

## 流体構造境界におけるメッシュ不整合を考慮した強連成解法の開発\* (第1報, 解法の提案と基本的検証)

石原大輔\*<sup>1</sup>, 堀江知義\*<sup>1</sup>

### Development of Strong Coupling Method Considering Non-conforming Mesh on Fluid-Structure Interface (1st Report, Verification of Method)

Daisuke ISHIHARA\*<sup>2</sup> and Tomoyoshi HORIE

\*<sup>2</sup> Department of Mechanical Information Science and Technology, Kyushu Institute of Technology,  
680-4 Kawazu, Iizuka-shi, Fukuoka, 820-8502 Japan

This paper describes a strong coupling method considering non-conforming mesh on fluid-structure interface. In the present method, a transformation matrix derived from the geometrical relations between non-conforming fluid and structural meshes on fluid-structure interface is directly combined with the formulation of the strong coupling method to satisfy the compatibility and equilibrium conditions on fluid-structure interface. The conjugate gradient method is applied to solve the derived coupled equation system by introducing the consistent pressure Poisson equation. To verify basic characteristics of the proposed method, it is applied for free vibration of a cylinder in quiescent fluid. The added mass and damping coefficients derived by the present method agree well with those by other researchers.

**Key Words:** Fluid-Structure Interaction, Non-conforming Mesh, Strong Coupling Method, Incompressible Viscous Fluid, Elastic Body, Finite Element Method

## 1. 序 論

近年, 機械構造物の複雑高度化に伴い, 流体構造連成問題を正確に予測し, 設計に反映させることが求められている<sup>①</sup>. 本研究では, 工学的に最も重要な流体構造連成問題のひとつである非圧縮性粘性流体弾性体連成問題を取り扱う.

流体構造連成法のうち, 強連成(monolithicまたはsimultaneous)法は, 流体構造境界における連続・平衡条件を用いて, 連成系全体に関する方程式(連成系全体方程式)を構成し, 解析する手法である. 一方, 弱連成(partitionedまたはiterative)法は, 流体構造境界上の物理量を境界条件として与えて, 流体方程式と構造方程式を独立に解き, その結果を用いて, 連続・平衡条件を満たすように, 境界条件の修正を繰り返す手法である<sup>②</sup>. 各方法には, それぞれ一長一短あり, 対象とする問題の性質にあわせて, その選択を適切に行う必要がある.

一方, 両者に共通する課題のひとつとして, 流体構

造境界において要求されるメッシュの空間解像度が, 流体側と構造側で必ずしも一致しない場合への対応が挙げられる. 境界層を十分な精度で解析するために, 通常, 流体側は構造側に比べて, かなり高いメッシュの空間解像度が要求されると考えられる. 弱連成法に基づく解法においては, 流体構造境界で通信しあうデータを適切に内挿することにより, 流体構造境界において要求されるメッシュの空間解像度が, 流体側と構造側で異なる場合(不整合メッシュ)への対応を行っている研究<sup>③④</sup>が挙げられる. 一方, 強連成法に基づく解法において, 対応を試みる研究は見当たらない.

そこで, 本研究においては, 流体構造境界における物理量の変換行列を直接的に強連成法の定式化に組み込むことにより, 流体構造境界における不整合メッシュを考慮した強連成解法を開発し, その基本的性能の検証をおこなう.

## 2. 流体構造境界におけるメッシュ不整合を考慮した強連成解法

### 2-1 変換行列による内挿を導入した強連成法

通常の強連成法の定式化については, 例えば, 文献

\* 原稿受付 2004年10月1日.

\*<sup>1</sup> 正員, 九州工業大学情報工学部(〒820-8502 飯塚市川津680-4).

E-mail: ishihara@mse.kvutec.ac.jp

(8)(9)等に示されている。有限要素離散化された流体構造境界における平衡条件, 連続条件を不整合なメッシュ上で満足させるために, 次の2つの変換行列を導入する。流体構造境界において, 流体メッシュ上で定義された等価節点力ベクトル  $\phi_c^f$  から構造メッシュ上で定義された等価節点力ベクトル  $\phi_c^s$  に内挿するための変換行列  $T^f$  を

$$T^f \phi_c^f = \phi_c^s \quad \text{.....(1)}$$

と定義する。また流体構造境界において, 構造メッシュ上で定義された未知変数ベクトル  $\psi_c^s$  から流体メッシュ上で定義された未知変数ベクトル  $\psi_c^f$  に内挿するための変換行列  $T^s$  を

$$T^s \psi_c^s = \psi_c^f \quad \text{.....(2)}$$

と定義する。  $\phi, \psi$  の右側上付き添え字  $f, s$  はそれぞれ流体, 構造に関する量であることを表す。また  $\phi, \psi$  の右側下付き添え字  $c$  は流体構造境界自由度を表す。

Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) 表記による非圧縮性粘性流体方程式と Lagrangian 表記による弾性体方程式を有限要素離散化することにより行列形式の方程式を得る。ただし, 流体は Newton 流体, 弾性体の変形は微小歪みを仮定する。また流体構造境界における平衡条件の有限要素離散化において, 式(1)を導入する。この結果, 強連成法に基づく連成系全体方程式は

$$\begin{cases} q_i^f = g_i^f \\ q_i^s = g_i^s \\ T^f q_c^f + q_c^s = g_c^s \end{cases} \quad \text{.....(3a, b, c)}$$

$${}_{\tau} G v^f = 0 \quad \text{.....(4)}$$

と記述される。ここで式(3)中において,  $q^f, q^s$  はそれぞれ流体, 構造の行列形式の方程式の左辺項ベクトルを表し, それぞれ以下のように記述される。

$$\begin{cases} q^f = M^f a^f + N + C v^f - G p \\ q^s = M^s a^s + Q \end{cases} \quad \text{.....(5a, b)}$$

但し,  $M$ : 質量行列,  $N$ : 流体の移流項,  $C$ : 流体の拡散行列,  $G$ : 流体の圧力勾配行列,  $Q$ : 構造内力項である。ここで  $N$  は流速および ALE 座標の移動速度の関数であることに注意する。  $a$ : 加速度ベクトル,

$v$ : 速度ベクトル,  $p$ : 流体の圧力ベクトルである。また式(3)において,  $g_i^f, g_i^s, g_c^s$  はそれぞれ等価節点外力ベクトルの流体内部自由度, 構造内部自由度, 流体構造境界自由度を表す。但し,  $g_c^s$  は構造メッシュに対応して定義されているものとする。また式(3)において, 右側下付き添え字  $i$  は流体または構造の内部自由度を表す。また式(4)は非圧縮性拘束の条件式を表し, 左側下付き添え字  $\tau$  は行列の転置を表す。

次に, 連成系全体方程式(3)および(4)を解くための第1段階として, それぞれ増分形式で表すと

$$\begin{cases} \hat{M}_{ii}^f \Delta a_i^f + \hat{M}_{ic}^f \Delta a_c^f - G_i \Delta p = g_i^f - q_i^f \equiv \Delta g_i^f \\ T^f (\hat{M}_{ci}^f \Delta a_i^f + \hat{M}_{cc}^f \Delta a_c^f - G_c \Delta p) + \hat{M}_{ci}^s \Delta a_i^s + \hat{M}_{cc}^s \Delta a_c^s \\ = g_c^s - T^f q_c^f - q_c^s \equiv \Delta g_c^s \\ \hat{M}_{ii}^s \Delta a_i^s + \hat{M}_{ic}^s \Delta a_c^s = g_i^s - q_i^s \equiv \Delta g_i^s \end{cases} \quad \text{.....(6a, b, c)}$$

$$\gamma \Delta t {}_{\tau} G_i \Delta a_i^f + \gamma \Delta t {}_{\tau} G_c \Delta a_c^f = -{}_{\tau} G v^f \equiv \Delta h \quad \text{.....(7)}$$

を得る。但し,  $\Delta$  付きの加速度・圧力ベクトルはその増分,  $\hat{M}$ : 一般化質量行列,  $\gamma$ : 一般化台形則の制御パラメータ,  $\Delta t$ : 時間増分である。式(6)および(7)において, 一般化台形則および Newmark 法における変位, 速度と加速度の増分の関係式

$$\Delta u = \beta \Delta t^2 \Delta a, \quad \Delta v = \gamma \Delta t \Delta a \quad \text{.....(8a, b)}$$

を既に適用している。但し,  $\Delta u$ : 変位ベクトルの増分,  $\Delta v$ : 速度ベクトルの増分,  $\beta$ : Newmark 法の制御パラメータである。式(5a, b)で  $q^f, q^s$  とまとめて表記した流体や構造方程式の左辺の各項の既知量が式(6a, b, c)の右辺の残差力に含まれることに注意する。次に, 連成系全体方程式(3)および(4)を解くための第2段階として, 流体構造境界における連続条件を考慮するために, 式(2)を式(6)および式(7)に導入して連立させることにより, 以下の連立1次方程式を得る;

$$\begin{bmatrix} \hat{M}_{ii}^f & \hat{M}_{ic}^f T^f & 0 & -G_i \\ T^f \hat{M}_{ci}^f & \hat{M}_{cc}^f & \hat{M}_{ci}^s & -T^f G_c \\ 0 & \hat{M}_{ic}^s & \hat{M}_{ii}^s & 0 \\ \gamma \Delta t {}_{\tau} G_i & \gamma \Delta t {}_{\tau} G_c T^f & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta a_i^f \\ \Delta a_c^f \\ \Delta a_i^s \\ \Delta p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta g_i^f \\ \Delta g_c^s \\ \Delta g_i^s \\ \Delta h \end{bmatrix} \quad \text{.....(9)}$$

但し,  $\Delta a_c^f, \hat{M}_{cc}^f$  は以下のように定義する;

$$T^{fs} \Delta a_c^{fs} \equiv T^{fs} \Delta a_c^s = \Delta a_c^f \dots\dots\dots (10)$$

$$\hat{M}_{cc}^{fs} \equiv T^{sf} \hat{M}_{cc}^f T^{fs} + \hat{M}_{cc}^s \dots\dots\dots (11)$$

増分形式の連成系全体方程式(9)を解くことにより得られる加速度と圧力の増分を用いて、適切な時間積分法に基づき、時間進行を行うことで連成問題を解析する。

**2・2 予測子多重修正子法** 本研究においては、時間積分法として、陰解法と陽解法の相互の長所を利用した解法として知られている以下の予測子多重修正子法を用いる。予測子多重修正子法の構造、流体解析への適用は文献(10)(11)等に、流体構造連成解析への適用は文献(8)(12)等に見られる。変位、速度、加速度と圧力の時刻  $t+\Delta t$  での未知量を時刻  $t$  での既知量を用いて、予測子

$$\begin{cases} U_{t+\Delta t}^{(0)} = U_t + \Delta t V_t + \frac{1}{2} \Delta t^2 (1-2\beta) A_t, \\ V_{t+\Delta t}^{(0)} = V_t + \Delta t (1-\gamma) A_t, \\ A_{t+\Delta t}^{(0)} = 0 \\ p_{t+\Delta t}^{(0)} = p_t \end{cases} \dots\dots\dots (12)$$

により、予測する。ここで  $A$ ,  $V$ ,  $U$  はそれぞれ連成系全体の加速度、速度および変位であり、

$$A \equiv \begin{Bmatrix} a_i^f \\ a_c^{fs} \\ a_i^s \end{Bmatrix}, V \equiv \begin{Bmatrix} v_i^f \\ v_c^{fs} \\ v_i^s \end{Bmatrix}, U \equiv \begin{Bmatrix} VOID \\ u_c^{fs} \\ u_i^s \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (13)$$

のように定義する。VOIDは流体変位が定義されていないことを意味する。次に増分形式の連成系全体方程式(9)の求解により求めた加速度と圧力の増分を用いて、時刻  $t+\Delta t$  における加速度、速度、変位と圧力を修正子

$$\begin{cases} A_{t+\Delta t}^{(n+1)} = A_{t+\Delta t}^{(n)} + \Delta A_{t+\Delta t}^{(n+1)} \\ V_{t+\Delta t}^{(n+1)} = V_{t+\Delta t}^{(n)} + \gamma \Delta t \Delta A_{t+\Delta t}^{(n+1)} \\ U_{t+\Delta t}^{(n+1)} = U_{t+\Delta t}^{(n)} + \beta \Delta t^2 \Delta A_{t+\Delta t}^{(n+1)} \\ p_{t+\Delta t}^{(n+1)} = p_{t+\Delta t}^{(n)} + \Delta p_{t+\Delta t}^{(n+1)} \end{cases} \dots\dots\dots (14)$$

により修正する。  $n$  は各時刻ステップにおける反復ステップを表す。構造の運動に伴い、流体メッシュを制御する必要がある。本研究では、流体領域を解析領域、流体構造境界における構造変位を基本境界条件として、

Laplace 方程式を解き、その解をメッシュ移動量として与える。

**2・3 整合圧力ポアソン方程式に基づく強連成解法の導入**

本研究においては、具体的な強連成解法として、増分形式の連成系全体方程式(9)の求解の効率化を図った整合圧力ポアソン方程式に基づく解法を用いる。詳細は文献(9)に譲るとして、その概要のみを以下に述べる。増分形式の連成系全体方程式(9)から、弾性体内部自由度を縮約することにより、流体自由度のみに関する方程式を得る。得られた方程式において、非圧縮性条件を満足するように流速場を求めるために、加速度増分の式を非圧縮性条件式に代入することで、整合圧力ポアソン方程式を得る。ここで整合とは、圧力ポアソン方程式による解が、原理的に、連成系全体方程式の解と一致するという意味で用いる。ここで流体、構造の一般化質量行列をそれぞれ以下のように定義する；

$$\hat{M}_L^f \equiv_L M^f \dots\dots\dots (15)$$

$$\hat{M}_L^s \equiv_L M^s + \beta \Delta t^2 K \dots\dots\dots (16)$$

但し、 $K$  は(接線)剛性行列、左側下付き添え字  $L$  は行列の対角集中化を表す。ここで流体のクーラン数・拡散数条件が必要条件として課されることに注意する。このとき整合圧力ポアソン方程式は、

$$\begin{aligned} & \gamma \Delta t [ {}_\tau G_{iL} M_{ii}^{f-1} G_{i\tau} G_c T^{fs} \bar{M}_{cc}^{fs-1} T^{sf} G_c ] \Delta p \\ & = \Delta h - \gamma \Delta t {}_\tau G_{iL} M_{ii}^{f-1} \Delta g_i^f - \gamma \Delta t G_c T^{fs} \bar{M}_{cc}^{fs-1} \Delta \bar{g}_c^{fs} \end{aligned} \dots\dots\dots (17)$$

と与えられる。但し、 $\bar{M}_{cc}^{fs}$ ,  $\Delta \bar{g}_c^{fs}$  はそれぞれ

$$\Delta \bar{g}_c^{fs} \equiv \Delta g_c^{fs} - \hat{M}_{ci}^s \hat{M}_{ii}^{s-1} \Delta g_i^s \dots\dots\dots (18)$$

$$\bar{M}_{cc}^{fs} \equiv T^{sf} {}_L M_{cc}^f T^{fs} + \hat{M}_{cc}^s - \hat{M}_{ci}^s \hat{M}_{ii}^{s-1} \hat{M}_{ic}^s \dots\dots\dots (19)$$

と与えられる。

求解手順は以下のようになる；

**Step1** 整合圧力ポアソン方程式(17)を解くことにより、流体圧力増分  $\Delta p$  を得る、

Step2 流体圧力増分  $\Delta p$  から, 流体加速度増分  $\Delta a^f$  を得る,

Step3 流体加速度増分  $\Delta a^f$  の流体構造境界自由度成分  $\Delta a_c^f$  から, 構造内部自由度の加速度増分  $\Delta a_i^s$  を得る.

図1に本解析の流れを示す.

### 3. 変換行列の導出方法

本研究においては, 流体構造境界における流体メッシュと構造メッシュの幾何的な関係から, 線形内挿に基づき, 変換行列を導出する. ここで, 流体構造境界の不整合に関して次の場合を考える. 図2に示すように, 構造節点と同じ位置に流体節点を配置し, さらに隣接する2つの構造節点の中間点に流体節点を配置する. このとき, 図2において, 矢印で対応づけた節点間での線形補間を考え, 流体構造境界全体に関して合成すると, 変換行列  $T^sf$ ,  $T^fs$  を得ることができる. また, この場合,  $T^sf = T^fs$  が成立し, 整合圧力ポアソン方程式(17)の係数行列は正定値対称となる. 例えば, 図3に示すような節点の並び方を与えると, 変換行列  $T^sf$ ,  $T^fs$  は以下のように与えられる;

$$T^{sf} = \begin{bmatrix} & 1/2 & 0 & \dots & 0 & 1/2 \\ & 1/2 & 1/2 & 0 & \dots & 0 \\ I & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ & \vdots & \ddots & 1/2 & 1/2 & 0 \\ & 0 & \dots & 0 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad \text{.....(20)}$$

$$T^{fs} = \begin{bmatrix} & & & & I \\ 1/2 & 1/2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & \dots & 0 & 1/2 \end{bmatrix} \quad \text{.....(21)}$$

と与えられる. 但し,  $I$  は単位正方行列とする. この場合, 明らかに  $T^{sf} = T^{fs}$  が成り立つ. 本研究の範囲では, 構造節点と同じ位置に流体節点を配置し, さらに隣接する2つの構造節点の間に, 複数の流体節点を等間隔に配置する場合を取り扱う. 任意の不整合の仕方に対する変換行列の一般的な導出方法は次報に譲る.

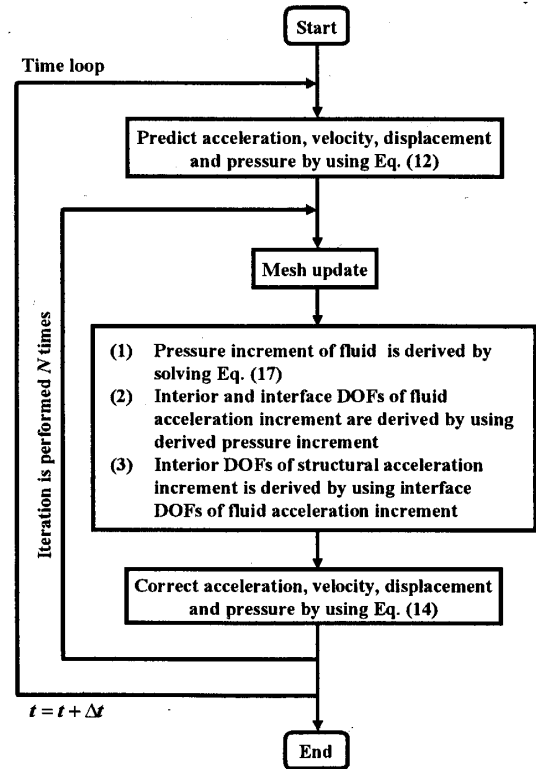
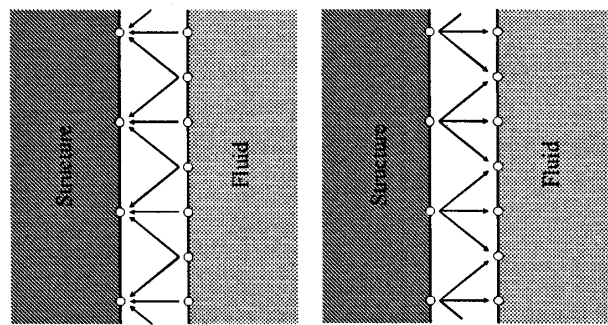


Fig. 1 Flow chart of the analysis procedure of the proposed approach.



(a) transformation of properties from fluid to structure (b) transformation of properties from structure to fluid

Fig. 2 Schematics of non-conforming interface.

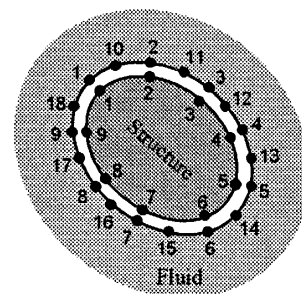


Fig. 3 Example of non-conforming interface..

4. 基本的性能の検証

4-1 問題の設定 図4に示すように、流体で満たされた円筒内で、初期変位または初速度を与えられた円柱が自由振動する。文献(12)においては、円柱をバネにより1箇所支持された剛体、流体を非圧縮性粘性流体として、有限要素解析を行い、算出した付加質量係数、付加減衰係数の理論解との良好な一致を得ている。本研究においては、円柱を柔らかい弾性梁により両端を支持された硬い弾性体、流体を非圧縮性粘性流体とし、水平方向に適当な初速度を与えられて、円柱が自由振動する問題を考える。円柱、円筒の直径、および、流体(シリコンオイル、ミネラルオイル、水)の物性値は、文献(12)と一致させる。流体の物性値を表1に示す。流体構造連成に対する弾性梁の面積の影響を円柱に比べて十分小さくするために、弾性梁の寸法を円柱直径に比べて十分小さく設定する。弾性梁のヤング率  $k/2 = 1.73055 \times 10^4 \text{ g/cm} \cdot \text{sec}^2$  ( $k$ は文献(12)における支持バネの剛性)とすることにより、その水平方向の圧縮・引張に関する剛性を文献(12)における支持バネの剛性と一致させた。一方、弾性円柱のヤング率  $1.69 \times 10^{12} \text{ g/cm} \cdot \text{sec}^2$  とすることで、弾性梁に比べて、ほとんど剛体として振舞うように設定する。弾性円柱の質量密度  $m/A_c = 2.69031 \text{ g/cm}^3$  ( $m_c, A_c$ はそれぞれ文献(12)における剛体円柱の質量 3.408g と面積  $1.26677 \text{ cm}^2$ ) とし、その質量を文献(12)の剛体円柱と一致させる。一方、弾性梁の質量密度  $0.2 \text{ g/cm}^3$  とし、弾性円柱に比べ、十分小さな値を設定する。

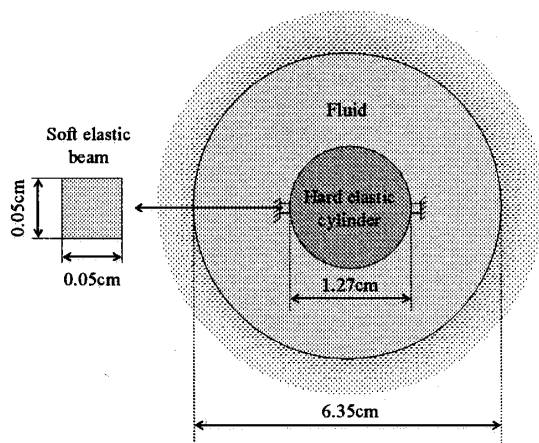


Fig. 4 Free vibration of a cylinder in quiescent fluid.

Table 1 Material properties of three kinds of fluid

Fluid	Silicon oil	Mineral oil	Water
Mass density ( $\text{g/cm}^3$ )	0.956	0.935	1.0
Viscosity ( $\text{g/cm} \cdot \text{sec}$ )	1.45	0.41	0.0133

4-2 有限要素メッシュの設定 流体メッシュ

(節点数 25896, 要素数 51136)を図5(a)に示す。構造メッシュは、流体構造境界で流体メッシュと整合する場合(整合メッシュ, 節点数 2665, 要素数 2496, 図5(b)), 流体構造境界で2つの流体要素に対し、1つの構造要素が接する場合(不整合メッシュ 1, 節点数 709, 要素数 624, 図5(c)), 流体構造境界で4つの流体要素に対し、1つの構造要素が接する場合(不整合メッシュ 2, 節点数 506, 要素数 465, 図5(d))の3通りを考慮する。但し、構造要素を4角形1次要素、流体要素を3角形1次要素による流速圧力同次補間<sup>(3)</sup>とする。ここでこの流体要素に起因する数値的不安定性を回避するため、安定化手法の1種である SUPG/PSPG法<sup>(3)</sup>を適用する。整合メッシュを用いる場合、式(1), (2)の変換行列  $T^{sf}$ ,  $T^{fs}$ を単位正方行列とする。不整合メッシュの流体構造境界部分の詳細を図6に示す。

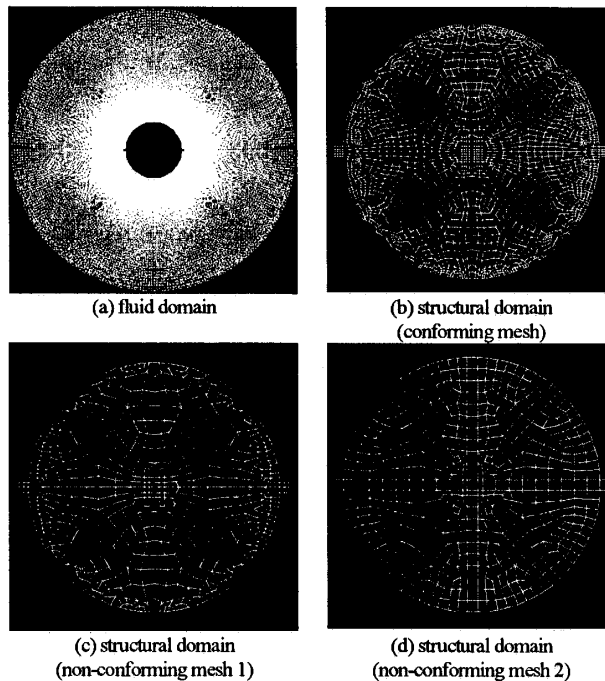


Fig. 5 Employed finite element mesh.

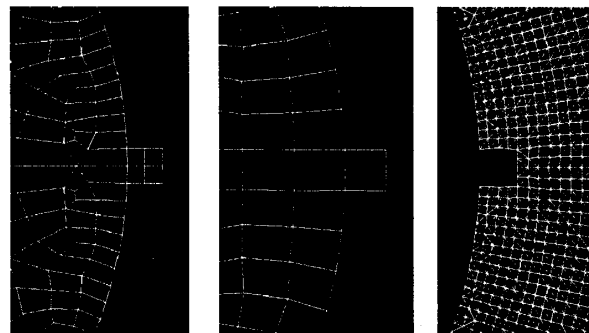


Fig. 6 Detail of non-conforming interface on fluid-structure interface.

事前に、各構造メッシュを用いて、流体の無い状態での本弾性円柱-弾性梁系の自由振動を解析した。図7(a)に示す各サンプル点O, A~Dにおける水平方向変位の時刻歴を図7(b)に示す。いずれの構造メッシュでも、時刻歴はほとんど一致した。また各サンプル点O, A~Dにおける垂直方向変位の最大は高々 $10^{-8}$ (cm)であった。従って、本弾性円柱-弾性梁系は1自由度マス-バネ系の自由振動としてモデル化できる。変位の時刻歴と1自由度マス-バネ系の自由振動の理論解を用いて、本弾性円柱-弾性梁系の第1次固有角振動数を求めた結果を表2に示す。いずれの構造メッシュでも、文献(12)の剛体円柱-バネ系の固有角振動数100.776(rad/sec)とよく一致しており、流体の無い状態における本弾性円柱-弾性梁系と文献(12)の剛体円柱-バネ系の動的特性がほとんど一致していることが判る。

**4-3 解析の設定** 時刻刻み $\Delta t$ は、シリコンオイルの場合、 $1.0 \times 10^{-5}$  sec, ミネラルオイル, 水の場合、 $5.0 \times 10^{-5}$  secとする。予測子多重修正子法の制御パラメータ $\beta, \gamma$ をそれぞれ0.3025, 0.6とする。整合圧力ポアソン方程式(17)の求解には、共役勾配法を用いる。構造変位が微小なので、予測子多重修正子法の反復数を3回で打ち切る。厳密には、方程式残差のノルムが十分小さくなるまで、反復を繰り返す必要があるものの、本問題においては、次節以降で述べるように、妥当な解析結果を得ることができる。

**4-4 解析結果の妥当性** 付加質量係数・付加減衰係数により、流体中で運動する構造物の動的特性を評価することができる。そこで本解法による解析結果から、付加質量係数・付加減衰係数を算出し、文献(12)の結果と比較することで、その妥当性を検討する。

付加質量係数・付加減衰係数は次のように導出する。流体で満たされた円筒内で自由振動する弾性円柱の中心点の水平方向変位の時刻歴から、対数減衰率 $\delta$ と減衰角振動数 $\omega_d$ を求め、以下の式により、付加質量係数 $C_M$ , 付加減衰係数 $C_V$ を算出する；

$$C_M = \frac{m_{add}}{M}, \quad C_V = \frac{c_{add}}{M\omega_d} \quad \dots\dots\dots(22a, b)$$

ここで $m_{add}$ : 付加質量項,  $c_{add}$ : 付加減衰項,  $M$ : 円柱が排除する流体の質量であり、それぞれ

$$m_{add} = k \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\omega_d} \right)^2 - m_c, \quad c_{add} = 2\zeta k \left( \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\omega_d} \right),$$

$$M = \frac{\rho_f \pi d^2}{4} \quad \dots\dots\dots(23a, b, c)$$

と与えられる。但し、 $\rho_f$ : 流体質量密度,  $d$ : 円柱直径,  $\zeta$ : 減衰率である。減衰率 $\zeta$ は次式により与えられる；

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \quad \dots\dots\dots(24)$$

最初に、整合メッシュを用いた場合の解析結果の妥当性を示す。弾性円柱の中心点の水平方向変位の時刻歴を図8に示す。図8から、対数減衰率 $\delta$ と減衰角振動数 $\omega_d$ を求め、式(22)~(24)より算出した付加質量係数 $C_M$ , 付加減衰係数 $C_V$ および動レイノルズ数 $Re_w$  ( $=\omega_d \cdot d^2/\nu$ ,  $\nu$ : 動粘性係数)を文献(12)の結果とともに図9に示す。図9から、整合メッシュを用いた場合と文献(12)の結果がよく一致していることが判る。また水の場合の流れ場の圧力分布を図10に示す。圧力分布も文献(12)の結果とよく一致しており、整合メッシュを用いた場合の解析結果が妥当であることが判る。

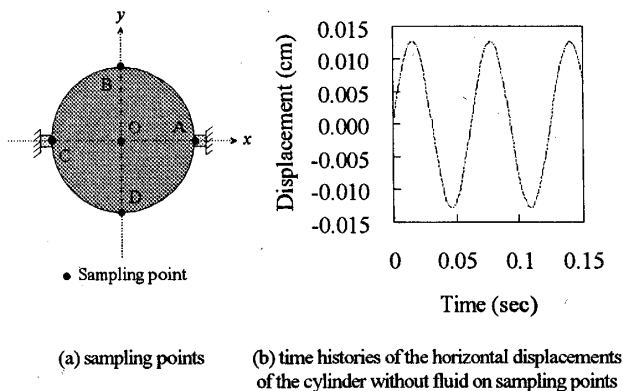


Fig. 7 Horizontal displacement histories of the cylinder without fluid.

Table 2 First angular frequencies using each structural mesh

Conforming mesh	Non-conforming mesh 1	Non-conforming mesh 2
100.37	100.37	100.05

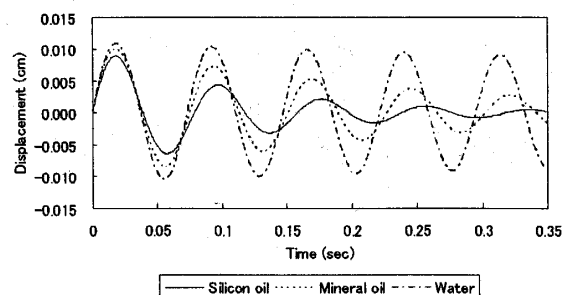


Fig. 8 Horizontal displacement histories of the cylinder center for three fluids.

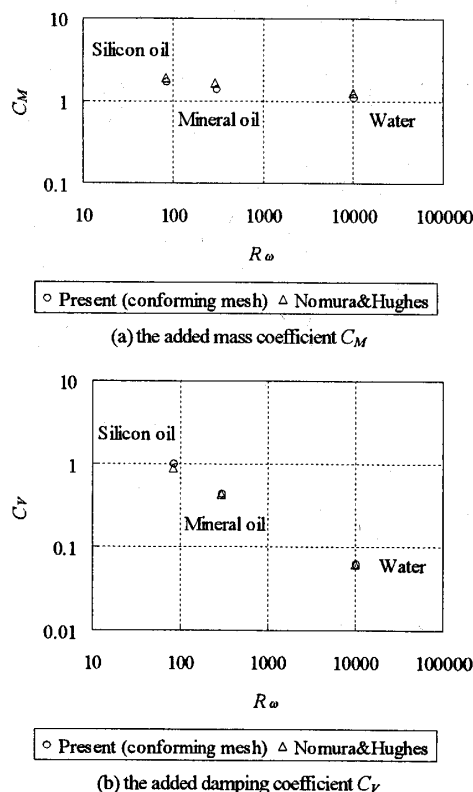


Fig. 9 Comparisons of the added mass coefficient  $C_M$  and the added damping coefficient  $C_V$  with the numerical solution of Nomura & Hughes<sup>(2)</sup> for three fluids. The kinematic Reynolds number  $R_\omega$  is defined as  $\omega_d d^2 / \nu$ , where  $\omega_d$  is the damped natural angular frequency,  $d$  is the diameter of the cylinder and  $\nu$  is the kinematic viscosity.

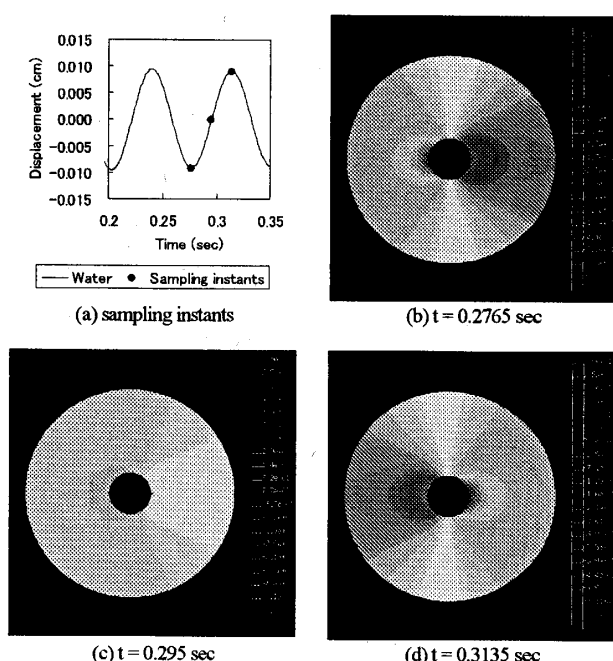


Fig. 10 Pressure contours at some instants for water.

次に、不整合メッシュを用いた場合の解析結果の妥当性を示す。各メッシュに対する対数減衰率  $\delta$ 、減衰角

振動数  $\omega_d$ 、付加質量係数  $C_M$ 、付加減衰係数  $C_V$  および動レイノルズ数  $R_\omega$  を表3にまとめる。表3に示されるように、いずれのメッシュを用いた場合もほとんど同じ解析結果が得られており、不整合メッシュを用いた場合の解析結果が妥当であることが判る。以上により、提案解法により、良好な精度のもとで、自由振動する弾性円柱と流体との連成が解析できていることが判る。

4.5 方程式残差の収束性への影響

連成系全体方程式の求解過程に、メッシュ不整合が何らかの影響を与えることが予想される。そこで本節では、方程式残差の収束性により、その影響を評価する。節4.3に述べたように、予測子多重修正子法の反復を3回で打ち切り、その時点での残差ノルムにより収束性を評価する。残差ノルムは残差ベクトルの各成分の絶対値の平均とする。流体構造境界自由度に関する運動方程式(6b)の残差ノルムの時刻歴を図11に示す。図11に示されるように、整合メッシュの場合に比べて、不整合メッシュの場合の残差の収束性が悪化している。この原因として、変換行列の基となる内挿法の精度が不十分であることが考えられる。一方、非圧縮性条件式、運動方程式の流体内部自由度、構造内部自由度に関する残差ノルムの時刻歴は、全てのメッシュの場合で、ほとんど同じであった。今回の問題に関しては、良好な精度の下で解析結果を得ることができたものの、問題によっては解析精度に影響を与えることが予想される。任意のメッシュ不整合への対応とともに、内挿法の高精度化を今後の課題とする。

Table 3 Summary of results

(a) conforming mesh

Fluid	Silicon oil	Mineral oil	Water
$\delta$	0.6957	0.3219	0.05194
$\omega_d$	79.28	82.95	85.34
$C_M$	1.678	1.359	1.061
$C_V$	0.9947	0.4340	0.06203
$R_\omega$	84.31	305.1	$1.035 \times 10^4$

(b) non-conforming mesh 1

Fluid	Silicon oil	Mineral oil	Water
$\delta$	0.6956	0.3219	0.05185
$\omega_d$	79.28	82.95	85.34
$C_M$	1.678	1.359	1.061
$C_V$	0.9945	0.4341	0.06192
$R_\omega$	84.31	305.1	$1.035 \times 10^4$

(c) non-conforming mesh 2

Fluid	Silicon oil	Mineral oil	Water
$\delta$	0.6957	0.3221	0.05191
$\omega_d$	79.01	82.67	85.05
$C_M$	1.709	1.387	1.087
$C_V$	1.002	0.4371	0.06240
$R_\omega$	84.02	304.1	$1.031 \times 10^4$

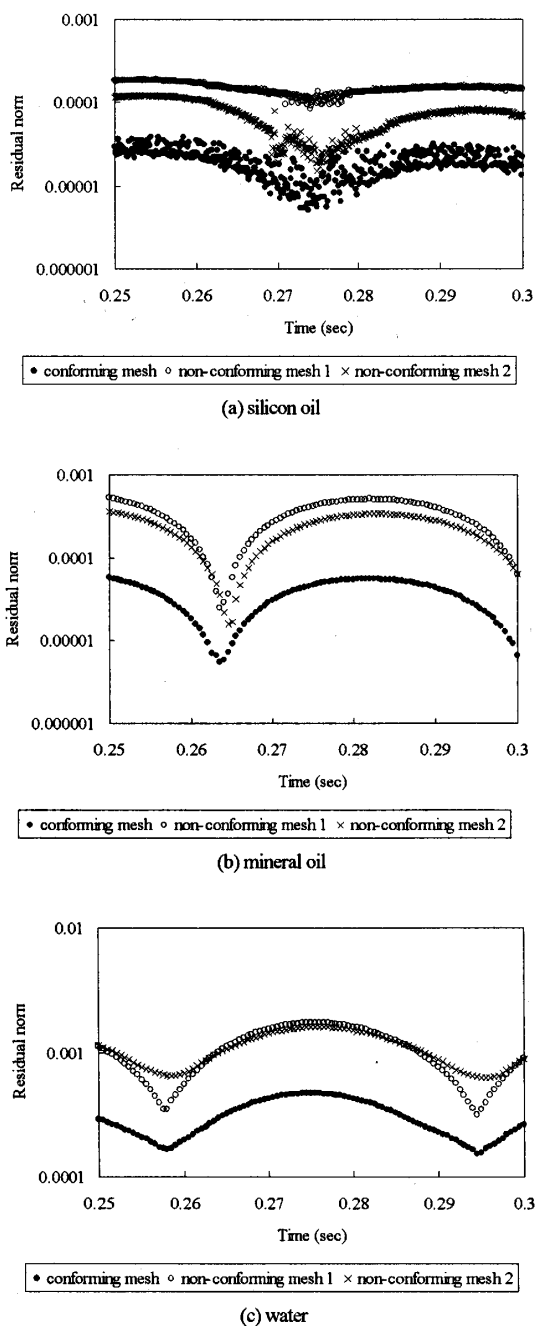


Fig. 11 Time histories of residual norms of fluid-structure interface degrees of freedoms.

## 5. 結 論

本研究においては、流体構造境界における物理量の変換行列を直接的に強連成法の定式化に組み込むことにより、不整合な流体構造境界を考慮した強連成解法の提案と検証をおこなった。検証の結果、提案解法により、良好な精度の下で、構造領域の解析規模を低減させつつ連成解析が可能であることを示した。本研究の範囲では、変換行列を導出する際、流体構造境界における不整合の仕方に制約を設けたが、提案解法その

もの一般性を損なわない。今後、変換行列の導出方法の一般化および変換行列の基となる内挿法の高精度化を行う予定である。

## 文 献

- (1) 大坪英臣・久保田晃弘, 相関問題, 培風館, (1991).
- (2) 張郡・久田俊明, 流体-構造連成有限要素解析における連成手法に関する検討, 機論, 67-662, A(2001), 1555-1562.
- (3) Rifai, S.T., Johan, Z., Wang, W.P., Grisval, J.P., Hughes, T.J.R. and Ferencz, R.M., Multiphysics simulation of flow-induced vibrations and aeroelasticity on parallel computing platforms, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 174 (1999), 393-417.
- (4) Farhat, C., Lesoinne, M. and LeTallec, P., Load and motion transfer algorithms for fluid / structure interaction problems with non-matching discrete interfaces: Momentum and energy conservation, optimal discretization and application to aeroelasticity, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 157 (1998), 95-114.
- (5) Kalro, V. and Tezduyar, T.E., A parallel 3D computational method for fluid-structure interactions in parachute systems, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 190 (2000), 321-332.
- (6) Farhat, C. and Lesoinne, M., Two efficient staggered algorithms for the serial and parallel solution of three-dimensional nonlinear transient aeroelastic problems, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 182 (2000), 499-515.
- (7) Piperno, S., Explicit / implicit fluid / structure staggered procedures with a structural predictor and fluid subcycling for 3D inviscid aeroelastic simulations, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 25 (1997), 1207-1226.
- (8) Zang, Q. and Hisada, T., Analysis of fluid-structure interaction problems with structural buckling and large domain changes by ALE finite element method, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 190 (2001), 6341-6357.
- (9) 石原大輔・吉村忍・矢川元基, 非圧縮性粘性流体-弾性体相互作用系の多段階強連成解法, 機論, 68-673, B(2002), 2451-2459.
- (10) Hughes, T.J.R., *The Finite Element Method*, Dover Publications Inc., (2000), 562-564.
- (11) Brooks, A.N. and Hughes, T.J.R., Streamline upwind / petrov-galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 32 (1982), 199-259.
- (12) Nomura, T. and Hughes, T.J.R., An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for interaction of fluid and a rigid structure, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 95 (1992), 115-138.
- (13) Tezduyar, T.E., Mittal, S., Ray, S.E. and Shih, R., Incompressible flow computations with stabilized bilinear and linear equal-order-interpolation velocity-pressure elements, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 95 (1992), 221-242.