

構造陽解法と流体準陽解法に基づく効率的流体構造強連成解法*

石 原 大 輔*¹

Efficient Strong Coupling Method for Fluid-Structure Interaction Based on Explicit Method for Structure and Semi-implicit method for Fluid

Daisuke ISHIHARA*²² Department of Mechanical System Engineering, Kyushu Institute of Technology,
680-4 Kawazu, Iizuka-shi, Fukuoka, 820-8502 Japan

This paper describes an efficient strong coupling method for fluid-structure interaction based on the explicit method for structure and the semi-implicit method for fluid. The solution process of fluid-structure interaction system is divided into that of fluid and structure, which is independent to each other except data transfer of the fluid-structure interface. Some existing codes with small modification can be utilized to realize the above two solution processes. Note that the time increment is restricted by the Courant's and diffusive number conditions. The method is applied to solve a loaded cantilever in a flow channel under some conditions. Through the numerical results, characteristics of the method are compared to those of a strong coupling and a weak coupling method.

Key Words: Fluid-Structure Interaction, Incompressible Viscous Fluid, Elastic Body, Strong Coupling Method, Explicit Method, Semi-implicit Method, Finite Element Method

1. 序 論

機械構造物は、通常、水や空気などの流体と接しており、両者の間には大なり小なり連成が生じる。近年、機械構造物に要求される安全基準が高まり、流体構造連成問題を正確に予測し、設計に反映させることが求められている¹⁾。本研究では、工学的に最も重要な流体構造連成問題のひとつである非圧縮粘性流体弾性体連成問題を取り扱う。

流体構造連成解析法のうち、強連成法は、流体構造境界面における連続・平衡条件を用いて、連成系全体に関する方程式を構成し、解析する手法である。一方、弱連成法は、流体構造境界面上の物理量を境界条件として与えて、流体と構造を独立に解き、その結果を用いて、連続・平衡条件を満たすように、境界条件の修正を繰り返す手法である²⁾。弱連成法は流体解析と構造解析のプログラムの独立性を基本的には保ったまま両者のインターフェースを開発することで連成解析を行えるという長所を持つ。ここで弱連成法により連成解析を行う場合、既存の解析コードが豊富なことから、流体の準陽解法を用いることが多い^{3,4)}。その場合、

流体解析におけるクーラン数・拡散数条件により、構造解析側も時間刻みの制約を受ける。従って、問題によっては、構造の陰解法は非効率的な場合がある。ここで流体側のクーラン数・拡散数条件と構造側のクーラン数条件が与える時間刻みのオーダーが同程度ならば、流体の準陽解法に対して構造の陽解法を組み合わせることで連成解析を行うことが効率的といえる。そのような問題として、生体や膜構造物といった柔構造物と流体の連成問題が挙げられる。しかしながら、弱連成法においては、流体と構造の相互依存性が強くなるに連れて、収束性や精度に関する問題が生じることが指摘されている⁵⁾。一方、強連成法は、そのような場合でも、安定して性能を発揮することが期待できるが、コードを一から設計・実装する必要がある。また連成系全体方程式を一括して解くため、自由度の増大を招く。

そこで、本研究では、流体側のクーラン数・拡散数条件と構造側のクーラン数条件が与える時間刻みのオーダーが同程度の連成問題を念頭において、流体解析過程と構造解析過程が両者の境界面におけるデータ通信以外は独立な強連成解法を新たに提案する。提案解法の実装にあたっては、準陽解法に基づく既存の流体解析コードと陽解法に基づく既存の構造解析コードを再利用する。従来、強連成法の定式化に基づき、弱連

* 原稿受付 2003年10月3日。

¹⁾ 正員,九州工業大学情報工学部(〒820-8502 飯塚市川津680-4)。

E-mail: ishihara@mse.kyutech.ac.jp

成解法の性能の安定化を試みる研究²⁾はあるものの、弱連成法の長所である既存の解析コードの再利用性を持つ強連成解法の構築を試みる研究は見当たらない。検証を通じて、提案解法が従来の強連成解法とよく一致した解を与え、流体と構造の相互依存性が強い場合でも、安定して性能を発揮できることを示す。

2. 流体構造連成問題の記述

2-1 問題の記述 R を連成系全体領域, R_F を流体領域, R_S を弾性体領域とする。Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) 表記による非圧縮性粘性流体の方程式は

$$\left\{ \begin{aligned} \rho^F \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho^F (v_j - \hat{v}_j) \frac{\partial v_i}{\partial x_j} &= \frac{\partial \sigma_{ij}^F}{\partial x_j} + g_i^F \quad \text{..... (1a, b)} \\ \frac{\partial v_i}{\partial x_i} &= 0 \quad \text{in } R_F \end{aligned} \right.$$

と表される。但し、 ρ^F は流体質量密度, v_i は流体速度ベクトルの i 方向成分, \hat{v}_i は ALE 座標系速度ベクトルの i 方向成分, σ_{ij}^F は流体応力テンソルの ij 成分,

g_i^F は流体に作用する体積力ベクトルの i 方向成分を表す。ここで Newton 流体を仮定する。一方、弾性体の方程式は

$$\rho^S \frac{\partial^2 \delta_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}^S}{\partial x_j} + g_i^S \quad \text{in } R_S \quad \text{..... (2)}$$

と表される。但し、 ρ^S は弾性体質量密度, δ_i は弾性体変位ベクトルの i 方向成分, σ_{ij}^S は弾性体応力テンソルの ij 成分, g_i^S は弾性体に作用する体積力ベクトルの i 方向成分を表す。ここで微小歪みを仮定する。さらに流体構造境界面 R_I において、以下の平衡条件と連続条件

$$\sigma_{ij}^F \cdot n_j^F + \sigma_{ij}^S \cdot n_j^S = \tau_i^I \quad \text{on } R_I \quad \text{..... (3)}$$

$$v_i = v_i \quad \text{on } R_I \quad \text{..... (4)}$$

を満足する必要がある。但し、 n_j^F, n_j^S はそれぞれ流体と弾性体に対する外向き単位法線ベクトルの j 方向成分, τ_i^I は境界面に作用する表面力ベクトルの i 方向成分, v_i は弾性体速度ベクトルの i 方向成分を表す。

2-2 強連成法に基づく連成系全体方程式の有限要素定式化 Galerkin 法により、式(1a, b)を離散化することにより得た行列形式の非線形方程式を増分形式で表示すると

$$M_L \Delta a - G \Delta p = \Delta F \quad \text{..... (5)}$$

$$\gamma \Delta G^T \Delta a = \Delta h \quad \text{..... (6)}$$

となる。ここで移流・拡散項に関して陽的に取り扱う³⁾。 Δa は流体加速度ベクトルの増分, Δp は流体圧力ベクトルの増分, Δt は時間増分, γ は一般化台形則⁴⁾の制御パラメータを表す。上式においては一般化台形則⁴⁾における加速度増分 Δa と速度増分の関係 $\Delta v = \gamma \Delta t \Delta a$ を既に適用している。 M_L は流体の集中化質量行列, G は流体の勾配行列を表す。 ΔF は流体の残差力ベクトルであり,

$$\Delta F = F - Q \quad \text{..... (7)}$$

と表される。ここで F は流体の外力ベクトルであり, Q は流体の慣性項, 移流項, 拡散項と圧力勾配項からなる。また Δh は非圧縮性条件の方程式残差であり,

$$\Delta h = -G^T a \quad \text{..... (8)}$$

と表される。ここで τ は行列の転置を表す。次に、式(2)を有限要素離散化することにより得た行列形式の方程式を増分形式で表示すると

$$m_L \Delta a = \Delta f \quad \text{..... (9)}$$

と表される。ここで弾性体の内力項を陽的に取り扱う⁵⁾。 Δa は弾性体加速度ベクトルの増分, m_L は弾性体の集中化質量行列を表す。また Δf は弾性体の残差力ベクトルであり,

$$\Delta f = f - q \quad \text{..... (10)}$$

と表される。ここで f は弾性体の外力ベクトルであり, q は弾性体の慣性力・内力項からなる。連続条件(4)は、流体構造境界面において、流体と構造に対して同次の

形状関数を用い、節点を一致させることにより満足させる。ここで境界面における加速度、速度、変位ベクトルをそれぞれ以下のように与える：

$$\alpha^c = a^c, v^c = v^c \text{ and } \delta^c = u^c \dots\dots\dots(11)$$

ここで v は弾性体の速度ベクトルを表す。次に Galerkin 法により、式(3)を離散化することにより、

$$q^c + Q^c = g^c \dots\dots\dots(12)$$

を得る。ここで g^c は流体構造境界面 R_f に作用する外力ベクトルであり、右肩添え字 c は流体構造境界自由度を表す。式(11)、(12)により、流体構造境界面 R_f において、流体方程式(5)、(6)と構造方程式(9)を結合させることにより、以下の連成系全体方程式を得る：

$$\begin{bmatrix} M_L^{ii} & 0 & 0 \\ 0 & M_L^{cc} + m_L^{cc} & 0 \\ 0 & 0 & m_L^{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta a^i \\ \Delta a^c \\ \Delta \alpha^i \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} G^i \\ G^c \\ 0 \end{bmatrix} \Delta p = \begin{Bmatrix} \Delta F^i \\ \Delta g^c \\ \Delta f^i \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(13)$$

$$\gamma \Delta t \begin{bmatrix} G^{i^r} & G^{c^r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta a^i \\ \Delta a^c \end{Bmatrix} = \Delta h \dots\dots\dots(14)$$

ここで右肩添え字 i は流体内部と構造内部に関する自由度を表す。 Δg^c は連成系全体方程式の流体構造境界自由度における残差ベクトルであり、以下の式で与えられる：

$$\Delta g^c = g^c - (Q^c + q^c) \dots\dots\dots(15)$$

連成系全体方程式(13)および(14)から得られる加速度・圧力の増分を用いて時間進行を行うために、陰解法と陽解法の相互の長所を利用した解法として知られている以下の Predictor Multi-corrector Algorithm (PMA) を用いる。PMA の構造、流体解析への適用は文献(7)と(10)に、流体構造連成解析への適用は文献(6)、(8)、(9)に見られる。変位、速度、加速度と圧力の時刻 $t+\Delta t$ での未知量を時刻 t での既知量を用いて、Predictor

$$\begin{cases} U_{t+\Delta t}^{(0)} = U_t + \Delta t V_t + 0.5 \Delta t^2 (1 - 2\beta) A_t \\ V_{t+\Delta t}^{(0)} = V_t + \Delta t (1 - \gamma) A_t \\ A_{t+\Delta t}^{(0)} = 0 \\ p_{t+\Delta t}^{(0)} = p_t \end{cases} \dots\dots\dots(16)$$

により、予測する。ここで A , V , U は、

$$A \equiv \begin{Bmatrix} a^i \\ a^c \\ \alpha^i \end{Bmatrix}, V \equiv \begin{Bmatrix} v^i \\ v^c \end{Bmatrix}, U \equiv \begin{Bmatrix} VOID \\ u^c \\ \delta^i \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(17)$$

のように定義する。VOID は流体変位が定義されていないことを意味する。また β は Newmark 法の制御パラメータを表す。次に連成系全体方程式の求解により求めた加速度と圧力の増分を用いて、時刻 $t+\Delta t$ における変位、速度、加速度と圧力を Corrector

$$\begin{cases} A_{t+\Delta t}^{(n+1)} = A_{t+\Delta t}^{(n)} + \Delta A^{(n+1)} \\ V_{t+\Delta t}^{(n+1)} = V_{t+\Delta t}^{(n)} + \gamma \Delta t \Delta A^{(n+1)} \\ U_{t+\Delta t}^{(n+1)} = U_{t+\Delta t}^{(n)} + \beta \Delta t^2 \Delta A^{(n+1)} \\ p_{t+\Delta t}^{(n+1)} = p_{t+\Delta t}^{(n)} + \Delta p^{(n+1)} \end{cases} \dots\dots\dots(18)$$

により修正する。 n は各時刻ステップにおける反復ステップを表す。

連成系全体方程式(13)の特徴は、流体移流・拡散項と構造内力項を、陽的に取り扱うこと（この場合、各時刻ステップでの各反復ステップにおいて、前反復ステップで評価）により、連成系全体方程式の等価質量行列が集中化質量行列となる点である。また、この結果として、解の安定性のための必要条件として、以下の制約が時間刻み Δt に課される：

$$\text{流体側のクーラン数条件： } \Delta t < \Delta x^F / U^F \dots\dots\dots(19)$$

$$\text{流体側の拡散数条件： } \Delta t < 0.5 \rho^F \Delta x^{F^2} / \mu \dots\dots\dots(20)$$

$$\text{構造側のクーラン数条件： } \Delta t < \Delta x^S \sqrt{\rho^S / E} \dots\dots\dots(21)$$

ここで Δt は時間増分、 U^F は流体の代表速度、 μ は流体の粘性係数、 Δx^F は流体の最小要素寸法、 E は弾性体のヤング率、 Δx^S は構造の最小要素寸法を表す。

3. 効率的流体構造強連成解法

3・1 解法の導出 式(13)を弾性体内部自由度に関する式とそれ以外に分離すると以下の式を得る：

$$\begin{bmatrix} M_L^{ii} & 0 \\ 0 & M_L^{cc} + m_L^{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta a^i \\ \Delta a^c \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} G^i \\ G^c \end{bmatrix} \Delta p = \begin{Bmatrix} \Delta F^i \\ \Delta g^c \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(22)$$

$$m_L^{ii} \Delta \alpha^i = \Delta f^i \dots\dots\dots(23)$$

式(22)と式(14)に関して、非圧縮性条件を満足するように圧力分布を決定するための流体圧力ポアソン方程式を導く⁽⁹⁾。まず式(22)から、

$$\begin{Bmatrix} \Delta a^i \\ \Delta a^c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M_L^{ii} & 0 \\ 0 & M_L^{cc} + m_L^{cc} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} G^i \\ G^c \end{Bmatrix} \Delta p \dots\dots\dots (24)$$

$$+ \begin{bmatrix} M_L^{ii} & 0 \\ 0 & M_L^{cc} + m_L^{cc} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \Delta F^i \\ \Delta g^c \end{Bmatrix}$$

式(24)を式(14)に代入して、次式を得る：

$$\gamma \Delta t \begin{bmatrix} G^{i^r} & G^{c^r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_L^{ii} & 0 \\ 0 & M_L^{cc} + m_L^{cc} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} G^i \\ G^c \end{Bmatrix} \Delta p = \dots\dots\dots (25)$$

$$\Delta h - \gamma \Delta t \begin{bmatrix} G^{i^r} & G^{c^r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_L^{ii} & 0 \\ 0 & M_L^{cc} + m_L^{cc} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \Delta F^i \\ \Delta g^c \end{Bmatrix}$$

式(25)を解くことにより、流体圧力増分 Δp が求まり、

続いて、式(24)により、流体内部自由度の加速度増分

Δa^i と流体構造境界自由度の加速度増分 Δa^c が決定

される。一方、式(23)から、構造内部自由度の加速度増分 Δa^i が独立に決定される。弾性体の運動に伴い、流体領域のメッシュを制御する必要がある。本研究では、流体領域を解析領域として、境界面における構造変位を基本境界条件として、Laplace 方程式を解き、その解をメッシュ移動量として与える⁽⁶⁾。この制御は時刻ステップ毎に行われる。図1に提案解法による解析の流れを示す。

3・2 解法の特徴 提案解法において、構造内部自由度の求解過程を *S*、流体内部自由度・流体構造境界自由度の求解過程を *F* とする。求解過程 *S* と求解過程 *F* は時間積分における各反復ステップにつき1回のデータ通信 *I* を行う以外は完全に独立に実行できる。流体構造連成効果はデータ通信 *I* により反映される。この特徴は、流体移流項・拡散項と構造内力項を陽的に取り扱った場合の連成系全体方程式(13)、(14)を基礎として解法を構成したことによる。さらに求解過程 *F* においては、解くべき連立1次方程式が流体圧力ポアソン方程式のみである。従って、式(13)、(14)を一括して解く従来の強連成解法に比べ、解くべき連立1次方程式の自由度が大幅に低減されており、求解過程 *S*、*F* がデータ通信 *I* 以外には独立に実行できる点を併せて考えると、非常に求解過程が効率化されている。

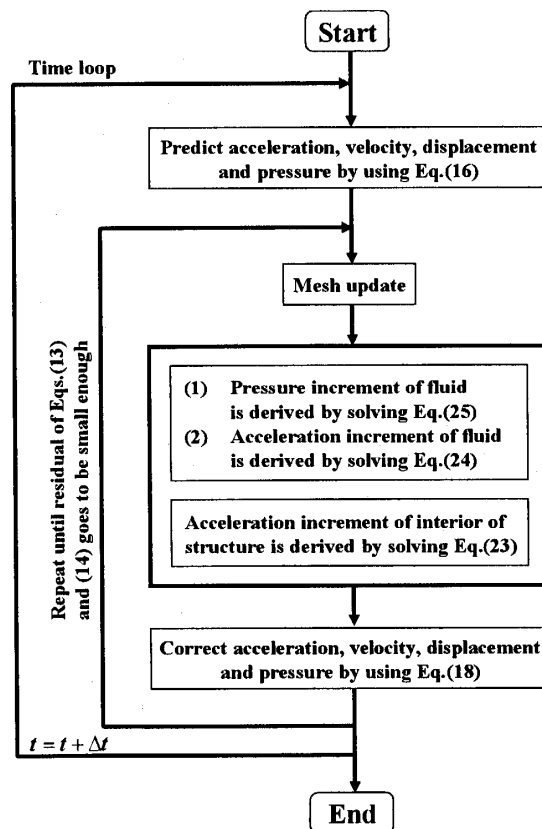


Fig. 1 Flow chart of analysis procedure

3・3 既存コードの再利用 まず求解過程 *S* に関して、陽解法に基づく既存の構造解析コードの再利用を検討する。

構造領域 R_S において、流体構造境界面 R_f を基本境界条件が課せられた境界とし、構造解析を実行する。但し、 R_f 上に課した基本境界条件は、求解過程 *F* からのデータ通信 *I* により、各時刻ステップの反復ステップ毎に更新される。ここでデータ通信 *I* により受信するデータは求解過程 *F* で求めた前反復ステップにおける R_f 上の加速度、速度、変位である。従って、陽解法に基づく既存の構造解析コードに以下のような機能を追加することにより、求解過程 *S* を実現できる：**(a)** 各時刻ステップの反復ステップ毎に、求解過程 *F* で求めた前反復ステップにおける R_f 上の加速度、速度、変位を受信し、 R_f 上の基本境界条件を更新する、**(b)** 各時刻ステップの反復ステップ毎に、現反復ステップにおける R_f 上の構造反力を計算し、求解過程 *F* に送信する。上述の**(b)**は、以下に述べる求解過程 *F* の実現のために必要な機能である。

次に、求解過程 *F* に関して、準陽解法に基づく既存の流体解析コードの再利用を検討する。流体領域 R_f において、流体構造境界面 R_f を自然境界条件が課

せられた境界とし、流体解析を実行する。但し、 R_f 上に課した自然境界条件は、求解過程 S からのデータ通信 I により、各時刻ステップの反復ステップ毎に更新される。ここでデータ通信 I により受信するデータは求解過程 S で求めた前反復ステップにおける R_f 上の構造反力である。また式(25)に示されるように、流体構造境界自由度に関する集中化質量行列が構造と流体の和で与えられる。従って、準陽解法に基づく既存の流体解析コードに以下のような機能を追加することにより、求解過程 F を実現できる：(a)各時刻ステップの反復ステップ毎に、求解過程 S で求めた前反復ステップにおける R_f 上の構造反力を受信し、 R_f 上の自然境界条件を更新する、(b)各時刻ステップの反復ステップ毎に、現反復ステップにおける R_f 上の加速度、速度、変位を計算し、求解過程 S に送信する、(c) R_f 上の構造の集中化質量行列を求解過程 S から受信し、 R_f 上の流体の集中化質量行列に足しこむ。上述の(b)において、 R_f 上の変位の計算が現れるので、流体解析において、式(16)、(18)に示す変位の Predictor と Corrector を、 R_f の自由度に関して、追加する必要がある。 R_f 上の変位は流体領域のメッシュ更新のために解く Laplace 方程式の基本境界条件にも用いられる。

3・4 弱連成法との相違 本節では、最も広く利用されている弱連成法のひとつである互い違い法⁽⁹⁾と提案解法との相違を述べる。互い違い法の特徴は、互いにほとんど独立な構造内部自由度・流体構造境界自由度の求解過程 S' と流体内部自由度の求解過程 F' 、および、求解過程 S' と F' の間でのデータ通信 I' から構成されている。流体構造連成効果の反映は以下に行われる。求解過程 S' に関しては、求解過程 F' から、流体構造境界面における流体力を受信し、流体構造境界自由度に自然境界条件として与えることによる。また求解過程 F' に関しては、求解過程 S' から流体構造境界面における速度・変位を受信し、流体構造境界面に基本境界条件として与えることによる。以上から、提案解法と互い違い法の主な相違点は、(a)提案解法と互い違い法とで、流体構造境界面の取り扱いが異なること、(b)提案解法においては、流体解析過程の流体構造境界自由度に関する集中化質量行列が構造と流体の和で与えられること、である。従って、上述の(b)に関する既存の流体解析コード変更に要する作業量以外に提案解法と互い違い法との大差はなく、提案解法と互い違い法とで既存コードの再利用性は同程度であると言える。

3・5 提案解法の実装 前述の議論から、提案解法は既存の構造、流体解析コードの再利用が容易といえる。但し、提案解法は強連成法の定式化を出発点としているため、流体方程式の有限要素離散化において、空間に関して先に離散化する定式化の解析コードの再利用が前提となる。既存の構造解析コードとして、増分形式に基づく陽解法の構造解析コードを用いる。但し、微小変形弾性体を仮定し、時間進行はPMA、要素は4角形1次要素とする。一方、既存の流体解析コードとして、増分形式に基づく準陽解法⁽¹⁰⁾の流体解析コードを用いる。但し、時間進行はPMA、要素は3角形1次要素による流速圧力同次補間とする。流速と圧力の安定化手法として、Streamline-upwind/Petrov-Galerkin法⁽¹¹⁾と Pressure-stabilizing/Petrov-Galerkin⁽¹¹⁾法を用いる。

4. 検証

4・1 問題設定 図2に示すように、静止した流体で満たされた流路に設置された片持ち梁の自由端にステップ荷重が加えられ、振動を開始し、周囲の流体との連成が生じる。有限要素モデルを図3に示す。流体領域の寸法は水平方向200cm、垂直方向100cm、構造領域の寸法は水平方向10cm、垂直方向1cmとする。PMAの各時刻ステップにおける反復ステップ数は2回と設定する。本問題の範囲では、弾性体が微小変形の範囲にあり、連成系全体方程式の残差がこの設定の元で十分小さくなることを確認している。PMAのパラメータを $\beta=0.3025$ 、 $\gamma=0.6$ とする。

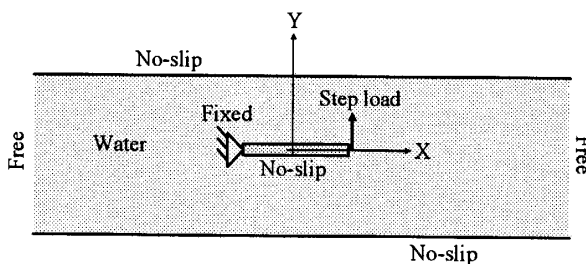


Fig. 2 Forced vibration of elastic beam in broad flow channel

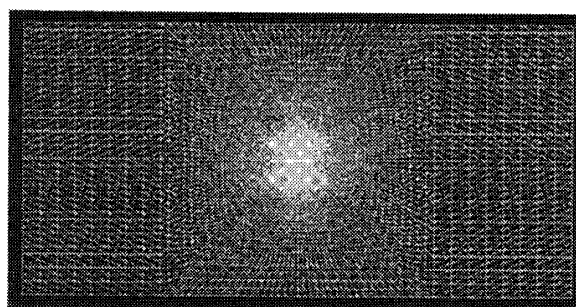


Fig. 3 Employed mesh model

解析結果 $value(t)$ の解析結果 $VALUE(t)$ に対する相対的な相違 $\Delta(\%)$ を以下の式により定義する:

$$\Delta = 100 \times \sum_{t=0}^T \left| \frac{value(t) - VALUE(t)}{VALUE(t)} \right| / T \dots\dots\dots (26)$$

但し, t は時刻, T は全解析時間を表す.

4・2 時間刻みに関する必要条件の妥当性

互い違い法のような弱連成法では, 構造解析, 流体解析各々において, 解析が安定な時間刻みを用いても, 流体構造連成における相互依存性の強さにより, 安定解が得られない場合のあることが知られている²⁾. そこで, 構造解析, 流体解析各々において, 解析を安定に行える時間刻みの元で, 提案解法を用いた場合, 解析が安定に行えることを数値的に検証する. ステップ荷重を 100gf とし, 流体と構造の物性値を表 1 のように与える. ここで流体は水である. このとき必要条件 (21) が最も厳しい時間刻み $\Delta t_{critical} \sim 2.7 \times 10^{-5} \text{sec}$ を与える. ここで $\Delta x^s \sim 0.25 \text{cm}$ である. $\Delta t_{critical}$ に基づき, Case1: $\Delta t = \Delta t_{critical}$, Case2: $\Delta t = 1.0 \times 10^{-5} \text{sec}$, Case3: $\Delta t = 5.0 \times 10^{-6} \text{sec}$ の 3 ケースを全解析時間 1.0sec として解析した. 但し, 必要条件は 1 次元計算に対するものであるため, その意味で, Case1 は解析を安定に行うための必要条件を満足していない場合である. 図 4 に Case3 における梁荷重点垂直方向変位の時刻歴挙動を示す. また Case1 ~ Case3 における梁荷重点垂直方向変位の時刻 0.0012sec までの時刻歴挙動を図 5 において比較する. 本問題において, 梁は流体の付加粘性により減衰振動する. 従って, Case1 において, 解の非物理的な発散が生じていることが判る. 一方, Case2 と Case3 においては, 安定に解析を実行することができた. ここで Case2 の Case3 に対する梁荷重点垂直方向変位の相違 Δ は約 1.0% であり, 両者は非常によく一致している. Case2 と Case3 の精度に関しては, 次節 4・3 で検証する. 以上から, 本検証範囲では, 提案解法において安定に解析を実行するための時間刻みが, 流体, 構造個々の解析における時間刻みに関する必要条件 (19) ~ (21) から, 妥当に推測できたとと言える.

Table 1 Material properties of fluid and structure

Fluid	Structure
Mass density 1.0 (g/cm ³)	Mass density 2.328 (g/cm ³)
Viscosity 0.0133 (gf/m·s)	Young's modulus 1.9×10 ⁷ (gf/cm ²)
	Poisson's ratio 0.1

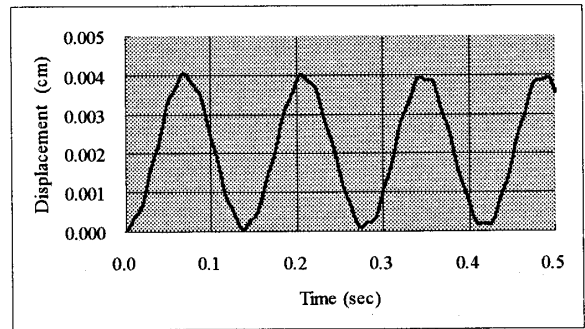


Fig. 4 Time history of vertical displacement of elastic beam at loaded point in Case3

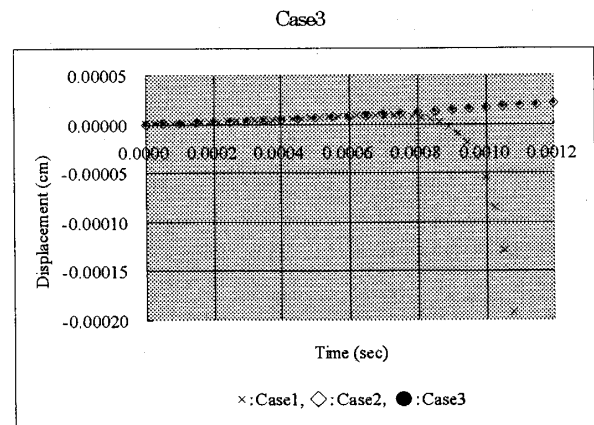


Fig. 5 Time history of vertical displacement of elastic beam at loaded point in Case1-3 for first 0.0012sec

4・3 従来の強連成解法との比較

本節では, 精度検証として, 従来の強連成解法の結果との比較を行う. 従来の強連成解法として, 著者らによって提案された多段階強連成解法¹²⁾を用いる. 但し, 多段階強連成解法においては, 流体移流項・拡散項を陽的に, 構造内力項を陰的に取り扱っている. 物性値, 時間刻み, 全解析時間は 4・2 節の Case3 と同一のものを用いる. この結果, 提案解法の多段階強連成解法に対する梁荷重点垂直方向変位の相違 Δ は約 0.01% であり, 両者の解は十分一致していると言える. 以上から, 本検証の範囲では, 提案解法が従来の強連成法とよく一致した解を与えることが判る.

4・4 弱連成法との比較

流体構造相互依存性の強さに影響を与えるパラメータ²⁾のうち, 流体質量密度を取り上げて, 弱連成解法と提案解法の比較を行う. 弱連成解法として, 互い違い法を用いる. 但し, 構造解析側は Newmark β 法の陰解法とする. 従って, パラメータ $\beta=0.3025$, $\gamma=0.6$ の場合, 若干の数値減衰を含む無条件安定である. ステップ荷重は 0.1gf, 全解析時間は 1.0sec とする. 構造の物性値は 4・2 節で与えた値とし, 流体の物性値は, 表 2 に示す 4 ケースを

設定した。このうち Case1 は水の物性値に基づく。また時間刻みを構造のクーラン数条件に基づき、 $\Delta t = 5.0 \times 10^6$ とする。このとき、互い違い法では、Case4 以外、解の非物理的発散が現れた。一方、提案解法は、全てのケースに対して安定に性能を発揮し、多段階強連成解法とよく一致した解を与えた。提案解法と互い違い法により Case4 を解析したときの梁荷重点垂直方向変位の時刻歴挙動を最後の 1 周期分に関して、図 6 に示す。このとき提案解法の互い違い法に対する相違 Δ は約 8% であり、提案解法が多段階強連成解法に対する相違 Δ は約 0.02% であった。提案解法と互い違い法による解析結果はよく一致しているものの、図 6 に示すように、位相に若干のずれが生じている。この位相のずれの原因として、互い違い法が流体構造境界自由度に関する質量行列に流体と構造の連成効果を含まないためと推測される。一方、提案解法と多段階強連成解法の解析結果は、前節と同様に、よく一致している。Case1~4 に対して互い違い法を適用した場合、連成系全体方程式の境界自由度に関する残差力の絶対値の平均の推移は図 7 のようになる。図 7 に示されるように、流体密度が大きいほど、時刻ステップに対して、互い違い法による解の非物理的な発散が早く起こることが判る。この意味で、流体密度が大きくなるに連れて、流体と構造の相互依存性が強くなる。 Δt をさらに小さく与えることで、互い違い法により、妥当な解が得られる可能性が考えられる。そこで上述の意味で、Case1~3 のうち、流体と構造の相互依存性の最も弱い Case3 について、時間刻みを $\Delta t = 5.0 \times 10^7$, 5.0×10^8 , 5.0×10^9 とし、互い違い法による解析を行った。 $\Delta t < 5.0 \times 10^9$ に関しては、全時刻ステップ数が非現実的となる。連成系全体方程式の境界自由度に関する残差力の絶対値の平均の推移を図 8 に示す。時間刻みが小さくなるにつれ、発散に至るまでの時刻ステップが大きくなるものの、妥当な解析結果を得るまでに至らなかった。本研究の範囲では、互い違い法は、場合によっては、妥当な結果を得ることができなかったが、提案解法は、常に安定して性能を発揮することができ、得られる結果も従来の強連成解法とよく一致する。

Table 2 Material properties of fluid

	Case1	Case2	Case3	Case4
Mass density (g/cm ³)	1.0	0.1	0.01	0.001
Viscosity (g/m·s)	0.01			

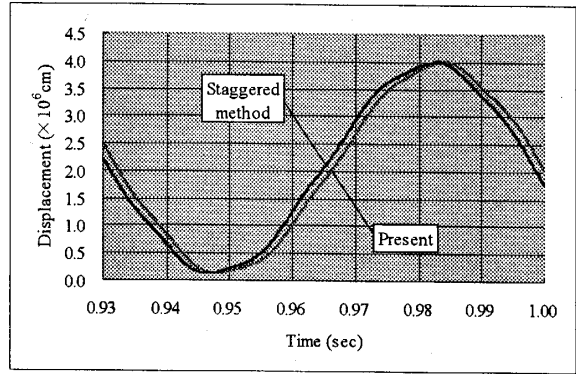


Fig. 6 Comparison of time history of vertical displacement of loaded point of elastic body in Case4 between proposed method and staggered method

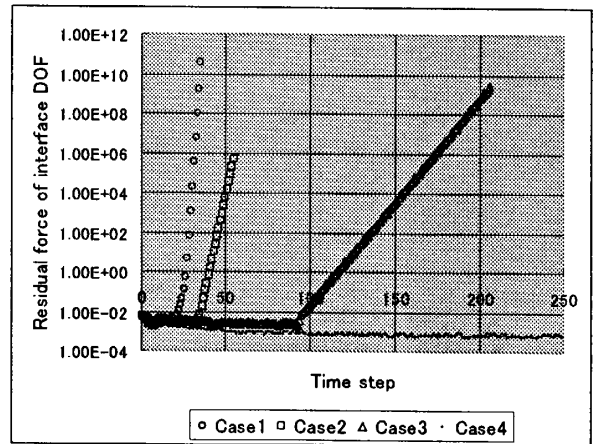


Fig. 7 Transition of interior degree of freedom of residual force of fluid-structure interaction system in Case1-4

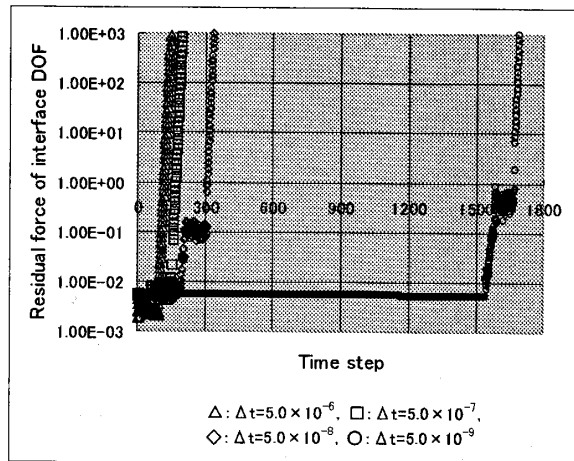


Fig. 8 Transition of interior degree of freedom of residual force of fluid-structure interaction system in Case3 for various time increments

5. 結 論

本研究においては、流体側のクーラン数・拡散数条件と構造側のクーラン数条件が与える時間刻みのオーダーが同程度の連成問題を念頭において、流体解析過

程と構造解析過程が両者の境界面におけるデータ通信以外は独立な強連成解法を提案した。検証により、流体側のクーラン数・拡散数条件と構造側のクーラン数条件のもとで、提案解法による解と従来の強連成解法による解がよく一致し、質量密度により流体と構造の相互依存性が強くなることで弱連成法による解析が困難な場合でも、提案解法が安定に性能を発揮できることを確認した。提案解法中で解くべき連立1次方程式の自由度は、流体圧力のみ到低減されている。また提案解法の実装においては、弱連成法と同程度に、既存コードの再利用が容易である。従って、流体側のクーラン数・拡散数条件による時間刻みと構造側のクーラン数条件による時間刻みが同程度のオーダーである連成問題に対して効率的な強連成解法を提案できたとと言える。

文 献

- (1) 大坪英臣, 久保田晃弘, 相関問題, 培風館, 1991.
- (2) 張郡, 久田俊明, 流体-構造連成有限要素解析における連成手法に関する検討, 機論, 67-662, A(2001), 1555-1562.
- (3) 藤枝忠臣, 和田壮二, 棚橋隆彦, 流体と固体の統一解法の構築, 機論, 65-640, B(1999), 3891-3898.
- (4) 泉元, 谷口伸行, 川田裕, 小林敏雄, 円柱周りの3次元流動解析, 機論, 66-664, B(2000), 1013-1020.
- (5) 中藤誠二, 木村吉郎, 野村卓史, 藤野陽三, 吊膜の風による静的大変形の2次元数値流体-構造連成解析, 土論, 626, (1999), 135-145.
- (6) 張群, 構造座屈と領域大変動を伴う構造・流体連問題のALE有限要素解析, pp.16-17, 東京大学博士論文, 1999.
- (7) T.J.R. Hughes, The Finite Element Method, 459-460, Prentice Hall-Englewood Cliffs, NJ, 1987.
- (8) T.Nomura, T.J.R.Hughes, An arbitrary Lagrangian-Eulerian finite element method for interaction of fluid and a rigid structure, Comput.Methods Appl.Mech.Engg., 95 (1992), 115-138.
- (9) Q.Zang, T.Hisada, Analysis of fluid-structure interaction problems with structural buckling and large domain changes by ALE finite element method, Comput.Methods Appl.Mech.Engg., 190 (2001), 6341-6357.
- (10) A.N.Brooks, T.J.R.Hughes, Streamline upwind/ Petrov-galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations, Comput.Methods Appl.Mech.Engg., 32 (1982), 199-259.
- (11) T.E.Tezduyar, S.Mittal, S.E.Ray and R.Shih, Incompressible flow computations with stabilized bilinear and linear equal-order interpolation velocity-pressure elements, Comput.Methods Appl.Mech.Engg., 95, (1992), 221-242.
- (12) 石原大輔, 吉村忍, 矢川元基, 非圧縮粘性流体-弾性体相互作用系の多段階強連成解法, 機論, 68-673, B(2002), 2451-2459.