分割なし	並進と回転
拡張性	基準	基準	良い	基準	基準
冗長自由度	基準	分割される	減少	基準	分割される
分解速度制御	統合型	作業分散型	独立型	統合型	作業分散型
計算量	基準	非常に少ない	少ない	基準	非常に少ない
ロボット間通信	必要	必要	必要なし	必要	必要
信頼性	基準	やや向上	向上	基準	やや向上

この結果から、どの構成が最も良いか一概に判断できないが、作業特性を重要視するならばシリアルシステムを、一方、システムの拡張性や信頼性が大切な場合には、パラレルシステムを構成し、独立型分解速度制御を使用することが推奨される。

第5章 空気浮上式シミュレータによる制御実験

5.1 はじめに

計算機シミュレーションは、数学モデル、開発した制御手法の検証や物理現象の理解に大いに役立つ。しかし、例えば、開発した制御手法を実用化するためにはこれだけでは不十分であり、実環境における実験によってさらに検証を行う必要がある。

その理由は、

- モデル化の際に無視したダイナミクス
- 環境がシステムにおよぼす外乱および測定ノイズ

などが存在する場合でも、実用に耐えることが可能であることを検証するためである。

一般の産業用ロボットなどの場合には、比較的容易に実験を行うことが可能である。しかし、宇宙という特別な環境で作業を行う宇宙ロボットの場合、コストや実験の規模が大きいという理由から、実際に宇宙空間において実験を行うという機会は、ほとんど与えられない。そこで、様々な大学および研究機関などでは、地上において宇宙ロボットが作業を行う無重量空間を模擬するための試験プラットフォーム（テストベッド）を製作し、種々の実験を行っている [54, 55, 56, 57, 21]。

地上の実験室において無重量空間を模擬する方法としては、以下のようなものが考えられている。

1. 落下塔あるいは弾道飛行により自由落下状態を実現する
2. 水中の浮力を利用する
3. 空気浮上を利用する
4. カウンターウェイトあるいはスプリングをつけたワイヤーで吊す
5. 運動呈示のためのハードウェアと動作ダイナミクスの計算を行うソフトウェアを合体させたハイブリッドシミュレーション

ここでは、動作が2次元平面に限定されるが、制作が比較的容易であり、力学的に良好な結果が得られる空気浮上を利用したシミュレータにより、第4章で提案した分解速度制御の有効性を検証する。また、宇宙ロボットが未知物体を捕捉した場合でも、良好な制御性能を示す適応制御系の設計と実験による検証を行う。

5.2 空気浮上式シミュレータ

ここでは、空気浮上式シミュレータ SMART-III(Space MANipulator Robot Testbed III)のシステム構成について述べる。

まず、SMART-IIIの外観とシステム構成を Fig.5-1 から Fig.5-3 に示す。

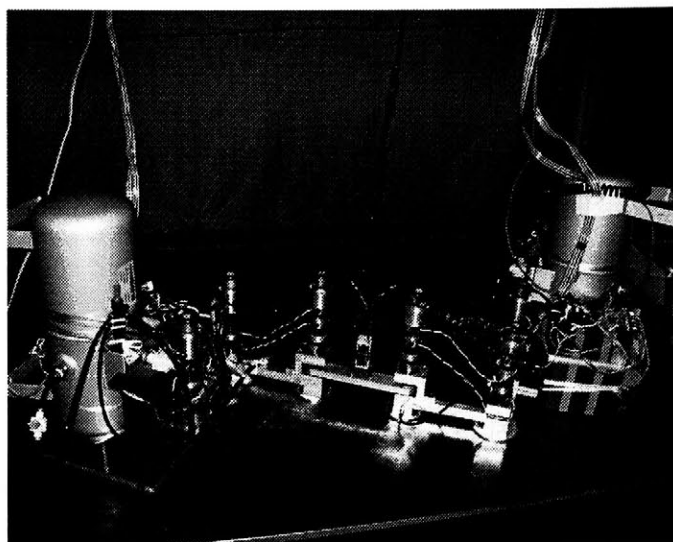


Fig.5-1: Photograph of SMART-III

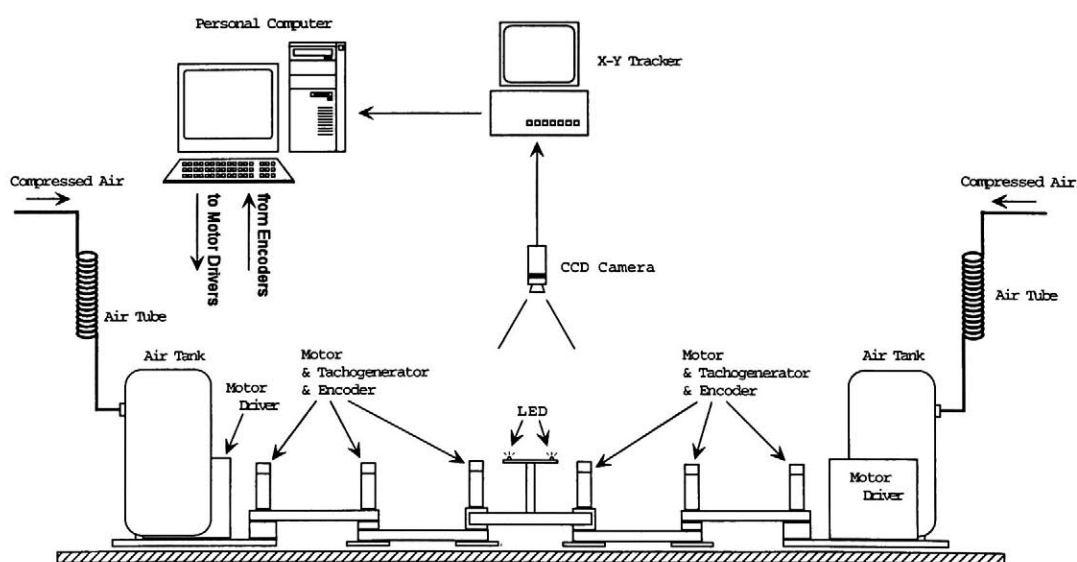


Fig.5-2: Schematic of SMART-III

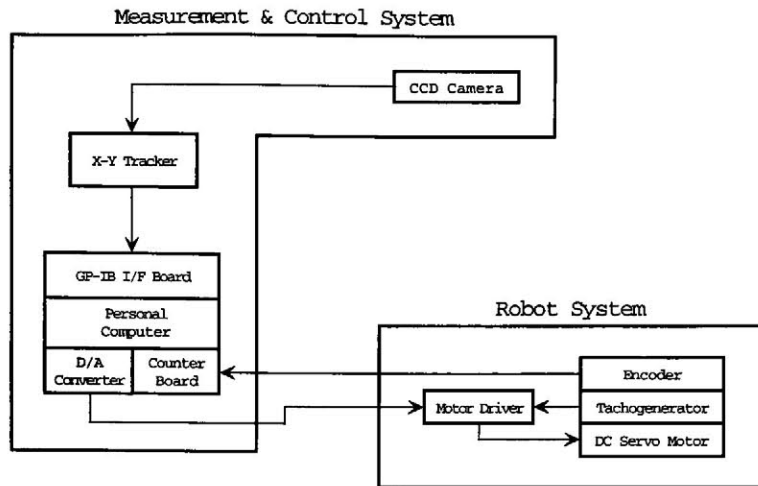


Fig.5-3: Apparatus of SMART-III

SMART-IIIは、ロボットシステム、計測・制御システムから構成されている。

ロボットシステムは、ベースおよびマニピュレータを構成するリンク、マニピュレータを駆動するDCサーボアクチュエータ ((株)ハーモニックドライブシステムズ RH-11B-3001-TE) とコントロールユニット ((株)ハーモニックドライブシステムズ HS-250-2), およびエアタンクから構成される。エアタンクにはコンプレッサから圧縮空気が供給され、その圧縮空気をロボットの下部より噴射することにより、ロボットが浮上し、摩擦の影響が無視できるほど小さくなり、2次元平面内においては無重量空間を模擬できる。

計測・制御システムは、CCDカメラ、X-Yトラッカー ((株)エムテック MVA-2000) とパーソナルコンピュータ (NEC PC-9821Xv13) からなる。CCDカメラによって撮影された画像は、X-Yトラッカーに転送される。X-Yトラッカーはその画像をもとに、操作物体に取り付けられた2つのLEDの位置を計算し、コンピュータに転送する。コンピュータは、X-Yトラッカーより得られるLEDの位置と、エンコーダより得られる関節角度をもとに、制御則の計算を行い、その結果をDAコンバータを介してモータドライバに指令する。

ロボットシステムの物理パラメータを Fig.5-4 と Table 5.1 に、操作物体の物理パラメータを Table 5.2 に示す。

Table 5.1: Physical Parameters of SMART-III

	Robot Base (Link0)	Link1	Link2
Mass [kg]	15.54	1.46	1.56
Moment of Inertia [kgm ²]	0.183	0.0136	0.0100

Table 5.2: Physical Parameters of the Object

	Object
Mass [kg]	0.36
Moment of Inertia [kgm ²]	0.0015
Length [m]	0.20

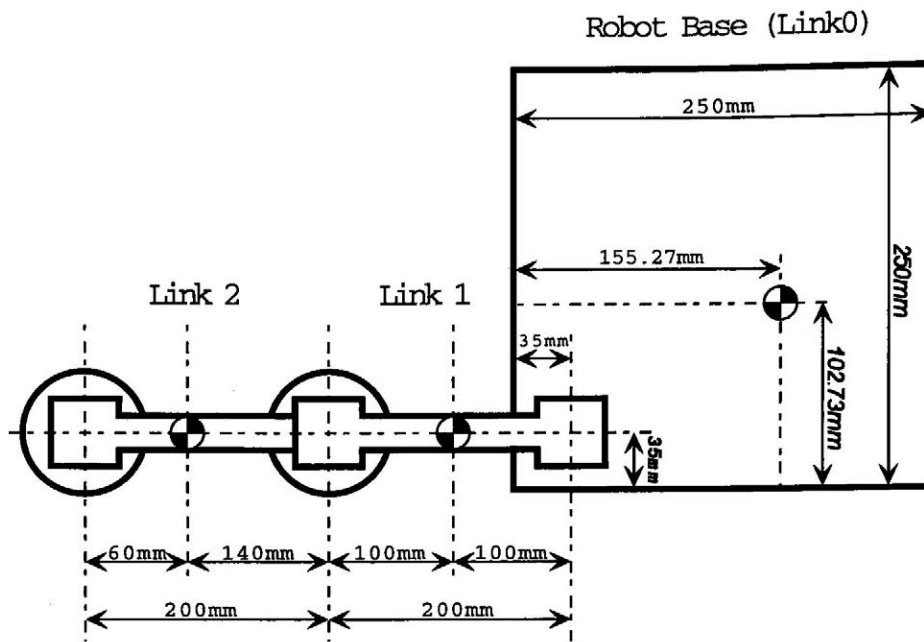


Fig.5-4: Scale of SMART-III

ロボットシステムのパラメータと操作物体のパラメータを比較すると、操作物体の質量が非常に軽いことがわかる。したがって、第3章で述べたように、パラレルシステムの作業領域は小さくなってしまふ。しかしここでは、主として、計算機シミュレーションの際には無視したモータ駆動系のダイナミクスなどによるモデル化誤差に対する、提案した分解速度制御則の有効性の検証を目的とし、SMART-IIIを用いた実験を行う。

5.3 協調制御実験

ここでは、4.3節で述べた制御手法の実験的検証を行う。なおここでは、4.3節で提案した3種類の制御手法を協調制御と呼ぶ。

5.3.1 モデリング

協調制御実験を行うために、SMART-IIIのモデリングおよび運動学関係式の導出を行った。Fig.5-5にそのモデルを示す。運動学関係式の導出については、付録Aに示す。

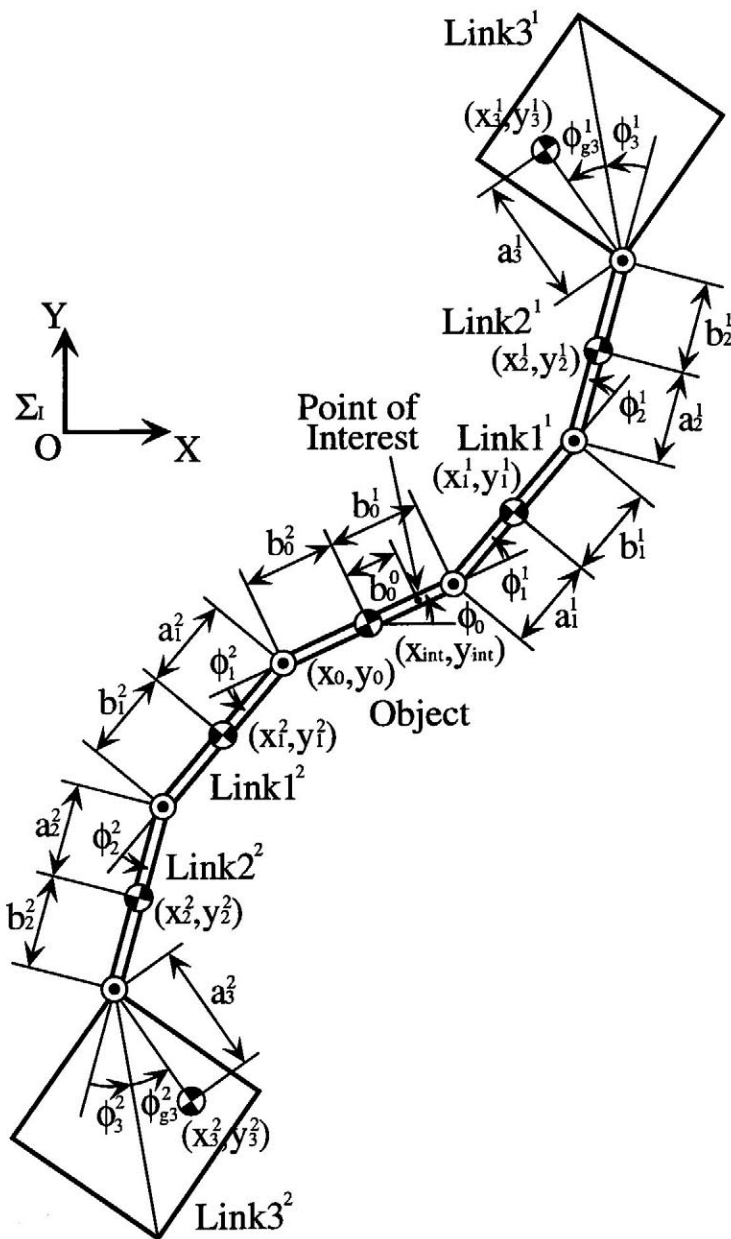


Fig.5-5: Model of SMART-III as Parallel System

SMART-IIIはパラレルシステムであるが、Fig.5-6のようにモデリングを行うことにより、シリアルシステムに対する協調制御実験を行った。

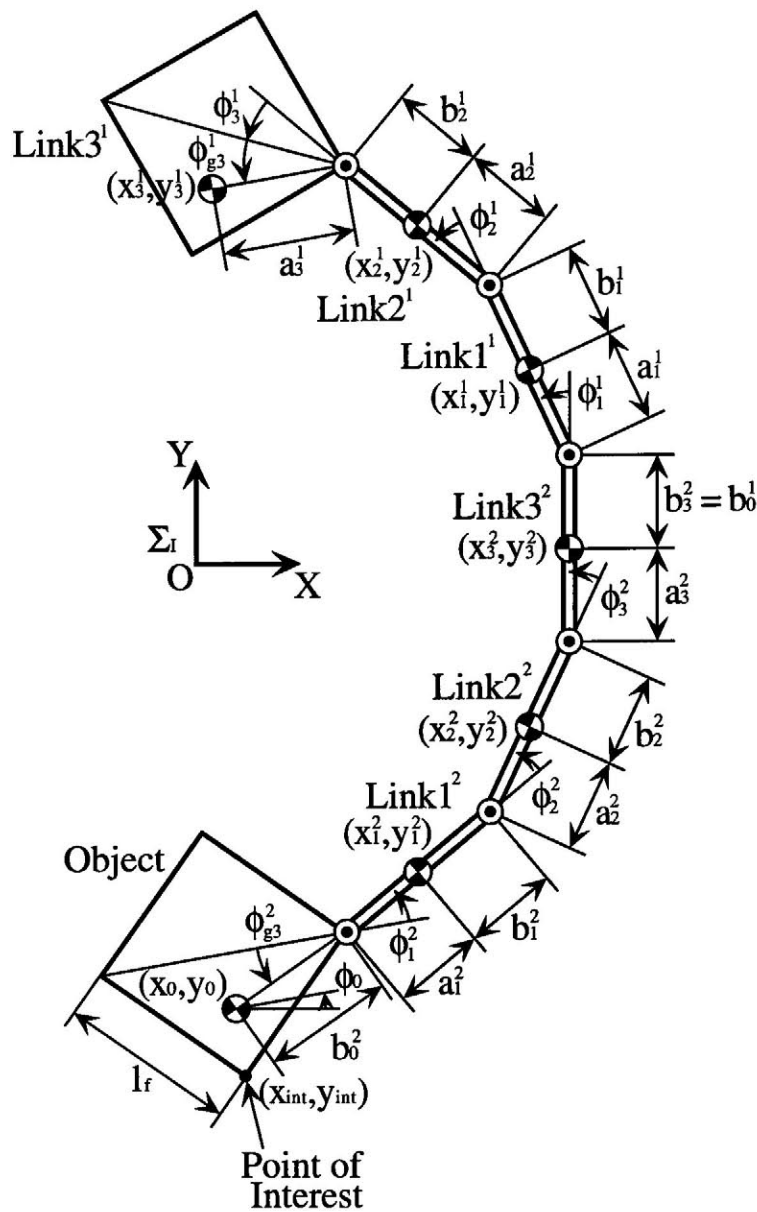


Fig.5-6: Model of SMART-III as Serial System

Fig.5-6 からわかるように、ロボットシステムの構成は、パラレルシステムと同じである。ただし、パラレルシステムにおいてロボット 2 のベース、リンク 2、リンク 1 と操作物体であったものを、シリアルシステムではそれぞれ操作物体、ロボット 2 のリンク 1、リンク 2 とベースと見なしている。シリアルシステムにおける注目点および操作物体の姿勢角は、操作物体（パラレルシステムではロボット 2 のベース）に取り付けてある 2 つの LED の位置から求めた。

このモデルに対する運動学関係式も、パラレルシステムの場合と同様に表される。ただし、一般化ヤコビ行列の要素は異なる。詳細は付録 B に示す。

5.3.2 実験結果

協調制御実験において、目標軌道は 4-1-4 次多項式補間により生成し、サンプリング周期およびフィードバックゲインはそれぞれ、 $0.05s$ と -3.0 に設定した。

まず、パラレルシステムの場合の実験結果を Fig.5-7 から Fig.5-9 に示す。なお、注目点を x 軸方向に $5cm$ 動かしながら、操作物体を反時計回りに $20.0deg$ 回転させることを目標作業とした。Fig.5-10 には、各分解速度制御則を用いた場合の追従誤差を比較したグラフを示す。

これらの結果から、目標軌道に対する追従誤差は十分小さく、モデル化誤差などが存在する場合に対しても、提案した分解速度制御則は良好な制御性能を示すことがわかる。

つぎに、シリアルシステムの場合の実験結果を Fig.5-11 と Fig.5-12 に示す。なお、操作物体を回転させずに、注目点を x 軸方向に $5cm$ 動かすことを目標作業とした。Fig.5-13 には、各分解速度制御則を用いた場合の追従誤差を比較したグラフを示す。

これらの結果から、シリアルシステムに対しても、目標軌道に対する追従誤差は十分小さく、提案した制御手法は良好な制御性能を示すことがわかる。

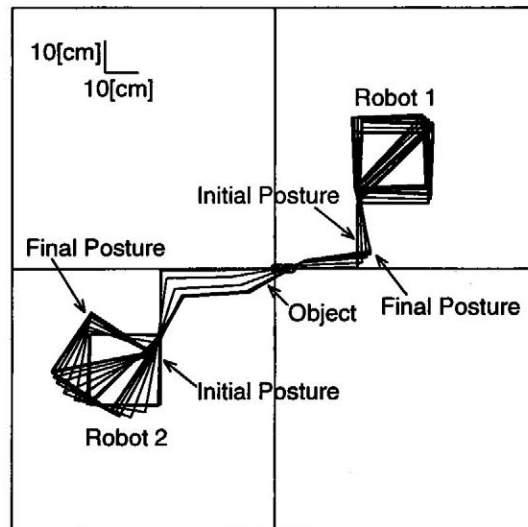


Fig.5-7: Experimental Result (Integrated RMRC)

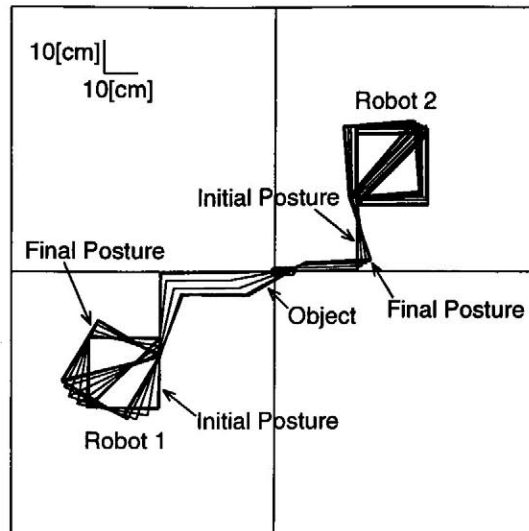


Fig.5-8: Experimental Result (Work Assignment RMRC)

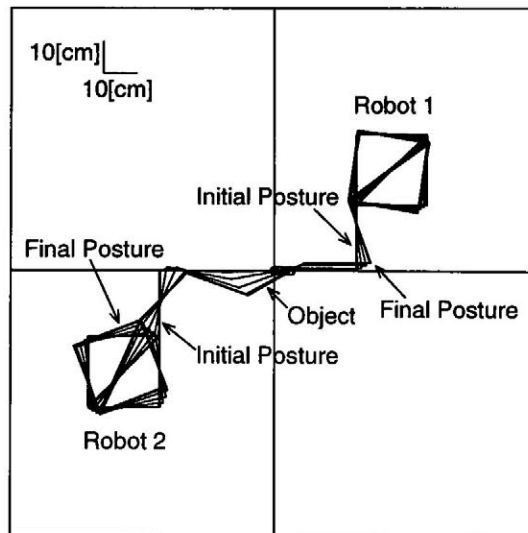


Fig.5-9: Experimental Result (Independent RMRC)

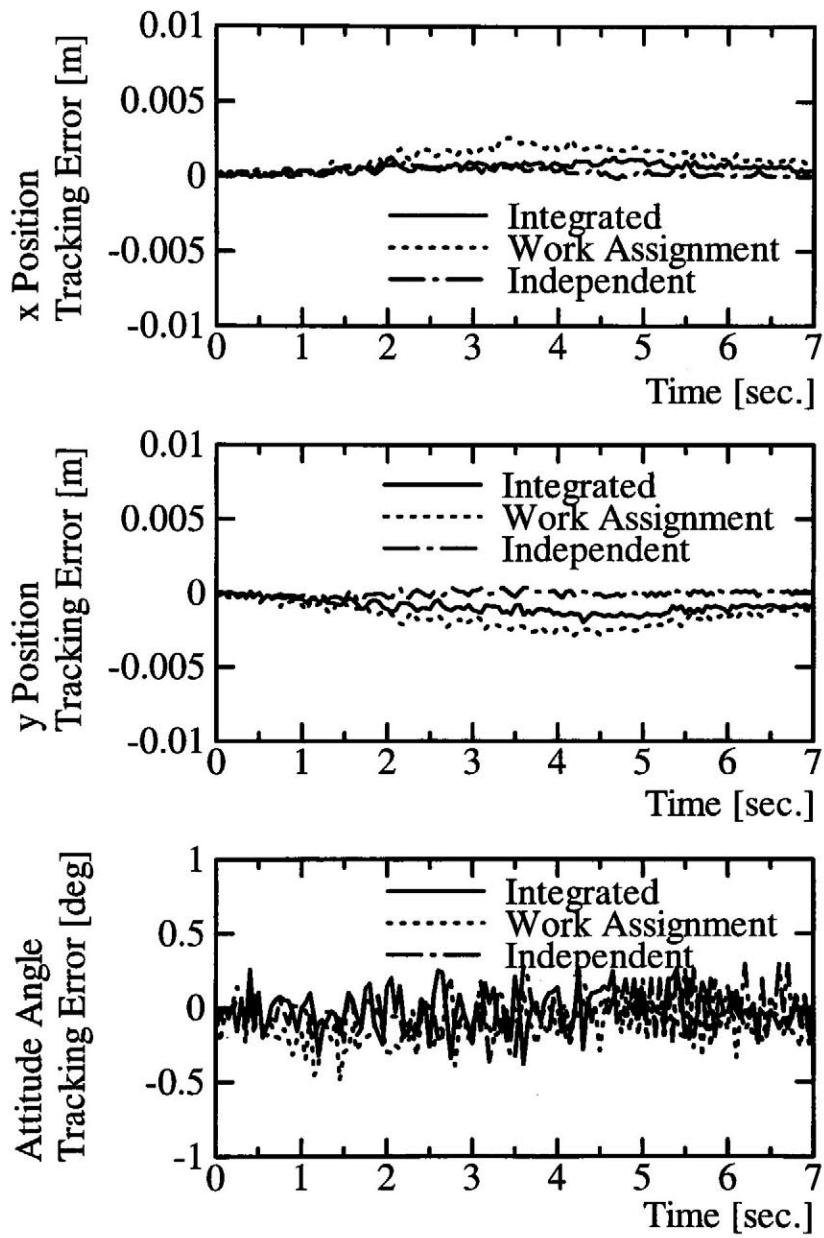


Fig.5-10: Time History of Tracking Error (Parallel System)

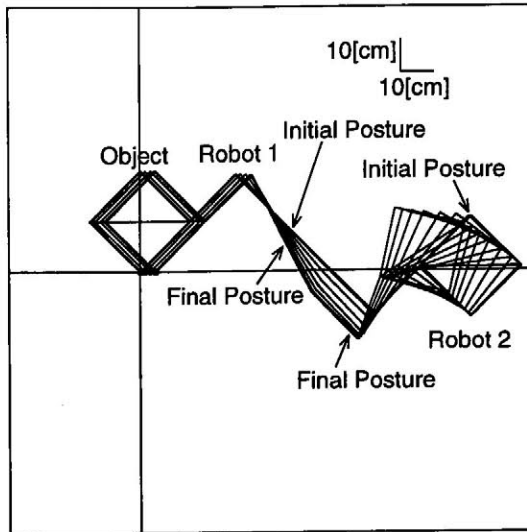


Fig.5-11: Experimental Result (Integrated RMRC)

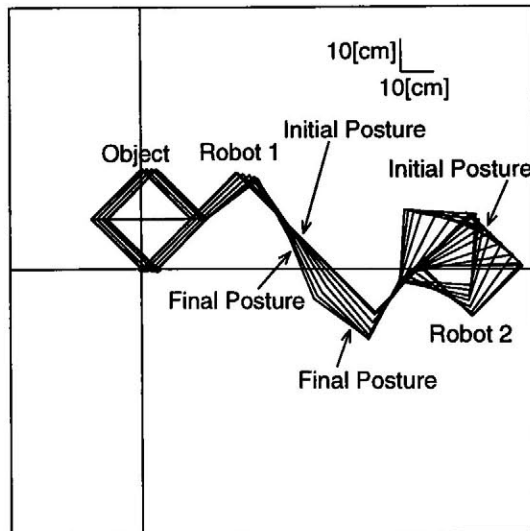


Fig.5-12: Experimental Result (Work Assignment RMRC)

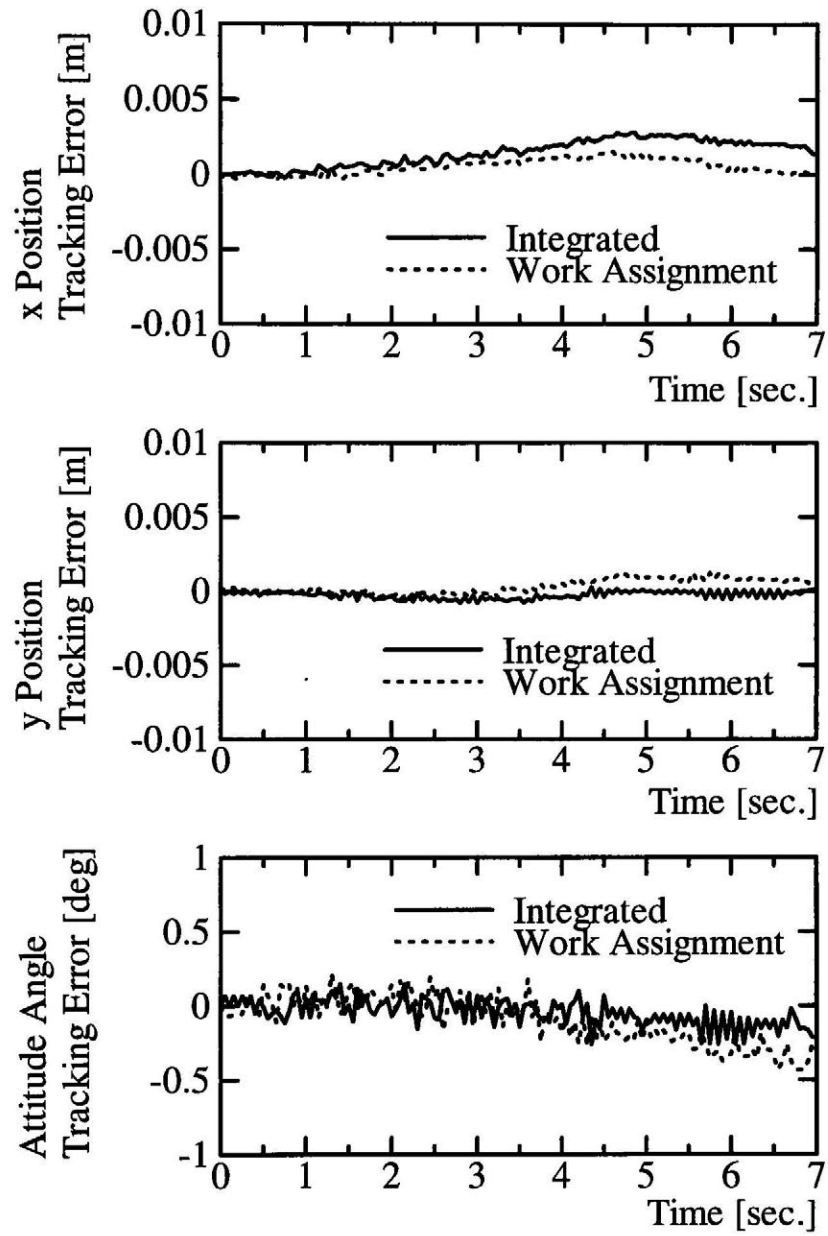


Fig.5-13: Time History of Tracking Error (Serial System)

5.4 適応制御実験

現在までに、宇宙ロボットのエンドエフェクタ位置制御手法として、多くの方法が提案されている。しかし、これらの制御手法の多くは、宇宙ロボットの物理パラメータがすべて既知である場合にのみ有効である。したがって、宇宙ロボットが、物理パラメータが未知である物体を捕捉した場合、制御性能の劣化が起こる。宇宙ロボットを宇宙空間における建設などに用いる場合、このような問題は非常に重要である。

パラメータが未知あるいは変動する制御対象に対して、適応制御が有効であることが知られている [58]。ここでは、離散時間形分解速度制御則を基に、宇宙ロボットの適応制御系を設計し、実験によりその有用性を検証する。

5.4.1 宇宙ロボットの離散時間形分解速度制御

ここでは、次節で設計する適応制御系の基礎となる離散時間形分解速度制御則を導く。

まず、ここで用いる宇宙ロボットの2次元モデルを Fig.5-14 に示す。なお、以下の議論は、3次元モデルに対しても、容易に拡張可能である。

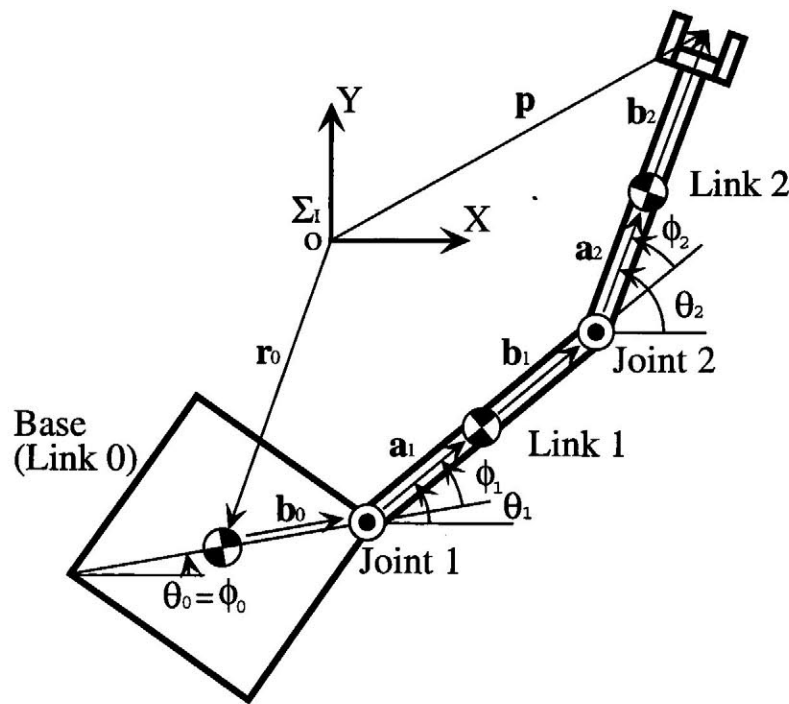


Fig.5-14: Planar Model of Space Robot

Fig.5-14 に示される宇宙ロボットの運動学関係式は、次式で与えられる。

$$\dot{p} = J^* \dot{\phi} \quad (5.1)$$

ここで、一般化ヤコビ行列 J^* は、以下のように構成される。

$$J^* = J_m - J_s I_s^{-1} I_m$$

いま，オイラーの前進差分近似

$$\dot{\mathbf{p}}(t) = \frac{\mathbf{p}(k+1) - \mathbf{p}(k)}{T}$$

を用い，運動学関係式 (5.1) を離散化すると次式が得られる。

$$\mathbf{p}(k+1) = \mathbf{p}(k) + T\mathbf{J}^*(k)\dot{\phi}_{cd}(k-1) \quad (5.2)$$

$$\dot{\phi}(k) = \dot{\phi}_{cd}(k-1) \quad (5.3)$$

ただし， T はサンプリング周期である。また，演算時間として1サンプリング周期のむだ時間を考慮している。

以下では，式 (5.2) と式 (5.3) を宇宙ロボットの離散時間形運動学関係式とする。

つぎに，式 (5.2) を $\dot{\phi}_{cd}(k)$ について解き，未来値 $\mathbf{p}(k+2)$ と $\mathbf{p}(k+1)$ をその目標値 $\mathbf{p}_d(k+2)$ と $\mathbf{p}_d(k+1)$ で置換すると，分解速度制御の離散時間形式である

$$\dot{\phi}_{cd}(k) = \frac{1}{T}[\mathbf{J}^*(k)]^{-1}\{\mathbf{p}_d(k+2) - \mathbf{p}_d(k+1)\} \quad (5.4)$$

が得られる。なお，未来値 $\mathbf{J}^*(k+1)$ は，その変動が1サンプリング周期間で微小とし， $\mathbf{J}^*(k)$ で近似している。

分解速度制御は動特性を考慮していないため，高速動作を行うような場合には，十分な制御性能が期待できない。また，フィードバックループをもたないため，定常位置誤差が生じる。これらの問題を解決するために，式 (5.4) に位置の誤差 $\mathbf{e}(k)$ のフィードバックを導入した新たな分解速度制御則を

$$\dot{\phi}_{cd}(k) = \frac{1}{T}[\mathbf{J}^*(k)]^{-1}\{\mathbf{p}_d(k+2) - \mathbf{p}_d(k+1) - \mathbf{\Lambda}\mathbf{e}(k)\} \quad (5.5)$$

とする。ただし，

$$\mathbf{e}(k) = \mathbf{p}_d(k) - \mathbf{p}(k) \quad : \quad \text{追従誤差ベクトル}$$

$$\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2\} \quad : \quad \text{追従誤差ゲイン行列}$$

である。

5.4.2 宇宙ロボットの適応制御

適応制御系を設計する場合，制御対象の数式モデルは，未知パラメータを線形に含んでいる必要がある。

前節で述べたように，宇宙ロボットの一般化ヤコビ行列は，以下のように構成されている。

$$\mathbf{J}^* = \mathbf{J}_m - \mathbf{J}_s \mathbf{I}_s^{-1} \mathbf{I}_m \quad (5.6)$$

一般化ヤコビ行列を構成する要素 \mathbf{I}_s , \mathbf{I}_m , \mathbf{J}_s と \mathbf{J}_m は，物理パラメータを線形に含んでいる。しかし， \mathbf{I}_s の逆数演算により，一般化ヤコビ行列自身はパラメータを線形に含んでいない。したがって，このままでは適応制御系の設計ができない。

この問題を解決するアプローチとして，つぎの2つが考えられる。

1. パラメータが線形に含まれるように、運動学関係式を変形する。

2. パラメータが線形に含まれるように、一般化ヤコビ行列の簡単化（近似）を行う。

以下では、上記第1のアプローチによって設計される適応制御系を適応制御I、第2のアプローチによって設計される適応制御系を適応制御IIとし、それぞれについて簡単に説明する。

<適応制御I>

宇宙ロボットの離散時間形運動学関係式(5.2)を関節角速度指令値 $\dot{\phi}_{cd}(k)$ について解くと次式となる。

$$\dot{\phi}_{cd}(k) = \frac{1}{T}[\mathbf{J}^*(k+1)]^{-1}\{\mathbf{p}(k+2) - \mathbf{p}(k+1)\} \quad (5.7)$$

また、一般化ヤコビ行列の逆行列は次式で表すことができる。

$$[\mathbf{J}^*(k)]^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{J}_d(k)|} \mathbf{J}_n(k) \quad (5.8)$$

ここで、上式の $\mathbf{J}_n(k)$ および $|\mathbf{J}_d(k)|$ はパラメータを線形に含んでいることから、式(5.7)の両辺に $|\mathbf{J}_d(k+1)|$ を掛けると、次式が得られる。

$$\dot{\phi}_{cd}(k) = \mathbf{A}(k+1)\dot{\phi}(k+1) + \mathbf{B}(k+1)\{\mathbf{p}(k+2) - \mathbf{p}(k+1)\} \quad (5.9)$$

この運動学関係式は、パラメータを線形に含んでいるので、適応制御系の設計が可能となる。

式(5.9)に基づき、適応制御系を設計した結果、つぎの制御則が得られる。

$$\dot{\phi}_{cd}(k) = [\mathbf{I} - \hat{\mathbf{A}}(k, k)]^{-1} \hat{\mathbf{B}}(k, k)\{\mathbf{p}_d(k+2) - \mathbf{p}_d(k+1) - \Lambda \mathbf{e}(k)\} \quad (5.10)$$

上式において、 $|\hat{\mathbf{B}}(k, k)| \neq 0$ と $-1 < \lambda_i < 0$ が満足されるならば、 $k \rightarrow \infty$ で、追従誤差の収束性

$$\mathbf{e}(k) \rightarrow \mathbf{0} \quad (5.11)$$

が保証される。

<適応制御II>

まず、仮定

$$\mathbf{I}_s^{-1} \mathbf{I}_m = \text{const.}$$

を設定すると、一般化ヤコビ行列はつぎのように、パラメータに関して線形表示できる。

$$\mathbf{J}_s^* = \begin{bmatrix} \alpha_1 \sin \theta_0 + \alpha_2 \sin \theta_1 + \alpha_3 \sin \theta_2, & \alpha_4 \sin \theta_0 + \alpha_5 \sin \theta_1 + \alpha_6 \sin \theta_2 \\ \beta_1 \cos \theta_0 + \beta_2 \cos \theta_1 + \beta_3 \cos \theta_2, & \beta_4 \cos \theta_0 + \beta_5 \cos \theta_1 + \beta_6 \cos \theta_2 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

この一般化ヤコビ行列を簡単化一般化ヤコビ行列 \mathbf{J}_s^* と呼ぶ。

したがって、適応制御系の設計が可能となり、以下の制御則が得られる。

$$\dot{\phi}_{cd}(k) = \frac{1}{T}[\hat{\mathbf{J}}_s^*(k, k)]^{-1}\{\mathbf{p}_d(k+2) - \mathbf{p}_d(k+1) - \Lambda \mathbf{e}(k)\} \quad (5.13)$$

上式において、フィードバックゲインを $-1 < \lambda_i < 0$ を満たすように選ぶと、追従誤差の収束性が保証される。

$$e(k) \rightarrow 0 \quad (5.14)$$

が保証される。

ちなみに、推定パラメータの数は、Fig.5-14 の 2 リンク宇宙ロボットモデルの場合、適応制御 I は 38 個、適応制御 II は 12 個である。

これらの適応制御系の詳細については、付録 C と付録 D に記す。

5.4.3 宇宙ロボットシステムに対する適応制御系の設計

一台の宇宙ロボットの運動学関係式と、複数台の宇宙ロボットと操作物体から構成されるシステムの運動学関係式は、同じ形式で表現されることを先に示した。したがって、複数台の宇宙ロボットによる協同作業の場合に対しても、同手法でもって適応制御系を設計することは可能である。

しかし、推定するパラメータの数が非常に多くなるため、多数の演算とその高速処理が要求される。ただし、例えば、宇宙ロボットのパラメータは完全に既知であり、操作物体に関するパラメータのみ未知であれば推定パラメータの数は、2次元モデルの場合には 10 個となる。

5.4.4 実験結果

ここでは、前節で設計した適応制御による実験の結果を示す。

制御目標は、 $0.05m/s$ の速さで、設定されたターゲットにハンドを到達させることとした。また、実験の際には、未知捕捉物体としておよそ $0.8kg$ の物体を載せた。なお、サンプリング周期およびフィードバックゲインは、それぞれ $T = 0.1s$, $\lambda_i = -0.3$ とした。

ターゲット位置 (x_d, y_d) を $(-0.1m, 0.05m)$, $(-0.1m, 0.0m)$ と $(-0.1m, -0.05m)$ としたときの実験結果を、それぞれ Fig.5-15, Fig.5-16 と Fig.5-17 に示す。

これらの結果より、両適応制御系とも、質量が未知である物体を捕捉しているにもかかわらず、適応過程の進行とともに追従誤差が抑えられ、良好な性能を示していることがわかる。また、推定パラメータの数を考慮すると、適応制御 II の方が計算量が少なくすみ、簡単化一般化ヤコビ行列が有用であると言える。

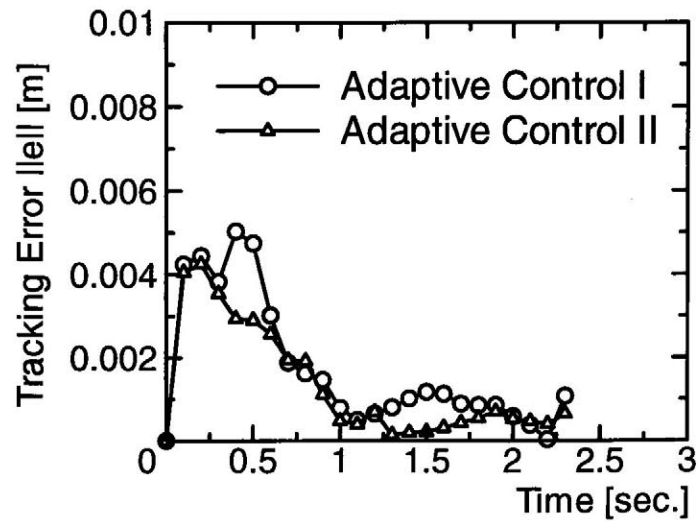


Fig.5-15: Time History of Tracking Error ($x_d = -0.1m, y_d = 0.05m$)

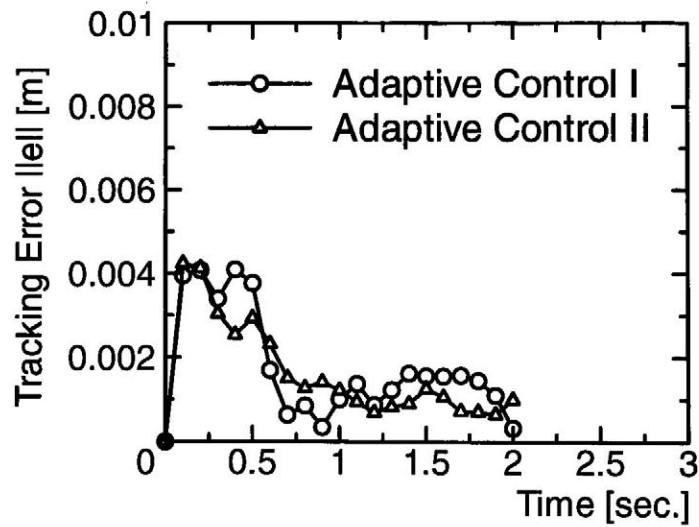


Fig.5-16: Time History of Tracking Error ($x_d = -0.1m, y_d = 0.0m$)

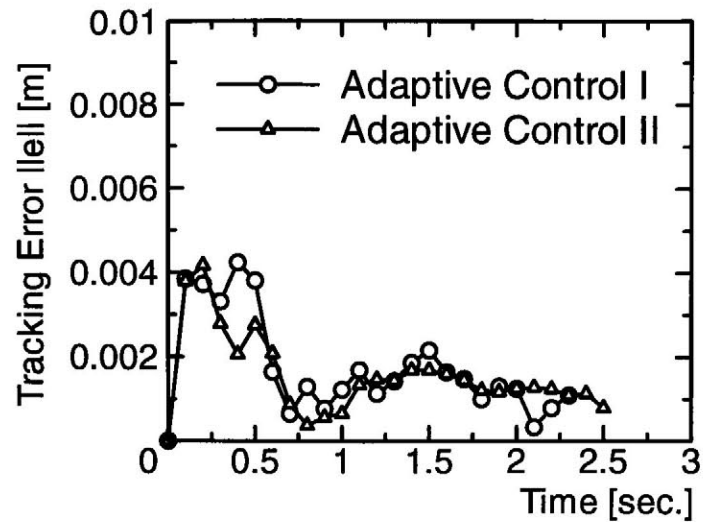


Fig.5-17: Time History of Tracking Error ($x_d = -0.1m, y_d = -0.05m$)

5.5 おわりに

ここでは、空気浮上式シミュレータを用いて、提案した分解速度制御の実験的検証を行った。その結果、計算機シミュレーションの際には無視したモータ駆動系のダイナミクスによるモデル化誤差などが存在する場合でも、提案した制御手法の有効性を示すことができた。

また、宇宙ロボットが、質量が未知である物体を捕捉した場合でも、良好な制御性能を示す適応制御系の設計と実験による検証を行い、その有用性を明らかにした。

第6章 結論

将来の宇宙開発においては、複数台の宇宙ロボットによる協同作業の必要性が求められるが、これまでの宇宙ロボットに関する研究では、すべて1台の宇宙ロボットによる作業を対象としていた。

本研究では、複数台の浮遊型宇宙ロボットによって物体を操作（マニピュレーション）するシステムの提案、それらシステムの作業特性解析および制御手法の開発・検証を行った。以下では、本研究で得られた成果を要約して結論とする。

第2章では、複数台の宇宙ロボットが作業を行う場合の2種類のシステム構成を提案し、それらの運動学関係式を導出した。運動学関係式を導出するためには、宇宙ロボットシステムの一般化座標を設定する必要があるが、ここでは、把持物体の位置、姿勢およびマニピュレータの関節角を一般化座標として選択した。このことにより、複数台の宇宙ロボットからなるシステムの運動学関係式が、1台の宇宙ロボットからなるシステムの場合と同形式で得られることを示した。

第3章では、作業能力の観点から、提案した宇宙ロボットシステムによる協同作業の有効性を検証するために、提案したそれぞれのシステムに対して、作業領域および可操作度を評価指標として、比較・検討を行った。その結果、作業領域に関しては、1台のロボットでは不可能な作業領域が、パラレルシステムまたはシリアルシステムを構成し、協同作業を行うことにより実現可能であることを明らかとした。

また、可操作度に関しても同様に、1台のロボットでは実現不可能な可操作度が、複数台のロボットによる協同作業により実現できることを明らかにした。

さらに、パラレルシステムあるいはシリアルシステムを構成することにより、作業に必要なロボットの総質量の抑制が可能であることを明らかにし、複数台の宇宙ロボットによる協同作業の有効性を確認した。

第4章では、提案した宇宙ロボットシステムに対して、実行容易な分解速度制御則を導くために、運動学関係式を並進運動と回転運動を表す部分に分割する方法と、運動量・角運動量保存則を各ロボットに関する部分に分割する方法を提案した。これらの分割された運動学関係式に基づき、作業分散型分解速度制御則と独立型分解速度制御則を導き、分割していない統合型分解速度制御則と比較して、計算量が少ない、ロボット間通信が不要である、システムの拡張性、信頼性において優れているなどの特長を持つことを明らかにした。

第5章では、空気浮上式シミュレータを用いて、提案した制御則の有効性を検証した。また、宇宙ロボットが捕捉した物体の質量などが未知の場合でも、適応制御系を設計構成すれば良好な制御性能が得られることを、実験により検証した。

以上より、本論文で提案した複数台の浮遊型宇宙ロボットによって物体を操作（マニピュレーション）するシステムが有用であることを示した。

謝辞

本論文の最後にあたり，本研究の機会を与えて下さり，常に懇切なご指導と適切な助言を頂いた九州工業大学情報工学部制御システム工学科 大川不二夫教授に対し，謹んで感謝の意を表します。

また，本研究の遂行にあたって，貴重なご意見を頂いた九州工業大学工学部機械知能工学科 加藤了三教授に深く感謝いたします。

本論文をまとめるにあたり，有益なご助言，ご討論を承りました九州工業大学情報工学部制御システム工学科 平城直治教授，安井湘三教授，および機械システム工学科 安部憲広教授に厚くお礼申し上げます。

シミュレータによる実験においては，九州工業大学工学部機械知能工学科 稲田智久技官，九州工業大学大学院工学研究科 祝部泰勇君，中塚敬一君（現 日本電気株式会社）のご協力を得ました。心からお礼申し上げます。

最後に，本研究を行うにあたり，温かいご理解とご配慮を承りました九州工業大学情報工学部制御システム工学科 金春植助手（現 九州大学大学院システム情報科学研究科）および大川研究室の皆様に深く感謝いたします。

参考文献

- [1] 新田慶治, 木部勢至朗. 宇宙で生きる. オーム社, 1994.
- [2] 松本紘. 宇宙開拓とコンピュータ. 共立出版, 1996.
- [3] 高畑文雄, 森英彦, 池内了, 輿石肇, 戸田勸, 新田慶治. 宇宙技術入門. オーム社, 1994.
- [4] 八坂哲雄. 宇宙のゴミ問題 -スペース・デブリ-. 裳華房, 1997.
- [5] 梅谷陽二. 宇宙ロボットのめざす軌道とターゲット. 日本ロボット学会誌, Vol. 7, No. 1, pp. 72-77, 1989.
- [6] 狼嘉彰. 世界における宇宙ロボットの研究開発動向. 計測と制御, Vol. 28, No. 12, pp. 1041-1046, 1989.
- [7] 狼嘉彰, 梅谷陽二ほか. ミッションスペシャリスト・若田光一宇宙飛行士に聞く. 日本ロボット学会誌, Vol. 14, No. 7, pp. 919-926, 1996.
- [8] 宇宙開発事業団. 国際宇宙ステーション計画の日本の実験棟(JEM)利用ハンドブック. 1998.
- [9] Carlos Canudas de Wit, Bruno Siciliano, and Georges Bastin (Eds). *Theory of Robot Control*. Springer, 1996.
- [10] F. L. Lewis, C. T. Abdallah, and D. M. Dawson. *CONTROL OF ROBOT MANIPULATORS*. MACMILLAN PUBLISHING COMPANY, 1993.
- [11] 小林尚登, 増田良介ほか. ロボット制御の実際. コロナ社, 1997.
- [12] Steven Dubowsky and Evangelos Papadopoulos. The Kinematics, Dynamics, and Control of Free-Flying and Free-Floating Space Robotic Systems. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 9, No. 5, pp. 531-543, 1993.
- [13] Evangelos Papadopoulos and Steven Dubowsky. COORDINATED MANIPULATOR/SPACECRAFT MOTION CONTROL FOR SPACE ROBOTIC SYSTEMS. In *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1696-1701, 1991.
- [14] 岩田敏彰, 戸田義継, 町田和雄. 双腕飛行ロボットの協調制御による近接マヌーバ. 日本航空宇宙学会誌, Vol. 39, No. 453, pp. 17-26, 1991.
- [15] 小林信之, 齊藤修, 野波健蔵. 宇宙ロボットの姿勢制御 (第1報, スラスターによる制御). 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 59, No. 561, pp. 1459-1464, 1993.

- [16] 小林信之, 齊藤修, 野波健蔵, 藤社進. 宇宙ロボットの姿勢制御 (第2報, フィードフォワード・フィードバック協調制御). 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 60, No. 577, pp. 3138–3143, 1994.
- [17] 梅谷陽二, 吉田和哉. 一般化ヤコビ行列を用いた宇宙用ロボットマニピュレータの分解速度制御. 日本ロボット学会誌, Vol. 7, No. 4, pp. 327–337, 1989.
- [18] Kazuya Yoshida and Yoji Umetani. Control of Space Manipulators with Generalized Jacobian Matrix. In *Space Robotics: Dynamics and Control*. Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [19] 升谷保博, 宮崎文夫. 宇宙用マニピュレータのセンサフィードバック制御. 日本ロボット学会誌, Vol. 7, No. 6, pp. 647–655, 1989.
- [20] D. R. Meldrum. Efficient Adaptive Control of a Two-Armed Free-Flying Robot. In *Proc. of 1992 IFAC Automatic Control in Aerospace*, pp. 287–291, 1992.
- [21] Marc A. Ullman and Robert H. Cannon, Jr. Experiments in Autonomous Navigation and Control of a Multi-Manipulator, Free-Flying Space Robot. In *Space Robotics: Dynamics and Control*. Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [22] 吉田和哉, 倉爪亮, 梅谷陽二. 宇宙ロボットの多腕協調制御 (スタビライジング・アームの利用による制御トルクの最適化). 日本ロボット学会誌, Vol. 9, No. 6, pp. 718–726, 1991.
- [23] 吉川恒夫, 横小路泰義, 豊島毅. 宇宙用多腕型ロボットの運動制御のための効率的計算法. 日本ロボット学会誌, Vol. 10, No. 5, pp. 639–647, 1992.
- [24] Michael W. Walker and Lian-Boon Wee. An Adaptive Control Strategy for Space Based Robot Manipulator. In *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1673–1680, 1991.
- [25] Yangsheng Xu, Heung-Yeung Shum, Takeo Kanade, and Ju-Jang Lee. Parameterization and Adaptive Control of Space Robot Systems. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 30, No. 2, pp. 435–451, 1994.
- [26] Baoli Ma and Wei Huo. Adaptive control of space robot system with an attitude controlled base. In *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1265–1270, 1995.
- [27] 泉田啓, 長岡秀行, 室津義定. 宇宙ロボットの適応制御. 日本ロボット学会誌, Vol. 16, No. 6, pp. 832–838, 1998.
- [28] Toshihiko Yamamoto, Jun Kobayashi, Ryoza Katoh, and Fujio Ohkawa. Digital Adaptive Control of a Manipulator mounted on Free-Flying Robot in Space. In *Proc. of 9th World Congress of IFToMM*, pp. 2151–2155, 1995.
- [29] Hiroaki Hirai, Yasuhiro Masutani, and Fumio Miyazaki. Motion Estimation of an Unknown Rigid Body Rotating Freely under Zero Gravity Condition Based on Position Information

- of a Point on the Body. In *Proc. of 7th Workshop on Astrodynamics and Flight Mechanics*, pp. 359–366, 1997.
- [30] Tetsuya Sawada and Fumitoshi Matsuno. Parameter Estimation of Unknown Rigid Objects Moving Freely in Non-Gravity Field by Stereo Vision. In *Proc. of 7th Workshop on Astrodynamics and Flight Mechanics*, pp. 348–353, 1997.
- [31] Krishna C. Gupta. *Mechanics and Control of Robots*, chapter 3. Springer, 1996.
- [32] Lorenzo Sciavicco and Bruno Siciliano. *MODELING AND CONTROL OF ROBOT MANIPULATORS*, pp. 109–115. The McGraw-Hill Companies, Inc., 1995.
- [33] Z. Vafa and S. Dubowsky. ON THE DYNAMICS OF MANIPULATORS IN SPACE USING THE VIRTUAL MANIPULATOR APPROACH. In *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 579–585, 1987.
- [34] 梅谷陽二, 吉田和哉. 宇宙用マニピュレータの作業領域と可操作性解析. 計測自動制御学会論文集, Vol. 26, No. 2, pp. 185–195, 1990.
- [35] 沢崎直之, 井上博允. 複数の自律ロボットによる協調物体操作. 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 59, No. 564, pp. 54–61, 1993.
- [36] 浪花智英, 有本卓, 和田憲造. 複数マニピュレータの協調のための学習制御と Model-Based 適応制御-操作物体の重心位置が未知の場合-. 計測自動制御学会論文集, Vol. 33, No. 5, pp. 368–374, 1997.
- [37] 太田順, 武衛康彦, 新井民夫, 大隅久, 陶山毅一. 2台の移動ロボットの協調による搬送制御. 日本ロボット学会誌, Vol. 14, No. 2, pp. 263–270, 1996.
- [38] 長田正, 石川正俊ほか. 自律分散をめざすロボットシステム. オーム社, 1995.
- [39] 木村浩, 王至東. 複数移動体ロボットによる宇宙構造物の操り (第1報, 操りの基礎理論). 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 59, No. 559, pp. 855–861, 1993.
- [40] 王至東, 木村浩. 複数移動体ロボットによる宇宙構造物の操り (第2報, 操りの基礎実験). 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 59, No. 559, pp. 862–867, 1993.
- [41] J. Kobayashi, K. Nakatsuka, R. Katoh, and F. Ohkawa. A new derivation method of the Generalized Jacobian Matrix of a space robot and its application to a multi-robot system. In *Proc. of the 12th Korea Automatic Control Conference*, pp. 799–802, 1997.
- [42] 小林順, 大川不二夫, 加藤了三. 複数台の宇宙ロボットによる浮遊物体の制御. 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 64, No. 628, pp. 180–186, 12 1998.
- [43] J. Kobayashi, F. Ohkawa, and R. Katoh. Analysis of a Workspace and a Manipulability Measure in Operations by Two Space Robots. In *Proc. of 8th Workshop on Astrodynamics and Flight Mechanics*, pp. 101–106, 1998.
- [44] 小林順, 大川不二夫, 加藤了三. 2台の宇宙ロボットによる浮遊物体の制御 (第6報: 作業特性の解析). ROBOMECH'98 講演論文集, 2A11-7, 1998.

- [45] J. Kobayashi, H. Karasaki, R. Katoh, and F. Ohkawa. HANDLING OF A FLOATING OBJECT BY TWO SPACE ROBOTS. In *Proc. of 7th Workshop on Astrodynamics and Flight Mechanics*, pp. 13–18, 1997.
- [46] 小林順, 中塚敬一, 大川不二夫, 加藤了三. 2台の宇宙ロボットによる浮遊物体の制御 (第3報: 分解速度制御における冗長性と計算量についての比較). 日本機械学会九州支部第50期総会講演会講演論文集, pp. 273–275, 1997.
- [47] Ryozo Katoh, Ming Shen, Shinichi Sagara, Jun Kobayashi, and Fujio Ohkawa. Cooperative Manipulation of a Floating Object by Some Space Robots with Manipulator : Characteristics as a Distributed System. In *Proc. of MECHATRONICS'98*, pp. 261–266, 1998.
- [48] 山本俊彦, 小林順, 大川不二夫, 加藤了三. 宇宙用マニピュレータのデジタル適応制御. 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 62, No. 593, pp. 168–174, 1996.
- [49] 小林順, 山本俊彦, 加藤了三, 大川不二夫, 日野英一. 宇宙用マニピュレータのデジタル適応制御 (第2報, 一般化ヤコビ行列の単純化の妥当性). 日本機械学会論文集 (C編), Vol. 64, No. 617, pp. 156–162, 1998.
- [50] Shinichi Sagara, Masami Hideura, Ryozo Katoh, Tadashi Yamashita, Jun Kobayashi, and Fujio Ohkawa. Adaptive RMRC for Cooperative Manipulation of A Floating Object by Two Free-Based Space Robots. In *Proc. of the 1998 IEEE/RSJ Intl. Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1467–1472, 1998.
- [51] 吉川恒夫. ロボット制御基礎論, 第4章. コロナ社, 1988.
- [52] 遠山茂樹. 機械系のためのロボティクス, p. 49. 総合電子出版, 1988.
- [53] 伊藤宏司, 伊藤正美. 生体とロボットにおける運動制御, pp. 51–55. 計測自動制御学会, 1991.
- [54] 吉田和哉. 宇宙ロボットのための研究開発プラットフォーム. 日本ロボット学会誌, Vol. 14, No. 1, pp. 18–21, 1996.
- [55] Kazuya Yoshida. Experimental study on the dynamics and control of a space robot with experimental free-floating robot satellite (EFFORTS) simulators. *Advanced Robotics*, Vol. 9, No. 6, pp. 583–602, 1995.
- [56] 戸田義継, 岩田敏彰, 町田和雄, 大塚聡子, 福田靖, 鳥生英俊. 宇宙用自由飛行テレロボットの研究 -地上実験モデルの試作-. 日本航空宇宙学会誌, Vol. 40, No. 467, pp. 652–659, 1992.
- [57] 泉田啓, 室津義定, 長岡秀行, 三ツ失明. 宇宙ロボット実験システムのための位置姿勢制御. 日本ロボット学会誌, Vol. 16, No. 6, pp. 824–831, 1998.
- [58] 金井喜美雄. ロバスト適応制御入門. オーム社, 1989.

付録A SMART-IIIの運動学関係式の導出（パラレルシステムの場合）

Fig.5-5 に示される SMART-III の運動量保存則は次式となる。

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ l_z \end{bmatrix} = \mathbf{H}_0 \begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{\phi}_0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_\phi^1 \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1^1 \\ \dot{\phi}_2^1 \\ \dot{\phi}_3^1 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_\phi^2 \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1^2 \\ \dot{\phi}_2^2 \\ \dot{\phi}_3^2 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (\text{A.1})$$

ただし、

$$\mathbf{H}_0 \triangleq \begin{bmatrix} h_{011} & h_{012} & h_{013} \\ h_{021} & h_{022} & h_{023} \\ h_{031} & h_{032} & h_{033} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_\phi^1 \triangleq \begin{bmatrix} h_{\phi 11}^1 & h_{\phi 12}^1 & h_{\phi 13}^1 \\ h_{\phi 21}^1 & h_{\phi 22}^1 & h_{\phi 23}^1 \\ h_{\phi 31}^1 & h_{\phi 32}^1 & h_{\phi 33}^1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_\phi^2 \triangleq \begin{bmatrix} h_{\phi 11}^2 & h_{\phi 12}^2 & h_{\phi 13}^2 \\ h_{\phi 21}^2 & h_{\phi 22}^2 & h_{\phi 23}^2 \\ h_{\phi 31}^2 & h_{\phi 32}^2 & h_{\phi 33}^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} h_{011} &\triangleq h_{011}^1 + h_{011}^2, & h_{012} &\triangleq h_{012}^1 + h_{012}^2, & h_{013} &\triangleq h_{013}^1 + h_{013}^2 \\ h_{021} &\triangleq h_{021}^1 + h_{021}^2, & h_{022} &\triangleq h_{022}^1 + h_{022}^2, & h_{023} &\triangleq h_{023}^1 + h_{023}^2 \\ h_{031} &\triangleq h_{031}^1 + h_{031}^2, & h_{032} &\triangleq h_{032}^1 + h_{032}^2, & h_{033} &\triangleq h_{033}^1 + h_{033}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{011}^1 &\triangleq 0.5m_0 + w^1 \\ h_{012}^1 &\triangleq 0 \\ h_{013}^1 &\triangleq -M_0^1 \sin\theta_0 - M_1^1 \sin\theta_1^1 - M_2^1 \sin\theta_2^1 - M_3^1 \sin\theta_3^1 \\ h_{021}^1 &\triangleq 0 \\ h_{022}^1 &\triangleq 0.5m_0 + w^1 \\ h_{023}^1 &\triangleq M_0^1 \cos\theta_0 + M_1^1 \cos\theta_1^1 + M_2^1 \cos\theta_2^1 + M_3^1 \cos\theta_3^1 \\ h_{031}^1 &\triangleq -0.5m_0 y_0 - w^1 y_0 - M_0^1 \sin\theta_0 - M_1^1 \sin\theta_1^1 - M_2^1 \sin\theta_2^1 - M_3^1 \sin\theta_3^1 \\ h_{032}^1 &\triangleq 0.5m_0 x_0 + w^1 x_0 + M_0^1 \cos\theta_0 + M_1^1 \cos\theta_1^1 + M_2^1 \cos\theta_2^1 + M_3^1 \cos\theta_3^1 \\ h_{033}^1 &\triangleq 0.5I_0 + I_1^1 + I_2^1 + I_3^1 + w^1 (b_0^1)^2 + m_1^1 (a_1^1)^2 + m_2^1 \{(l_1^1)^2 + (a_2^1)^2\} + m_3^1 \{(l_1^1)^2 + (l_2^1)^2 + (a_3^1)^2\} \\ &\quad + 2M_1^1 b_0^1 \cos(\theta_1^1 - \theta_0) + 2M_2^1 b_0^1 \cos(\theta_2^1 - \theta_0) + 2M_2^1 l_1^1 \cos(\theta_2^1 - \theta_1^1) + 2M_3^1 b_0^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_0) \\ &\quad + 2M_3^1 l_1^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^1) + 2M_3^1 l_2^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^1) \\ &\quad + M_0^1 (x_0 \cos\theta_0 + y_0 \sin\theta_0) + M_1^1 (x_0 \cos\theta_1^1 + y_0 \sin\theta_1^1) + M_2^1 (x_0 \cos\theta_2^1 + y_0 \sin\theta_2^1) \\ &\quad + M_3^1 (x_0 \cos\theta_3^1 + y_0 \sin\theta_3^1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_{011}^2 &\triangleq 0.5m_0 + w^2 \\
h_{012}^2 &\triangleq 0 \\
h_{013}^2 &\triangleq -M_0^2 \sin\theta_0 - M_1^2 \sin\theta_1^2 - M_2^2 \sin\theta_2^2 - M_3^2 \sin\theta_3^2 \\
h_{021}^2 &\triangleq 0 \\
h_{022}^2 &\triangleq 0.5m_0 + w^2 \\
h_{023}^2 &\triangleq M_0^2 \cos\theta_0 + M_1^2 \cos\theta_1^2 + M_2^2 \cos\theta_2^2 + M_3^2 \cos\theta_3^2 \\
h_{031}^2 &\triangleq -0.5m_0 y_0 - w^2 y_0 - M_0^2 \sin\theta_0 - M_1^2 \sin\theta_1^2 - M_2^2 \sin\theta_2^2 - M_3^2 \sin\theta_3^2 \\
h_{032}^2 &\triangleq 0.5m_0 x_0 + w^2 x_0 + M_0^2 \cos\theta_0 + M_1^2 \cos\theta_1^2 + M_2^2 \cos\theta_2^2 + M_3^2 \cos\theta_3^2 \\
h_{033}^2 &\triangleq 0.5I_0 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + w^2(b_0^2)^2 + m_1^2(a_1^2)^2 + m_2^2\{(l_1^2)^2 + (a_2^2)^2\} + m_3^2\{(l_1^2)^2 + (l_2^2)^2 + (a_3^2)^2\} \\
&\quad - 2M_1^2 b_0^2 \cos(\theta_1^2 - \theta_0) - 2M_2^2 b_0^2 \cos(\theta_2^2 - \theta_0) \\
&\quad + 2M_2^2 l_1^2 \cos(\theta_2^2 - \theta_1^2) - 2M_3^2 b_0^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_0) + 2M_3^2 l_1^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_1^2) + 2M_3^2 l_2^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_2^2) \\
&\quad + M_0^2(x_0 \cos\theta_0 + y_0 \sin\theta_0) + M_1^2(x_0 \cos\theta_1^2 + y_0 \sin\theta_1^2) + M_2^2(x_0 \cos\theta_2^2 + y_0 \sin\theta_2^2) \\
&\quad + M_3^2(x_0 \cos\theta_3^2 + y_0 \sin\theta_3^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_{\phi 11}^1 &\triangleq -M_1^1 \sin\theta_1^1 - M_2^1 \sin\theta_2^1 - M_3^1 \sin\theta_3^1 \\
h_{\phi 12}^1 &\triangleq -M_2^1 \sin\theta_2^1 - M_3^1 \sin\theta_3^1 \\
h_{\phi 13}^1 &\triangleq -M_3^1 \sin\theta_3^1 \\
h_{\phi 21}^1 &\triangleq M_1^1 \cos\theta_1^1 + M_2^1 \cos\theta_2^1 + M_3^1 \cos\theta_3^1 \\
h_{\phi 22}^1 &\triangleq M_2^1 \cos\theta_2^1 + M_3^1 \cos\theta_3^1 \\
h_{\phi 23}^1 &\triangleq M_3^1 \cos\theta_3^1 \\
h_{\phi 31}^1 &\triangleq I_1^1 + I_2^1 + I_3^1 + m_1^1(a_1^1)^2 + m_2^1\{(l_1^1)^2 + (a_2^1)^2\} + m_3^1\{(l_1^1)^2 + (l_2^1)^2 + (a_3^1)^2\} \\
&\quad + M_1^1 b_0^1 \cos(\theta_1^1 - \theta_0) + M_2^1 b_0^1 \cos(\theta_2^1 - \theta_0) + M_3^1 b_0^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_0) \\
&\quad + 2M_2^1 l_1^1 \cos(\theta_2^1 - \theta_1^1) + 2M_3^1 l_1^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^1) + 2M_3^1 l_2^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^1) \\
&\quad + M_1^1(x_0 \cos\theta_1^1 + y_0 \sin\theta_1^1) + M_2^1(x_0 \cos\theta_2^1 + y_0 \sin\theta_2^1) + M_3^1(x_0 \cos\theta_3^1 + y_0 \sin\theta_3^1) \\
h_{\phi 32}^1 &\triangleq I_2^1 + I_3^1 + m_2^1(a_2^1)^2 + m_3^1\{(l_2^1)^2 + (a_3^1)^2\} \\
&\quad + M_2^1 b_0^1 \cos(\theta_2^1 - \theta_0) + M_2^1 l_1^1 \cos(\theta_2^1 - \theta_1^1) + M_3^1 b_0^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_0) + M_3^1 l_1^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^1) \\
&\quad + 2M_3^1 l_2^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^1) + M_2^1(x_0 \cos\theta_2^1 + y_0 \sin\theta_2^1) + M_3^1(x_0 \cos\theta_3^1 + y_0 \sin\theta_3^1) \\
h_{\phi 33}^1 &\triangleq I_3^1 + m_3^1(a_3^1)^2 + M_3^1 b_0^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_0) + M_3^1 l_1^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^1) + M_3^1 l_2^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^1) \\
&\quad + M_3^1(x_0 \cos\theta_3^1 + y_0 \sin\theta_3^1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_{\phi 11}^2 &\triangleq -M_1^2 \sin^2 \theta_1 - M_2^2 \sin^2 \theta_2 - M_3^2 \sin^2 \theta_3 \\
h_{\phi 12}^2 &\triangleq -M_2^2 \sin^2 \theta_2 - M_3^2 \sin^2 \theta_3 \\
h_{\phi 13}^2 &\triangleq -M_3^2 \sin^2 \theta_3 \\
h_{\phi 21}^2 &\triangleq M_1^2 \cos^2 \theta_1 + M_2^2 \cos^2 \theta_2 + M_3^2 \cos^2 \theta_3 \\
h_{\phi 22}^2 &\triangleq M_2^2 \cos^2 \theta_2 + M_3^2 \cos^2 \theta_3 \\
h_{\phi 23}^2 &\triangleq M_3^2 \cos^2 \theta_3 \\
h_{\phi 31}^2 &\triangleq I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + m_1^2 (a_1^2)^2 + m_2^2 \{(l_1^2)^2 + (a_2^2)^2\} + m_3^2 \{(l_1^2)^2 + (l_2^2)^2 + (a_3^2)^2\} \\
&\quad - M_1^2 b_0^2 \cos(\theta_1^2 - \theta_0) - M_2^2 b_0^2 \cos(\theta_2^2 - \theta_0) - M_3^2 b_0^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_0) \\
&\quad + 2M_2^2 l_1^2 \cos(\theta_2^2 - \theta_1^2) + 2M_3^2 l_1^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_1^2) + 2M_3^2 l_2^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_2^2) \\
&\quad + M_1^2 (x_0 \cos \theta_1^2 + y_0 \sin \theta_1^2) + M_2^2 (x_0 \cos \theta_2^2 + y_0 \sin \theta_2^2) + M_3^2 (x_0 \cos \theta_3^2 + y_0 \sin \theta_3^2) \\
h_{\phi 32}^2 &\triangleq I_2^2 + I_3^2 + m_2^2 (a_2^2)^2 + m_3^2 \{(l_2^2)^2 + (a_3^2)^2\} - M_2^2 b_0^2 \cos(\theta_2^2 - \theta_0) + M_2^2 l_1^2 \cos(\theta_2^2 - \theta_1^2) \\
&\quad - M_3^2 b_0^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_0) + M_3^2 l_1^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_1^2) + 2M_3^2 l_2^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_2^2) \\
&\quad + M_2^2 (x_0 \cos \theta_2^2 + y_0 \sin \theta_2^2) + M_3^2 (x_0 \cos \theta_3^2 + y_0 \sin \theta_3^2) \\
h_{\phi 33}^2 &\triangleq I_3^2 + m_3^2 (a_3^2)^2 - M_3^2 b_0^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_0) + M_3^2 l_1^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_1^2) + M_3^2 l_2^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_2^2) \\
&\quad + M_3^2 (x_0 \cos \theta_3^2 + y_0 \sin \theta_3^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_0 &\triangleq M_0^1 + M_0^2 = w^1 b_0^1 - w^2 b_0^2 \\
M_0^1 &\triangleq w^1 b_0^1, \quad M_1^1 \triangleq m_1^1 a_1^1 + (m_2^1 + m_3^1) l_1^1, \quad M_2^1 \triangleq m_2^1 a_2^1 + m_3^1 l_2^1, \quad M_3^1 \triangleq m_3^1 a_3^1 \\
M_0^2 &\triangleq -w^2 b_0^2, \quad M_1^2 \triangleq m_1^2 a_1^2 + (m_2^2 + m_3^2) l_1^2, \quad M_2^2 \triangleq m_2^2 a_2^2 + m_3^2 l_2^2, \quad M_3^2 \triangleq m_3^2 a_3^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\theta_0 &\triangleq \phi_0 \\
\theta_1^1 &\triangleq \phi_0 + \phi_1^1, \quad \theta_2^1 \triangleq \phi_0 + \phi_1^1 + \phi_2^1, \quad \theta_3^{1'} \triangleq \phi_0 + \phi_1^1 + \phi_2^1 + \phi_3^1 \\
\theta_3^1 &\triangleq \phi_0 + \phi_1^1 + \phi_2^1 + \phi_3^1 + \phi_{g3}^1 \\
\theta_1^2 &\triangleq \phi_0 + \pi + \phi_1^2, \quad \theta_2^2 \triangleq \phi_0 + \pi + \phi_1^2 + \phi_2^2, \quad \theta_3^{3'} \triangleq \phi_0 + \pi + \phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 \\
\theta_3^2 &\triangleq \phi_0 + \pi + \phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_{g3}^2
\end{aligned}$$

である。

この式 (A.1) を $[\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{\phi}_0]^T$ について解くと、

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{\phi}_0 \end{bmatrix} = -\mathbf{H}_0^{-1} [\mathbf{H}_\phi^1, \mathbf{H}_\phi^2] \begin{bmatrix} \dot{\phi}^1 \\ \dot{\phi}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

となる。

また,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{int} \\ \dot{y}_{int} \\ \dot{\phi}_0 \end{bmatrix} = \mathbf{J}_0 \begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{\phi}_0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

が成り立つので, この式に式 (A.2) を代入すると, 運動学関係式

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{int} \\ \dot{y}_{int} \\ \dot{\phi}_0 \end{bmatrix} = -\mathbf{J}_0 \mathbf{H}_0^{-1} [\mathbf{H}_\phi^1, \mathbf{H}_\phi^2] \begin{bmatrix} \dot{\phi}^1 \\ \dot{\phi}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

が得られる. ただし,

$$\mathbf{J}_0 \triangleq \begin{bmatrix} 1, & 0, & -b_0^0 \sin \phi_0 \\ 0, & 1, & b_0^0 \cos \phi_0 \\ 0, & 0, & 1 \end{bmatrix}$$

である.

付録B SMART-IIIの運動学関係式の導出（シリアルシステムの場合）

Fig.5-6 に示される SMART-III の運動量保存則は次式となる。

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ l_z \end{bmatrix} = \mathbf{H}_0 \begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{\phi}_0 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_\phi^1 \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1^1 \\ \dot{\phi}_2^1 \\ \dot{\phi}_3^1 \end{bmatrix} + \mathbf{H}_\phi^2 \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1^2 \\ \dot{\phi}_2^2 \\ \dot{\phi}_3^2 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (\text{B.1})$$

ただし、

$$\mathbf{H}_0 \triangleq \begin{bmatrix} h_{011} & h_{012} & h_{013} \\ h_{021} & h_{022} & h_{023} \\ h_{031} & h_{032} & h_{033} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_\phi^1 \triangleq \begin{bmatrix} h_{\phi 11}^1 & h_{\phi 12}^1 & h_{\phi 13}^1 \\ h_{\phi 21}^1 & h_{\phi 22}^1 & h_{\phi 23}^1 \\ h_{\phi 31}^1 & h_{\phi 32}^1 & h_{\phi 33}^1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_\phi^2 \triangleq \begin{bmatrix} h_{\phi 11}^2 & h_{\phi 12}^2 & h_{\phi 13}^2 \\ h_{\phi 21}^2 & h_{\phi 22}^2 & h_{\phi 23}^2 \\ h_{\phi 31}^2 & h_{\phi 32}^2 & h_{\phi 33}^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} h_{011} &\triangleq h_{011}^1 + h_{011}^2, & h_{012} &\triangleq h_{012}^1 + h_{012}^2, & h_{013} &\triangleq h_{013}^1 + h_{013}^2 \\ h_{021} &\triangleq h_{021}^1 + h_{021}^2, & h_{022} &\triangleq h_{022}^1 + h_{022}^2, & h_{023} &\triangleq h_{023}^1 + h_{023}^2 \\ h_{031} &\triangleq h_{031}^1 + h_{031}^2, & h_{032} &\triangleq h_{032}^1 + h_{032}^2, & h_{033} &\triangleq h_{033}^1 + h_{033}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{011}^1 &\triangleq 0.5m_0 + w^1 \\ h_{012}^1 &\triangleq 0 \\ h_{013}^1 &\triangleq -N_0^1 \sin(\theta_0 + \phi_{g3}^2) - N_1^1 \sin\theta_1^1 - N_2^1 \sin\theta_2^1 - N_3^1 \sin\theta_3^1 \\ h_{021}^1 &\triangleq 0 \\ h_{022}^1 &\triangleq 0.5m_0 + w^1 \\ h_{023}^1 &\triangleq N_0^1 \cos(\theta_0 + \phi_{g3}^2) + N_1^1 \cos\theta_1^1 + N_2^1 \cos\theta_2^1 + N_3^1 \cos\theta_3^1 \\ h_{031}^1 &\triangleq -0.5m_0 y_0 - w^1 y_0 - N_0^1 \sin(\theta_0 + \phi_{g3}^2) - N_1^1 \sin\theta_1^1 - N_2^1 \sin\theta_2^1 - N_3^1 \sin\theta_3^1 \\ h_{032}^1 &\triangleq 0.5m_0 x_0 + w^1 x_0 + N_0^1 \cos(\theta_0 + \phi_{g3}^2) + N_1^1 \cos\theta_1^1 + N_2^1 \cos\theta_2^1 + N_3^1 \cos\theta_3^1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_{033}^1 &\triangleq 0.5I_0 + I_1^1 + I_2^1 + I_3^1 + w^1(b_0^2)^2 + m_1^1\{(l_1^2)^2 + (l_2^2)^2 + (l_3^2)^2 + (a_1^1)^2\} \\
&\quad + m_2^1\{(l_1^2)^2 + (l_2^2)^2 + (l_3^2)^2 + (l_1^1)^2 + (a_2^1)^2\} + m_3^1\{(l_1^2)^2 + (l_2^2)^2 + (l_3^2)^2 + (l_1^1)^2 + (l_2^1)^2 + (a_3^1)^2\} \\
&\quad + 2N_1^1 b_0^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) + 2N_2^1 b_0^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) + 2N_3^1 b_0^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) \\
&\quad + 2N_1^1 l_1^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_1^2) + 2N_2^1 l_1^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_1^2) + 2N_3^1 l_1^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^2) \\
&\quad + 2N_1^1 l_2^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_2^2) + 2N_2^1 l_2^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_2^2) + 2N_3^1 l_2^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^2) \\
&\quad + 2N_1^1 l_3^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_3^2) + 2N_2^1 l_3^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_3^2) + 2N_3^1 l_3^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_3^2) \\
&\quad + 2N_2^1 l_1^1 \cos(\theta_2^1 - \theta_1^1) + 2N_3^1 l_1^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^1) + 2N_3^1 l_2^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^1) \\
&\quad + N_0^1 \{x_0 \cos(\theta_0 + \phi_{g3}^2) + y_0 \sin(\theta_0 + \phi_{g3}^2)\} \\
&\quad + N_1^1 (x_0 \cos \theta_1^1 + y_0 \sin \theta_1^1) + N_2^1 (x_0 \cos \theta_2^1 + y_0 \sin \theta_2^1) + N_3^1 (x_0 \cos \theta_3^1 + y_0 \sin \theta_3^1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_{011}^2 &\triangleq 0.5m_0 + w^2 \\
h_{012}^2 &\triangleq 0 \\
h_{013}^2 &\triangleq -N_0^2 \sin(\theta_0 + \phi_{g3}^2) - N_1^2 \sin \theta_1^2 - N_2^2 \sin \theta_2^2 - N_3^2 \sin \theta_3^2 \\
h_{021}^2 &\triangleq 0 \\
h_{022}^2 &\triangleq 0.5m_0 + w^2 \\
h_{023}^2 &\triangleq N_0^2 \cos(\theta_0 + \phi_{g3}^2) + N_1^2 \cos \theta_1^2 + N_2^2 \cos \theta_2^2 + N_3^2 \cos \theta_3^2 \\
h_{031}^2 &\triangleq -0.5m_0 y_0 - w^2 y_0 - N_0^2 \sin(\theta_0 + \phi_{g3}^2) - N_1^2 \sin \theta_1^2 - N_2^2 \sin \theta_2^2 - N_3^2 \sin \theta_3^2 \\
h_{032}^2 &\triangleq 0.5m_0 x_0 + w^1 x_0 + N_0^2 \cos(\theta_0 + \phi_{g3}^2) + N_1^2 \cos \theta_1^2 + N_2^2 \cos \theta_2^2 + N_3^2 \cos \theta_3^2 \\
h_{033}^2 &\triangleq 0.5I_0 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + w^2(b_0^2)^2 + m_1^2(a_1^2)^2 + m_2^2\{(l_1^2)^2 + (a_2^2)^2\} + m_3^2\{(l_1^2)^2 + (l_2^2)^2 + (a_3^2)^2\} \\
&\quad + 2N_1^2 b_0^2 \cos(\theta_1^2 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) + 2N_2^2 b_0^2 \cos(\theta_2^2 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) + 2N_3^2 b_0^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) \\
&\quad + 2N_2^2 l_1^2 \cos(\theta_2^2 - \theta_1^2) + 2N_3^2 l_1^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_1^2) \\
&\quad + 2N_3^2 l_2^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_2^2) \\
&\quad + N_0^2 \{x_0 \cos(\theta_0 + \phi_{g3}^2) + y_0 \sin(\theta_0 + \phi_{g3}^2)\} \\
&\quad + N_1^2 (x_0 \cos \theta_1^2 + y_0 \sin \theta_1^2) + N_2^2 (x_0 \cos \theta_2^2 + y_0 \sin \theta_2^2) + N_3^2 (x_0 \cos \theta_3^2 + y_0 \sin \theta_3^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_{\phi 11}^1 &\triangleq -N_1^1 \sin \theta_1^1 - N_2^1 \sin \theta_2^1 - N_3^1 \sin \theta_3^1 \\
h_{\phi 12}^1 &\triangleq -N_2^1 \sin \theta_2^1 - N_3^1 \sin \theta_3^1 \\
h_{\phi 13}^1 &\triangleq -N_3^1 \sin \theta_3^1 \\
h_{\phi 21}^1 &\triangleq N_1^1 \cos \theta_1^1 + N_2^1 \cos \theta_2^1 + N_3^1 \cos \theta_3^1 \\
h_{\phi 22}^1 &\triangleq N_2^1 \cos \theta_2^1 + N_3^1 \cos \theta_3^1 \\
h_{\phi 23}^1 &\triangleq N_3^1 \cos \theta_3^1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_{\phi 31}^1 &\triangleq I_1^1 + I_2^1 + I_3^1 + m_1^1(a_1^1)^2 + m_2^1\{(l_1^1)^2 + (a_2^1)^2\} + m_3^1\{(l_1^1)^2 + (l_2^1)^2 + (a_3^1)^2\} \\
&\quad + N_1^1 b_0^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) + N_2^1 b_0^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) + N_3^1 b_0^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) \\
&\quad + N_1^1 l_1^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_1^2) + N_2^1 l_1^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_1^2) + N_3^1 l_1^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^2) \\
&\quad + N_1^1 l_2^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_2^2) + N_2^1 l_2^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_2^2) + N_3^1 l_2^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^2) \\
&\quad + N_1^1 l_3^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_3^2) + N_2^1 l_3^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_3^2) + N_3^1 l_3^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_3^2) \\
&\quad + 2N_2^1 l_1^1 \cos(\theta_2^1 - \theta_1^1) + 2N_3^1 l_1^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^1) + 2N_3^1 l_2^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^1) \\
&\quad + N_1^1(x_0 \cos \theta_1^1 + y_0 \sin \theta_1^1) + N_2^1(x_0 \cos \theta_2^1 + y_0 \sin \theta_2^1) + N_3^1(x_0 \cos \theta_3^1 + y_0 \sin \theta_3^1) \\
h_{\phi 32}^1 &\triangleq I_2^1 + I_3^1 + m_2^1(a_2^1)^2 + m_3^1\{(l_2^1)^2 + (a_3^1)^2\} \\
&\quad + N_2^1 b_0^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) + N_3^1 b_0^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) + N_2^1 l_1^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_1^2) + N_3^1 l_1^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^2) \\
&\quad + N_2^1 l_2^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_2^2) + N_3^1 l_2^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^2) + N_2^1 l_3^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_3^2) + N_3^1 l_3^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_3^2) \\
&\quad + N_2^1 l_1^1 \cos(\theta_2^1 - \theta_1^1) + N_3^1 l_1^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^1) + 2N_3^1 l_2^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^1) \\
&\quad + N_2^1(x_0 \cos \theta_2^1 + y_0 \sin \theta_2^1) + N_3^1(x_0 \cos \theta_3^1 + y_0 \sin \theta_3^1) \\
h_{\phi 33}^1 &\triangleq I_3^1 + m_3^1(a_3^1)^2 + N_3^1 b_0^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) + N_3^1 l_1^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^2) + N_3^1 l_2^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^2) \\
&\quad + N_3^1 l_3^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_3^2) + N_3^1 l_1^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^1) + N_3^1 l_2^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^1) \\
&\quad + N_3^1(x_0 \cos \theta_3^1 + y_0 \sin \theta_3^1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_{\phi 11}^2 &\triangleq -N_1^1 \sin \theta_1^1 - N_2^1 \sin \theta_2^1 - N_3^1 \sin \theta_3^1 - N_1^2 \sin \theta_1^2 - N_2^2 \sin \theta_2^2 - N_3^2 \sin \theta_3^2 \\
h_{\phi 12}^2 &\triangleq -N_1^1 \sin \theta_1^1 - N_2^1 \sin \theta_2^1 - N_3^1 \sin \theta_3^1 - N_2^2 \sin \theta_2^2 - N_3^2 \sin \theta_3^2 \\
h_{\phi 13}^2 &\triangleq -N_1^1 \sin \theta_1^1 - N_2^1 \sin \theta_2^1 - N_3^1 \sin \theta_3^1 - N_3^2 \sin \theta_3^2 \\
h_{\phi 21}^2 &\triangleq N_1^1 \cos \theta_1^1 + N_2^1 \cos \theta_2^1 + N_3^1 \cos \theta_3^1 + N_1^2 \cos \theta_1^2 + N_2^2 \cos \theta_2^2 + N_3^2 \cos \theta_3^2 \\
h_{\phi 22}^2 &\triangleq N_1^1 \cos \theta_1^1 + N_2^1 \cos \theta_2^1 + N_3^1 \cos \theta_3^1 + N_2^2 \cos \theta_2^2 + N_3^2 \cos \theta_3^2 \\
h_{\phi 23}^2 &\triangleq N_1^1 \cos \theta_1^1 + N_2^1 \cos \theta_2^1 + N_3^1 \cos \theta_3^1 + N_3^2 \cos \theta_3^2 \\
h_{\phi 31}^2 &\triangleq I_1^1 + I_2^1 + I_3^1 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 \\
&\quad + m_1^1\{(l_1^1)^2 + (l_2^1)^2 + (l_3^1)^2 + (a_1^1)^2\} + m_2^1\{(l_1^1)^2 + (l_2^1)^2 + (l_3^1)^2 + (l_1^1)^2 + (a_2^1)^2\} \\
&\quad + m_3^1\{(l_1^1)^2 + (l_2^1)^2 + (l_3^1)^2 + (l_1^1)^2 + (l_2^1)^2 + (a_3^1)^2\} \\
&\quad + m_1^2(a_1^2)^2 + m_2^2\{(l_1^2)^2 + (a_2^2)^2\} + m_3^2\{(l_1^2)^2 + (l_2^2)^2 + (a_3^2)^2\} \\
&\quad + N_1^2 b_0^2 \cos(\theta_1^2 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) + N_2^2 b_0^2 \cos(\theta_2^2 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) + N_3^2 b_0^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) \\
&\quad + N_1^1 b_0^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) + N_2^1 b_0^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) + N_3^1 b_0^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) \\
&\quad + 2N_2^2 l_1^2 \cos(\theta_2^2 - \theta_1^2) + 2N_3^2 l_1^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_1^2) + 2N_1^1 l_1^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_1^2) + 2N_2^1 l_1^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_1^2) \\
&\quad + 2N_3^1 l_1^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^2) + 2N_3^2 l_2^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_2^2) + 2N_1^1 l_2^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_2^2) + 2N_2^1 l_2^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_2^2) \\
&\quad + 2N_3^1 l_2^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^2) + 2N_1^1 l_3^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_3^2) + 2N_2^1 l_3^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_3^2) + 2N_3^1 l_3^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_3^2) \\
&\quad + 2N_2^1 l_1^1 \cos(\theta_2^1 - \theta_1^1) + 2N_3^1 l_1^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^1) + 2N_3^1 l_2^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^1) \\
&\quad + N_1^2(x_0 \cos \theta_1^2 + y_0 \sin \theta_1^2) + N_2^2(x_0 \cos \theta_2^2 + y_0 \sin \theta_2^2) + N_3^2(x_0 \cos \theta_3^2 + y_0 \sin \theta_3^2) \\
&\quad + N_1^1(x_0 \cos \theta_1^1 + y_0 \sin \theta_1^1) + N_2^1(x_0 \cos \theta_2^1 + y_0 \sin \theta_2^1) + N_3^1(x_0 \cos \theta_3^1 + y_0 \sin \theta_3^1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_{\phi_{32}}^2 &\triangleq I_1^1 + I_2^1 + I_3^1 + I_2^2 + I_3^2 + m_1^1\{(l_2^2)^2 + (l_3^2)^2 + (a_1^1)^2\} \\
&\quad + m_2^1\{(l_2^2)^2 + (l_3^2)^2 + (l_1^1)^2 + (a_2^1)^2\} + m_3^1\{(l_2^2)^2 + (l_3^2)^2 + (l_1^1)^2 + (l_2^1)^2 + (a_3^1)^2\} \\
&\quad + m_2^2(a_2^2)^2 + m_3^2\{(l_2^2)^2 + (a_3^2)^2\} \\
&\quad + N_2^2 b_0^2 \cos(\theta_2^2 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) + N_3^2 b_0^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) \\
&\quad + N_1^1 b_0^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^1) + N_2^1 b_0^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^1) + N_3^1 b_0^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^1) \\
&\quad + N_2^2 l_1^2 \cos(\theta_2^2 - \theta_1^2) + N_3^2 l_1^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_1^2) + N_1^1 l_1^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_1^1) + N_2^1 l_1^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_1^1) \\
&\quad + N_3^1 l_1^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^1) \\
&\quad + 2N_3^2 l_2^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_2^2) + 2N_1^1 l_2^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_2^2) + 2N_2^1 l_2^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_2^2) + 2N_3^1 l_2^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^2) \\
&\quad + 2N_1^1 l_3^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_3^2) + 2N_2^1 l_3^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_3^2) + 2N_3^1 l_3^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_3^2) + 2N_2^1 l_1^1 \cos(\theta_2^1 - \theta_1^1) \\
&\quad + 2N_3^1 l_1^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^1) + 2N_3^1 l_2^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^1) \\
&\quad + N_2^2(x_0 \cos \theta_2^2 + y_0 \sin \theta_2^2) + N_3^2(x_0 \cos \theta_3^2 + y_0 \sin \theta_3^2) \\
&\quad + N_1^1(x_0 \cos \theta_1^1 + y_0 \sin \theta_1^1) + N_2^1(x_0 \cos \theta_2^1 + y_0 \sin \theta_2^1) + N_3^1(x_0 \cos \theta_3^1 + y_0 \sin \theta_3^1) \\
h_{\phi_{33}}^2 &\triangleq I_1^1 + I_2^1 + I_3^1 + I_3^2 + m_1^1\{(l_3^2)^2 + (a_1^1)^2\} + m_2^1\{(l_3^2)^2 + (l_1^1)^2 + (a_2^1)^2\} \\
&\quad + m_3^1\{(l_3^2)^2 + (l_1^1)^2 + (l_2^1)^2 + (a_3^1)^2\} + m_3^2(a_3^2)^2 \\
&\quad + N_3^2 b_0^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_0 - \phi_{g3}^2) + N_1^1 b_0^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^1) + N_2^1 b_0^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^1) \\
&\quad + N_3^1 b_0^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_0 - \phi_{g3}^1) \\
&\quad + N_3^2 l_1^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_1^2) + N_1^1 l_1^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_1^1) + N_2^1 l_1^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_1^1) + N_3^1 l_1^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^1) \\
&\quad + N_3^2 l_2^2 \cos(\theta_3^2 - \theta_2^2) + N_1^1 l_2^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_2^2) + N_2^1 l_2^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_2^2) + N_3^1 l_2^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^2) \\
&\quad + 2N_1^1 l_3^2 \cos(\theta_1^1 - \theta_3^2) + 2N_2^1 l_3^2 \cos(\theta_2^1 - \theta_3^2) + 2N_3^1 l_3^2 \cos(\theta_3^1 - \theta_3^2) + 2N_2^1 l_1^1 \cos(\theta_2^1 - \theta_1^1) \\
&\quad + 2N_3^1 l_1^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_1^1) + 2N_3^1 l_2^1 \cos(\theta_3^1 - \theta_2^1) \\
&\quad + N_3^2(x_0 \cos \theta_3^2 + y_0 \sin \theta_3^2) + N_1^1(x_0 \cos \theta_1^1 + y_0 \sin \theta_1^1) + N_2^1(x_0 \cos \theta_2^1 + y_0 \sin \theta_2^1) \\
&\quad + N_3^1(x_0 \cos \theta_3^1 + y_0 \sin \theta_3^1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_0 &\triangleq N_0^1 + N_0^2 = (w^1 + w^2)b_0^2 \\
N_0^1 &\triangleq w^1 b_0^2, \quad N_1^1 \triangleq m_1^1 a_1^1 + (m_2^1 + m_3^1)l_1^1, \quad N_2^1 \triangleq m_2^1 a_2^1 + m_3^1 l_2^1, \quad N_3^1 \triangleq m_3^1 a_3^1 \\
N_0^2 &\triangleq w^2 b_0^2, \quad N_1^2 \triangleq w^1 l_1^2 + m_1^2 a_1^2 + (m_2^2 + m_3^2)l_1^2, \quad N_2^2 \triangleq w^1 l_2^2 + m_2^2 a_2^2 + m_3^2 l_2^2 \\
N_3^2 &\triangleq w^1 l_3^2 + m_3^2 a_3^2 \\
N_1^{2'} &\triangleq m_1^2 a_1^2 + (m_2^2 + m_3^2)l_1^2, \quad N_2^{2'} \triangleq m_2^2 a_2^2 + m_3^2 l_2^2, \quad N_3^{2'} \triangleq m_3^2 a_3^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\theta_0 &\triangleq \phi_0 \\
\theta_1^2 &\triangleq \phi_0 + \phi_1^2, \quad \theta_2^2 \triangleq \phi_0 + \phi_1^2 + \phi_2^2, \quad \theta_3^2 \triangleq \phi_0 + \phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 \\
\theta_1^1 &\triangleq \phi_0 + \phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_1^1, \quad \theta_2^1 \triangleq \phi_0 + \phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_1^1 + \phi_2^1 \\
\theta_3^{1'} &\triangleq \phi_0 + \phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_1^1 + \phi_2^1 + \phi_3^1 \\
\theta_3^1 &\triangleq \phi_0 + \phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_1^1 + \phi_2^1 + \phi_3^1 + \phi_{g3}^1
\end{aligned}$$

である。

この式 (B.1) を $[\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{\phi}_0]^T$ について解くと,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{\phi}_0 \end{bmatrix} = -\mathbf{H}_0^{-1} [\mathbf{H}_\phi^1, \mathbf{H}_\phi^2] \begin{bmatrix} \dot{\phi}^1 \\ \dot{\phi}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

となる.

また,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{int} \\ \dot{y}_{int} \\ \dot{\phi}_0 \end{bmatrix} = \mathbf{J}_0 \begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{\phi}_0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

が成り立つので, この式に式 (B.2) を代入すると, 運動学関係式

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{int} \\ \dot{y}_{int} \\ \dot{\phi}_0 \end{bmatrix} = -\mathbf{J}_0 \mathbf{H}_0^{-1} [\mathbf{H}_\phi^1, \mathbf{H}_\phi^2] \begin{bmatrix} \dot{\phi}^1 \\ \dot{\phi}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

が得られる. ただし,

$$\mathbf{J}_0 \triangleq \begin{bmatrix} 1, & 0, & -b_0^2 \sin(\phi_0 + \phi_{g3}^2) - l_f \sin(\phi_0 + \frac{5}{4}\pi) \\ 0, & 1, & b_0^2 \cos(\phi_0 + \phi_{g3}^2) + l_f \cos(\phi_0 + \frac{5}{4}\pi) \\ 0, & 0, & 1 \end{bmatrix}$$

である.

付録C 適応制御Iにおけるパラメータ同定と追従誤差の収束性

ここでは、5.4.2節で述べた適応制御Iの、パラメータ同定と追従誤差の収束性の証明を行う。まず、宇宙ロボットの離散時間形運動学関係式(5.2)を関節角速度指令値 $\dot{\phi}_{cd}(k)$ について解くと次式となる。

$$\dot{\phi}_{cd}(k) = \frac{1}{T}[\mathbf{J}^*(k+1)]^{-1}\{\mathbf{p}(k+2) - \mathbf{p}(k+1)\} \quad (\text{C.1})$$

また、一般化ヤコビ行列の逆行列は次式で表すことができる。

$$\begin{aligned} [\mathbf{J}^*(k)]^{-1} &= \frac{1}{|\mathbf{J}_d(k)|} \mathbf{J}_n(k) \\ |\mathbf{J}_d(k)| &= \sum_{i=1}^9 \kappa_i f_{\kappa i}(k) \\ \mathbf{J}_n(k) &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{10} \sigma_i f_{\sigma 1i}(k), & \sum_{i=1}^{10} \sigma_i f_{\sigma 2i}(k) \\ \sum_{i=1}^{10} \gamma_i f_{\gamma 1i}(k), & \sum_{i=1}^{10} \gamma_i f_{\gamma 2i}(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

ここで、 κ_i 、 σ_i と γ_i は宇宙ロボットの物理パラメータ（例えば、リンクの質量や長さ）から構成されるパラメータであり、 $f_{\kappa i}$ 、 $f_{\sigma 1i}$ 、 $f_{\sigma 2i}$ 、 $f_{\gamma 1i}$ と $f_{\gamma 2i}$ は既知関数である。

式(5.3)、式(C.1)と式(C.2)から次式が得られる。

$$\dot{\phi}_{cd}(k) = \mathbf{A}(k+1)\dot{\phi}(k+1) + \mathbf{B}(k+1)\Delta\mathbf{p}(k+2) \quad (\text{C.3})$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(k) &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^9 \alpha_i f'_{\kappa i}(k), & 0 \\ 0, & \sum_{i=1}^9 \beta_i f'_{\kappa i}(k) \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}(k) &= \begin{bmatrix} \sum_{i=10}^{19} \alpha_i f'_{\sigma 1i}(k), & \sum_{i=10}^{19} \alpha_i f'_{\sigma 2i}(k) \\ \sum_{i=10}^{19} \beta_i f'_{\gamma 1i}(k), & \sum_{i=10}^{19} \beta_i f'_{\gamma 2i}(k) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\alpha_i = \begin{cases} -\frac{\kappa_i}{\kappa_1} & (i = 1, \dots, 9) \\ \frac{\sigma_{i-9}}{\kappa_1} & (i = 10, \dots, 19) \end{cases}$$

$$\beta_i = \begin{cases} -\frac{\kappa_i}{\kappa_1} & (i = 1, \dots, 9) \\ \frac{\gamma_{i-9}}{\kappa_1} & (i = 10, \dots, 19) \end{cases}$$

$$f'_{\kappa i}(k) = \begin{cases} \cos^2\{\theta_0(k) - \theta_1(k)\} & (i = 1) \\ \sin\{\theta_0(k) - \theta_1(k)\} f_{\kappa i}(k) & (i = 2, \dots, 9) \end{cases}$$

$$f'_{\sigma 1i}(k) = \frac{1}{T} \sin\{\theta_0(k) - \theta_1(k)\} f_{\sigma 1(i-9)}(k) \quad (i = 10, \dots, 19)$$

$$f'_{\sigma 2i}(k) = \frac{1}{T} \sin\{\theta_0(k) - \theta_1(k)\} f_{\sigma 2(i-9)}(k) \quad (i = 10, \dots, 19)$$

$$f'_{\gamma 1i}(k) = \frac{1}{T} \sin\{\theta_0(k) - \theta_1(k)\} f_{\gamma 1(i-9)}(k) \quad (i = 10, \dots, 19)$$

$$f'_{\gamma 2i}(k) = \frac{1}{T} \sin\{\theta_0(k) - \theta_1(k)\} f_{\gamma 2(i-9)}(k) \quad (i = 10, \dots, 19)$$

$$\Delta \mathbf{p}(k) = \mathbf{p}(k) - \mathbf{p}(k-1)$$

である。

つぎに、関節角速度指令値 $\dot{\phi}_{cd}(k)$ の推定モデル $\hat{\dot{\phi}}_{cd}(k)$ を次式で構成する。

$$\hat{\dot{\phi}}_{cd}(k-2) = \hat{\mathbf{A}}(k-1, k) \dot{\phi}(k-1) + \hat{\mathbf{B}}(k-1, k) \Delta \mathbf{p}(k) \quad (\text{C.4})$$

ここで、

$$\hat{\mathbf{A}}(m, n) = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^9 \hat{\alpha}_i(n) f'_{\kappa i}(m), & 0 \\ 0, & \sum_{i=1}^9 \hat{\beta}_i(n) f'_{\kappa i}(m) \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{B}}(m, n) = \begin{bmatrix} \sum_{i=10}^{19} \hat{\alpha}_i(n) f'_{\sigma 1i}(m), & \sum_{i=10}^{19} \hat{\alpha}_i(n) f'_{\sigma 2i}(m) \\ \sum_{i=10}^{19} \hat{\beta}_i(n) f'_{\gamma 1i}(m), & \sum_{i=10}^{19} \hat{\beta}_i(n) f'_{\gamma 2i}(m) \end{bmatrix}$$

であり、 $\hat{\mathbf{A}}(m, n)$ と $\hat{\mathbf{B}}(m, n)$ は、時刻 mT における関節角と、時刻 nT における未知物理パラメータ α_i と β_i の推定値から構成される \mathbf{A} と \mathbf{B} の推定値である。

ここで推定誤差を、

$$\varepsilon(k) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1(k) \\ \varepsilon_2(k) \end{bmatrix} = \hat{\dot{\phi}}_{cd}(k-2) - \dot{\phi}_{cd}(k-2) \quad (\text{C.5})$$

と定義すると、式(C.4)と式(C.5)から推定誤差 $\epsilon(k)$ は次式となる。

$$\epsilon(k) = \{\hat{\mathbf{A}}(k-1, k) - \mathbf{A}(k-1)\}\dot{\phi}(k-1) - \{\hat{\mathbf{B}}(k-1, k) - \mathbf{B}(k-1)\}\Delta \mathbf{p}(k) \quad (\text{C.6})$$

また、式(C.6)を要素に分解すると次式となる。

$$\epsilon_1(k) = \{\hat{\boldsymbol{\alpha}}(k) - \boldsymbol{\alpha}\}^T \boldsymbol{\xi}_1(k) \quad (\text{C.7})$$

$$\epsilon_2(k) = \{\hat{\boldsymbol{\beta}}(k) - \boldsymbol{\beta}\}^T \boldsymbol{\xi}_2(k) \quad (\text{C.8})$$

ここで、

$$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{19}]^T, \quad \boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{19}]^T$$

$$\boldsymbol{\xi}_1(k) = [\xi_{11}, \xi_{12}, \dots, \xi_{119}]^T, \quad \boldsymbol{\xi}_2(k) = [\xi_{21}, \xi_{22}, \dots, \xi_{219}]^T$$

$$\xi_{1i}(k) = \begin{cases} f'_{\kappa i}(k-1)\dot{\phi}_1(k-1) & (i = 1, \dots, 9) \\ f'_{\sigma 1i}(k-1)\Delta x(k) + f'_{\sigma 2i}(k-1)\Delta y(k) & (i = 10, \dots, 19) \end{cases}$$

$$\xi_{2i}(k) = \begin{cases} f'_{\kappa i}(k-1)\dot{\phi}_2(k-1) & (i = 1, \dots, 9) \\ f'_{\gamma 1i}(k-1)\Delta x(k) + f'_{\gamma 2i}(k-1)\Delta y(k) & (i = 10, \dots, 19) \end{cases}$$

である。

式(C.7)と式(C.8)は誤差方程式の一般形であるので、可調整パラメータ $\hat{\boldsymbol{\alpha}}(k)$ と $\hat{\boldsymbol{\beta}}(k)$ に対する適応アルゴリズムとして、

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(k) = \hat{\boldsymbol{\alpha}}(k-1) - \boldsymbol{\Gamma}_1(k-1)\boldsymbol{\xi}_1(k)\epsilon_1(k) \quad (\text{C.9})$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_1(k) = \boldsymbol{\Gamma}_1(k-1) - \frac{\boldsymbol{\Gamma}_1(k-1)\boldsymbol{\xi}_1(k)\boldsymbol{\xi}_1^T(k)\boldsymbol{\Gamma}_1(k-1)}{1 + \boldsymbol{\xi}_1^T(k)\boldsymbol{\Gamma}_1(k-1)\boldsymbol{\xi}_1(k)}$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\beta}}(k-1) - \boldsymbol{\Gamma}_2(k-1)\boldsymbol{\xi}_2(k)\epsilon_2(k) \quad (\text{C.10})$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_2(k) = \boldsymbol{\Gamma}_2(k-1) - \frac{\boldsymbol{\Gamma}_2(k-1)\boldsymbol{\xi}_2(k)\boldsymbol{\xi}_2^T(k)\boldsymbol{\Gamma}_2(k-1)}{1 + \boldsymbol{\xi}_2^T(k)\boldsymbol{\Gamma}_2(k-1)\boldsymbol{\xi}_2(k)}$$

を用いることにより、 $k \rightarrow \infty$ で、

$$\epsilon(k) \rightarrow \mathbf{0} \quad (\text{C.11})$$

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(k+1) - \hat{\boldsymbol{\alpha}}(k) \rightarrow \mathbf{0}, \quad \hat{\boldsymbol{\beta}}(k+1) - \hat{\boldsymbol{\beta}}(k) \rightarrow \mathbf{0} \quad (\text{C.12})$$

$$\hat{\mathbf{A}}(k, k+1) - \hat{\mathbf{A}}(k, k) \rightarrow \mathbf{0}, \quad \hat{\mathbf{B}}(k, k+1) - \hat{\mathbf{B}}(k, k) \rightarrow \mathbf{0} \quad (\text{C.13})$$

が保証される。

つづいて、宇宙ロボットのエンドエフェクタ位置制御則として次式を提案する。

$$\dot{\phi}_{cd}(k) = [\mathbf{I} - \hat{\mathbf{A}}(k, k)]^{-1} \hat{\mathbf{B}}(k, k) \{\mathbf{p}_d(k+2) - \mathbf{p}_d(k+1) - \boldsymbol{\Lambda} \epsilon(k)\} \quad (\text{C.14})$$

ここで,

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k) &= \mathbf{p}_d(k) - \mathbf{p}(k) : \text{追従誤差ベクトル} \\ \Lambda &= \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2\} : \text{追従誤差ゲイン行列} \end{aligned}$$

である.

式(5.3)を用いると, 式(C.14)は次式となる.

$$\dot{\phi}_{cd}(k) = \hat{\mathbf{A}}(k, k)\dot{\phi}(k+1) + \hat{\mathbf{B}}(k, k)\{\mathbf{p}_d(k+2) - \mathbf{p}_d(k+1) - \Lambda\mathbf{e}(k)\} \quad (\text{C.15})$$

式(C.4), 式(C.5), 式(C.13)と式(C.15)から, $k \rightarrow \infty$ で,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}(k+2) &= \{\hat{\mathbf{A}}(k+1, k+1) - \hat{\mathbf{A}}(k, k)\}\dot{\phi}(k+1) \\ &\quad + \hat{\mathbf{B}}(k+1, k+1)\{\mathbf{p}(k+2) - \mathbf{p}(k+1)\} \\ &\quad - \hat{\mathbf{B}}(k, k)\{\mathbf{p}_d(k+2) - \mathbf{p}_d(k+1) - \Lambda\mathbf{e}(k)\} \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

が保証される.

つぎに,

$$\hat{\mathbf{A}}(k+1, k+1) \cong \hat{\mathbf{A}}(k, k), \quad \hat{\mathbf{B}}(k+1, k+1) \cong \hat{\mathbf{B}}(k, k)$$

を仮定し, さらに関節角速度 $\dot{\phi}(k)$ が有界ならば, 式(C.16)は次式となる.

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k+2) = -\hat{\mathbf{B}}(k, k)(z^2\mathbf{I} - z\mathbf{I} - \Lambda)\mathbf{e}(k) \rightarrow \mathbf{0} \quad (\text{C.17})$$

ただし, z は 1 サンプル周期の進み演算子である.

したがって, 式(C.17)から, $|\hat{\mathbf{B}}(k, k)| \neq 0$ と $-1 < \lambda_i < 0$ が満足されるならば, $k \rightarrow \infty$ において, 追従誤差の収束性

$$\mathbf{e}(k) \rightarrow \mathbf{0} \quad (\text{C.18})$$

が保証される.

付録D 適応制御IIにおけるパラメータ同定と追従誤差の収束性

ここでは、5.4.2節で述べた適応制御IIの、パラメータ同定と追従誤差の収束性の証明を行う。まず、仮定

$$I_s^{-1}I_m = \text{const.}$$

を設定すると、一般化ヤコビ行列はつぎのように、物理パラメータに関して線形表示できる。

$$\mathbf{J}_s^* = \begin{bmatrix} \alpha_1 \sin\theta_0 + \alpha_2 \sin\theta_1 + \alpha_3 \sin\theta_2, & \alpha_4 \sin\theta_0 + \alpha_5 \sin\theta_1 + \alpha_6 \sin\theta_2 \\ \beta_1 \cos\theta_0 + \beta_2 \cos\theta_1 + \beta_3 \cos\theta_2, & \beta_4 \cos\theta_0 + \beta_5 \cos\theta_1 + \beta_6 \cos\theta_2 \end{bmatrix} \quad (\text{D.1})$$

ここで、

$\alpha_i, \beta_i (i = 1, \dots, 6)$: 宇宙ロボットの物理パラメータからなるパラメータ

である。また、離散時間形運動学関係式(5.2)は、

$$\begin{aligned} \mathbf{p}(k+1) &= \mathbf{p}(k) + T\mathbf{J}_s^*(k)\dot{\phi}(k) \\ &= \mathbf{p}(k) + T\mathbf{J}_s^*(k)\dot{\phi}_{cd}(k-1) \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

となる。

つぎに、エンドエフェクタの位置ベクトル $\mathbf{p}(k)$ の推定モデル $\hat{\mathbf{p}}(k)$ を次式で構成する。

$$\hat{\mathbf{p}}(k) = \mathbf{p}(k-1) + T\hat{\mathbf{J}}_s^*(k-1, k)\dot{\phi}(k-1) \quad (\text{D.3})$$

ただし、

$$\hat{\mathbf{J}}_s^*(m, n) = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1(n)\sin\theta_0(m) + \hat{\alpha}_2(n)\sin\theta_1(m) + \hat{\alpha}_3(n)\sin\theta_2(m), \\ \hat{\beta}_1(n)\cos\theta_0(m) + \hat{\beta}_2(n)\cos\theta_1(m) + \hat{\beta}_3(n)\cos\theta_2(m), \\ \hat{\alpha}_4(n)\sin\theta_0(m) + \hat{\alpha}_5(n)\sin\theta_1(m) + \hat{\alpha}_6(n)\sin\theta_2(m) \\ \hat{\beta}_4(n)\cos\theta_0(m) + \hat{\beta}_5(n)\cos\theta_1(m) + \hat{\beta}_6(n)\cos\theta_2(m) \end{bmatrix}$$

であり、 $\hat{\mathbf{J}}_s^*(m, n)$ は、時刻 mT における関節角と、時刻 nT における未知物理パラメータ α_i と β_i の推定値から構成される簡単化一般化ヤコビ行列 $\mathbf{J}_s^*(k)$ の推定値である。

ここで、推定誤差を、

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k) = \begin{bmatrix} \varepsilon_1(k) \\ \varepsilon_2(k) \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{p}}(k) - \mathbf{p}(k) \quad (\text{D.4})$$

とすると、式(D.2)と式(D.3)から、

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k) = T\{\hat{\boldsymbol{J}}_s^*(k-1, k) - \boldsymbol{J}_s^*(k-1)\}\dot{\boldsymbol{\phi}}(k-1) \quad (\text{D.5})$$

となり、要素に分解すると次式となる。

$$\varepsilon_1(k) = \{\hat{\boldsymbol{\alpha}}(k) - \boldsymbol{\alpha}\}^T \boldsymbol{\xi}_1(k-1) \quad (\text{D.6})$$

$$\varepsilon_2(k) = \{\hat{\boldsymbol{\beta}}(k) - \boldsymbol{\beta}\}^T \boldsymbol{\xi}_2(k-1) \quad (\text{D.7})$$

ここで、

$$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6]^T, \quad \boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_6]^T$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}_1(k) &= T[\dot{\phi}_1(k)\sin\theta_0(k), \dot{\phi}_1(k)\sin\theta_1(k), \dot{\phi}_1(k)\sin\theta_2(k), \\ &\quad \dot{\phi}_2(k)\sin\theta_0(k), \dot{\phi}_2(k)\sin\theta_1(k), \dot{\phi}_2(k)\sin\theta_2(k)] \\ \boldsymbol{\xi}_2(k) &= T[\dot{\phi}_1(k)\cos\theta_0(k), \dot{\phi}_1(k)\cos\theta_1(k), \dot{\phi}_1(k)\cos\theta_2(k), \\ &\quad \dot{\phi}_2(k)\cos\theta_0(k), \dot{\phi}_2(k)\cos\theta_1(k), \dot{\phi}_2(k)\cos\theta_2(k)] \end{aligned}$$

である。

式(D.6)と式(D.7)は誤差方程式の一般形であるので、式(C.9)と式(C.10)の適応アルゴリズムにより、 $k \rightarrow \infty$ で次式が保証される。

$$\boldsymbol{\varepsilon}(k) \rightarrow \mathbf{0} \quad (\text{D.8})$$

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(k+1) - \hat{\boldsymbol{\alpha}}(k) \rightarrow \mathbf{0}, \quad \hat{\boldsymbol{\beta}}(k+1) - \hat{\boldsymbol{\beta}}(k) \rightarrow \mathbf{0} \quad (\text{D.9})$$

$$\hat{\boldsymbol{J}}_s^*(k, k+1) - \hat{\boldsymbol{J}}_s^*(k, k) \rightarrow \mathbf{0} \quad (\text{D.10})$$

つづいて、エンドエフェクタ位置制御則を次式とする。

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}_{cd}(k) = \frac{1}{T}[\hat{\boldsymbol{J}}_s^*(k, k)]^{-1}\{\boldsymbol{p}_d(k+2) - \boldsymbol{p}_d(k+1) - \boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{e}(k)\} \quad (\text{D.11})$$

式(D.2)と式(D.11)より、追従誤差方程式は次式となる。

$$(z^2\boldsymbol{I} - z\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Lambda})\boldsymbol{e}(k) = T\{\hat{\boldsymbol{J}}_s^*(k, k) - \boldsymbol{J}_s^*(k+1)\}\dot{\boldsymbol{\phi}}(k+1) \quad (\text{D.12})$$

ここで、1サンプリング周期間での簡単化一般化ヤコビ行列 \boldsymbol{J}_s^* の変化は比較的小さいと考え、

$$\hat{\boldsymbol{J}}_s^*(k+1, k+2) \cong \hat{\boldsymbol{J}}_s^*(k, k+1)$$

と近似すると、式(D.12)は、

$$\begin{aligned} (z^2\boldsymbol{I} - z\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Lambda})\boldsymbol{e}(k) &= T\{\hat{\boldsymbol{J}}_s^*(k+1, k+2) - \boldsymbol{J}_s^*(k+1)\}\dot{\boldsymbol{\phi}}(k+1) \\ &\quad - T\{\hat{\boldsymbol{J}}_s^*(k, k+1) - \hat{\boldsymbol{J}}_s^*(k, k)\}\dot{\boldsymbol{\phi}}(k+1) \end{aligned} \quad (\text{D.13})$$

となる。さらに式(D.5)より、次式となる。

$$(z^2\boldsymbol{I} - z\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\Lambda})\boldsymbol{e}(k) = \boldsymbol{\varepsilon}(k+2) - T\{\hat{\boldsymbol{J}}_s^*(k, k+1) - \hat{\boldsymbol{J}}_s^*(k, k)\}\dot{\boldsymbol{\phi}}(k+1) \quad (\text{D.14})$$

式 (D.8) と式 (D.10) から, 関節角速度 $\dot{\phi}(k)$ が有界ならば, $k \rightarrow \infty$ で,

$$(z^2 \mathbf{I} - z\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})\mathbf{e}(k) \rightarrow \mathbf{0} \quad (\text{D.15})$$

が保証される. ゆえに, フィードバックゲインを $-1 < \lambda_i < 0$ を満たすように選ぶと, 追従誤差の収束性

$$\mathbf{e}(k) \rightarrow \mathbf{0} \quad (\text{D.16})$$

が保証される.