

構造-非圧縮性粘性流体-静電界連成の強連成解法の開発*

(第1報、構造を剛体近似した場合)

石原 大輔^{*1}, 窪田 篤司^{*2}, 堀江 知義^{*1}
二保知也^{*1}, 吉村 忍^{*3}Development of Strongly Coupled Method for Interaction of Structure,
Incompressible Viscous Fluid and Electrostatic Field

(1st Report, Rigid Body Approximation of Structure)

Daisuke ISHIHARA^{*4}, Atsushi KUBOTA, Tomoyoshi HORIE,
Tomoya NIHO and Shinobu YOSHIMURA^{*4} Department of Mechanical Information Science and Technology, Kyushu Institute of Technology,
680-4 Kawazu, Iizuka-shi, Fukuoka, 820-8502 Japan

In this paper, a strongly coupled method for interaction of rigid body, incompressible viscous fluid and electrostatic field is developed. The present method is composed of monolithic and partitioned methods. The former solves structure fluid interaction and the latter solves interaction of electrostatic field and the other fields. The difference between the present method and conventional method is the introduction of the iterative solution procedure in the partitioned method. To demonstrate the fundamental performances of the present method, it is applied to simulate a micro membrane actuated by electrostatic force situated in air. The present result agrees well with the theoretical solution when the displacement of the rigid body is small. We also confirm that the iterative solution procedure makes the present method to be the strongly coupled method through the numerical example.

Key Words: Structure-Fluid-Electrostatic Field Interaction, Finite Element Method, Incompressible Viscous Fluid, Strongly Coupled Method, Monolithic Method, Partitioned Method, MEMS

1. 序論

MEMS の微小機械構造物は、連続体近似の下限にあるものの、スケール効果により、例えは電磁力のような体積力よりも静電力のような表面力が卓越してくるなど、代表寸法の高次のべき乗に比例する力よりも低次のべき乗に比例する力が卓越する。従って、微小機械構造物の駆動に、静電力を利用する場合が多い。また空気中で動作する場合、空気の減衰効果を強く受ける。さらに摩擦を回避するため、構造の弾性変形を動作機構に利用することが多い。従って、MEMS の構造設計上、構造・流体・静電界連成は考慮すべき重要な現象のひとつと考えられる。構造・流体連成解析手法は、一体型解法⁽¹⁻⁴⁾と分離型解法⁽⁵⁻⁶⁾に分類でき、それぞれ一長一短ある。構造・静電界連成に関しては、分離型解法が適しており、各時刻ステップ内に反復計算を導入した強連成解析の研究⁽⁷⁾が挙げられる。また

静解析の範囲ではあるものの MEMS のための商用 CAE システム⁽⁸⁾にも反復計算が導入されている。一方、3 現象が連成する場合の解析手法に関する研究は少ない。小寺ら⁽⁹⁾は静電力で駆動される微小膜構造物において、膜構造、修正レイノルズ方程式で記述される隙間流れと静電界の連成解析を行っている。この研究では、有限要素法の一体型解法により膜構造と隙間流れの連成を解き、膜構造と隙間流れの連成場と静電界との間の連成を分離型解法で分離して解いている。ここで静電界は境界要素法により解いている。しかしながら、隙間流れ以外の流れが重要となることも考えられる。また構造・流体連成場と静電界の間の連成解析において、反復計算を設けていないため、収束性の問題が生じる可能性がある。そこで本研究では、(a) 微小機械構造物周囲の流れ場を取り扱うこと、(b) 構造・流体連成場と静電界の間の連成の分離型解法に反復計算を導入することにより、構造・流体・静電界連成に対する汎用的な強連成解析手法を開発する。なお本報告では、構造を剛体として近似することにする。

* 原稿受付 2007年7月13日。

*1 正員、九州工業大学情報工学部(〒820-8502 飯塚市川津
680-4)。

*2 九州工業大学大学院。

*3 正員、フェロー、東京大学大学院工学系研究科(〒113-8656
東京都文京区本郷7-3-1)。

E-mail: ishihara@mse.kyutech.ac.jp

2. 有限要素法に基づく構造 - 非圧縮性粘性流体 - 静電界連成解析手法

2・1 構造 - 非圧縮性粘性流体 - 静電界連成の有限要素方程式

構造の有限要素方程式を次式に示す。

$$\mathbf{M}^s \mathbf{a}^s + \mathbf{q}^s(\mathbf{u}^s) = \mathbf{g}^s \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここで \mathbf{M} は質量行列, \mathbf{q} , \mathbf{g} , \mathbf{a} , \mathbf{u} はそれぞれ内力, 外力, 加速度, 変位のベクトル, また添え字 s は構造に関する諸量であることを表す. 次に ALE 表記の非圧縮性粘性流体の有限要素方程式を次式に示す.

$$\begin{cases} \mathbf{M}^f \mathbf{a}^f + \mathbf{N}(\mathbf{v}^f - \mathbf{v}^{ale})\mathbf{v}^f + \mathbf{C}^f \mathbf{v}^f - \mathbf{G}^f \mathbf{p} = \mathbf{g}^f \\ \mathbf{G}\mathbf{v}^f = \mathbf{0} \end{cases} \quad \dots \dots \dots (2a, b)$$

ここで \mathbf{C} , \mathbf{G} はそれぞれ拡散, 勾配行列, \mathbf{N} , \mathbf{v} , \mathbf{p} , \mathbf{v}^{ale} はそれぞれ移流項, 流速, 圧力, ALE メッシュの移動速度のベクトル, また添え字 f , T , f はそれぞれ行列の転置, 流体に関する諸量であることを表す. さらに静電界の有限要素方程式を次式に示す.

$$\mathbf{L}\phi = \mathbf{0} \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここで \mathbf{L} はラプラシアンに対応する行列, ϕ は電位ベクトルを表す. 導電体に作用する静電力 \mathbf{f}^{es} は式(3)より得られる電位 ϕ を用いて次式により求める.

$$\mathbf{E} = \mathbf{G}\phi, \quad \mathbf{f}^{es} = -\frac{\epsilon}{2}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{n})^2 \mathbf{n} \quad \dots \dots \dots (4a, b)$$

ここで \mathbf{E} は電界, ϵ は媒質の誘電率, \mathbf{n} は導電体表面の法線ベクトルである. 構造 - 流体 - 静電界の連成は次式のように表される.

$$\mathbf{v}_c^s = \mathbf{v}_c^f, \quad \mathbf{Q}_c^s + \mathbf{Q}_c^f = \mathbf{g}_c^{sf} = \mathbf{f}^{es}(\mathbf{u}_c^s) \quad \dots \dots \dots (5a, b)$$

ここで式(5a), (5b)はそれぞれ構造 - 流体境界面における連続条件と平衡条件を表す. \mathbf{Q} は等価内力ベクトルであり, 式(1), (2a)の左辺の項全てを含む. 右下添え字 c は構造 - 流体連成自由度, 右上添え字 sf は構造 - 流体連成に関する諸量であることを表す. 静電力 \mathbf{f}^{es} は構造変位 \mathbf{u}_c^s に依存して変化する.

2・2 提案解法の概要 本解法は, 構造 - 流体連成を一体型解法で同時に解き, 静電界とその他の場との連成を分離型解法で分離して解く. 各時刻ステップにおいて, 一体型解法において増分的に解を求めるための反復計算と分離型解法の反復計算を同一の反復計算でまとめている点に提案解法の特徴がある. この特

徴により, 構造 - 流体 - 静電界連成の強連成解法を構築する点が, 従来研究との相違である.

2・3 提案解法の構成

時刻 $t+\Delta t$ での構造方程式(1), 流体方程式(2), 連続条件(5a)と平衡条件(5b)

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{Q}_c^s + {}^{t+\Delta t} \mathbf{Q}_c^f = \mathbf{f}^{es}({}^{t+\Delta t} \mathbf{u}_c^s) \quad \dots \dots \dots (6)$$

を満足する構造 - 流体連成場の未知変数を求めるなどを考える. ここで左上添え字 t は時刻を表す. 静電力 \mathbf{f}^{es} は構造変位 \mathbf{u}_c^s が決定した後, 式(3), (4)を解くことで与えられるので, 式(6)を構造 - 流体連成場の未知変数に関して直接的に解くことは困難である. そこで構造 - 流体連成場と静電界を分離型解法により分離して解き, 式(6)の右辺を独立に求める. そこで各時刻 $t+\Delta t$ において次の反復計算を設ける.

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{Q}_c^{s(k)} + {}^{t+\Delta t} \mathbf{Q}_c^{f(k)} = \mathbf{f}^{es}({}^{t+\Delta t} \mathbf{u}_c^{s(k-1)}) \quad (k=1,2,3,\dots) \quad \dots \dots \dots (7)$$

式(3), (4)より式(7)右辺の静電力を分離して得た後, 式(1), (2), (5a)および(7)を満たす構造 - 流体連成場を一体型解法, すなわち式(1), (2)を式(5a), (7)に基づき結合した構造 - 流体連成方程式の求解により求める. ここで式(2), さらには弾性体の大変形問題の場合には式(1)に非線形項が含まれるので, 構造 - 流体連成方程式を線形化して解く定式化が必要である. そこで式(7)における反復計算 $k-1$ ステップと k ステップの間での構造 - 流体連成場の未知変数の増分

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t} \mathbf{a}^{(k)} &= {}^{t+\Delta t} \mathbf{a}^{(k-1)} + \Delta \mathbf{a}^{(k)} \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{v}^{(k)} &= {}^{t+\Delta t} \mathbf{v}^{(k-1)} + \Delta \mathbf{v}^{(k)} \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(k)} &= {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(k-1)} + \Delta \mathbf{u}^{(k)} \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{p}^{(k)} &= {}^{t+\Delta t} \mathbf{p}^{(k-1)} + \Delta \mathbf{p}^{(k)} \quad (k=1,2,3,\dots) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (8a, b, c)$$

を考え, これをを利用して構造 - 流体連成方程式の線形化を行う. この工夫により, 一体型解法において増分的に解を求めるための反復計算と分離型解法の反復計算を同一の反復計算でまとめている. 前時刻ステップで求めた ' \mathbf{u}_c^s ', ' \mathbf{v}_c^s ', ' \mathbf{a}_c^s ' を用いて, 反復計算の初期値を次式の予測子により与える.

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t} \mathbf{u}^{(0)} &= {}^t \mathbf{u} + \Delta t {}^t \mathbf{v} + \frac{1}{2} \Delta t^2 (1-2\beta) {}^t \mathbf{a} \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{v}^{(0)} &= {}^t \mathbf{v} + \Delta t (1-\gamma) {}^t \mathbf{a} \\ {}^{t+\Delta t} \mathbf{a}^{(0)} &= \mathbf{0}, \quad {}^{t+\Delta t} \mathbf{p}^{(0)} = {}^t \mathbf{p} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (9a, b, c)$$

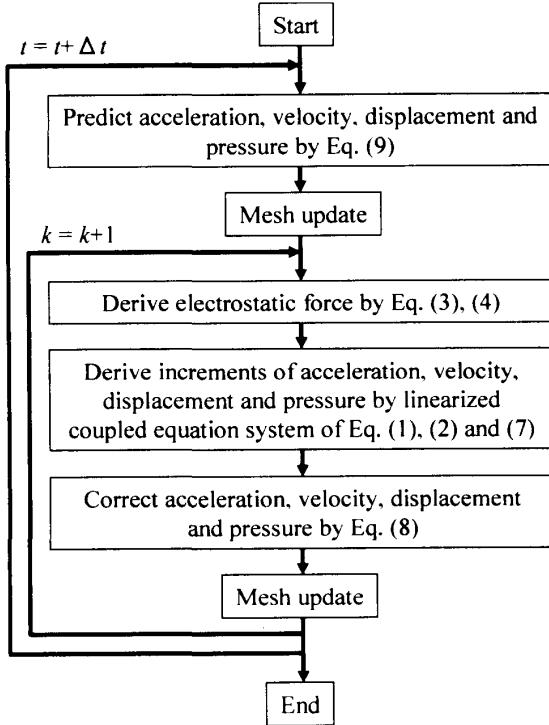


Fig. 1 Flow chart of present method.

本報告では、構造を剛体近似するので、構造-流体連成解析部分を、文献(1), (2)の剛体-流体連成解法に基づき構築した。図1に提案解法による解析の流れを示す。

3. 提案解法の検証

3・1 問題と解析の設定 図2に示すように、空气中に設置されたAlのマイクロ膜と底面との間にステップ電圧 V を印加する。諸元は文献(9), (10)を参考に次のように設定する。寸法：長手方向長さ $l=200\text{ }\mu\text{m}$ 、幅 $b=20\text{ }\mu\text{m}$ 、厚さ $h=0.4\text{ }\mu\text{m}$ 、膜と底面との距離 $g=7.6\text{ }\mu\text{m}$ 、膜の材料定数：質量密度 $\rho^s=2699\text{ kg/m}^3$ 、ヤング率 $E=72\text{ GPa}$ とする。また空気の質量密度 $\rho^f=1.18\text{ kg/m}^3$ 、粘性係数 $\mu=1.82\times 10^{-5}\text{ kg/(m sec)}$ 、誘電率 $\varepsilon^f=8.859\times 10^{-12}\text{ F/m}$ とする。本研究においては、図2の問題を図3に示すように、膜断面を含む xy 平面内の流れ場とばねにより支持された剛体近似の膜断面により2次元モデル化する。前者では、膜の長手方向長さが膜の断面寸法に比べて大きいので、膜周囲の流れ場の z 方向流れに比べて、 x , y 方向流れが卓越すると仮定している。後者では、膜断面の変形を無視する。この2次元モデルにおいて、 z 方向単位長さを考えると、剛体近似の膜断面の質量は $m^s=2.16\times 10^{-8}\text{ kg}$ となる。Euler-Bernoulliはりの固有角振動数の理論解より、膜の第1次固有角振動数 $\omega^s=3.34\times 10^5\text{ rad/sec}$ を得るので、

m^s と ω^s より、剛体近似の膜断面を支持するバネのばね定数を $k^s=2.4\times 10^3\text{ Pa/m}$ と与える。図4に流体解析領域の有限要素メッシュ(節点数2461, 要素数4700)を示す。解析の境界条件を表1に示す。剛体と流体は初め静止しているものとする。

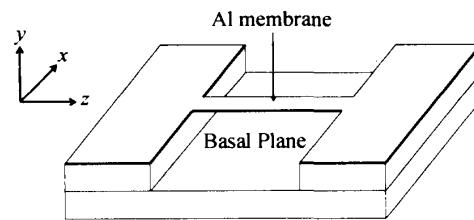


Fig. 2 Micro membrane.

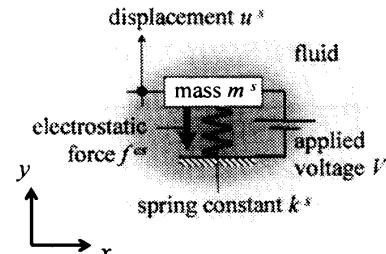


Fig. 3 Two dimensional modeling of micro membrane.

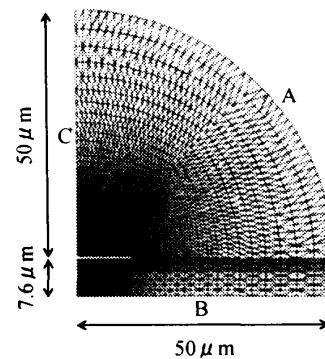


Fig. 4 Finite element mesh of fluid domain of two dimensional model.

Table 1 Boundary conditions for finite element mesh shown in Fig. 3.

Boundary	Fluid	Electrostatic field
A	Traction free	0 V
B	No slip	0 V
C	Left-right symmetry	Left-right symmetry
Rigid body	No slip	V V

3・2 構造・流体・静電界連成の理論解 剛体近似の膜断面に作用する静電力の理論解 $f^s(u)$ と流体の作用を線形近似した付加質量 m^f , 付加剛性 c^f を用いて、構造・流体・静電界連成の1自由度モデル方程式は、

$$(m^s + m^f) \ddot{u}^s + c^f \dot{v}^f + k^s u^s = f^s(u^s), \quad (10a, b)$$

$$f^s(u^s) = -\frac{1}{2} \epsilon^f b \left(\frac{V}{g + u^s} \right)^2$$

と表される。式(10b)を u^s/g に関してテイラー展開し、2次以上の項を無視すると、(10) は次式のように表される。

$$(m^s + m^f) \ddot{u}^s + c^f \dot{v}^f + (k^s + k^{es}) u^s = f^s(0), \quad (11a, b)$$

$$k^{es} = -\frac{\epsilon^f b V^2}{g^3}$$

k^{es} は構造・静電界連成に伴う見た目の剛性低下の効果を表し、本研究では（負の）付加剛性と呼ぶ。従って、上述の線形化が妥当な範囲では、剛性が低下した構造が初期の極板間距離で評価した静電力により振動する問題として評価できる。初期変位・速度 0 の場合、式(11)の解析解は、

$$u^s = \frac{f^s(0)}{k^s + k^{es}} \left(1 - \frac{e^{-\zeta \omega t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \cos(qt - \phi) \right),$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k^s + k^{es}}{m^s + m^f}}, \quad q = \omega \sqrt{1 - \zeta^2}, \quad \tan \phi = \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$$

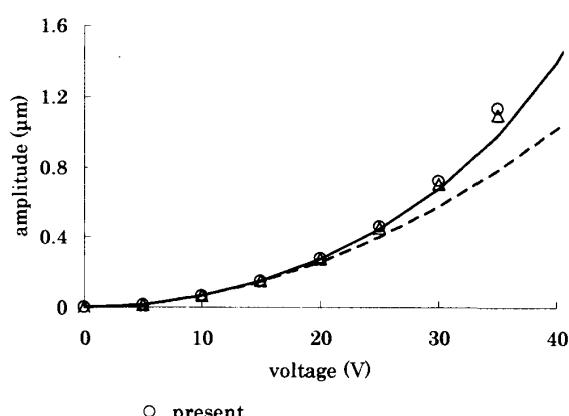
$$\zeta = \frac{c^f}{2\sqrt{(m^s + m^f)(k^s + k^{es})}}$$

(12a, b, c, d, e)

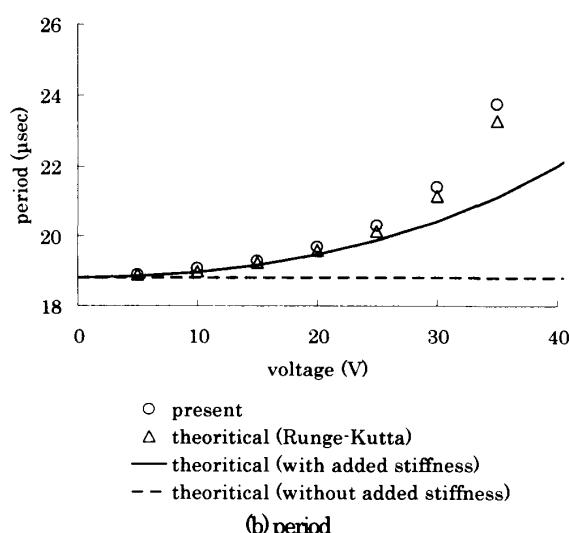
により与えられる。

3・3 構造・静電界連成解析部分の妥当性 提案解法の剛体・流体連成解析部分による文献(1)の2重円筒問題の解析結果が、文献(1)の解析結果と良く一致することを確認している。ここでは、提案解法の剛体・静電界連成解析部分の解析の妥当性を検証する。時間刻みを $\Delta t = 0.05 \mu\text{sec}$ とする。提案解法の剛体・静電界連成解析部分により、3・1節の問題を解析したときのステップ電圧 V に対する剛体の振動振幅、周期の推移を図5に示す。ここで理論解として、式(10)をRunge-Kutta法で数値的に解いたもの、式(10b)の非線形項を1次まで考慮したときの解である式(12)（付加剛性を考慮する）、式(10b)を初期状態で評価したもの（付加剛性を考慮しない）の3通りとする。図5に示すように、 V が大きくなるにつれ、式(10b)の u^s/g に関するテイラー展開の2次以上の高次項が無視できなくなり、それらは見た目の剛性を一

層低下させるので、付加剛性を考慮した式(12)よりも、本解析結果、および、式(10)をRunge-Kutta法で数値的に解いた解の振幅、周期が大きくなっていく。一方、式(10)をRunge-Kutta法で数値的に解いた解に対する本解析結果の相対誤差は、振幅が高々2%，周期が高々4%であった。この相対誤差が、本解析における2次元効果に起因することを以下に示す。図6に、本解析により得られた初期状態における膜断面右端周囲の等電位線図を示す。静電力の理論解において、同図に見られる端部での2次元効果は、無視されている。そこで膜と底面の間の領域のみ取り出し、左右の静電界領域に周期境界条件を課し、実質、本解析が1次元解析となるように設定し、解析を行った。この結果、式(10)をRunge-Kutta法で数値的に解いた解に対する本解析結果の相対誤差は、振幅、周期とともに、高々0.1%であった。



(a) amplitude



(b) period

Fig. 5 Amplitude and period of vibration of rigid body.

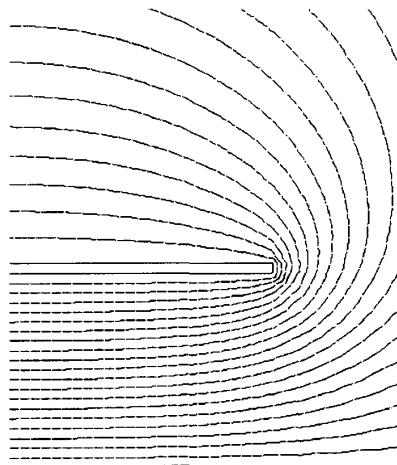


Fig. 6 Isoelectric lines around the membrane at its initial position.

次に、本解析における剛体の変位と速度の関係を図7に示す。ここで図中に黒丸で表示した点は、流体の効果を無視した理論解(12)から得られる変位・速度関係の中心座標(振動中心)を表し、 $(f^e(0)/(k^e + k^s), 0)$ により与えられる。流体の効果を無視した理論解(12)から得られる変位・速度関係は、印加電圧の大きさによらず、振動中心に関して左右対称となる。一方、本解析の場合、図7に示すように、印加電圧が大きくなるにつれて、変位・速度関係が左右対称から非対称になる。この非対称性は、静電力が底面に近づくにつれて急速に大きくなることに由来するものであり、文献(7)においても同様の効果が捕らえられている。以上から、本剛体-静電界連成解析部分による解析結果は妥当であると考えられる。

3・4 流れ場に関する基本的検討 本構造-流体-静電界連成解析において、膜と底面との間の隙間流れのみならず、膜周囲の流れを考慮する必要性を検討する。時間刻みを $\Delta t = 1 \mu\text{sec}$ とする。 $V = 15V$ を印加したとき、膜上面に作用する流体力の総和 F_U と下面に作用する流体力の総和 F_L の時刻歴を図8に示す。対応するピーク値の F_L に対する F_U の割合は約 20% であり、本問題では、膜周囲の流れを考慮する必要がある。

3・5 構造-流体-静電界連成の効果 $V = 15V$ を印加したときの提案解法と提案解法の剛体-流体連成解析部分による解析結果を図9に示す。時間刻みを $\Delta t = 1 \mu\text{sec}$ とする。同図に示すように、構造-流体連成の場合に比べ、構造-流体-静電界連成の場合の剛体の振動は、振幅と周期が増大している。これは静電界との連成による見た目の剛性低下の効果による。従って、提案解法により、流体との連成効果に加えて、静電界との連成による剛性低下の効果が捕らえられていることが判る。

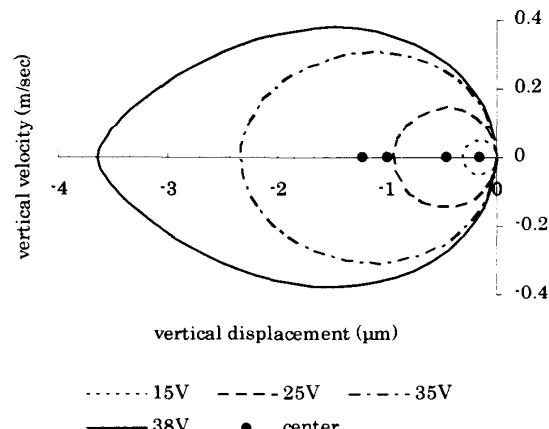


Fig. 7 Relation between vertical displacement and velocity of rigid body.

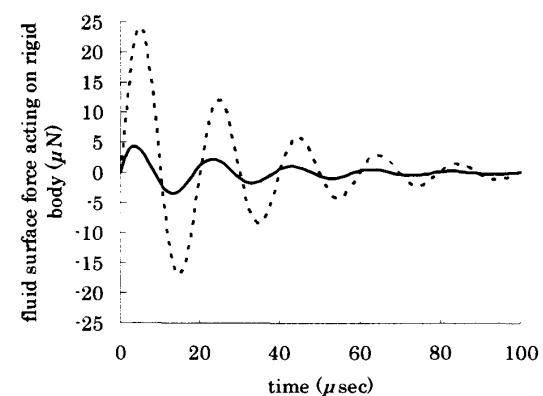


Fig. 8 Time histories of F_U indicated by solid line and F_L indicated by dotted line.

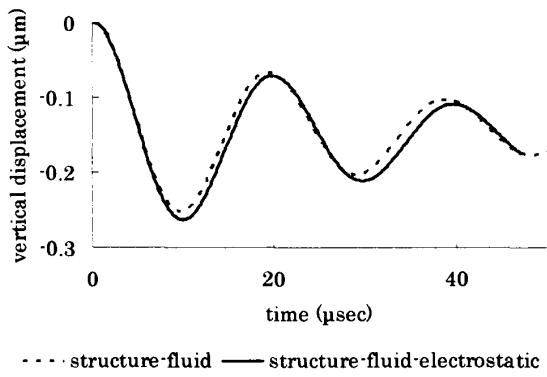


Fig. 9 Time history of vertical displacements for interaction of structure, fluid and electrostatic field.

3・6 理論解との比較 $V = 15, 35V$ を印加したときの提案解法による解と Runge-Kutta 法による理論式(10)の解を図10に示す。ここで理論式(10)に現れる付加質量、付加粘性は、提案解法の剛体-流体連成解析部分により導出した。用いた付加質量、付加粘性を表

2に示す。同表において、電圧の大小と付加質量の大小が対応しない理由のひとつとして、微小スケールにおいて、体積効果である付加質量が相対的に非常に小さく、数値誤差の影響を受けたことが考えられる。図10において、振動の最初のピークの大きさと時点に関して、Runge-Kutta法による理論式(10)の解に対する提案解法による解の相対誤差は、高々5%であり、3.3節で述べた本解析の2次元効果を考慮すると、本解析結果は妥当であるといえる。

Table 2 Added mass m' and added damping c' derived by the finite element method for interaction of incompressible viscous fluid and a rigid body.

Fluid effects	$V=15V$	$V=35V$
Added mass m' (kg)	9.848×10^{-10}	9.045×10^{-10}
Added damping c' (kg/sec)	1.599×10^{-3}	1.819×10^{-3}

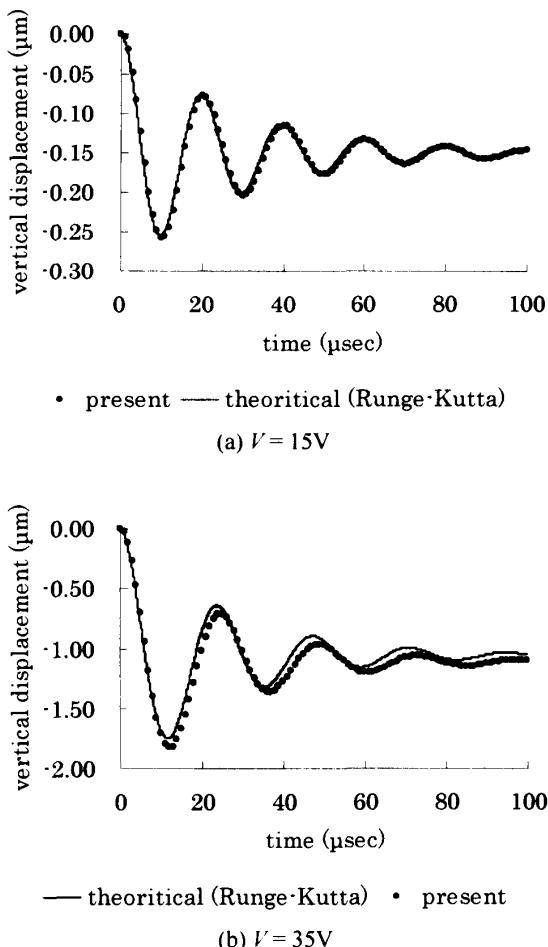


Fig. 10 Comparison of the present results and theoretical solution.

3・7 反復計算の効果 構造-流体連成場と静電界の間の連成の分離型解法における反復計算の効果を検討する。時間刻み $\Delta t = 1, 2, 4 \mu\text{sec}$ とし、 $V = 15, 25, 35V$ を印加したとき、最初の時間ステップの反復計算における静電力の推移を図11に示す。ここでは、反復第1ステップ目との相対的な差の絶対値を%で表示している。図11に示されるように、本解析の範囲においては、静電力の収束に要する反復回数が2～3回程度であることが判る。剛体-流体連成解析における反復回数が3回程度であるため、本解析の範囲では反復回数を3回に固定した。時間刻みが大きくなるにつれて、また印加電圧が大きくなり振動振幅が大きくなるにつれて、初期の静電力と収束時の静電力の相対的な差が大きくなる。これは1時間ステップでの剛体の変位量が大きくなるためと考えられる。 $V=35V$ を印加したとき、反復計算を行う場合と行わない場合の解析結果の比較を図12に示す。同図に示されるように、反復計算を行わない場合、行う場合より大きな減衰と若干の周期の減少が現れている。構造-静電界連成解析において、反復計算を行わない場合、非物理的な減衰と周期の減少が現れることが知られている。本結果は、流れを含めた連成解析であるが、構造-静電界連成解析と同様に、反復計算を行う場合と行わない場合に、数値計算上生じる非物理的な差が生じていると考えられる。以上から、構造-流体連成場と静電界の間の連成の分離型解法において、反復計算を行う必要があることが判る。

4. 結 論

本研究においては、(a)微小機械構造物周囲の流れ場を取り扱うこと、(b)構造-流体連成場と静電界の連成の分離型解法に反復計算を導入して強連成解析とすることにより、構造-流体-静電界連成に対する汎用的な強連成解法を提案した。構造を剛体近似した範囲でその妥当性の検証を行い、提案解法による解析結果の妥当性を確認した。さらに、本解法で導入した反復計算は、印加電圧や時間刻みが大きい場合に必要であることを確認した。

謝 辞

本研究の一部は科学研究費補助金(課題番号17760088)の援助を受けて行われた。ここに謝意を示す。

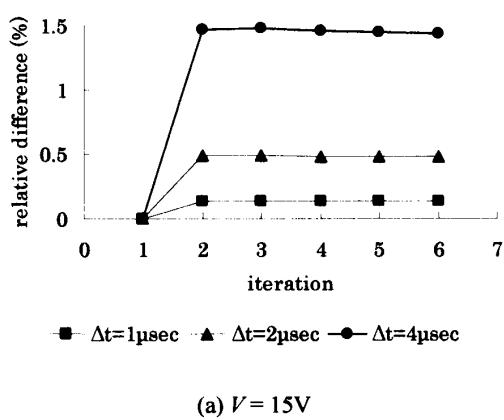
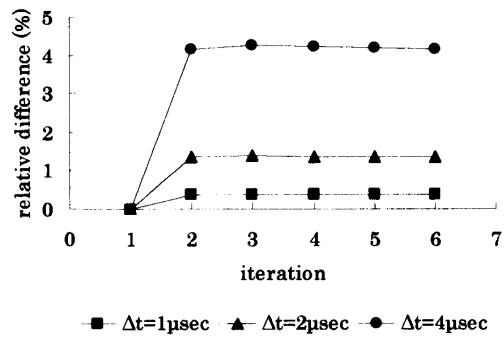
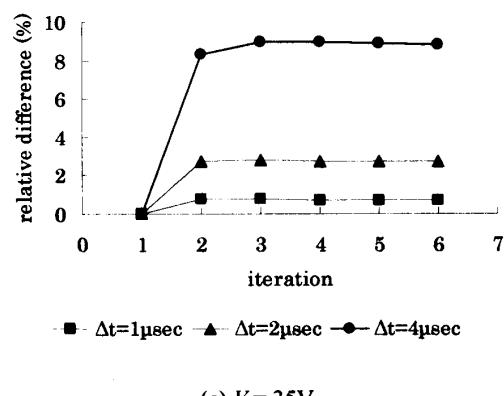
(a) $V = 15\text{V}$ (b) $V = 25\text{V}$ (c) $V = 35\text{V}$

Fig. 11 Transition of vertical electrostatic force acting on the rigid body at first time step.

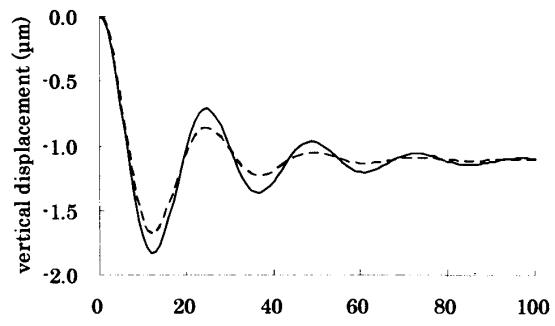
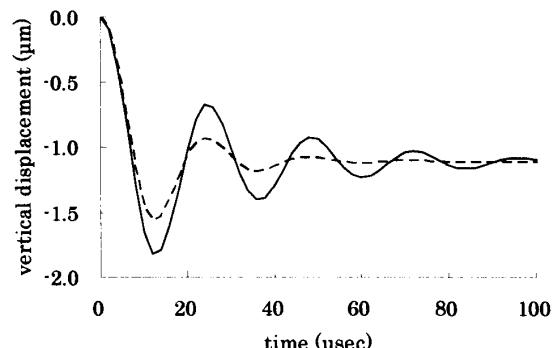
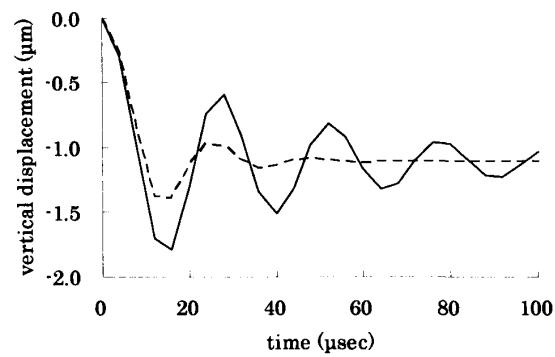
(a) $\Delta t = 1.0 \mu\text{sec}$ (b) $\Delta t = 2.0 \mu\text{sec}$ (c) $\Delta t = 4.0 \mu\text{sec}$

Fig. 12 Comparison of the results by the present method and the conventional method.

文 献

- (1) Nomura, T. and Hughes, T.J.R., An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for Interaction of Incompressible Viscous Fluid and a Rigid Body, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 95, (1992), pp. 115-138.
- (2) Matsumoto, J. and Kawahara, M., Shape Identification for Fluid-Structure Interaction Problem Using Improved Bubble Element, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 15, (2001), pp. 33-45.
- (3) Zang, Q. and Hisada, T., Analysis of Fluid-structure Interaction Problems with Structural Buckling and Large Domain Changes by ALE Finite Element Method, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 190, (2001), pp. 6341-6357.
- (4) Ishihara, D. and Yoshimura, S., A Monolithic Approach for Interaction of Incompressible Viscous Fluid and an Elastic Body Based on Fluid Pressure Poisson Equation, *Int. Numer. Methods Eng.*, Vol. 64, (2005), pp. 167-203.
- (5) Cervera, M., Codina, R. and Galindo, M., On the Computational Efficiency and Implementation of Block-Iterative Algorithms for Nonlinear Coupled Problems, *Engineering Computations*, Vol. 13, (1996), pp. 4-30.
- (6) Matthies, H.G. and Steindorf, J., Partitioned Strong Coupling Algorithms for Fluid-structure Interaction, *Computers & Structures*, Vol. 81, (2003), pp. 805-812.
- (7) Shi, F., Ramesh, P. and Mukherjee, S., Dynamic Analysis of Micro-electro-mechanical Systems, *Int. Numer. Methods Eng.*, Vol. 39, (1996), pp. 4119-4139.
- (8) <http://www.intellisense.com/>
- (9) Kotera, H., A Study on Coupled Analysis, *Journal of the Japan Society for Simulation Technology*, Vol. 18, No.1 (1999), pp. 58-64.
- (10) Hirasawa, T., Kotera, H. and Shima, S., A Study on Dynamic Response of Micro-switch, *Proceedings of M&M '99*, No.99-16 (1999), pp. 65-66.