ディフューザ型バルブレスマイクロポンプ

に関する研究

平成 20 年 12 月

九州工業大学大学院生命体工学研究科

田中 誠一

目 次

第1章	序論	1
1.1	研究背景	1
1.2	既往の研究	4
1.3	研究の目的と意義・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	8
1.4	本論文の概要	10
第2章		11
2.1	ティフューザ型バルフレスマイクロホンフの基本構造・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	11
	2.1.1 流路形状	11
	2.1.2 アクチュエータ	13
	2.1.3 ポンプ動作	15
2.2	実験装置と方法	18
	2.2.1 供試マイクロポンプの製作	18
	2.2.2 予備試験用ポンプ性能測定装置と方法	21
	2.2.3 特性試験用ポンプ性能測定装置と方法	25
2.3	実験結果と考察・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	33
	2.3.1 幾何学的条件による影響	33
	2.3.2 駆動条件による影響	36
	2.3.3 ポンプサイズによる影響	39
	2.3.4 供試マイクロポンプと既往のマイクロポンプの性能比較	43
2.4	マイクロポンプの相似則............................	48
	2.4.1 次元解析	48
	2.4.2 相似則の確認	49
	2.4.3 無次元特性	51
	2.4.4 寸法効果と限界寸法	58
~~		
第3章		65
3.1	1次元準定常解析	65
	3.1.1 基礎方程式	65
	3.1.2 非対称流路の圧力損失係数	71
	3.1.3 計算方法	76

	3.1.4 基礎方程式の無次元化 79
3.2	3次元流れ解析 84
	3.2.1 解析方法
	3.2.2 計算領域および計算格子 86
	3.2.3 境界条件
3.3	計算結果
	3.3.1 3次元流れ解析の計算結果 89
	3.3.2 1次元準定常解析の計算結果とその妥当性
第4章	考察 99
4.1	- 「 実験結果と計算結果の比較
	4.1.1 駆動条件による影響
	4.1.2 ポンプ性能曲線
4.2	1 次元準定常解析の適用範囲
4.3	流体輸送のメカニズム 110
	4.3.1 マイクロポンプ内部流れ 110
	4.3.2 ポンプ出入口の全圧変動 114
第5章	結論 119
5.1	本研究で得られた結果 119
5.2	今後の展望と問題点 120
付録A	133
A.1	ダイアフラム振幅と体積変動量の関係
	A.1.1 ダイアフラムのたわみの解析 133
	A.1.2 たわみの測定 137
A.2	マイクロポンプ始動時の特性
	A.2.1 実験装置
	A.2.2 実験結果
A.3	無次元数の導出とマイクロポンプへの適用
	A.3.1 π 定理による無次元数の導出 143
	A.3.2 無次元数を考慮した駆動条件 146
A.4	マイクロポンプ1次元準定常解析プログラム

図目次

1.1	μ-TAS 概略図	2
1.2	· バルブ型マイクロポンプ概略図.	5
1.3	バルブレスマイクロポンプ概略図.................................	6
2.1	既往の研究における非対称流路形状 1	1
2.2	供試マイクロボンブの流路形状	2
2.3		3
2.4	ディフューザ型バルブレスマイクロボンブ概略図	6
2.5		7
2.6	予備試験用マイクロボンブ概略図1	8
2.7		9
2.8	予備試験用マイクロボンプ外観2	0
2.9	特性試験用マイクロボンブ外観2	1
2.10	「実験装置(予備試験)	2
2.11	「実験装置(特性試験)	5
2.12	- 駆動周波数 - 体積変動量 特性曲線	6
2.13	ダイアフラム変位の制御フロー2	7
2.14	流量計測原理図	9
2.15	ポンプ性能曲線の求め方2	9
2.16	リザーバ間差圧と吐出し流量の時間履歴3	2
2.17	ディフューザ広がり角度と損失係数 ξ の関係3	4
2.18	ディフューザ広がり角度の影響3	5
2.19	体積変動部位置の影響	5
2.20	駆動周波数 - 流量 特性曲線; $a = 1.0 \text{ mm}$	7
2.21	駆動周波数 - 全揚程 特性曲線; $a = 1.0$ mm	7
2.22	ポンプ性能曲線; $a = 1.0 \text{ mm}$	8
2.23	異なるポンプサイズの 駆動周波数 - 流量 特性曲線	0
2.24	異なるポンプサイズの 駆動周波数 - 全揚程 特性曲線	1
2.25	異なるポンプサイズのポンプ性能曲線4	1
2.26	異なるポンプサイズのポンプ性能曲線4	2
2.27	既存のマイクロポンプの流路サイズ-最大流量分布図	5
2.28	既存のマイクロポンプの流路サイズ-最大全揚程分布図	6
2.29	既存のマイクロポンプの最大動作点分布図4	7
2.30	異なるポンプサイズ , Wo の $\phi - \psi$ 特性曲線	0
2.31	異なるポンプサイズ , $Re \ \mathbf{O} \ \phi - \psi$ 特性曲線	0
2.32	マイクロポンプにおける座標系5	3
2.33	$\phi - \psi$ 特性曲線	5
2.34	$\phi - Wo$ 特性曲線	5
2.35	$\phi - Re$ 特性曲線	6
2.36	$\psi - Wo$ 特性曲線	6
2.37	$\phi/\sqrt{Re} - Wo$ 特性曲線	7
2.38	流路サイズと表面張力の関係6	2
2.39	流路サイズと圧力損失の関係	4
3.1	マイクロポンプ1次元モデル6	6

3.2	ディフューザ形状流路の定常流れ計算概略図................................	72
3.3	ディフューザ形状流路の計算モデル..................................	72
3.4	管路流れ方向の圧力分布計算結果....................................	74
3.5	ディフューザ・ノズル要素内部の定常流れ分布計算結果..................	75
3.6	1次元準定常解析の計算フロー	78
3.7	マイクロポンプ計算モデル....................................	86
3.8	CFD による出口速度の時間履歴と1周期あたりの流量;f = 20 Hz	90
3.9	CFD による出口速度の時間履歴と1周期あたりの流量; <i>f</i> = 60 Hz	91
3.10	CFD による出口速度の時間履歴と1周期あたりの流量; <i>f</i> = 100 Hz	91
3.11	CFD による出口速度の時間履歴と1周期あたりの流量; <i>s</i> = 10 μm	92
3.12	CFD による出口速度の時間履歴と1周期あたりの流量; <i>s</i> = 20 µm	92
3.13	CFD による出口圧力の時間履歴と1周期あたりの時間平均圧力(異なる駆動周波数).	93
3.14	CFD による出口圧力の時間履歴と1周期あたりの時間平均圧力(異なる体積変動量).	94
3.15	1次元解析と CFD の比較(体積変動部,出口部流速の時間履歴)	96
3.16	1次元解析と CFD の比較(体積変動部,出口部流速の時間履歴)	97
4.1	駆動周波数 - 流量 特性曲線(実験,1 次元解析,CFD); $a = 1.0 \text{ mm}$	101
4.2	駆動周波数 - 流量 特性曲線(実験,1 次元解析); $a = 0.5 \text{ mm}$	101
4.3	異なる駆動周波数のポンプ性能曲線(実験,1次元解析,CFD),No.1; a = 1.0 mm	103
4.4	異なる駆動周波数のポンプ性能曲線(実験,1次元解析,CFD),No.2; a = 1.0 mm. 1	103
4.5	異なる体積変動量のポンプ性能曲線(実験,1次元解析,CFD); a = 1.0 mm	104
4.6	異なる駆動周波数のポンプ性能曲線(実験, 1 次元解析); $a=0.5~\mathrm{mm}$	104
4.7	$\phi-psi$ 特性曲線(実験,1次元解析); $Wo=2.0$	106
4.8	$\phi-psi$ 特性曲線(実験,1次元解析); $Wo=4.0$	107
4.9	$\phi-psi$ 特性曲線(実験,1次元解析); $Wo=6.0$	107
4.10	$\phi = Wo$ 特性曲線(実験,1次元解析).	108
4.11	$\phi/\sqrt{Re}-Wo$ 特性曲線(実験,1次元解析, $ ext{CFD}$)........................	109
4.12	計算モデルにおける解析面...................................	111
4.13	体積変動部の流速変動とベクトル図出力時間..........................	111
4.14	ポンプ内部流速ベクトル図, No. 1	112
4.15	ポンプ内部流速ベクトル図, N0.2	113
4.16	無次元全圧差の時間履歴(異なる運転条件)...........................	116
4.17	無次元全圧差の時間履歴(異なる無次元数)..........................	117
A.1		134
A.2		135
A.3	上電振動板たわみ測定装置図	138
A.4		138
A.5	タイアフラムたわみ測定結果・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	138
A.6	実験装置概略図, No. 1	139
A.7	実験装置概略図, No. 2	140
A.8	始動後からの流量の時間履歴; f=30 Hz , s=30 μm , H=0 mm	141
A.9	駆動周波数 - Q_2/Q_1 特性曲線; $s=30 \mu m$, $H=0 mm$	142
A.10	円管内の振動流の変動速度の分布と時間変化 ⁽¹⁰³⁾	145

表目次

$2.1 \\ 2.2$	供試マイクロポンプの寸法.... 既往のマイクロポンプ性能....		•	 		 	•	 	•	•		•					•	 •		$\begin{array}{c} 19\\ 44 \end{array}$
$3.1 \\ 3.2$	圧力降下,圧力損失係数計算結果 計算領域の要素数,ノード数. .	•	•	 	•	 •	•	 	•	•		•	 •		•		•••	 •	•	75 87
A.1	ポンプ寸法と作動流体の関係			 			•				•						•			147

記号表

記号			添字		
A	:	流路断面積 $, m^2$	1	:	アクチュエータ部
a	:	流路幅 , m			(体積変動部)
C_{f}	:	局所摩擦係数	2	:	ポンプ流出口
\check{E}	:	縦弾性係数 $, m N/m^2$	3	:	ポンプ流入口
f	:	周波数 , Hz , s ⁻¹	a	:	アクチュエータ部
k	:	管摩擦損失係数比			(体積変動部)
L	:	代表寸法, m	с	:	流路部
P_w	:	水動力,W	Channel	:	流路部
p	:	圧力, Pa	Discharge	:	ポンプ吐出し過程
Q	:	流量, ml/min , m^3/s	D	:	ディフューザ方向流れ
R	:	圧電振動板半径 ,m	DN	:	ディフューザ・ノズル要素
Re	:	Reynolds 数	e	:	吐出し方向
S	:	面積, m^2	eq	:	等価管路長,水力等価直径
s	:	ダイアフラム変位, m	i	:	吸込み方向
T	:	周期,s	in	:	ポンプ流入口
t	:	時間,s	loss	:	圧力損失
u , v	:	流速 , m/s	Ν	:	ノズル方向流れ
$ar{u}$, $ar{v}$:	平均流速,m/s	net	:	正味の値
V	:	体積変動量, m^3	out	:	ポンプ流出口
$V_{\rm p-p}$:	電圧振幅、V	Reservoir	:	リザーバ部
Wo	:	Womersley 数	Suction	:	ポンプ吸込み過程
α	:	ディフューザ広がり角度, deg	х	:	x 軸 方向
		運動量拡大率	У	:	y軸方向
eta	:	傾き	\mathbf{Z}	:	z 軸方向
ΔP	:	全揚程, 圧力損失, Pa	α	:	流速振幅
ζ	:	圧力損失係数	δ	:	流速の片寄り
μ	:	粘性係数,Pa·s			
ν	:	動粘性係数 $, m^2/s$			
ν	:	ボアソン比			
π	:	円周率 3.1415			
ho	:	密度, kg/m^3			
au	:	せん断応力, Pa			
ϕ	:	流量係数			
ψ	:	揚程係数			
ω	:	角周波数, rad/s			

第1章 序論

1.1 研究背景

近年のトランジスタの微細化と集積度の向上,つまり半導体製造技術の発展は目覚しく,多くの電子 機器が小型化,高性能化され,我々の生活を大きく変えようとしている.いわゆる Moore の法則に従っ て,現在まで指数関数的に半導体の微細化は進んでおり,最小線幅が45 nm 程度にまで至っている⁽¹⁾. さらにこの半導体製造技術を応用して,数 µm という超小型の機械部品やモータなどを微細化・集積化 しシリコン基板の上に製作することが可能になった.このようなマイクロスケールの機械に関する技術 は MEMS (Micro Electro Mechanical Systems) と呼ばれている.これまでに MEMS 技術を利用した 機械の様々な応用が検討されており,そのいくつかが実用化されている⁽²⁾.

機械を小型にしてゆくと、その大きさに応じて通常用いるマクロスケールの機械と異なる特性を示す ようになる.量子効果が発生するようなナノメートル領域まで小さくなっていない微小な領域で動作す る機械においては、その運動を支配する方程式は古典的なニュートン力学の問題であると考えて差し支 えない.しかし、方程式の中に現れるいくつかの項のうち、どの項が支配的であるかは、マクロな領域 と微小な領域で大きく異なる.例えば流体の流れにおいて、代表長さを L とすると慣性力は $F_i = \rho Va$ (ρ :密度 [kg], V:体積 [m³], a:加速度 [m/s²])、粘性力は $F_v = \mu Av/L$ (μ :粘度 [Pa·s], A:面 積 [m²], v:流速 [m/s])となる.流体の物性値を除いた次元は、慣性力が [L^{4t-2}],粘性力が [L^{2t-1}] となる.代表長さ L の次元に注目すると、慣性力は寸法の4 乗に比例するのに対し、粘性力は寸法の 2 乗に比例する.従ってマイクロスケールにおける流れでは、慣性力より粘性力の様な距離や寸法に対 する影響が比較的小さい力による現象が効果的となる.このようなサイズによって支配的となる現象が 変化することを寸法効果 ($^{3)(4)}$ と呼ぶ.この微小領域における熱物質輸送の特徴では、長さの2 乗に影 響する様な面支配の物理現象(混合,化学反応,熱輸送)の高効率化が期待でき、医療、生化学、エネ ルギ分野などにおいて大きな関心が寄せられている (5).そこで、これらの現象を MEMS 技術によって 実現すれば、超小型、高速、高機能、高性能のマイクロ流体システムを作れる可能性がある.その一例



Fig. 1.1 µ-TAS 概略図.

として,図 1.1 のような,μ-TAS (Micro Total Analysis Systems)または Lab-on-a-chip と呼ばれる, 手のひらサイズのプラットフォーム上で混合,反応,分離,精製,検出を行う化学分析デバイスが挙げ られる⁽⁶⁾⁻⁽¹⁰⁾.μ-TAS の実現により,高度な健康管理や医療診断,環境分析を担うデバイスや,柔軟 で省資源の物質生産・創薬が可能なオンデマンド化学合成チップなどとして,家庭生活から生産現場ま で広範囲で有用な基盤技術を得ることが期待されている.実際には,μ-TAS のみならず,携帯電子機器 CPU の冷却装置,小型燃料電池,携帯環境分析機器,ヘルスケアチップやベッドサイド臨床検査(POC: Point-of-Care)などの開発が進行している⁽²⁾.これらのマイクロ流体システムの実現にはマイクロ流 路,マイクロバルプ,マイクロポンプ,マイクロミキサ,マイクロリアクタなど,様々なマイクロ流体 要素が必要であり,マイクロフルイディクス技術がキーテクノロジーとなる^{(11)~(15)}.

数あるマイクロ流体要素の中でも,流体輸送と制御を担うマイクロポンプの開発は重要な位置づけに あり,盛んに研究が行われている^{(16)~(18)}.しかし,マイクロ流路においては流体中に働く重力や慣性 力のような影響は小さくなり,摩擦力や粘性力などの影響が大きくなる寸法効果を考慮しなければなら ない.また,多くの部品点数や複雑な形状を持つと製作が困難になり,ポンプ自体の小型化の限界を決 めてしまう.マイクロポンプを製作する上で考慮しなくてはならない問題点は,寸法効果の問題,耐久 性の問題,組み立て・生産性の問題であり,これらを解決するにはマイクロポンプをシンプルな構造で 実現し,様々な仕様(寸法,要求性能,作動流体)に対し正確に働くことを保証しなければならないこ とである.そこで,これまでに様々な手法で一方向流れを発生させるマイクロポンプが提案されてきた. しかしながら,発展の著しい生化学分野の開発競争に煽られ,製品開発が駆動原理の解明に先行してい る感があり,流体工学的な考察に乏しく,事実これらのマイクロポンプの最適設計の指針となるものは 未だ存在しない.

1.2 既往の研究

1980年代後半,Lintel ら⁽¹⁹⁾によって,初期の微細加工技術を利用してマイクロポンプが製作され て以来,これまで,µ-TASのみならず,その適用分野を拡大させながら,様々な機構を持つマイクロポ ンプが数多く提案,開発されてきた.その中でも主なものとして,EOF(Electro Osmotic Flow)ポン プ,マイクロ粘性ポンプ,バルブ型マイクロポンプ,バルブレスマイクロポンプなどのマイクロポンプ がある.以下に,これらに関する既往の研究を述べる.

EOF ポンプは,ガラスなどのマイクロ流路上に発生する電気二重層を電界によって引っ張ることで 流体輸送を行う.Chen $6^{(20)}$,Okazaki $6^{(21)}$ は,ガラス板上に微細加工技術を用いて流路を形成し, ポンプ機能を達成させた.また,Yao $6^{(22)}$ は,多孔質ガラスを用いることで多くの電気二重層を発生 させ,高い吐出し圧力を実現した.高い吐出し圧力は実用化に有利であるため,現在の EOF ポンプの 研究がほとんどがこの多孔質材料を用いている $^{(23)^{-(26)}}$.しかしながら,EOF ポンプを効率良く駆動 させるには作動流体の pH の制限や脱イオン化が必要などの条件が存在する.一方で,Jang $6^{(27)}$ は, 電磁流体を用いたマイクロポンプを提案しているが,同様に作動流体を限定するため,その用途の自由 度は低い.

EOF ポンプのようなポンプの動作が作動流体の物性に大きく依存するマイクロポンプに比べ,機械 的な機構を持つマイクロ粘性ポンプやバルプ型マイクロポンプは µ-TAS のみならず多種多様の用途に有 効であると言える.マイクロ粘性ポンプは,ロータとステータの間で発生する流体の粘性力を利用して 連続的に一方向流れを実現する.Blanchard ら⁽²⁸⁾⁽²⁹⁾, Yokota ら⁽³⁰⁾⁽³¹⁾は,マイクロ流路中にロータ を設置したマイクロ粘性ポンプを開発した.マイクロスケールにおける流れ場では粘性が支配的となる ために,マイクロ粘性ポンプが有用であるとした.しかし,回転部が必要不可欠であるため,漏れ,磨 耗の発生,製作,小型化の困難さが問題となる.

一方,バルブ型マイクロポンプは回転部を持たず,微細加工技術によって実現し易いため,実用化に 向けて数多くの研究がなされてきた.Lintelら⁽¹⁹⁾は,一対のチェックバルプを流路中に設置し,その 間にチャンバを設けてバルブ型マイクロポンプとした.Jeongaら⁽³²⁾,Kimら⁽³³⁾は,3つ以上のバ ルプを蠕動駆動させ,液送を行うポンプを開発した.これらバルブ型マイクロポンプは回転部を持たず, 化学的な表面処理も特に必要とせず,微細加工によって実現しやすいため,これまで実用化に向けて数 多くの研究がなされてきた^{(34) ~ (48)}.また,Miyazakiら⁽⁴⁹⁾,Yokoyamaら⁽⁵⁰⁾は,可動バルブの代

4



Fig. 1.2 バルブ型マイクロポンプ概略図.

わりに沸騰気泡によってバルブ機能を行うマイクロボンプを開発した.しかし,沸騰気泡を用いる場合, 作動流体物性への依存性,沸騰による改質などの影響が考えられ,薬液や溶媒の輸送には不向きである. 一般的なチェックバルプを用いたバルプ型マイクロポンプの概略図を図1.2 に示す.ダイヤフラムの上 下運動によって容積の変化するチャンバーと,それを挟むように1対の逆止弁を流路中に配置した構造 である.アクチュエータによってダイアフラムが押し下げられると,入口側の弁が閉まり,出口側の弁 が開くことで液体を送り出す(図1.2 (a)).ダイアフラムを持ち上げると,入口側の弁が開き,出口側 の弁が閉まることで液体を吸入する(図1.2 (b)).これらの動作をダイアフラムからの振動流によって 繰り返すことで連続的に流体を輸送することが可能となる.この様な機械式のマイクロポンプは作動流 体を選ばないため,μ-TASのみならず,小型燃料電池の燃料供給ポンプや小型冷却装置の冷媒輸送ポン プとしての用途も期待されている.

Stemme ら⁽⁵¹⁾は、バルブを利用したマイクロボンプの問題点についていくつかの指摘をした、バル ブなどの弾性力は $F_e = eAL/L(e: ヤング率 N/m^2, A: バルブ断面積 m^2)$ となり、バルブの物性 を除いた次元は $[L^2]$ とサイズの 2 乗であり、粘性力と同様長さが小さくなればこの弾性力は支配的とな る、そのため、マイクロボンプを駆動させるためには、流路中の流体と同時にバルブを動かせるだけの 強力な駆動力が必要となる、また、バルブは繰り返し運動により疲労破壊を起こす可能性が高く、外部 から粒子などを供給する場合、バルブの詰まりや粒子の破壊による漏れの発生などの問題点を指摘した、 さらにこれらの問題をクリアするバルブや機構を考えたとしても機械的な機構や複雑な形状をもつと部 品点数が増え、加工や組み立てが困難になり、小型化の限界を決めてしまうなど多くの問題が発生する、 そこで、マイクロポンプ内部の可動部品を排除したマイクロポンプとして、流れ方向によって非対称な 特性を持つ流路を利用したバルブレスマイクロポンプが開発されている。以下に、バルブレスマイクロ ポンプに関する既往の研究について述べる、Stemme ら $^{(51)} - ^{(58)}$ は、図 1.2 中のチェックバルブの代わ りにディフューザと急縮小部が組み合わされた非対称流路を対に配置したバルブレスマイクロポンプを 開発した、図 1.3 に Stemme らのディフューザ形状流路を持つパルブレスマイクロポンプの概略図を示



Fig. 1.3 バルブレスマイクロポンプ概略図.

す.図1.3 中に示すようなディフューザ形状流路は流れ方向によって流動抵抗が異なる非対称な特性を 持つ.そこで,ダイアフラム等から振動流を与えると,この非対称な流路は図1.2のバルブの様な働き をし,正味の流量を一方向に輸送する.また,このような非対称流路を用いたマイクロポンプは,流路 中に可動部品を持たないため、バルブ型マイクロポンプに比べて長寿命で、小型化に有利であるという ことを示した. Nguyen ら $^{(59)}$, Yamahata ら $^{(60)}$ は, 同様なディフューザ形状の非対称流路を用いたバ ルブレスマイクロポンプを異なる材料,方法で製作し,バルブレスマイクロポンプの生産・組立性の高 さを示した.また, Kidera ら⁽⁶¹⁾, Yoon ら⁽⁶²⁾は, Y 字型の流路を非対称流路に用いてポンプ機能を 実現した.他にも多くのバルブレスマイクロポンプに関する研究^{(63)~(67)}が行われているが,微細加 工技術の指標や、新しいアクチュエータの提供の場として研究されている感が強く、いずれも非対称形 状流路と振動流による液送機構が詳細に明かされていない.そのため,性能の予測と構造の最適化が十 分に行われていない. 一方で, Forster ら $^{(68)(69)}$ は, 独自の非対称流路を用いたバルブレスマイクロポ ンプを提案し,2次元流れ場解析を用いて非対称流路の構造最適化を行っている.しかし,その形状は 複雑であるため,多くの設計パラメータを必要とし煩雑であり,流体工学的な考察が困難となる.そこ で、本研究では、マイクロポンプの特性に対する非対称な流路の影響を明確にするため、より単純な単 一のディフューザ形状を採用し,振動流による液送機構を明確にする.これらバルブレスマイクロポン プの動作原理が明確になっていない現在では、単純な構造が現象の理解に有効であると考えられる。

ところで,ヒトを含め,生物の呼吸は時間平均流量ゼロの脈動流であり,1回の呼吸器量が気道容量の 1/3 程度であるにも関わらず,生物は肺内部の肺胞において空気中の酸素と体内の代謝によって生成され た二酸化炭素を交換し,それを体外に吐き出している.Lunkenheimer⁽⁷⁰⁾は,気道容量の1/10以下の 極めて少量の空気でも1分間に数1000回といった多くの頻度で換気すればより効果的なガス交換が可能 であることを示し,疾病のある肺に対して有効な,高頻度換気法(HFV: High Frequency Ventilation) として注目されている⁽⁷¹⁾.HFVの詳細なメカニズムを解明するために呼吸生理学や流体力学の分野に おいて研究が行われており,HFVによる高効率なガス交換は,高い周波数の振動流による攪拌と,鼻 腔,口腔から肺へと繋がる気管の非対称な形状によって物質輸送が促進されるためであると報告されて いる.つまり非対称な形状を持つ流路に振動流を与えることによって2次流れが発生し,物質輸送や拡 散を促進している^{(72)~(74)}.バルブレスマイクロポンプの構造,動作は以上の生物の呼吸と類似性があ る.従ってバルブレスマイクロポンプによる流体輸送は,流体機器に生体機能のアナロジーを適用する 立場にあると考えられ,生物の進化過程による最適性を考慮すれば,単純な流路形状と振動流によるバ ルブレスマイクロポンプは高い機能が得られる可能性がある.

バルブレスマイクロボンプやバルブ型マイクロボンプはダイアフラムなどをアクチュエータによって 振動させることで駆動する.マイクロボンプは微細加工技術の指標として研究される側面があり,これ まで,様々な駆動方法と製作方法について提案されてきた.Wego ら⁽³⁸⁾, Cooney ら⁽⁷⁵⁾は,空気室 に熱線を設置し,周期発熱させることで振動流を発生させた.Gong ら⁽³⁴⁾, Yamahata ら⁽⁶⁰⁾は,電 磁アクチュエータを用いてダイアフラムを駆動させた.一方,Fuchiwaki ら^{(76)~(78)}は,導電性高分 子アクチュエータを用いて低電圧におけるマイクロポンプの駆動を実現している.圧電素子は機械エネ ルギーと電気エネルギーを直接変換する素子であり,高出力,高精度,高応答な駆動が可能であるため ⁽⁷⁹⁾,ダイアフラムを持つマイクロポンプのほとんどはアクチュエータに圧電素子を採用している.Li ら⁽⁸⁰⁾は,マイクロポンプへの利用を想定した圧電素子の運動を解析的に研究を行い,マイクロポンプ に適したアクチュエータであることを示している.本研究においては,アクチュエータの種類や駆動方 式等については深く考察せず,非対称流路の流れの影響について調査を行うため,広範囲の条件で確実 に動作する圧電素子をポンプのアクチュエータに採用する.

バルブレスマイクロポンプの動作の解明には,これまで流れ解析,等価回路による計算が行われている.Olssonら⁽⁵⁸⁾,Singhalら⁽⁸¹⁾は,非対称流路の流れ方向ごとの流動抵抗に注目し,定常流れ解析によって非対称流路内部の圧力の状態について調査を行っている.これにより,流体の輸送方向は非対称流路の流動抵抗が小さく見積もられる方向であることを示した.一方,Bardellら⁽⁸²⁾,Olssonら⁽⁵⁴⁾は電気的等価回路によりポンプ全体をシステムとして計算し,ポンプ性能の予測に有効であることを示した.以上の解析的研究では,定常流れによる定性的な考察,またはポンプへの入力に対する出力の関係を述べるに留まっており,ポンプ内部の流動状態がポンプの出力に影響する要因については述べられていない.従って,バルブレスマイクロポンプの動作の解明には,流体工学的な立場から非定常な流れを解析し,ポンプ動作と流体現象との相関を明らかにする必要がある.

1.3 研究の目的と意義

マイクロポンプは,μ-TAS や,マイクロ燃料電池,マイクロ冷却装置などのマイクロ流体機器におい て流体輸送という重要な役割を担っており,これらの発展のキーテクノロジーとされている.マイクロ ポンプ開発における課題は,様々なマイクロ機器の仕様(寸法,要求性能,作動流体など)に対応可能 とし,正確な駆動を確保しなければならないことである.そのためには,液送メカニズムを理解した上 で,設計指針を確立する必要がある.現在まで,様々な機構を持つマイクロポンプが数多く提案,開発 され,中でもバルブ型マイクロポンプは汎用性が高いためこれまで盛んに研究が行われてきた.しかし, バルブの損傷による短寿命の問題,機械的な機構や複雑な構造が原因となる組立性や生産性の低下,小 型化の限界等の問題があった.そこで,バルブの代わりに非対称な特性をもつ流路を対に配置したバル ブレスマイクロポンプが提案され,バルブ型マイクロポンプに比べて長寿命で,小型化に有利であるこ とが示された.しかし,非対称流路と振動流による液送機構が明らかにされていないため,性能予測と 構造最適化が十分ではない.

本研究では,より単純なディフューザ形状の非対称流路を考え,さらに単一の非対称流路に振動流 を与えて液送を行うマイクロポンプを開発する.さらに,パルプレスマイクロポンプの流体輸送のメカ ニズムを実験的,解析的に解明し,設計指針を提案することを目的とする.微細加工技術の発展によっ て,小型且つ複雑な形状を大量に製作することが可能になってきており,複雑な形状により,高い出力 の得られる非対称流路形状を得ることは可能であろう.しかし,非対称流路と振動流による液送機構の 解明,設計パラメータや運転条件が液送機構に及ぼす影響などを明らかにするためには,より単純な形 状によって見通しのよい結果を得る方が有利である.さらに,単純な形状は,実用化を考えた場合にお いても組立性,生産性の面において有利である.実験においては,発案したマイクロポンプの製作,特 性試験を行い,ポンプ特性に及ぼす流路形状,サイズ,運転条件の影響を明らかにする.また,無次元 パラメータによって実験結果を整理することで,相似則を明らかにし,流動現象との相関を明らかにす ることを目的とする.解析においては,1次元解析モデルを提案し,ポンプの液送機構を定量的に把握 し,同時に3次元流れ解析を行うことで,内部流れの様子と関連付けて説明することを目的とする.

本研究のバルブレスマイクロポンプは組立,生産性の高い単純な形状を提案しており,流体輸送メカ ニズムの解明によって設計仕様通りのマイクロポンプの設計指針が確立できれば,広範囲のマイクロ流 体システムの実現に大きく貢献できると考えられる.一方で,本研究の目標が達成されたとき,要求仕

8

様に対応できない範囲や,他の機構を持つマイクロポンプより劣る範囲が明確になる可能性も考えられる.しかし,バルブレスマイクロポンプの適用範囲を明らかにし,用途に適したマイクロポンプの種類 を明確にすることは小型機器のより一層の発展に貢献すると考えられる.

1.4 本論文の概要

本論文は,単一のディフューザ形状流路に振動流を与えて液送を行うマイクロポンプの開発とその 流体輸送のメカニズムの解明について述べられている.本論文は,以下のように,全5章で構成されて いる.

第1章では,微小領域の熱流体輸送により実現されるマイクロ流体機器について概説し,マイクロポンプの開発における問題点を述べた.さらに,マイクロポンプに関する研究の現状と問題点を示し,本研究の目的と意義について述べた.

第2章では,本研究で提案するバルブレスマイクロポンプについて説明し,特性試験方法と試験結果 について述べる.特性試験はポンプ性能に及ぼす幾何学的条件,駆動条件,サイズの影響について示す. 得られたポンプ性能は,既往のマイクロポンプの性能と比較し,その有用性を確認する.続いて,特性 試験結果を無次元化し,無次元特性として示す.さらに,本研究のバルブレスマイクロポンプの相似則 について述べる.

第3章では,バルブレスマイクロポンプの理論解析について述べる.まず,1次元準定常解析モデルの基礎方程式および計算方法,そして3次元流れ解析の計算条件について説明する.また,計算結果を示し,各々の計算の妥当性について検討する.

第4章では,第2章,第3章で得られた結果をもとに,マイクロポンプ性能に及ぼすポンプの各種条件の影響を定量的に把握するため,計算結果と実験結果を比較する.一方で比較した結果より,本研究で示した1次元準定常解析の妥当性および実用性について検討する.マイクロポンプの流体輸送のメカニズムを,内部流れの様子を可視化した計算結果と関連付けて説明し,さらに1次元準定常解析の計算結果を踏まえてポンプ出入口の全圧変動に注目することで,マイクロポンプの流体輸送の状態を詳細に示す.

第5章では,以上の研究を総括し,得られた結果を要約し,残された問題点や将来の展望について述べる。

10

第2章 実験

2.1 ディフューザ型バルブレスマイクロポンプの基本構造

本節では,本研究で扱うバルブレスマイクロポンプの,非対称流路の形状とアクチュエータの基本的な構造について説明する.

2.1.1 流路形状

既往のディフューザ形状を用いたバルブレスマイクロポンプ⁽¹⁶⁾の流路形状は図 1.3 に示した形状 である.この流路形状の非対称流路部分を図 2.1 に示す.図に示すように,この非対称流路形状はディ フューザと急縮小を組み合わせた流路形状であり,流れ方向が逆になれば,ノズルと急拡大を組み合わ せた流路形状であることがわかる.この流路形状が流れ方向によって非対称な特性を示す.ここではこ の非対称な形状と特性について再考し,本研究の供試ポンプに採用する非対称流路形状を示す.

断面積が流れ方向に沿って大きくなる管は,壁面のはく離などによって大きな流動抵抗を示す.一方で,断面積が小さくなる管であるノズルはそのはく離などが発生せず,通常の管路摩擦抵抗程度となる. 従って,断面積が変化する管路では,その流れ方向によって異なる流動抵抗を示す.ディフューザ・ノ ズルと急拡大・急縮小のそれぞれの流動抵抗の関係は通常,ディフューザ>ノズル,急拡大>急縮小 である⁽¹⁰⁵⁾.非対称流路を用いたマイクロポンプでは,この非対称性の大きさがポンプの特性に大き な影響を与えることが知られている.しかしながら,図2.1の従来の形状ではそれぞれの要素の流動抵



Fig. 2.1 既往の研究における非対称流路形状.



Fig. 2.2 供試マイクロポンプの流路形状

抗の大きな場合と小さな場合の組み合わせ(右方向の流れ ディフューザ+急縮小,左方向の流れ ノ ズル+急拡大)になっており,流路形状による非対称性とポンプ特性の影響が難解になっている.実際, Stemme 6⁽⁵¹⁾は図2.1の非対称流路を用いたポンプでは駆動条件によってポンプ出力や吐出し方向が 大きく変化すると報告している.非対称流路と振動流による液送機構の解明,設計パラメータや運転条 件がポンプ特性に及ぼす影響などを明らかにするためには,より単純な形状により見通しのよい結果を 得る方が有益であると考える.そこで本研究では,供試ポンプに用いる非対称流路にディフューザ形状 のみの流路を利用する.また,流路中に振動流を印加するには体積変動を行うチャンバーが必要となる ため,流路下部にチャンバーを設ける.チャンバーにはダイアフラムが取り付け,ダイアフラムの運動 によりチャンバー内部の体積が変動して振動流を発生させる.

図 2.2 に以上の考察により,非対称流路の基本的な形状を示す.非対称流路は滑らかに断面積の変化 する深さ一定のディフューザ形状のみの流路である.本研究では,以下,この非対称流路部をディフュー ザ・ノズル要素と呼ぶ.ディフューザ・ノズル要素は流路幅 *a* および 5*a* とし,ディフューザ形状の広 がり角度を 2*a* とする.*b* は体積変動を行うチャンバーと流路を接続する孔の位置(以下,体積変動部 の位置)を示し,穴径は流路幅と同じく*a* とする.図 2.2 に示された本研究におけるマイクロポンプを ディフューザ型バルプレスマイクロポンプと呼ぶ.

12

2.1.2 アクチュエータ

バルブレスマイクロボンプは非対称流路内部に振動流を発生させて駆動するため,小型で高速な運動 が可能なアクチュエータが必要とされる.これまで,電磁,圧電,気泡などを用いたアクチュエータが マイクロボンプの駆動源として利用されてきた.中でも,圧電素子は機械エネルギーと電気エネルギー を直接変換する素子であり,高出力且つ高精度に制御することが可能である.アクチュエータから発生 した運動は,通常,ダイアフラムによって流体に伝えられる.ダイアフラムは製作が簡単で,漏れも少 ないため,多くのマイクロポンプに採用されている.本研究においては,アクチュエータの種類や駆動 方式等については深く考察せず,非対称流路の流れの影響について調査するため,図2.3に示すようよ うな,広範囲の条件で確実に動作する圧電振動板をポンプ駆動部に採用する.圧電振動板は図2.3(a) に示すように厚み方向に分極された円板状の圧電素子とダイアフラムを貼り合わせた構造である.円板 状の圧電素子に分極と同一方向の電圧を印加すると径方向に伸長する性質を持っている.この性質を利 用してダイアフラムを貼り合わせると,図2.3(b)のように全体としてたわみが生じる.また,一般的 に圧電素子のたわみの大きさや発生力は形状や分極方向からきまる定数によって電圧と比例する.従っ て,交流電圧を印加するとたわみ運動は連続的に,周波数,電圧に応じた音波つまり圧力の波を発生す ることができる.

ここで,ダイアフラムのたわみと,非対称流路内部の流体に与える体積変動量,流速振幅の関係を明 らかにしておく.図2.2 下図に示すようような,マイクロポンプに取り付けられた圧電振動板を周辺単 純支持された円板とし,圧電素子による径方向の伸張による力は円板の周囲に一様に曲げモーメントを 加えた状態と考える.周囲から一様の曲げモーメント *M* を加えられた円板のたわみωは,以下の関係



Fig. 2.3 圧電振動板.

となる *1 .

$$\omega = \frac{M}{2(1+\nu)D}(R^2 - r^2)$$
(2.1)

ここで, *D* は振動板の曲げ剛性, *v* はポアソン比, *R* はダイアフラム半径, *r* は半径方向の位置を示す. 式 (2.1) のたわみ曲線の式を積分することで,たわみと体積変動量の関係が得られる.

$$V = \frac{\pi}{2} R^2 \omega_{\text{max}} \tag{2.2}$$

ここで, V は体積変動量, ω_{\max} はダイアフラム中心部でのたわみ量である.以下,ダイアフラム中心部 のたわみ量をダイアフラム振幅とし, s で表す.また,ダイアフラム振幅が正弦波変化をする場合,ダ イアフラム振幅と流路内部に流入出する断面平均流速の振幅 \bar{v}_a は以下の関係となる.

$$V = \int_0^{T/2} \bar{v}_a \left(\frac{\pi a^2}{4}\right) \sin(2\pi f) dt \tag{2.3}$$

上式を \bar{v}_a について解く.

$$\bar{v}_a = \frac{4Vf}{a^2}$$
$$= 2\pi f s \frac{R^2}{a^2}$$
(2.4)

ここで, f はダイアフラムの駆動周波数, a はチャンバーと流路を接続する孔の穴径である.

^{*1}付録 A.1 節参照

2.1.3 ポンプ動作

以上の非対称流路およびアクチュエータを用いたパルプレスマイクロポンプの動作の概略図を図 2.4 に示す.流路の一部にディフューザ・ノズル要素を設け,その流路下部にチャンバーおよび圧電振動板 を設置して体積変動部とし,振動流を流路へ流入出させる.2.1.1項で述べたように,通常,ディフュー ザ流れの流動抵抗はノズル流れの流動抵抗より大きい.図 2.4 (a)のようにチャンバーの体積が増加し た場合,流路内の流体はチャンバーに吸込まれ,このときディフューザ・ノズル要素はノズルとして振 舞う.一方,図 2.4 (b)のようにチャンバーの体積が減少した場合,ディフューザ・ノズル要素はディ フューザとして振舞う.この時,流動抵抗の差によってディフューザ方向に比べ,ノズル方向へより多 くの流体が輸送される.ディフューザ方向流れの場合の流量を $-Q_D$,ノズル方向流れの場合の流量を Q_N とすると, $Q_D < Q_N$ と表される.そして,1周期Tのうち, t_D がディフューザ方向に流れ, t_N が ノズル方向に流れるとすると,正味の流量 Q_{net} は下式のように表される.

$$Q_{net} = \frac{1}{T} \left(\int_{t_D} (-Q_D) dt + \int_{t_N} Q_N dt \right)$$
(2.5)

このとき,正味流量 Q_{net} は正の値となり,流路内の流体は1周期でノズル方向に輸送される.

本研究で取り扱うバルブレスマイクロポンプは,上述の要素および動作によって駆動される.後出 の実験装置および実験結果より,本バルブレスマイクロポンプの内部で発生する Reynolds 数は最大で $Re_{os} \simeq 1700$, $Re_{ta} \simeq 510$ であった.ここで, Re_{os} は流速振幅 \bar{v}_a を代表流速にとった Reynolds 数, Re_{ta} はポンプ吐出し流量を流路断面平均した値を代表流速にとった Reynolds 数である.前者は瞬時の 最大 Reynolds 数,後者は時間平均の最大 Reynolds 数となる.Iguchi ら ⁽¹⁰⁴⁾ によると,脈動流れの流 動状態は Re_{os} と Re_{ta} により分類することができる.図 2.5 に脈動流れの各流動状態の存在範囲を示す 模式図を示す.従って,図より,本研究のバルブレスマイクロポンプの内部流れは層流域であることが 分る.



Fig. 2.4 ディフューザ型バルブレスマイクロポンプ概略図.



Fig. 2.5 振動流における流動状態分布図⁽¹⁰⁴⁾.



Fig. 2.6 予備試験用マイクロポンプ概略図.

2.2 実験装置と方法

本節では,供試マイクロポンプとその性能測定の装置および方法について説明する.

2.2.1 供試マイクロポンプの製作

本研究では,流路形状が変更可能なステンレス板を用いた予備試験用ポンプと,アクリル樹脂を機械 加工により製作した特性試験用ポンプの2種類の供試マイクロポンプを製作した.

(1) 予備試験用ポンプ

予備試験用マイクロポンプは流路形状を変更可能とすることを重視し,マイクロポンプ流路とチャン バーやポンプ流入出口は分解可能とした.

図 2.6 に予備試験用マイクロポンプの概略図を示す.ここで図 2.6 の a はポンプの代表長さとなる流路幅である.マイクロポンプ流路は厚さ 1.0 mm のステンレス板をワイヤ放電加工により製作した.ディフューザ・ノズル要素の断面寸法は,出口側が幅 a = 1.0 mm,深さ 1.0 mm,入口側が幅 5.0 mm, 深さ 1.0 mm である.また,流入口と流出口はアクリル板に穴を開け,マイクロポンプ流路の断面と等しい等価水力直径をもつガラス管を取り付けて上蓋とした.一方,体積変動部は,アクリル板に内径 22 mm のリングを取り付けてチャンバーとし,圧電振動板を接着して構成した.チャンバーと流路は直径1.0 mm の穴で接続した.予備試験のために異なる開き角度のディフューザ・ノズル要素を持つ流路を数種作製した.ディフューザ・ノズル要素の広がり角度は $2\alpha = 10$, 30, 50, 70, 90 °の 5 種類を,アクチュエータの位置については b = -4.5, -3.5, -2, -0.5, 0.5, 3, 9 mm の7 種類の流路を製作した.



Fig. 2.7 特性試験用マイクロポンプ概略図.

Channel	Channel	Channel	Diffuser/nozzle						
width (Outlet), a	width (Outlet), $5a$	depth	Opening angle, 2α						
[mm]	[mm]	[mm]	[deg.]						
0.25	1.25	0.25	50						
0.5	2.5	0.5	50						
1.0	5	1.0	50						

Table 2.1 供試マイクロポンプの寸法.

(2) 特性試験用ポンプ

特性試験用マイクロポンプは,予備試験の結果より最も性能の優れた形状について,複数のサイズの ものを製作した.図2.7 に特性試験用マイクロポンプの概略図を示す.ここで図2.7 の a はポンプの代 表長さとなる流路幅である.ポンプサイズによる特性を調べるために, a = 1.0,0.5,0.25 mm の相似 な形状を持つ異なる大きさのマイクロポンプを製作した.各ポンプのサイズを表2.1 に示す.マイクロ ポンプ流路およびチャンバーは,アクリル板を,エンドミルによる機械加工によって製作した.チャン バーには圧電振動板を取り付け,体積変動部とした.ここでチャンバー径は22 mm である.チャンバー および圧電振動板は,体積変動量を確保するために,全てのポンプサイズで同一の寸法形状とした.予 備試験用ポンプとは製作方法が異なるため,チャンバーの形状は異なる.ポンプ流路は,上面にアクリ ル板を熱融着することで漏れを防いだ.



Fig. 2.8 予備試験用マイクロポンプ外観.

ここで,最も小さな流路幅 *a* は 0.25 mm であるため,予備試験用のマイクロポンプと同様に流入出 ロにチューブを取り付けることが困難である.そこで,流入,流出口にはリザーバとしてアクリル管を 流路に直接取り付けた.ディフューザ・ノズル要素の非対称性に影響を与えないために,リザーバの径 は十分に大きい径 25.0 mm とした.この径は,流入口,流出口で等しい流動抵抗,つまり等しい圧力 損失係数を示す大きさに設計した.流路幅 0.25 mm のマイクロポンプを例にすると,流路からリザー バに通過する流体に掛かる圧力損失係数 ζ_{Discharge} は

$$\zeta_{\text{Discharge}} = \left(1 - \frac{A_{\text{Channel}}}{A_{\text{Reservoir}}}\right)$$
(2.6)

ここで, $A_{
m channel}$ は流路断面積, $A_{
m reservoir}$ はリザーバの断面積である.一方,リザーバから流路へ通過 する圧力損失係数 $\zeta_{
m Suction}$ は

$$\zeta_{\text{Suction}} = 0.5 \left(1 - \frac{A_{\text{Channel}}}{A_{\text{Reservoir}}} \right)$$
(2.7)

となる.流路幅 0.25 mm の流路の場合,図 2.2 より,一方のポンプ入口側の流路幅 5*a* は 1.25 mm となる.従って, $\zeta_{\text{Discharge}}$ はいずれの流路幅においても, $\zeta_{\text{Discharge}} \approx 1$ と見積もられる. ζ_{Suction} の場合も, いずれも, $\zeta_{\text{Suction}} \approx 0.5$ となる.同様に,a = 1.0, 0.5 mm の流路の場合も $\zeta_{\text{Discharge}} \approx 1$, $\zeta_{\text{Suction}} \approx 0.5$ と見積もられる.この結果からポンプ入口,出口に同等の損失が与えられ,また寸法の違いによる損失 係数の変化は無視できるものと考えられる.よって,リザーバの設置によるポンプ性能への影響は無視 できるとして,ポンプの特性試験に使用した.



Fig. 2.9 特性試験用マイクロポンプ外観.

2.2.2 予備試験用ポンプ性能測定装置と方法

マイクロポンプのような微小流路,微量溶液を扱うポンプの性能を測定する場合,マクロスケールの ポンプ性能測定のように,流路中に圧力計や流量計などを設けることは好ましくない.測定可能範囲外 であったり,そのような装置自体がマイクロポンプの性能を大きく左右したり,また,装置そのものを 組み込むことが機械的・物理的に不可能であることが多いためである.そこで,従来からマイクロポン プの性能測定は単純な体積法などの手法がとられている.しかしながらこのような手法は表面張力や吐 出した流体の蒸発の影響によって正しい値が得られないことや,手間や時間がかかることが問題である

そこで,本研究では予備試験用マイクロポンプの性能測定に図 2.10 に示す装置を用いた.流入管と流 出管が,アングルセンサを取り付けた板の上に水平に配置されている.板の傾斜を変化させることで流 入管と流出管の垂直方向の高さを変化することができる.ポンプの流出管には気体・液体の静電容量変 化に反応するプローブを2箇所設置した.圧電振動板に正弦波形電圧を与えて振動させ,体積変動部か ら流路に振動流を発生させることで,マイクロポンプは駆動される.入力される正弦波はファンクショ ンジェネレータ(YOKOGAWA FG200)からの波形信号を安定化電源(KIKUSUI PMC350-0.2)とピ エゾ素子用アンプ(松定プレシジョン HPZT-0.3PB)によって増幅した.また,マイクロポンプの下に レーザ変位計(KEYENCE LK-G35)を設置してダイアフラムの振幅を測定した.



Fig. 2.10 実験装置(予備試験);(1)流量センサ(2)角度センサ(3)レーザ変位計(4)デー タロガ(5)電源(6)ファンクションジェネレータ(7)ピエゾ素子用アンプ.

(1) ポンプ性能測定方法

本測定装置で測定されるパラメータは全揚程 H と吐出し流量 Q である.全揚程 H は,このときの流 入管と流出管の高低差 h から $H \approx h$ として式 (2.8)より求めた.

$$H = L_{\rm in,out} \sin \theta \tag{2.8}$$

ここで, *L*_{in,out} は流入出のガラス管の距離, *θ* は板の傾斜角度である.管の表面張力による液柱高さの 上昇分はあらかじめ差し引いた.流量は,気液界面が流出管を通過する時間を一定間隔で設置した2箇 所のプローブで測定し,式(2.9)に示すようにプローブ間の容積をこの時間で除して流量*Q*とした.

$$Q = L_{\rm m} \frac{A}{t} \tag{2.9}$$

ここで, L_m はプローブ間の距離, A は流出側ガラス管断面積, t は区間の通過時間である.このとき, 界面がプローブを通過するときに吐出し流量が定常運転の状態になるように,ポンプ始動時に界面をプ ローブから離した位置にする必要がある^{*2}.また,レーザ変位計によって,ポンプ性能の測定と同時に 圧電振動板の変位を計測した.

^{*2}付録 A.2 節参照

(2) 性能測定の不確かさの検討

ポンプなどの流体輸送機器において流量・揚程性能の測定は重要であり,正確性が求められる.そこ で本項では,測定装置・方法の不確かさ解析を行い,測定装置のもつ正確さについて検討した.

ここで、計測で発生しうる誤差を間接測定の誤差伝播式 $(^{84})(^{85})$ より求める.ある計測値 M が $M = aq_1^{a_1}q_2^{a_2}\cdots q_n^{a_n}$ で求められる場合,見積もられる最大誤差は

$$\frac{\Delta M_{max}}{M} = \left\{ \left(a_1 \frac{\Delta q_1}{q_1} \right)^2 + \left(a_2 \frac{\Delta q_2}{q_2} \right)^2 + \dots + \left(a_n \frac{\Delta q_n}{q_n} \right)^2 \right\}^{1/2}$$
(2.10)

ここで Δq_n は測定機器の標準不確かさ, q_n は測定値, a_n はパラメータの感度(ここでは乗数)である. 計測方法は誤差等分の原理に基づき間接測定の各測定量の精度がほぼ同じ程度になり,測定装置のもつ 誤差はその構成や手順が簡単であることを考慮してここでは3%以下とする.ここで行う不確かさ解 析は各測定機器のもつ正確さが流量・揚程の測定に及ぼす影響のみを考慮するため繰り返し測定による 測定値を統計的に解析する偶然誤差を含めない.各測定機器における標準不確かさ Δq は一様分布の中 に入ると仮定し, $\Delta q = a/\sqrt{3}$ (*a* は測定機器の分解能)から求める.

測定装置を構成する測定機器の不確かさを求める.流量計測に必要な測定機器は,アングルセンサ, ノギス,プローブの信号取得に用いたデータロガである.アングルセンサの不確かさは $\Delta \theta = 0.057$ ° (分解能 ±0.1°),ノギスの不確かさは $\Delta x = 0.29$ mm (分解能 ±0.5 mm),データロガの不確かさ は $\Delta t = 9.64 \times 10^{-5}$ min (分解能 ±0.01 sec = ±1.67 × 10⁻⁴ min)である.

流量の測定において界面がマーキング区間を通過する時間が1 sec の場合の誤差を求める.ただし, ガラス管は既製品を使用するため断面積の不確かさは含まないとする.

$$\frac{\Delta Q_{max}}{Q} = \left\{ \left(\frac{\Delta L_m}{L_m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 \right\}^{1/2} = 0.029$$

よって,本流量測定方法では最大誤差はおよそ 2.9 % となる.式より誤差はマーキング区間を通過する時間を測定する項がほとんどを占めている.

全揚程の測定においてマイクロポンプの傾斜が 5.5 deg の場合の誤差を求める.

$$\frac{\Delta H_{max}}{H} = \left\{ \left(\frac{\Delta L_{\text{in,out}}}{L_{\text{in,out}}} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \theta}{\theta} \right)^2 \right\}^{1/2} = 0.01$$

よって,本揚程測定方法では最大誤差はおよそ1 % となる.従って,上の測定装置を用いることで流 量,全揚程の計測が可能である.しかしながら,運転条件によっては流入出管の気液界面から気泡が侵 入することがあり,測定の際には十分に注意が必要である.

(3) ポンプ性能測定の実際

ここでは,以上の性能測定装置と方法を用いて実際の性能測定を手順および結果の一例を挙げて説明 する.マイクロポンプの性能測定の手順を以下に示す.

- 1. マイクロポンプの角度 θ deg を測定する.
- 2. 式 (2.8) から全揚程 H mmAq を決定する.
- 3. 界面がプローブから離れているのを確認し,マイクロポンプを起動する.
- 4. 流出側の気液界面が2箇所のプローブ間を通過したらポンプを停止する.
- 5. 記録したプローブからの信号から区間を通過した時間を読み取る.
- 6. 式 (2.9) から流量 Q ml/min を求める



Fig. 2.11 実験装置(特性試験).

2.2.3 特性試験用ポンプ性能測定装置と方法

本研究では,特性試験用マイクロポンプの測定時間の短縮と単純化のために図 2.11 に示したポンプ性能 試験装置を用いる.供試マイクロポンプおよびリザーバは垂直に設置され,圧電振動板は,マイクロポン プ駆動電源に接続して駆動した.マイクロポンプ駆動電源はファンクションジェネレータ(YOKOGAWA FG200),ピエゾドライバモジュール(松定プレシジョン HPZT-0.3PB),直流電源で構成され,交流電 圧を圧電振動板に出力する.両側のリザーバの底部には微差圧トランスデューサ(VALIDYNE DP-15) を取り付けた.作動流体は精製水およびグリセリン水溶液を使用した.以下に,その駆動方法と測定方 法について詳細に説明する.

(1) ポンプ駆動方法

供試マイクロポンプは圧電振動板の振動によって駆動するため,ターボ型ポンプにおける回転数のような駆動条件は,駆動周波数 f とダイアフラム振幅 s となる.特性試験では,ポンプ駆動条件に対する マイクロポンプ特性の影響を明らかにするため,任意の駆動周波数およびダイアフラム振幅でポンプを 駆動させる必要がある.

駆動周波数は交流電圧の周波数によって,ダイアフラム振幅は電圧振幅によって任意の値を設定する.



Fig. 2.12 駆動周波数 - 体積変動量 特性曲線.

しかしながら,ダイアフラム振幅は電圧振幅のみならず,周波数の変化と共に変化する.図 2.12 に電圧 振幅一定における,駆動周波数とダイアフラム振幅の関係を示す.ダイアフラム振幅は駆動周波数の変 化に従って激しく変動し,150 Hz 以上ではほとんど駆動しない.これは,使用する圧電振動板が本来発 音用であるため,大振幅で駆動することを想定していない.そのため圧電振動板自体の特性であると考 えられる.従って,電圧振幅のみでは任意のダイアフラム振幅を得る事は困難である.そこで,ダイア フラム振幅はレーザー変位計(KEYENCE LK-G35)で逐次測定され,目標の振幅との差から出力電圧 を補正し,マイクロポンプ駆動電源へフィードバックする.図 2.13 にダイアフラム振幅の制御フローを 示す.このようにしてダイアフラム振幅を任意に設定できるようにした.制御プログラムはグラフィッ ク型プログラム開発環境 Labview (National Instruments)を用いて作成した.このとき,体積変動量 V や速度振幅 v_a はダイアフラム振幅との関係式 (2.2), (2.4) から見積もられる.

供試マイクロポンプは正弦波,矩形波,三角波などの波形で運転可能であるが,波の多次元成分によ る影響を無視するため,合成波である矩形波,三角波は使用せず,正弦波のみを使用する.また,正弦 波を用いた運転は矩形波や三角波に比べて騒音が少なく,実用性を考慮すると有効であるといえる.

(2) ポンプ性能測定方法

本測定装置で測定されるパラメータは全揚程 H と吐出し流量 Q である.全揚程 H は,図 2.11 に示した流入出側のリザーバ間の水位差 h より, $H \approx h$ と仮定して計測される.リザーバ間の水位差 h は,


Fig. 2.13 ダイアフラム変位の制御フロー.

微差圧トランスデューサより測定された圧力差 ΔP から, $h = \Delta P/(\rho g)$ として求められる.流量 Q の 計測方法の概念図を図 2.14 に示す.ある時間 t と微小時間後 t + dt におけるリザーバ水位の状態を示す. 実際の測定において微小時間 dt はリザーバ間の差圧を取得する時間刻みである.図に示すように,ポン プ駆動中,流出側のリザーバ水位は上昇,流入側のリザーバ水位は降下し,このときの水位差はリザー バ間の圧力差として微差圧トランスデューサによって逐次測定される.ここで,ある時間 t の流量 Q(t)と微小時間 dt 後の流量 Q(t + dt) が $Q(t) \approx Q(t + dt)$ となると仮定すると,流量 Q(t) は

$$Q(t) = \frac{d(\Delta P)}{dt} \frac{A_{\text{Reservoir}}}{2\rho g}$$
(2.11)

となる.つまり,リザーバの水位の上昇速度より流量を求めることになる.図2.15 に示すように,ポン プ性能曲線(Q-H曲線)は,差圧ゼロから開始した圧力上昇の時間履歴に式(2.11)を適用することで 得られる.実際は式(2.11)の微分項に四次精度の数値微分を適用して計算を行う.

以上の測定方法により正しいポンプ性能を得るには,ポンプの吐出し流量が準定常状態であること が必要である.つまり,圧力が逐次増加するのに対して吐出し流量が常に定常運転と同じ状態にあり $Q(t) \approx Q(t + dt)$ の仮定が確かであるか,そして,体積変動部からの振動流のがリザーバ間差圧に影響 しないかである.以下にこれらの準定常状態の条件を確認する.

本研究のマイクロポンプの全揚程の変動に対する吐出し流量の応答周波数を ω_q とした場合,ポンプ 性能測定中のリザーバ間差圧の変動における周波数成分 ω_p と以下の関係であれば,定常運転の状態で あるとみなせる.

$$\omega_q > \omega_p \tag{2.12}$$

ポンプ性能測定中 ω_p が最も大きくなるのは図 2.15,後出の図 2.16 より,差圧の立ち上がりの傾きが最 も急峻になる時間 t = 0 sec のときである.本実験において最も差圧の立ち上がりが急峻となったとき $\omega_p \simeq 3.2\pi$ であった.本実験では, ω_q は十分大きく,全揚程の増加に吐出し流量は遅れなしに追従して いるとする.次に,式(2.11)を適用する際に $Q(t) \approx Q(t+dt)$ を満足しなければならない.本研究のバ ルプレスマイクロポンプの性能曲線は図 2.15 の右側概略図のような右下がりの直線関係であるとする と,全揚程 H と流量 Q は直線の傾き $-\beta$ を用いて, $H = -\beta Q$ となる.ある時間 t と微小時間後 t + dtにおける流量 Q は

$$Q(t) = \frac{H(t)}{-\beta} \tag{2.13}$$

$$Q(t+dt) = \frac{H(t+dt)}{-\beta}$$
(2.14)

となる. $Q(t) \approx Q(t + dt)$ を満たすとき全揚程は以下の関係を示す.

$$\frac{\Delta H}{\beta} \approx 0 \tag{2.15}$$

このとき $\Delta H = H(t + dt) - H(t)$ である.従って,

$$\Delta H \ll \beta \tag{2.16}$$

となる . ΔH は微小時間 dt におけるリザーバの液界面の上昇分であり , $\Delta H \simeq Q(t) dt/A_{\text{Reservoir}}$ の関係を持つ . 一例として , 全揚程 0 Pa の流量 Q = 10 ml/min , 流量 0 ml/min の全揚程 H = 300 Pa , dt = 6 sec とした場合 , $\Delta H = 2.0 \times 10^{-3}$ m , $\beta = 1.8 \times 10^{6}$ m/(m³/sec) となり , 式 (2.16) を満足する . 最後に , 測定値が体積変動部からの振動流によって測定されるリザーバ間の差圧に影響しないことを確認する . 体積変動部から吐出された作動流体が全てポンプ出口側へ輸送されると仮定した場合 , 測定されるリザーバ間の差圧の変動量 p_{os} は

$$p_{\rm os} = \rho g \frac{V}{A_{\rm Reservoir}} \tag{2.17}$$



Fig. 2.14 流量計測原理図.



Fig. 2.15 ポンプ性能曲線の求め方.

と表される.ここで,V はダイアフラムの振幅による体積変動量である.この $p_{\rm os}$ が微差圧計の分解能 dp_m に対して

$$p_{\rm os} < dp_m \tag{2.18}$$

の関係であれば,測定値に影響しないと考えられる.ここで,本実験において体積変動量の大きいV = 3.0mm³の場合,リザーバ間差圧の変動量 $p_{os} = 0.06$ Pa となり,微差圧計の分解能 $dp_m = 0.5$ Pa より+ 分小さい値となる.従って,本実験装置はリザーバの断面積を十分に大きくとったため全揚程の立ち上 がりがなだらかになり,マイクロポンプの吐出し流量は測定中常に定常運転の状態にあると考えられる. (3) 性能測定の不確かさの検討

測定装置を構成する測定機器の不確かさを求める.流量計測に必要な測定機器は,微差圧計,ノギス (リザーバ径の測定に使用)である.ノギスの不確かさは $\Delta x = 0.29 \text{ mm}$ (分解能 $\pm 0.5 \text{ mm}$)であ る.流量計測における微差圧計の役割は水位の上昇速度の計測にあるため,偏り誤差は含めない.しか し,図 2.11 の微分には四次精度の数値微分を用いるので,右辺第1項は

$$\frac{d(\Delta P)}{dt} = \frac{(-\Delta P_{i+2} + 8\Delta P_{i+1} - 8\Delta P_{i-1} + \Delta P_{i-2})}{12\Delta t} + O(\Delta t^4)$$
(2.19)

となり, $O(\Delta t^4)$ の誤差を含む.ここで Δt は ΔP のデータ取得の時間刻みであり, 添え字 i はデータ取得の番号を示す.測定では $\Delta t = 0.1 \text{ min}$ (6 sec)とした.流量の大きい測定値 10 ml/min (a = 1.0 mmのときリザーバ径 $D_{\text{Reservoir}} = 24 \text{ mm}$)を想定して,流量計測の誤差を求める.

$$\frac{\Delta M_{\text{max}}}{M} = \left\{ \left(\frac{\Delta x}{D_{\text{Reservoir}}} \right) + \left(\frac{\Delta t^4}{d(\Delta P)/dt} \right) \right\}^{1/2}$$
$$= 0.011$$

よって,上の条件では最大誤差はおよそ1%となる.続いて,全揚程の計測に必要な機器は微差圧計, ノギス(微差圧計の校正に使用)である.微差圧計の不確かさは $\Delta p = 0.29$ Pa (分解能 ± 0.5 Pa)で ある.全揚程の大きい測定値 100 mmAq ($\rho g H = 978$ Pa)を想定して,全揚程測定の誤差を求める.

$$\frac{\Delta M_{\max}}{M} = \left\{ \left(\frac{\Delta x}{H}\right) + \left(\frac{\Delta p}{\rho g H}\right) \right\}^{1/2}$$
$$= 0.0029$$

よって,上の条件では最大誤差はおよそ0.3 % となる.従って,上の測定装置を用いることで流量,全 揚程の計測が可能である.しかしながら,実際には,微差圧計は微小な振動や圧力に対して過敏に反応 するため,ゴミや気泡の侵入,装置の動揺,流路やリザーバの汚れに十分注意しなければいけない.

(4) ポンプ性能測定の実際

ここでは,以上の性能測定装置と方法を用いて実際の性能測定を手順および結果の一例を挙げて説明 する.マイクロポンプの性能測定の手順を以下に示す.

1. Labview 上の圧電振動板の制御プログラムにダイアフラムの変位および駆動周波数を設定する.

- マイクロポンプを駆動させ、圧電振動板が設定の変位、周波数で駆動するか(ピエゾドライバ、振動板の駆動限界に到達していないか)を確認する.
- 3. 流入側リザーバ,流出側リザーバの水位を等しくする.
- 4. マイクロポンプを駆動と同時にデータロガーで,リザーバ間の差圧を測定する.
- 5. リザーバの水位が,マイクロポンプの最大全揚程になって停止するまでポンプを駆動し続ける.

6. 得られたデータを式 (2.11) を用いて整理し, ポンプ性能曲線(Q-H線図)を得る.

図 2.16 に上の手順(4) で得られたリザーバ間差圧と式 (2.11) から求めた流量の時間履歴の一例を示 す.図に示されるように,リザーバ間差圧 ΔP は計測開始と同時に上昇し,最大の全揚程を示す圧力で 収束を示す.このとき,流量は最大値から降下し,全揚程が最大値になると0 に収束する.また,前項 で示したように,特性試験用マイクロポンプは流入,流出側のリザーバは十分に大きい断面積であるた め,アクチュエータ振動流による水位の変動はほとんど無く,ΔP は滑らかに上昇する.そして,ポン プ性能曲線は図 2.16 の各時刻における圧力と流量をプロットすることで得られる.図 2.16 の整理結果 は後出の図 2.26 に示す.



Fig. 2.16 リザーバ間差圧と吐出し流量の時間履歴; $s = 10 \ \mu m$, $(V = 2.85 \ mm^3)$.

2.3 実験結果と考察

本節では,前節で示した供試マイクロポンプを用いて,最適形状を実験的に求める予備実験と,その 結果より得られた形状を持つ供試マイクロポンプを用いて特性試験を行い,本研究のマイクロポンプに 関わる各パラメータのポンプ性能に対する影響を調査する.

2.3.1 幾何学的条件による影響

予備実験として,幾何学的な条件によるマイクロポンプの性能の変化を実験的に調べることによっ て最も効率よく液送を行うポンプの形状を明らかにする.供試マイクロポンプに予備実験用マイクロ ポンプを用い,作動流体を精製水として測定を行った.マイクロポンプの性能を比較するために,まず 全揚程 H = 0 のときの流量 Q を測定し,ポンプ駆動周波数 f と体積変動量 V で無次元化した流量係 数^{*3} $\phi = Q/(4Vf)$ を用いて比較を行う.特性試験用マイクロポンプはこれらの結果を基にして形状が決 定される.

(1) ディフューザ広がり角度による影響

ディフューザ広がり角度による影響の実験結果を,横軸ディフューザ広がり角度 2 α ,縦軸流量係数 ϕ として図 2.18 に示す.このとき,体積変動部の位置 b/a は全て -0.5 である.図のように, $2\alpha = 50$ ° の場合に最大の流量係数が得られた.図 2.17 に文献 ⁽¹⁰⁵⁾より抜粋した円錐ディフューザの広がり角度 とその損失係数 ξ の関係を示す.図より,円錐ディフューザ内流れの流動抵抗は 2α が大きくなるにつれ て増加するが,約 60 °以上ではほとんど変化しない.一方,ノズル内流れの流動抵抗は, $2\alpha < 30$ °で は無視できる ⁽¹⁰⁵⁾.これらの損失係数は本研究で用いたディフューザ・ノズル要素のような平面状に広 がる形状においても同様の傾向を示す ⁽⁸¹⁾.図 2.18 中の $2\alpha = 50$ °は,ディフューザ・ノズル要素の流 れ方向による流動抵抗差が最大となる角度であり,最も効率よく液送することが可能と考えられる.こ のように,ディフューザ・ノズル要素には,ポンプ性能の極大値を示す開き角度が存在すると考えられ る.また,全ての駆動周波数において同様の傾向を示しているため,吐出し量の最大値は開き角度や体 積変動部の位置に依存するものの,その最大値を示す駆動周波数は形状に依存しないと考えられる.



Fig. 2.17 ディフューザ広がり角度と損失係数 ξ の関係⁽¹⁰⁵⁾.

(2)体積変動部の位置による影響

体積変動部の位置を流路幅で除した b/a と流量係数 ϕ の関係を図 2.19 に示す.ここで,ディフュー ザ開き角度 2α は全て 50°である.図より体積変動部がディフューザ・ノズル要素に近いほど高い流量 係数を示すことが分かる.また,ディフューザ・ノズル要素の小断面側に最も近い位置 b/a = -0.5(図 中4番)で最大の流量係数が得られた.一方,体積変動部がディフューザ・ノズル要素内部に設置され たとき,流量係数は急激に低下する傾向が見られた.

以上の結果より,特性試験に用いる供試マイクロポンプは, $2\alpha = 50$ °のディフューザ広がり角度, b/a = -0.5(図 2.19 中 4 番)の体積変動部の位置をもつ形状とする.



Fig. 2.18 ディフューザ広がり角度の影響;電圧振幅 = 250 V_{p-p} , H = 0 mm, b/a = -0.5.



Dimensionless volume fluctuation position, b/a [-]

Fig. 2.19 体積変動部位置の影響; $2\alpha = 50^\circ$, f = 60 Hz, 電圧振幅 = 250 V_{p-p}, H = 0 mm.

2.3.2 駆動条件による影響

予備実験の結果に基づいて製作した特性試験用マイクロポンプを用いて,マイクロポンプ駆動条件が 性能に及ぼす影響について調べた.2.2.3 項で述べたように,本バルブレスマイクロポンプの駆動条件は 駆動周波数 f とダイアフラム振幅 s である. 一方で, マイクロポンプの性能として指標となるパラメー タは,全揚程Hと吐出し流量Qである.図2.20に全揚程が0Paのときの,流量と駆動周波数の関係 を、図 2.21 に吐出し流量が 0 ml/min のときの、全揚程と駆動周波数の関係を示す、ダイアフラム振幅 がs = 5, 10, 15 µm (このとき体積変動量 V = 0.95, 1.9, 2.85 mm³ に相当)の場合について測定し た.ポンプ代表寸法である流路幅はa = 1.0 mmで,作動流体は精製水である.140 Hz以上の条件が ないのは,圧電振動板が駆動限界に達したためである.図2.20,2.21より,全揚程および吐出し流量は, 駆動周波数の増加につれて大きくなることが分かる.大きなダイアフラム振幅の場合,測定した駆動周 波数の全域で高い全揚程と吐出し流量を示した.これは,単位時間当たりに体積変動部から流路内部に 流入出される流量が増加すると、多くの流量が輸送される可能性が考えられ、同時に、流路内部の流速 が大きくなることでディフューザ方向流れの流動抵抗が大きくなり、ポンプ吐出し側へ大きな圧力が発 生すると考えられる.また,全揚程および吐出し流量の増加の傾向はいずれも同様に100 Hz 以上で急 激に増加する.図 2.22 に,異なる駆動周波数とダイアフラム振幅における,供試マイクロポンプのポン プ性能曲線を示す.図中の実線は各ポンプ性能の近似曲線である.全ての条件で,ポンプ性能曲線は直 線的に右下がりの関係を示した.図 2.20 , 2.21 で示されたように , 図 2.22 においても , 駆動周波数とダ イアフラム振幅の増加に従って大きな吐出し流量と全揚程を示すことが確認できる.また,吐出し流量 と全揚程の傾きは,駆動条件が変わっても殆ど変化しないことが分かる.

本研究のマイクロポンプは,駆動周波数とダイアフラム振幅(体積変動量)の増加に従って,大きな 吐出し流量と全揚程を示す.駆動条件の変化に対してこれらの性能は線形的に変化し,ポンプ性能曲線 の勾配が変化しないため,容易に制御が可能であるといえる.



Fig. 2.20 駆動周波数 - 流量 特性曲線; a = 1.0 mm, H = 0 mm.



Fig. 2.21 駆動周波数 - 全揚程 特性曲線; a = 1.0 mm, Q = 0 ml/min.



Fig. 2.22 ポンプ性能曲線; a = 1.0 mm .

2.3.3 ポンプサイズによる影響

本項では,製作した流路幅a = 1.0, 0.5, 0.25mmの特性試験用マイクロポンプを用いてマイクロ ポンプのサイズが性能に及ぼす影響について調べる.図2.23に全揚程が0 Paのときの,流量と駆動 周波数の関係を,図2.24 に吐出し流量が0ml/minのときの,全揚程と駆動周波数の関係を,異なる ポンプサイズについて示す.それぞれ、ダイアフラム振幅が $s = 5, 10, 15~\mu m$ (このとき体積変動量 $V = 0.95, 1.9, 2.85 \text{ mm}^3$)の場合について測定した.全ての特性試験における作動流体は精製水であ る.高い周波数や,ダイアフラム振幅で0.25 mmのポンプの性能が示されていないのは,圧電振動板 が駆動限界に達したためである、流路のサイズが小さくなることによって管路損失が増大し、振動流を ·発生させるための力が十分ではないためと考えられる . 図 2.23 , 2.24 より , 全てのポンプサイズにおい て、全揚程および吐出し流量は、駆動周波数およびダイアフラム振幅の増加につれて大きくなることが 分かる.また,同一の駆動条件で運転した場合,ポンプサイズが小さくなるほど,全揚程は高い値を示 す.一方,流量は,0.25 mmのポンプが比較的低い値を示したが,ポンプサイズの変化に対して全揚 |程の場合ほど大きな変化は確認できなかった.ここで,図 2.25 に異なるポンプサイズとダイアフラム振 幅におけるポンプ性能曲線を、図2.26に異なるポンプサイズと駆動周波数におけるポンプ性能曲線を示 す.図中の実線は各ポンプ性能の近似曲線である.全ての条件で,ポンプ性能曲線は直線的に右下がり の関係を示し,駆動周波数とダイアフラム振幅の増加に従って吐出し流量と全揚程が大きくなることが ·確認できる.しかしながら,その性能曲線の勾配は,ポンプサイズが小さくなるほど急峻になっている ことが分かる.ここで,層流流れにおける,一般的な管路の圧力損失 $\Delta P_{\rm loss}$ は

$$\Delta P_{\text{loss}} = \frac{64}{Re} \frac{L}{D} \frac{\rho \bar{v}^2}{2}$$
$$= \frac{32\mu L \bar{v}}{D^2}$$
(2.20)

である.D は管径,L は管路長,Re は管路内の Reynolds 数である.サイズに関するパラメータは管径 D と管長Lとなるため,上式より,管路のサイズが小さくなるほど圧力損失は大きくなり,流体を流す には大きな圧力が必要となる.ここで,本研究のマイクロポンプは弁を持たないため,背圧による漏れ が多く存在すると考えられる.従って,図2.25,2.26 に示されたように,ポンプのサイズを小さくする と,ポンプ流路自体の高い圧力損失によって漏れが減少すると考えられ,高い背圧つまり高い全揚程に 対しても安定して駆動すると考えられる.同時に,ポンプ流路自体の圧力損失が高くなると,内部流体 を振動させるには多くのエネルギーが必要となる.そのために,ポンプサイズが小さいほど,高い駆動



Fig. 2.23 異なるポンプサイズの 駆動周波数 - 流量 特性曲線;H = 0 mm.

周波数,ダイアフラム振幅で圧電振動板の駆動限界に達したと考えられる.

本研究のマイクロポンプは,ポンプサイズを小さくするほど,高揚程,低流量の特性を示す.特に, サイズによる全揚程特性の影響は大きく,その要因としてサイズ縮小によるポンプ流路の圧力損失の増 加が示唆された.以上のサイズによるポンプの特性を明らかにしたことで,本マイクロポンプがマイク ロスケールでも良好に駆動する可能が示された.



Fig. 2.24 異なるポンプサイズの 駆動周波数 - 全揚程 特性曲線;Q = 0 ml/min .



Fig. 2.25 異なるポンプサイズ,ダイアフラム振幅のポンプ性能曲線;f = 80 Hz.



Fig. 2.26 異なるポンプサイズ,駆動周波数のポンプ性能曲線; $s = 5 \mu m$, $(V = 0.95 mm^3)$.

2.3.4 供試マイクロポンプと既往のマイクロポンプの性能比較

本研究で提案し,製作したディフューザ型バルブレスマイクロポンプがマイクロ流体機器の流体輸送 に適用可能か,既に発表されているマイクロポンプの性能と比較して確認をする.既往のマイクロポンプ (バルブ型,バルブレス型)に加え,製作した3個のマイクロポンプ(*a* = 0.25, 0.5, 1.0 mm)の性能 を表 2.2 に整理して示す.表は,流路のサイズ(断面積が変化するものは流路狭さく部の等価直径),ダ イアフラム等が付属するチャンバーのサイズ, ${\it \Delta}P=0~{
m Pa}$ での最大吐出し流量 $Q_{
m max}$ と $Q=0~{
m ml/min}$ のときの最大全揚程 ΔP_{max} を示す.また,ポンプの水動力($P_w = \rho g H Q$)が最大となる動作点におけ る吐出し流量と全揚程,そしてその性能のときの駆動条件を示す.前節で述べたように,サイズの小さ いマイクロポンプは低い駆動周波数,小さいダイアフラム振幅で駆動の限界に達したため,1.0 mmの ポンプが最も高い性能を示す.表 2.2を基に,図 2.27,2.28,2.29に性能比較分布図を示す.各図中プ ロット横の番号は表 2.2の番号と対応する.図 2.27は,横軸にポンプ流路のサイズ,縦軸に最大の吐出 し流量を示す.図より,本研究のマイクロポンプは従来のバルブ型,バルブレス型と同等の吐出し流量 を示していることが分る.一方,図2.27は,横軸にポンプ流路のサイズ,縦軸に最大の全揚程を示す. 図より,本研究のマイクロポンプは従来ポンプに比べて比較的低い全揚程となった.図 2.29 は,水動力 が最大となる動作点の分布を,横軸に流量,縦軸に全揚程として示す.プロットがグラフの左上の領域 にあるほど低流量,高揚程型のポンプ,右下にあるほど高流量,低揚程型のポンプとなる.図より,本 ·研究のマイクロポンプは比較的右下の方に位置しており , 高流量 , 低揚程型のポンプであることが分る . 従って,本研究で開発し最適形状を求めたマイクロポンプは,より単純なバルブレス形状であるにも関 わらず,従来のポンプと遜色ない性能を示す.しかしながら表2.2に示した様にマイクロポンプのチャ ンバーのサイズ,駆動条件は様々であり,アクチュエータを変更することでこれらの分布図は変化する 可能性がある.とはいえ,図2.20,2.21,2.22に示すように,吐出し流量と全揚程は駆動条件に対して |同様の変化を示し,ポンプ性能の傾きは変化しない.図2.29より得られる,本研究のマイクロポンプは 高流量,低揚程型,という結果は確かであると言える.マイクロポンプをマイクロ流体機器に適用する 場合,どのような機器でも全揚程は少なくとも数十 kPa は必要とされる.流量はその用途によって数 nl/min ~ 数十 ml/min と変化する (µ-TAS< マイクロ燃料電池 < マイクロ熱交換器)⁽²⁾. 従って,本 研究のマイクロポンプを実用化するにあたって,全揚程の向上が必須となる.そのためにディフューザ 広がり角度,ディフューザ長さ,流路縦横比,最適な形状の再考察が必要であると考えられる.

43

		Tab	le 2.2 既	住のマイク	ロポンプ柱	能.				
lor	Y	ear	Channel	Chamber	Max. Q	Max. ΔP	Max	. operat:	ing point	
			size	size	$[\mu l/min]$	[Pa]	0	ΔP	f	s
			[mm]	[mm]			$[\mu l/min]$	[Pa]	[Hz]	[mm]
ype micropump										
nme et al. $^{(51)}$	10	993	230	19	11500	4900	5750	2450	110	ഹ
on et al. $^{(56)}$	10	998	80	ഹ	1200	16000	600	8000	1400	I
lyen et al. ⁽⁵⁹⁾	2(001	009	12	220	3800	110	1900	50	9
i et al. ⁽⁶⁶⁾	2(002	37.5	1	4.2	370	2.1	185	400	I
ramizu et al. ⁽⁶⁵⁾	2(003	25	33	24	11000	12	5500	11000	I
et al. ⁽⁶⁷⁾	2(004	20	8.2	8.5	2000	4.25	1700	x	1
$g et al.^{(64)}$	2(004	63	7.4	3.1	36700	1.55	18350	ю	40
nahata et al. ⁽⁶⁰⁾	2(005	143	6	420	1300	210	650	12	200
mboa et al. ⁽⁶⁹⁾	2(005	300	10	2250	1900	1125	950	420	I
on et al. $^{(62)}$	20	90C	286	10	323	294	162	147	130	8.16
esent study, $a = 0.25$	- [mm])		250	22	410	490	205	245	100	ŋ
esent study, $a = 0.5$	- ([uuu])		500	22	4810	780	2405	390	80	15
esent study, $a = 1.0$	- ([uuu])		1000	22	31100	1380	15550	069	140	15
e micropump										
lgerle et al. ⁽³⁹⁾	16	992	400	4	20	2500	35	1250	20	4
gerle et al. $^{(40)}$	10	995	400	4	850	31000	425	15500	1000	ŋ
th et $al.^{(41)}$	16	998	130	4	150	3450	75	1960	200	1.7
$t al.^{(45)}$	10	998	500	3.6	2000	290000	675	15060	3500	18
$m et al.^{(42)}$	16	666	200	10	2100	110	1050	55	100	1
ng et al. ⁽⁴³⁾	2(000	370	10	13000	3700	5500	2210	10	I
$go et al.^{(38)}$	20	001	300	10	660	1000	200	5150	1	350
et al. $^{(37)}$	2(001	1100	3.7	340	100	170	50	50	ъ
kino et al. ^{(36)}	2(001	009	ъ	4.8	I	ı	ı	ı	I
tra et al. $^{(46)}$	2()02	200	9.6	260	ı	ı	I	I	I
g et $al.^{(47)}$	2(004	150	×	700	'	320	2500	4000	I
len et $al.^{(48)}$	2(900	142	0.1	0.19	'	ı	I	ı	ľ



Fig. 2.27 既存のマイクロポンプの流路サイズ-最大流量分布図.



Fig. 2.28 既存のマイクロポンプの流路サイズ-最大全揚程分布図.



Fig. 2.29 既存のマイクロポンプの最大動作点分布図.

2.4 マイクロポンプの相似則

本節では,前節で得られたポンプ特性を無次元数を用いて整理し,本研究のバルブレスマイクロポンプの相似則を明らかにする.また,無次元数の物理的な意味から流動現象とポンプ特性の関係について述べる.

2.4.1 次元解析

駆動条件とポンプ特性の関係を詳細に調べるために無次元化を行い整理する.本研究のマイクロポン プの吐出し流量 Q は,以下の 6 変数を指定すれば一意に定まるとする.このとき,従属変数 Q に対す る独立変数は,全揚程 ΔP ,作動流体密度 ρ ,粘度 μ ,流路代表寸法 a,駆動周波数 f,体積変動量 V で あり,以下の関係を持つ.

$$Q = F_1(\Delta P, a, f, V, \rho, \mu) \tag{2.21}$$

ここで全揚程は圧力ヘッドとして, $\Delta P = \rho g H$ から求める.基本次元を質量 M, 長さ L, 時間 T とすると, 各々のパラメータの次元は $[Q] = L^3/T$, $[\Delta P] = M/(LT^2)$, [a] = L, [f] = 1/T, $[V] = L^3$, $[\rho] = M/L^3$, $[\mu] = M/(LT)$ となる.上式は, Buckingham の π 定理によって以下の無次元式で表すことができる^{*4}.

$$\phi = F_1'(\psi, Re, Wo) \tag{2.22}$$

ここで, ϕ は流量係数, ψ は揚程係数,Reは Reynolds 数,Woは Womersley 数である. これらの無次 元数は,以下のように,式 (2.21)に示したパラメータを用いて表される.

$$\phi = \frac{Q}{4Vf} \tag{2.23}$$

$$\psi = \frac{a^4 \Delta P}{8\rho V^2 f^2} \tag{2.24}$$

$$Re = \frac{4\rho V f}{a\mu} \tag{2.25}$$

$$Wo = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{2\pi f}{\nu}} \tag{2.26}$$

^{*4}付録 A.3.1 節参照

ここで, $\nu(=\mu/\rho)$ は動粘性係数である.体積変動部から発生される流速振幅 \bar{v}_a は式 (2.5) で求められるため, ϕ , ψ , Reは以下のように表すことができる.

$$\phi = \frac{Q}{a^2 \bar{v}_a} \tag{2.27}$$

$$\psi = \frac{\Delta P}{\rho \bar{v}_a^2 / 2} \tag{2.28}$$

$$Re = \frac{a\bar{v}_a}{\nu} \tag{2.29}$$

ここで, *Re* は体積変動部から流入出される流れの最大の Reynolds 数である. *Wo* はポンプの内部流れ の非定常度を示す無次元数であり,管路内の振動流を取り扱う際,重要となる.その物理的な意味は, 流路代表長さと振動による粘性浸透深さとの比であり,流路内部の流動状態と本質的に関係する. 一方,マイクロポンプの性能として全揚程に注目することもあるため,従属変数を *ΔP* として,

$$\Delta P = F_2(Q, a, f, V, \rho, \mu) \tag{2.30}$$

と表すことができる.このときの無次元数の関係は,

$$\psi = F_2'(\phi, Re, Wo) \tag{2.31}$$

となる.

2.4.2 相似則の確認

図 2.30, 2.31 に,異なるポンプサイズにおける流量係数 ϕ と揚程係数 ψ の関係を示す.縦軸は従属 変数である ϕ ,横軸は ψ であり,実線は近似直線を示す.このとき,同一の Reynolds 数にするために, 作動流体にグリセリン水溶液を用いた^{*5}. ϕ と ψ の関係はいずれも,右下がりの直線関係にあり,大き な Reynolds 数, Womersley 数において,高い ϕ , ψ を示す.異なるポンプサイズにおいて,等しい Re, Wo の条件でほぼひとつの直線上に分布していることが分かる.よって,本研究のマイクロポンプは Re, Wo が一致すれば,幾何学的に相似なポンプにおいて相似則が成り立つ.従って,ポンプ内部の流れは, 上で得られた無次元数の示す流動現象によって説明することができる.無次元数の関係式 (2.22), (2.31) の関係を明らかにすれば,ポンプ内部流れの状態を定量的に把握でき,且つポンプ性能の予測が可能に なると考えられる.

^{*5}付録 A.3.2 節参照



Fig. 2.30 異なるポンプサイズ, $Wo \ \mathbf{O} \ \phi - \psi$ 特性曲線; Re = 400.



Fig. 2.31 異なるポンプサイズ, $Re \ \mathbf{0} \phi - \psi$ 特性曲線; Wo = 5.0.

2.4.3 無次元特性

Reynolds 数, Womersley 数(以下, Re, Wo)が異なる場合の流量係数 ϕ と揚程係数 ψ の関係を 図 2.33 に示す.いずれの条件においても ϕ は ψ に対し右下がりの直線関係を示す. Reの増加に従って, ϕ は大きな変化を示し, グラフの勾配は急峻になる傾向を示す.一方, Woの増加に対しては, ϕ は ψ と共に増加し, 勾配はほとんど変化しない.

図 2.33 に示した Re, Woの変化に対する,流量係数 ϕ の影響を詳細に調べるために,図 2.34 に $\psi = 0$ のときの $\phi - Wo$ 特性曲線を示す.得られた特性曲線より, ϕ はいずれの条件でも Wo に対して放物線的 に増加し, Wo > 4.0 では急激に増加することが分かる. Wo が大きいということは, Navier-Stokes 方 |程式の慣性項のうちの , 速度の時間微分項の影響が大きいということであり , その極限である $Wo
ightarrow\infty$ の管内流れにおいては流速と圧力は 90°の位相差で振動する.このとき壁面からの粘性の影響は管中 心に到達しないため,定常粘性流れの仮定から導かれる Poiseuille 流れの速度分布とは大きく異なる. Ohmiら $^{(86) \sim (92)}$ は,円管内脈動流れについて実験的,解析的に調査し, $1.32 < \sqrt{\omega'} < 28.0$ の範囲は |擬定常領域から慣性領域に遷移する中間領域であることを示した($\omega'=R^2\omega/
u$ であり $\sqrt{\omega'}$ は Wo と等 価).流れの加減速による慣性力の増加によって,速度と圧力に位相差が生じるため,管路内では逆圧力 勾配が発生する.そして,このときの流動状態は壁面付近で高く中心付近で低い凹状の速度分布となる (104)*6.また, Sumida ら (93)(94), Smith ら (95) はディフューザ管に脈動流を流したときの圧力損失を |測定し,定常流の場合に比べて大きな損失係数を示すことを明らかにした.また,振動流において流れ が減速する際に,ディフューザ壁面で逆流や渦が観測されている.すなわち,ディフューザ管に大きな Woの振動流を発生させると,圧力の位相差による逆圧力勾配の影響によって,壁面のはく離がより発 生しやすくなり,高い流動抵抗を示す.図2.34に示されたように,本研究のマイクロポンプはOhmiら の示した Wo の中間領域で良く駆動し, Wo の増加に従って効果的に流体が輸送されているため, ディ フューザ・ノズル要素の壁面にはく離が発生し、ディフューザ方向流れに大きな流動抵抗を引き起こし ていると考えられる.さらに Wo がより大きな場合には,逆圧力勾配の増加と同時に一層大きなはく離 が生じると考えられ、より大きな流動抵抗が発生しうる、従って、上述のようなディフューザ方向流れ における流動抵抗の増加が,Woが増すにつれて高い流量係数φを示した要因であると考えられる.本 マイクロポンプはディフューザ形状流路と振動流によって効果的に液送を行っていることが確かめられ

^{*6}付録 A.3.1 節参照

た.しかしながら,圧電振動板の駆動限界により,特性試験は Wo < 8.0の範囲でしか実施されなかった.Wo > 28.0の条件では慣性力の影響は一定となり,そのため図 2.34 の傾向は変化する可能性がある.次に,図 2.35 に $\psi = 0$ のときの $\phi - Re$ 特性曲線を示す.得られた特性曲線より, ϕ は Re に対してほぼ直線的に増加することが分かる.Re が大きいということは Navier-Stokes 方程式の粘性項の影響が小さく,慣性項の影響が大きいことを意味する.特に, $Re = 10^2 \sim 10^3$ の範囲では影響的となる項が粘性項から慣性項へと遷移する領域である.通常,ディフューザなどに高い Reの流れが通過すると, 層流境界層内部の逆圧力勾配によって流れの遅い壁面にはく離が発生し,高い流動抵抗を示す.従って, この様なディフューザ方向流れの流動抵抗の増加が,Reが増すにつれて高い流量係数 ϕ を示した要因であると考えられる.つまり本研究のマイクロポンプは,ディフューザ方向流れとノズル方向流れの非対称性がWo,Reの増加によって高められ,より強力に一方向流れが実現されている.

図 2.33 に示した *Re*, *Wo* の変化に対する, 揚程係数 ψ の影響を詳細に調べるために, 図 2.36 に $\phi = 0$ のときの $\psi - Wo$ 特性曲線を示す.特性曲線は, *Wo* の増加に従って ψ が放物線状に増加する関係を示している.また, ψ は *Re* に対してほとんど変化せず, $\psi - Wo$ の関係は全てほぼ同一曲線上に分布する.従って,本研究のマイクロポンプの全揚程は,粘性力に対して速度変動による慣性力が効果的,つまり高い *Wo* となれば高い値を示す.一方で,移流による慣性力に対する影響は揚程係数 ψ のみで十分整理可能であり, *Re* には依存しない.

ここで図 2.34, 2.35 より, ϕ が Re のおよそ 1/2 乗に比例するとして, $\phi \in \sqrt{Re}$ で除した ϕ/\sqrt{Re} と W_0 の関係を図 2.37 に示す.図 2.37 より, 全ての条件において同一の曲線上に分布しているため, $\psi = 0$ の場合, ϕ/\sqrt{Re} は W_0 のみの関数になることが分る. ϕ に対する Re の影響をより詳細に調べるために, 2.4.1 節で示した物理量が持つ方向性を考慮して再び次元解析を行う.層流状態下の輸送現象では流束が 特定の方向を持つため,長さの次元を持つ量は,流束と平行する方向と直行する方向では現象に対する 役割が異なってくる.このため長さの次元を,その方向で区別して各々独立な基本次元とすれば,区別 しない前項の次元解析よりも詳細な結果を得られる⁽⁹⁶⁾.ここで 2.4.1 節より,従属変数 Q,独立変数 ΔP , a, f, \bar{v}_a , ρ , μ に対し,図 2.32 に示した本研究のマイクロボンプの座標系より,基本次元を質 量 M,時間 T,そして長さを L_x , L_y , L_z とする.作動流体が流れる方向(x軸方向)の長さの基本単位を L_x , ディフューザ形状の広がり方向(y軸方向)の長さの基本単位を L_y ,流路の高さ方向(z軸方向)の長さの基本単位を L_z とする.従って,各々の物理量の次元は以下のようになる.まず,流路幅 $[a] = L_y$,駆動周波数 [f] = 1/T,流速振幅 $[\bar{v}_a] = L_x/T$,作動流体密度 $[\rho] = M/(L_xL_yL_z)$ となる.流

52



Fig. 2.32 マイクロポンプにおける座標系.

量は流速×断面積であるため, $[Q] = (L_y L_z)L_x/T$ となる.全揚程は,ここでは圧力 Pa であり,流路断面に流れ方向より加えられる力 N/m²である.そのため $[\Delta P] = (ML_x/T^2)/(L_y L_z) = ML_x/(L_y L_z T^2)$ となる.作動流体の粘性係数の次元は,運動量流束の輸送方向をディフューザ形状の広がり方向の y 方向として,粘性せん断応力 τ の式

$$\tau = \mu \frac{dv_x}{dy} \tag{2.32}$$

より, せん断応力の次元 $[\tau] = M/(L_zT^2)$ および速度勾配の次元 $[dv_x/dy] = L_x/(L_yT)$ から, $[\mu] = M/(L_zT^2)/(L_x/(L_yT)) = ML_y/(L_xL_zT)$ となる.以上のようにポンプに関する物理量の次元に対して 考察を行い, 2.4.1 節と同様に Buckingham の π 定理によって次元解析を行う.よって以下の無次元数 の関係式が得られる.

$$Q_{\sqrt{\frac{\mu}{a^5 \bar{v}_a^3 \rho}}} = F_3' \left(\frac{\Delta P}{\rho \bar{v}_a^2}, \frac{a^2 \rho f}{\mu}\right)$$
(2.33)

上式の無次元数は 2.4.1 節で示した無次元数,流量係数 ϕ ,揚程係数 ψ , Reynolds 数 Re, Womersley 数 Wo を用いて以下のように表される.

$$Q\sqrt{\frac{\mu}{a^5\bar{v}_a^3\rho}} = \frac{Q}{a^2\bar{v}_a}\sqrt{\frac{\mu}{a\bar{v}_a\rho}} = \frac{\phi}{\sqrt{Re}}$$
(2.34)

$$\frac{\Delta P}{\rho \bar{v}_a^2} = \psi \tag{2.35}$$

$$\frac{a^2 \rho f}{\mu} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{a}{2} \sqrt{\frac{\rho 2 \pi f}{\mu}} \right)^2 = \frac{2}{\pi} W o^2$$
(2.36)

よって,式(2.33)は以下のように書き換えられる.

$$\frac{\phi}{\sqrt{Re}} = F_3'(\psi, Wo) \tag{2.37}$$

式 (2.37) より, $\psi = -$ 定の場合, ϕ/Re は Woのみで決定されることが分る.これは図 2.37 に示した関係と一致する.ここで,境界層方程式の Blasius の解より局所摩擦係数 $C_f = 1.328/\sqrt{Re}$ (流れの代表

的な長さを基準にした Reynolds 数)を用いて定常流における無限平板上(y = 0)のせん断応力 τ_0 は

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y}\right) = \frac{0.664}{\sqrt{Re}} \frac{\rho U^2}{2} \tag{2.38}$$

となる.壁面のはく離は,逆圧力勾配によって上式中の第2式が $\partial v_x/\partial y = 0$ となって,その後流から 発生する.第3式より,*Re*が大きい場合, τ_0 は小さくなる.従って,*Re*が大きいほど壁面でのはく離 は発生しやすい,もしくは大きなはく離を発生させる.一方,方向性を考慮した次元解析によって求め られた ϕ/\sqrt{Re} は式 (2.38)と同様にディフューザ・ノズル要素内部のせん断応力の方向を考慮している ため,分母の \sqrt{Re} は逆圧力勾配の発生するディフューザ方向流れにおけるはく離の規模を示している と考えられる.よって, ϕ/\sqrt{Re} はポンプの吐出し流量と、ディフューザ方向流れのはく離による抑制の 大きさの比であると考えられる.以上の方向性を考慮した次元解析と図2.37の試験結果より,流量係数 の*Re*による影響は以上に述べたディフューザ・ノズル要素内部の境界層によるはく離の大きさで説明 できることが明らかになった.また、*Wo*の増加に従って ϕ/\sqrt{Re} は増加しているため,図2.34で示し たように振動流によってディフューザ方向流れの抑制が促進されていると考えられる.

次元解析によって求めた無次元数を用いて本研究のマイクロポンプの無次元特性が明らかになった.本研究のマイクロポンプは, Womersley 数の増加によって流量係数 ϕ , 揚程係数 ψ が増加し, また Reynolds数の増加によって流量係数 ϕ が増加する.さらに, 無次元数のもつ物理的な意味から, マイクロポンプ内部の流動状態がポンプ特性に与える影響について明らかにした.



Fig. 2.33 $\phi - \psi$ 特性曲線.



Fig. 2.34 $\phi - Wo$ 特性曲線; $\psi = 0$.



Fig. 2.35 $\phi - Re$ 特性曲線; $\psi = 0$.





2.4.4 寸法効果と限界寸法

前項の無次元特性に注目すれば,ポンプの性能予測式確立の可能性がある.ここではポンプのサイズ 変化に対する特性変化に注目し,本研究のマイクロポンプの性能予測式を示し,小型化に伴う様々な現 象の影響を考慮して駆動可能な寸法の限界について考察する.図 2.37 に示した ϕ/\sqrt{Re} と Wo の関係よ り,全ての条件において同一の曲線上に分布していることが分かる.従って,式(2.37)で示した流量係 数 ϕ と無次元数の関係は $\psi = 0$ として,

$$\frac{\phi}{\sqrt{Re}} = F_3'(\psi, Wo)$$

$$\phi|_{\psi=0} = \sqrt{Re} F_3'(Wo)$$
(2.39)

と書き換えれる.同様に,図 2.36の無次元特性より揚程係数の関係式 (2.31)は $\phi = 0$ として,

$$\psi = F_2'(\phi, Re, Wo)$$

 $\psi|_{\phi=0} = F_2'(Wo)$ (2.40)

となる.ここで,関数 F_{3}' , F_{2}' は図 2.36,図 2.37の曲線で表される関数となる.加えて,図 2.33から 流量係数 ϕ と揚程係数 ψ は常に直線関係にあることから,式 (2.39),式 (2.40)より ϕ と ψ による特性 曲線の関係は以下の関数で表される.

$$\phi = \sqrt{Re}F_1'(Wo) - \sqrt{Re}\frac{F_1'(Wo)}{F_2'(Wo)}\psi$$
(2.41)

従って,得られた無次元特性より式 (2.41) を求めれば性能予測式が確立できる.つまり,要求性能(流 量係数 ϕ や揚程係数 ψ , ϕ と ψ 関係)は内部の流動状態と示す Re, Wo が決まれば一意的に決定する こができる.

ポンプの小型化を考えた場合,式(2.41)の示す限りでは,極めて小型のものでも駆動可能であること を示唆している.しかしながら,小さなポンプサイズの場合は必然的に小さな*Re*,*Wo*となり,低い*φ* と*ψ*を示す.ポンプの小型化を考える場合,十分性能を得るためには,大きな*Re*,*Wo*となる駆動条 件を実現しなければならない.大きな*Re*,*Wo*のためには,流速振幅*v*_aおよび駆動周波数*f*を高く保 つ必要がある.マイクロチャンネルに高速,且つ高周波数の流れを発生させる場合,管摩擦によるその 圧力損失は膨大となるため,ポンプには強力なアクチュエータが必要となる.通常,圧電アクチュエー タは容積が大きいほど高い出力を発生するため,ポンプ全体として小型化を目指すとすれば,アクチュ エータの性能を十分考慮しなければならないといえる. 以上の考察により,本研究のマイクロポンプは Re および Wo を考慮すれば微細なポンプとして実現 可能であるが,序論で述べた様に,サイズが小さくなると重力や慣性力といった体積あたりの力に対し て,相対的に面積あたりの力の影響が増大する.そのため,マクロな流体現象では無視すべき現象がマ イクロなスケールでは顕在化する.マクロな流体工学より,管摩擦損失の増大,流路表面粗さの影響が 考えられ,より微細な現象として表面張力,静電気力(電気二重層)の影響が考えられる.さらに小さ なサイズを考慮すると希薄気体効果の影響も考えられる.以下にそれらの影響について考察する.

(1) 希薄気体効果の影響

通常,流体において,流れの代表寸法 L が分子の平均自由行程 A に近づくと,希薄気体効果により 粘性流れとしての連続体近似が成り立たなくなる.Knudsen 数は希薄気体効果の程度を表す無次元数で あり,

$$Kn = \frac{\lambda}{L} \tag{2.42}$$

で定義される. *Kn* < 0.1 の範囲では連続体近似が成り立ち, *Kn* > 10 では連続体としての性質が完全 に失われて流体は気体分子が個々に運動する自由分子流として取り扱わなければならない.本研究のマ イクロポンプは前項の考察にあるように,流れの粘性力と慣性力の影響によって一方向流れを実現して おり,このような分子流では同様の原理で流体輸送することは不可能であると考えられる.ここで,液 体の平均分子間距離は1 nm オーダーであり,連続体近似から外れる *Kn* < 0.1 の範囲では,流れの代 表長さがおよそ *L* < 10 nm となる.従って,作動流体を液体とする場合,マイクロポンプ流路の代表 長さは 10 nm 以上が望ましい.しかしながら,流路断面方向長さが 10 nm 程度の流路はカーボンナノ チューブの直径に相当し,事実問題として実現の可能性は低い.一方,作動流体を気体とする場合,例 えば大気圧中の平均自由行程は約 0.07 µm であり,流れの代表長さが*L* < 0.7 µm の場合に連続体近似 が適用できなくなる.よって,作動流体を気体とする場合,マイクロポンプ流路の代表長さは 0.7 µm 以上が望ましい.また,この値は平均自由行程によって用いる気体,温度,圧力によって異なる.

(2) 電気二重層の影響

固体表面は電解質(液体)と接触すると表面に電荷をもつようになる.マイクロスケールの流体にお いてよくみられる現象は,シリカ,ガラス,アクリル,ポリエステルのような材料表面における表面基 の脱プロトン反応である.ガラスやシリカの場合,表面電荷密度は,以下のような,表面のシラノール 基(SiOH)の脱プロトン反応によって決定される.

$$\text{SiOH} \xrightarrow{\longrightarrow} \text{SiO}^- + \text{H}^+$$
 (2.43)

この固体表面に生成された表面電荷に対して,界面付近にいる電解質(液体)中の対イオンは表面電荷が つくる電場によって引き付けられ,電気二重層を形成する.序論で述べた EOF(Electro Osmotic Flow) マイクロボンプはこの電気二重層に電界を与えることで,この個体壁に付着したイオンを引き寄せ,粘 性によって流路中心付近の流体を輸送する.電気二重層は壁面遠方で0 mV,壁面上で最大となる指数 関数的な電位分布を持つ.この壁面上での電位をゼータ電位 ζ と呼ぶ.ここで,マクロな流れでは固体 壁面上の流れは粘性が支配的となる境界層として扱われる.流れの代表長さが電気二重層と同等となる 場合,この境界層の粘性は電気二重層により変化し得ることが報告されている.Macaulay $G^{(97)}$ は平 行ガラス板の 0.25 µm の隙間における水の粘度がマクロスケールの値の 10 倍となることを報告した. Umehara $G^{(98)}$ は流体潤滑における電気二重層の影響を理論的に導出し,見かけの粘度 μ_a が以下の式 で表されることを示した.

$$\mu_a = \mu + \frac{3^2 \zeta^2 \left\{ 3 - \frac{2}{\kappa_b} (1 - e^{-\kappa_b h/2}) \right\}}{4\pi \lambda h^3}$$
(2.44)

ここで, κ はボルツマン定数, λ は導電率, ε は誘電率, h は隙間高さである.式 (2.44) 第 2 項より, サ イズが小さくなるほど見かけの粘度 μ_a は急激に大きくなることが分る.h がサブナノスケール(数 100 nm)の場合,見かけの粘度はマクロスケールのおよそ 10^{20} 倍程度と見積もられる.本研究のマイク ロポンプにおいて,流路内部が電気二重層で満たされた場合,イオンの濃度分布とその固体に付着す る引力が支配的となり,式 (2.44) に示したように粘度が増大し,本来の性能を示さないと考えられる. Gouy-Chapman モデル⁽²⁾ によると 25 の液体の電気二重層厚さ $1/\kappa$ は

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{0.304}{z\sqrt{C}} \text{ [nm]}$$
(2.45)

となる.ここで, *z* は溶媒の価電子数, *C* は電解質濃度である.*z* = 1 の場合, *C* = 10^{-4} , 10^{-3} , 10^{-2} , 10^{-1} および 1 mol/l に対して, $1/\kappa = 30.4$, 9.71, 3.04, 0.971 および 0.304 nm に相当する. 従って, 流路内部が電気二重層で満たされる流路のサイズは希薄気体効果を考慮した場合と同等の数 10 nm となり,現状としてそのようなサイズのポンプ実現の可能性は低い.電気二重層が一般的な固体壁面の境界条件とみなすために,流路の代表長さに対して十分小さい 1/100 程度であるとすれば,本研究のマイ

クロポンプが電気二重層の影響を受けない最小寸法は約1 μm となる.

(3) 表面張力の影響

ミクロな流体において,重要となる表面力に表面張力がある.また,液体が固体表面と接触する場合, 固体表面の濡れ性により液体は固体表面とある角度を持って接触する.マイクロ流路内部に液体の界面 が存在するとき,液体の凝集力による表面張力と固体表面の濡れ性によって毛細管現象が起こる.毛細 管現象はガラス管などを液面に垂直に浸したとき,管内の界面が上昇もしくは下降する現象のことであ る.このときの界面の上昇(下降)高さhは下式で表される.

$$h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho gr} \tag{2.46}$$

ここで, σ は液体の表面張力, ρ は液体の密度, r は管の半径である.例えば r = 1.0 mmのガラス管を水に垂直に浸した場合,水の表面張力 $\sigma = 72 \text{ mN/m}$ (20),接触角 $\theta = 20$ °として,ガラス管内の液面高さ h は約 14 mm 上昇する.マイクロポンプの入口管,出口管にこの様な界面が存在した場合,ポンプは上記の毛細管現象による液体を引張る(押出す)力より大きな圧力を発生しなけらば流体輸送は不可能である.式 (2.46)より,毛細管現象により発生する圧力は以下の式で表される.

$$\Delta P = \frac{2\sigma\cos\theta}{r} \tag{2.47}$$



Fig. 2.38 管径と表面張力の関係; $\sigma = 72 \text{ mN/m}$ (破線はポンプの性能).

(4) 表面粗さの影響

通常,層流流れにおける管摩擦損失係数 λ は理論値 $\lambda = 64/Re$ より求められ,流路の表面粗さには 影響しない.近年,マイクロ流路の単相流動に関して多くの実験的研究が行われており⁽²⁾,それらによ ると理論値に比べ高い値や,低い値を示し,Re = 2300 以下で乱流遷移するものが報告されている.こ れは流路製作上の寸法精度や管路壁面の表面粗さが影響するとされている.一方でOhtake 6⁽²⁾, Yang 6⁽⁹⁹⁾によると,流路寸法や表面粗さを正確に測定することで,サブミリサイズ($a > 100 \,\mu\text{m}$)の流路 で管摩擦損失係数は理論値と一致することを示している.従って,本研究のマイクロポンプを小型化す る場合,流路サイズや,表面粗さを正確に把握しなければ,本来の性能を得られない可能性がある.そ こで,特性試験用のマイクロポンプ流路と同様の材料,加工方法で試験片を削り出し,走査型原子間力 顕微鏡を用いてその表面の状態を把握した.測定結果より,マイクロポンプ流路の表面は刃物の送りに よる高さ 3~4 µm 程度の周期的な段差が確認でき,このときの算術平均粗さ Ra は2 µm であった.こ こで,Tao 6⁽¹⁰⁰⁾の管径 50~500 µm の管摩擦損失測定実験によると,粗さを代表長さで除した ε/D が 4.1,5.9 % の場合は層流理論解と一致せず,1 % の場合では理論値と良く一致したとある.本研究 のマイクロポンプは ε/D は最大で 0.8 % ($D = 250 \,\mu\text{m}$, = 2 µm)となり,表面粗さによる管摩擦 損失の増大は考慮する必要はないと考えられる.従って,表面粗さによる最小寸法は存在しないが,小 型化を考慮する場合,機械加工では加工可能な寸法の限界や表面粗さが顕著となるため微細加工技術を
用いて小型且つ平滑な流路を製作する必要がある.

(5) キャビテーションの影響

マイクロ流路では,流路の断面方向の長さに比べて流路長さが非常に長く,流路長さが流路高さの 1000 倍以上となる場合もある.マクロスケールにではこのような流れは海底パイプラインやガスクロマ トグラフィのカラムなどに限られる.このようなマイクロ流路では管摩擦損失により流路入口と出口で の圧力差が大きくなる.通常,圧力によって流体を押し出す場合は入口側に高圧を与えて低圧側となる 出口へ流体を輸送するが,本研究のような振動流を用いたマイクロポンプの場合,出口側から入口側へ 流れる逆流を含む.このとき,入口側では出口側より低圧となり,マイクロ流路のように圧力差が大き くなる場合,キャビテーションの発生が考えられる.キャビテーションの発生はポンプ性能の低下,作 動流体の変質,ポンプ本体の損傷などの影響が考えられ,これが発生しない条件が必要となる.ここで, 圧力損失と流路寸法の関係について述べる.非圧縮性層流流れの場合の流路の圧力損失 ΔP は以下のよ うに示され,流路内部の流れの Reynolds 数を用いて表すと

$$\Delta P = \frac{65}{Re} \frac{L}{d_{eq}} \frac{\rho \bar{v}^2}{2} \tag{2.48}$$

$$= 32\rho\nu^2 \frac{L}{d_{eq}{}^3}Re \tag{2.49}$$

となる.ここで L は流路長, d_{eq} は等価直径である.式 (2.49) より,相似な形状の流路であれば圧力損 失は等価直径 d_{eq} の -2 乗に比例することが分る.ここで,キャビテーションは流体の圧力が飽和蒸気 圧 P_{vap} 以下となった場合に発生するため,流路出口の圧力が大気圧 P_{atm} である場合,圧力損失 ΔP が

$$\Delta P < P_{\rm atm} - P_{\rm vap} \tag{2.50}$$

の式を満たせばキャビテーションは発生しないと考えられる.大気圧 $P_{\rm atm} = 1013$ hPa , 25 のとき 水の飽和蒸気圧 $P_{\rm vap} = 2339$ Pa のとき, $\Delta P < 9896$ Pa となる.図 2.39 に作動流体が水,本研究のマ イクロポンプの出口側流路の形状より $L/d_{eq} = 20$ として,式 (2.49) の流路サイズと圧力損失の関係を 異なる Re ごとに示す.図中赤の破線は $\Delta P = 9896$ Pa を示す.図より,流路の寸法が小さくなるほど 圧力損失は大きくなり,また大きな Re であるほど大きな圧力損失を示す.ここで 2.4.1 項で示した Reは体積変動部から発生する流れの Re であり,式 (2.49) 中の Re に相当する.従って,マクロポンプの 駆動条件である $Re = 100 \sim 1000$ の場合では,流路のサイズがおよそ 22 ~ 70 µm 以下でキャビテーショ



Fig. 2.39 流路サイズと圧力損失の関係;(破線は飽和蒸気圧).

ンが発生する可能性があり,この寸法が本研究のマイクロポンプが機能する最小のサイズであると考え られる.しかしながら,図2.39 では *L*/*d_{eq}*をポンプ本体の流路のみで考えたため,実際は出口側にマイ クロチャンネルを持つ流路が設置される可能性がある.このとき流路は上で述べたサイズより大きくす る必要がある.または,ポンプ出口直後に空気室を設けて振動流を抑制するなどの改良が必要と考えら れる.さらに,このような高圧から低圧まで発生させるためには強力なアクチュエータが必要となる.

第3章 理論解析

3.1 1次元準定常解析

本バルブレスマイクロポンプはディフューザ形状流路をもつ単純な構造であり,シンプルな解析モデ ルを構築することでポンプの流体輸送を表現できれば,メカニズムの解明や,ポンプの性能予測に有効 であると考えられる.本節ではディフューザ型バルプレスマイクロポンプ内の流れを非定常 Bernoulli 式で1次元にモデル化することで,ポンプ駆動部とポンプ出入口のエネルギーおよび質量の関係式を示 す.関係式を提示した後,形状によって決定されるパラメータの説明および,このモデルによるポンプ 出入口の流速およびポンプ特性の計算方法について説明する.さらに,モデル式を無次元化することで, 次元解析で得られた無次元特性との関係について触れる.

3.1.1 基礎方程式

ディフューザ型バルブレスマイクロボンプのモデルを図 3.1 に示す.ポンプ流路は等価な管路系として置き換え,ポンプの内部流れは層流流れ,非圧縮性の準定常流れとする.管路抵抗,ディフューザ・ノズル要素の抵抗を考慮し,吐出し過程および吸込み過程を分岐管,合流管問題として扱う.図中1,2,3 印はそれぞれマイクロポンプの体積変動部,流入口,流出口に対応し,2,3 の点での流れは静止しているとする.マイクロポンプの入力条件として,点1の体積変動部からの断面平均流速 v_1 が周期的に変動する.また,点1,2間と点1,3間はそれぞれ同一流線上にあるとし,速度の正方向はそれぞれの矢印の方向とする.流路中の斜線部はディフューザ・ノズル要素となり,流れ方向によって流動抵抗が異なる.体積変動部(図中1)からの流速を既知とし,ポンプ流出口(図中2)の流速を求める.また,作動流体の密度,粘性係数は ρ , μ とする.ここでは簡単のため,図3.1のそれぞれの位置の変数は添字1,2,3で示す.

マイクロポンプは図 3.1 の 1 の体積変動部から流入出した流体が 2,3 のポンプ入口,出口へと吐出し,吸込みを行う.この体積変動部からの振動流が正弦波状に変化するとき,1,2,3 の間では以下の



Fig. 3.1 マイクロポンプ1次元モデル.

ように連続の式が成り立つ.

$$A_1 \bar{v}_a \sin(2\pi f t) = A_2 \bar{v}_2 + A_3 \bar{v}_3 \tag{3.1}$$

ここで, $\bar{v}_1 = \bar{v}_a \sin(2\pi ft)$ であり v_a は振動流の平均速度の振幅,fは駆動周波数, A_1 は体積変動部から流入出する孔の断面積, A_2 , A_3 はポンプ流路の入口側,出口側流路の断面積である.

マイクロポンプの流路は流れ方向によって流動抵抗が異なる非対称な特性を示すため,体積変動部の 吐出し過程,吸込み過程に分けて,各点間のエネルギーの関係式を求める.マイクロポンプ吐出し過程 における点 1→2 間,点 1→3 間の非定常 Bernoulli 式を求める.

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{\bar{v}_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \int_1^2 \frac{\partial \bar{v}_2}{\partial t} dx + \frac{P_{loss,1,2}}{\rho}$$
(3.2)

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{\bar{v}_1^2}{2} = \frac{p_3}{\rho} + \int_1^3 \frac{\partial \bar{v}_3}{\partial t} dx + \frac{P_{loss,1,3}}{\rho}$$
(3.3)

ここで, *P*_{loss,1,2} は点 1→2 間の圧力損失であり, *P*_{loss,1,3} は点 1→3 間の圧力損失である. 同様に,マ イクロポンプ吸込み過程における点 2→1 間,点 3→1 間の非定常 Bernoulli 式を求める.

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{\bar{v}_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \int_2^1 \frac{\partial \bar{v}_2}{\partial t} dx - \frac{P_{loss,2,1}}{\rho}$$
(3.4)

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{\bar{v}_1^2}{2} = \frac{p_3}{\rho} + \int_3^1 \frac{\partial \bar{v}_3}{\partial t} dx - \frac{P_{loss,3,1}}{\rho}$$
(3.5)

ここで, $P_{loss,2,1}$ は点 $2 \rightarrow 1$ 間の圧力損失であり, $P_{loss,3,1}$ は点 $3 \rightarrow 1$ 間の圧力損失である.式(3.2),(3.3)

より点2,3間の吐出し過程,式(3.4),(3.5)より点2,3間の吸込み過程の関係式を得る.

$$\frac{p_2}{\rho} + \int_1^2 \frac{\partial \bar{v}_2}{\partial t} dx + \frac{P_{loss,1,2}}{\rho} = \frac{p_3}{\rho} + \int_1^3 \frac{\partial \bar{v}_3}{\partial t} dx + \frac{P_{loss,1,3}}{\rho}$$
(3.6)

$$\frac{p_2}{\rho} + \int_2^1 \frac{\partial \bar{v}_2}{\partial t} dx - \frac{P_{loss,2,1}}{\rho} = \frac{p_3}{\rho} + \int_3^1 \frac{\partial \bar{v}_3}{\partial t} dx - \frac{P_{loss,3,1}}{\rho}$$
(3.7)

式 (3.6), (3.7) をまとめて以下のように表す.

$$\frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 L_{eq,2} \frac{\partial \bar{v}_2}{\partial t} + \frac{\Delta P_2}{\rho} = \frac{p_3}{\rho} + \alpha_3 L_{eq,3} \frac{\partial \bar{v}_3}{\partial t} + \frac{\Delta P_3}{\rho}$$
(3.8)

ここで,両辺の第2項の α₂, α₃ は運動量拡大率, L_{eq,2}, L_{eq,3} は等価管路長を表す.式 (3.1) と式 (3.8) が本マイクロポンプ1次元準定常解析モデルの基礎方程式となる.以下に式 (3.8) に含まれる,形状か ら決定されるパラメータについて説明する.

粘性流れは速度分布をもち,この不均一な分布から求められる運動量の拡大率が α_2 , α_3 であり,平均 速度の二乗と断面上の速度の二乗を平均した値の比から得られる $^{(101)}$.円管の場合は $\alpha = v^2/(\bar{v})^2 = 4/3$ となる.本マイクロポンプの流路は矩形断面であるため以下の速度分布 $v_{(y,z)}$ の式は

$$v_{(y,z)} = -\frac{16b_h^2 P}{\mu \pi^3} \left\{ \frac{\cosh(\pi y/2b_h)}{\cosh(\pi a_w/2b_h)} \cos(\pi z/2b_h) - \frac{1}{3^3} \frac{\cosh(3\pi y/2b_h)}{\cosh(3\pi a_w/2b_h)} \cos(3\pi z/2b_h) + \cdots \right\} + \frac{P}{2\mu} (b_h^2 - z^2)$$

となる (102). 上式で, y, z は流路断面上の幅方向と高さ方向であり, $2a_w$ 及び $2b_h$ は流路幅, 高さを 示す.ここで本マイクロポンプの入口側, 出口側流路幅をa, 5a, 流路高さをaとすると, α_2 , α_3 は速 度分布 $v_{(y,z)}$ の式を用いて以下のように表される.

$$\alpha_2 = \left(\int_0^{a/2} \int_0^a v_{2(y,z)}^2 dy dz / A_2^2\right) / \left(\int_0^{a/2} \int_0^a v_{2(y,z)} dy dz / A_2\right)^2$$
(3.9)

$$\alpha_3 = \left(\int_0^{5a/2} \int_0^a v_{3(y,z)}^2 dy dz / A_2^2\right) / \left(\int_0^{a/2} \int_0^a v_{3(y,z)} dy dz / A_2\right)^2$$
(3.10)

等価管路長 L_{eq,2}, L_{eq,3}は,管路断面が流れ方向の途中で変化する場合の,慣性力の変化に対して等価となる管路長であり,

$$L_{eq} = A_0 \int_L \frac{1}{A_{(x)}} dx$$

で表される.ここで,xは管路長さ方向,Lは管路の実長さ, A_0 は断面積が変化する流路の基準となる

断面であり,通常は代表流速をとる断面と同一とする.従って,等価管路長 $L_{eq,2}$, $L_{eq,3}$ は

$$L_{eq,2} = L_2$$

$$L_{eq,3} = A_3 \left(\int_0^{L_3} \frac{1}{A_3} dx + \int_0^{L_{\rm DN}} \frac{1}{A_2 + x(A_3 - A_2)/L_{\rm DN}} dx \right)$$

$$= L_3 + L_{\rm DN} \frac{A_3}{A_3 - A_2} \log \frac{A_3}{A_2}$$
(3.12)

となる.

式 (3.8)の両辺第3項目は流路に発生する圧力損失である.本解析において考慮する圧力損失は,流 路形状による圧力損失,管摩擦損失,流路端の流入出損失であり, ΔP_2 , ΔP_3 はこれらを総和したもの である.従って,

$$\Delta P_2 = \Delta P_{\text{Channel},2} + \Delta P_{\text{out}} \tag{3.13}$$

$$\Delta P_3 = \Delta P_{\rm DN} + \Delta P_{\rm Channel,3} + \Delta P_{\rm in} \tag{3.14}$$

と表される.ここで, $\Delta P_{\text{Channel},2}$, $\Delta P_{\text{Channel},3}$ は管摩擦による圧力損失であり, ΔP_{out} , ΔP_{in} はポン プ流路の出口,入口部分で発生する圧力損失, ΔP_{DN} はディフューザ・ノズル要素で発生する圧力損失 である.中でも, ΔP_{DN} はポンプ流路の非対称性を表現する項であり,本解析において最も重要な部分 である.これらは全て定常流における圧力損失とする.流路内の流れが層流の場合の管摩擦による圧力 損失は Darcy-Weisbach の式と Hagen-Poiseulli の法則による管摩擦損失係数 $\lambda = 64/Re$ より得られる が,矩形断面であるため,円管との管摩擦損失係数比 k を加えて以下のようにして求められる⁽¹⁰²⁾.

$$\Delta P_{\rm Channel} = k \frac{64}{Re} \frac{L}{D_{\rm eq}} \frac{\bar{v}^2}{2} \tag{3.15}$$

ここで, $Re(=D_{eq}|\bar{v}|/\nu)$ は Reynolds 数, L は実流路長, $D_{eq}(=4A/W)$ (Aは断面積, W は流路の濡 れぶち長さ)は等価水力直径である.管摩擦損失係数比 k は上述の矩形管の速度分布の式から得られ,

$$k = \frac{3/2}{(1+\varepsilon)^2 \left\{ 1 - \frac{192\varepsilon}{\pi^5} \left(\tanh \frac{\pi}{2\varepsilon} + \frac{1}{3^5} \tanh \frac{\pi}{2\varepsilon} + \cdots \right) \right\}}$$

で求められる.ここで, $arepsilon=b_h/a_w$, $m=b_h/(1+arepsilon)$ であり, $2a_w$, $2b_h$ は流路の幅と高さである.よっ

て、ポンプ両側の流路で発生する管摩擦による圧力損失 $\Delta P_{ ext{Channel},2}$, $\Delta P_{ ext{Channel},3}$ は

$$\Delta P_{\text{Channel},2} = k_2 \frac{64\nu}{D_{\text{eq},2}|\bar{v}_2|} \frac{L_2}{D_{\text{eq},2}} \frac{\bar{v}_2|\bar{v}_2|}{2}$$
$$= 32 \frac{k_2 \nu L_2}{D_{\text{eq}}^2} \bar{v}_2 \tag{3.16}$$

$$\Delta P_{\text{Channel},3} = 32 \frac{k_3 \nu L_3}{D_{\text{eq}}^3} \bar{v}_3 \tag{3.17}$$

となる.次に,ポンプ流路の出口,入口部分で発生する圧力損失 ΔP_{out} , ΔP_{in} は,管路入口部に丸味の 無い場合の管路入口の圧力損失係数 $\zeta = 0.5$ と,管路出口の圧力損失係数 $\zeta = 1$ を適用する.ここで速度 の二乗を含む圧力損失の場合,式 (3.8) へ適用するために流れ方向を考慮して記述する.従って, ΔP_{out} , ΔP_{in} は,

$$\Delta P_{\rm out} = \zeta_{\rm end,2} \frac{\bar{v}_2 |\bar{v}_2|}{2} \tag{3.18}$$

$$\Delta P_{\rm in} = \zeta_{\rm end,3} \frac{\overline{v}_3 |\overline{v}_3|}{2} \tag{3.19}$$

$$\zeta_{end,2},\,\zeta_{end,3} = \begin{cases} 1 & (\bar{v}_2 \ge 0,\,\bar{v}_3 \ge 0) \\ 0.5 & (\bar{v}_2 < 0,\,\bar{v}_3 < 0) \end{cases}$$

から求められる.最後に,ディフューザ・ノズル要素で発生する圧力損失 $\Delta P_{\rm DN}$ は式 (3.18) と同様に, ディフューザ方向流れの圧力損失係数 ζ_D とノズル方向流れの圧力損失係数 ζ_N を用いる.ディフュー ザ・ノズル要素の圧力損失を求める際の代表流速は要素内で最も流速の高くなる絞られた部分とする. よって,

$$\Delta P_{\rm DN} = \zeta_{\rm DN} \left(\frac{A_3}{A_2}\right)^2 \frac{\bar{v}_3 |\bar{v}_3|}{2}$$

$$\zeta_{DN} = \begin{cases} \zeta_D & (\bar{v}_3 \ge 0) \\ \zeta_N & (\bar{v}_3 < 0) \end{cases}$$
(3.20)

と表される.ここで,ディフューザ・ノズル要素の広がり角度が小さい場合,ノズル方向流れの損失は ほぼ無視でき,摩擦損失のみになる⁽¹⁰⁵⁾.従って,この場合,ディフューザ方向流れの圧力損失係数 ζ_N は管摩擦による圧力損失の式 (3.15)より

$$\zeta_N = \int_0^{L_{\rm DN}} k_{(x)} \frac{64}{Re_{(x)}} \frac{1}{D_{\rm eq,(x)}} dx$$
(3.21)

となる.

以上で求められた本マイクロポンプ1次元準定常解析モデルの基礎式 (3.1)(3.8) と,入力条件,形状 条件より決定される各種パラメータより,各時刻の,振動流によるポンプ入口,出口の圧力もしくは速 度の関係が明らかになる.本節の1次元準定常解析モデルは,流路の詳細な形状を圧力損失係数として 扱って単純化している.従って,ディフューザ・ノズル型バルブレスマイクロポンプのみならず様々な 非対称流路をもつバルブレスマイクロポンプに対して,その損失係数を明らかにすれば,本モデルが適 用可能である.次節に非対称流路の圧力損失係数 *ζ_D*,*ζ_N* について述べる.

3.1.2 非対称流路の圧力損失係数

マイクロポンプの1次元準定常解析の計算をするには,あらかじめポンプの流路形状から求められる 定数を決定しなければならない.前項にて説明したように,マイクロポンプの流路長さなどの定数は, 実際のポンプの値を適用すればよい.また,出口・入口損失係数は定数として決定されているが,非対 称流路であるディフューザ・ノズル要素のディフューザ方向流れの損失係数,ノズル方向流れの損失係 数は求める必要がある.ハンドブックなどからは参考となる値が記載されているが,本マイクロポンプ の様な平面的に広がる管に層流を流す場合の詳細な値に関しては不明である.そこで,ディフューザ方 向流れの損失係数,ノズル方向流れの損失係数を CFD による数値実験によって求める.ここでの損失 係数は1次元準定常解析に適用するため,すべて定常流に対する値とする.

(1) 計算条件

計算の概略図を図 3.2 に示す.ディフューザ方向流れ,ノズル方向流れ解析のモデル図を図 3.3 に示 す.計算の対象となる流路形状は広がり角度 $\alpha = 50$ °となるディフューザ・ノズル要素をもつ,入口側, 出口側に十分な長さをとった流路である.流れ方向の位置 x は,ディフューザ・ノズル要素の断面積の小 さい端が 0 となる.モデルの格子数は 807,515 である.数値実験は定常の層流流れで実行し,流入境界 条件に流量 q,流出境界条件に圧力として 0 Pa (ゲージ圧として)を与える.流入境界条件はディフュー ザ方向,ノズル方向流れにおいて,要素内で同等の流速とするため,10 ml/min,20 ml/min となる 質量流量を与えて実施した.作動流体は密度が 997 kg/m³,粘度が 1.002×10⁻³ Pa·s の水とした.計 算は汎用流体解析コード CFX-11*1を用いて行われた.得られた計算結果より,x方向位置に対する断面 の全圧と静圧の質量平均を示す.これよりディフューザ・ノズル要素の圧力降下を求め,ディフューザ 損失係数,ノズル損失係数を計算する.損失係数ζは求められた圧力損失より以下の式から求められる.

$$\zeta = \frac{2\Delta P}{\rho \bar{v}^2} \tag{3.22}$$

ここで, *ΔP*はディフューザ・ノズル要素の圧力降下, *v*は断面平均流速, 断面積が変化する場合は高速側つまり断面積の小さい位置での速度を代表流速として適用する.

^{*1}3.2.1 にて説明



Fig. 3.2 ディフューザ形状流路の定常流れ計算概略図.



Fig. 3.3 ディフューザ形状流路の計算モデル.

(2) 計算結果と考察

計算結果を図 3.4 に示す.グラフは,流れ方向の位置 x における質量平均した全圧と静圧を示してい る.また,それぞれの結果において,下流の十分に流れが安定した位置から,上流に向けて水力勾配線 を示す.図 3.7 に流入条件が 20 ml/min の場合のディフューザ方向流れ,ノズル方向流れの状態を示 す.計算結果より,ディフューザ方向の流れにおいて圧力回復が,ノズル方向の流れでは急激な圧力低 下が見られ,定常流のもとにおいて,ディフューザ・ノズル要素は一般的な管路のディフューザ,ノズ ルとしての流体要素として機能することが分かる.さらに,ディフューザ方向流れにおいては壁面では く離が発生し,渦が対になって発生している事が確認できる.一方,ノズル方向流れにおいては断面積 の小さくなるくびれ部で縮流が発生している.ここで,ディフューザ・ノズル部による圧力降下は,要 素上流位置における全圧と要素下流位置における水力勾配線の圧力の差である.ノズル方向流れに関し ては,縮流が発生している位置と体積変動部の位置が一致しているため,今回のノズル損失の計算にお いては,要素上流位置の全圧と下流位置の全圧の差から圧力降下を求める.表3.1 に計算により得られ た圧力降下と,式(3.22)を用いて求めた圧力損失係数を示す.

表 3.1 より,ディフューザの圧力損失係数はほぼ 0.55 と,いずれの流量でも同様の値を示した.ここで,得られたディフューザ損失係数 ζ_D について,広がり角度やディフューザの長さに依存する損失係数 ξ を求める.損失係数 ξ とディフューザ損失係数 ζ_D は以下の関係を持つ ⁽¹⁰⁵⁾.

$$\zeta_{\rm D} = \xi \left(1 - \frac{A_2}{A_3} \right)^2 \tag{3.23}$$

従って,本マイクロポンプのディフューザ・ノズル要素($2\alpha = 50$ °)のディフューザ方向流れの場合 $\xi = 0.675$ となる.図2.17より,ディフューザ広がり角度が増加するにつれて損失係数は増加し,正方 形断面のディフューザの場合も同様の傾向を示し,損失係数 ξ は広がり角度 $2\theta < 40^{\circ}$ の場合 $\xi > 1.0$ と なる⁽¹⁰⁵⁾.本マイクロポンプは $2\alpha = 50^{\circ}$ であるため,一般的なディフューザに比べ低い損失係数であ る.この原因として,本マイクロポンプのディフューザの断面形状は高さに比べ幅が広い2次元的な形 状であり,損失係数増大の要因である流れのはく離も2次元的になるためと考えられる.よって,1次 元準定常解析モデルの式(3.20)には $\zeta_{\rm D} = 0.55$ を適用する.

表 3.1 より, ノズルの圧力損失係数 ζ_N は流量によって異なる値を示している.一般的にノズル形状の管内流れでは,ノズル形状による損失は小さく,ほとんど摩擦損失のみである.そこで確認のため,ノズル方向流れの摩擦損失係数を式(3.21)より求め,数値実験により得られた損失係数と比較する.式





(3.21) より ζ_N は流量 q が 10 ml/min の場合に $\zeta_D = 0.15$, 20 ml/min の場合に $\zeta_D = 0.3$ となり,計 算から得られた損失係数とほぼ同等の値が求められた.よって,ノズル方向流れの圧力損失係数は壁面 の摩擦損失のみで説明でき,1次元準定常解析モデルには式 (3.21) が適用できることが確認された.



Fig. 3.5 ディフューザ・ノズル要素内部の定常流れ分布計算結果.

Table 3.1	圧力降下,	圧力損失係数計算結果

	Pressure drop, ΔP Pa	Pressure loss coefficient, ζ
Nozzle direction , 10 ml/min	6.9	0.32
$20 \mathrm{ml/min}$	8.8	0.1
Diffuser direction , 10 $\rm ml/min$	11.9	0.55
$20 \mathrm{ml/min}$	47.1	0.54

3.1.3 計算方法

式 (3.1), (3.8) より, 駆動条件や形状条件から決定されるパラメータを除くと,未知数は入口,出口 の圧力 p_2 , p_3 と流速 \bar{v}_2 , \bar{v}_3 の 4 つである.従って,解を得るためには 4 つの未知数のうち 2 つを境界 条件として決定しなければならい.ここでは境界条件としてポンプ両端の圧力が決定されているとして 式 (3.1), (3.8) の解を求める.しかしながら,前節で求められた関係式 (3.8) に含まれる圧力損失の項は 非線形であり解を求めるのは困難である.そこで Newton 法による反復計算によって解を求める.ここ で,Newton 法はある関数 F(x) = 0 の解を求めるための逐次近似法による解法であり,反復計算により 収束を得た値 x がその解となる.これは任意の値 x_0 について F(x) を Taylor 展開した式が基となって いる.以下にその式を示す.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{F(x_n)}{F'(x_n)}$$
(3.24)

添字 n は計算回数を示す.

Newton 法へ適用するために,式 (3.8)を以下のように一般化する.

$$\frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 L_{eq,2} \frac{\partial \bar{v}_2}{\partial t} + f_{c2} \bar{v}_2 + \sum \zeta_2 \frac{\bar{v}_2 |\bar{v}_2|}{2} = \frac{p_3}{\rho} + \alpha_3 L_{eq,3} \frac{\partial \bar{v}_3}{\partial t} + f_{c3} \bar{v}_3 + \sum \zeta_3 \frac{\rho \bar{v}_3 |\bar{v}_3|}{2}$$
(3.25)

ここで, f_{c2} , f_{c3} は管摩擦損失の式 (3.16), (3.17) 中の速度に掛かる係数を示し, $\sum \zeta_2$, $\sum \zeta_3$ はポンプ 入口側,出口側流路の形状によって発生する圧力損失係数の総和である.よって $\sum \zeta_2 = \zeta_{end,2}$ であり, $\sum \zeta_3$ は式 (3.19), (3.20) 中の損失係数の和である. Δt を非定常計算の時間刻みとして,上式両辺第2項 の時間微分項を前進差分近似を用いて表し,また,式 (3.1) を適用する.

$$\begin{aligned} \frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 L_{eq,2} \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_2|_{t-\Delta t}}{\Delta t} + f_{c2} \bar{v}_2 + \sum \zeta_2 \frac{\bar{v}_2 |\bar{v}_2|}{2} \\ &= \frac{p_3}{\rho} + \alpha_3 L_{eq,3} \frac{A_1'(\bar{v}_1 - \bar{v}_1|_{t-\Delta t}) - A_2'(\bar{v}_2 - \bar{v}_2|_{t-\Delta t})}{\Delta t} \\ &+ f_{t3} (A_1' \bar{v}_1 - A_2' \bar{v}_2) + \sum \zeta_3 \frac{(A_1' \bar{v}_1 - A_2' \bar{v}_2) |A_1' \bar{v}_1 - A_2' \bar{v}_2|}{2} \end{aligned}$$

ここで, A'_1 , A'_2 はポンプ入口側流路の断面積 A_3 を基準にした断面積比であり, $A'_1 = A_1/A_3$, $A'_2 = A_2/A_3$ である.上式を整理することで Newton 法に適用する関数 $F(\bar{v}_2)$ が得られる.

$$F(\bar{v}_2) = \frac{p_2 - p_3}{\rho} + (\alpha_2 L_{eq,2} + A'_2 \alpha_3 L_{eq,3}) \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_2|_{t - \Delta t}}{\Delta t} - A'_1 \alpha_3 L_{eq,3} \frac{\bar{v}_1 - \bar{v}_1|_{t - \Delta t}}{\Delta t} + (f_{c2} + A'_2 f_{c3}) \bar{v}_2 - A'_1 f_{c3} \bar{v}_1 + \sum \zeta_2 \frac{\bar{v}_2 |\bar{v}_2|}{2} - \sum \zeta_3 \frac{(A'_1 \bar{v}_1 - A'_2 \bar{v}_2) |A'_1 \bar{v}_1 - A'_2 \bar{v}_2|}{2}$$
(3.26)

次に式 (3.26) を \bar{v}_2 について微分し, $F'(\bar{v}_2)$ を得る.

$$F'(\bar{v}_2) = \frac{\alpha_2 L_{eq,2} + A'_2 \alpha_3 L_{eq,3}}{\Delta t} + f_{c2} + A'_2 f_{c3} + \sum \zeta_2 \frac{|\bar{v}_2| + \operatorname{sgn}(\bar{v}_2) \bar{v}_2}{2} \\ - \sum \zeta_3 \frac{-A'_2 |A'_1 \bar{v}_1 - A'_2 \bar{v}_2| - A'_2 \operatorname{sgn}(A'_1 \bar{v}_1 - A'_2 \bar{v}_2) (A'_1 \bar{v}_1 - A'_2 \bar{v}_2)}{2}$$

ここで, sgn(x) は符号関数であり,以下のその関係を示す.

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ -1 & (x < 0) \end{cases}$$
$$\operatorname{sgn}(x) = \frac{d|x|}{dx}$$
$$|x| = \operatorname{sgn}(x)x$$

従って, $F'(\bar{v}_2)$ は

$$F'(\bar{v}_2) = \frac{\alpha_2 L_{eq,2} + A'_2 \alpha_3 L_{eq,3}}{\Delta t} + f_{c2} + A'_2 f_{c3} + \sum \zeta_2 |\bar{v}_2| + \sum \zeta_3 A'_2 |A'_1 \bar{v}_1 - A'_2 \bar{v}_2|$$
(3.27)

となる.よって,Newton 法の式 (3.24) に式 (3.26), (3.27) を適用し,反復計算を行うことで,ある時間 t での \bar{v}_2 が求められる.このときの \bar{v}_3 は式 (3.1) を用いて求めることができる.反復計算は初期条件 $\bar{v}_2 = \bar{v}_2|_{t-\Delta t}$ ($\bar{v}_2|_{t=0}$ の場合は初期条件 $\bar{v}_2 = 0$)を与えて実行する.

以上の Newton 法による計算によって式 (3.1), (3.8)の解を求めることができる.上記計算方法では ポンプ入口,出口の圧力を境界条件として与えることで,体積変動部からの振動流に対するポンプ入口, 出口での流速の変化が得られる.従って,この得られた流速を式 (2.5)に基づいて1周期で積分をするこ とで,ポンプの正味流量が得られる.1周期あたりのポンプの正味流量 Q_{net}は以下の式より求められる.

$$Q_{\rm net} = \frac{1}{T} \int_0^T A_2 \bar{v}_2 \, dt \tag{3.28}$$

ポンプ出口流速の計算は初期条件 t = 0 で実行され,そのとき正味流量 Q_{net} を毎周期計算し,収束した時点で計算終了とする.以上の計算の流れを図 3.6 に示す.図の ε_1 は Newton 法による反復計算の収束条件, ε_2 は正味流量計算における収束条件である.またポンプ全揚程の計算は, $p_2 = 0$, $p_3 = 0$ の条件で計算した後,ポンプ出口側圧力 p_2 を dp 増加させて計算を行い,これを繰り返して計算された正味流量 Q_{net} が 0 ml/min 以下になったときに,その直前の計算に使用した $p_2 - dp$ と $p_2 - 2dp$ から線形補外して求めた.また,本計算方法はプログラムによって実行され,プログラムは Fortran 言語で作成した^{*2}.

^{*2}付録 A.4 参照



Fig. 3.6 1次元準定常解析の計算フロー.

3.1.4 基礎方程式の無次元化

以上により得られた,マイクロポンプの1次元準定常解析モデルの基礎方程式を無次元化し流れの現象を支配するパラメータが基礎方程式の中で如何に影響するかを本項では確かめる.エネルギーの関係式 (3.8)を管摩擦損失,形状による圧力損失について詳細に表した式を以下に示す.

$$\frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 L_{eq,2} \frac{\partial \bar{v}_2}{\partial t} + \frac{32\nu L_2}{D_{eq,2}^2} \bar{v}_2 + \sum \zeta_2 \frac{\bar{v}_2 |\bar{v}_2|}{2} = \frac{p_3}{\rho} + \alpha_3 L_{eq,3} \frac{\partial \bar{v}_3}{\partial t} + \frac{32\nu L_3}{D_{eq,3}^2} \bar{v}_3 + \sum \zeta_3 \frac{\rho \bar{v}_3 |\bar{v}_3|}{2}$$
(3.29)

代表長さを流路幅a,代表速度を体積変動部の流速振幅 \bar{v}_a ,代表時間を振動流の周期T(=1/f)とすると、上式の中で、流れに影響するパラメータと形状に関するパラメータについて、以下のように無次元数を用いて表すことができる.

$$\begin{split} p &= (\rho \bar{v}_a^2) p^*, \qquad \qquad L = a L^*, \qquad \qquad d = a d^*, \\ A &= a^2 A^*, \qquad \qquad t = t^* / f, \qquad \qquad \bar{v} = \bar{v}_a \bar{v}^* \end{split}$$

これら無次元数を連続の式 (3.1) に適用すると,

$$a^{2}A_{1}^{*}\bar{v}_{a}\sin(2\pi ft^{*}/f) = a^{2}A_{2}^{*}\bar{v}_{a}\bar{v}_{2}^{*} + a^{2}A_{3}^{*}\bar{v}_{a}\bar{v}_{3}^{*}$$

$$A_{1}^{*}\sin(2\pi t^{*}) = A_{2}^{*}\bar{v}_{2}^{*} + A_{3}^{*}\bar{v}_{3}^{*}$$
(3.30)

となる.また,式(3.29)に適用すると次式が得られる.

$$\frac{(\rho \bar{v}_{a}^{2}) p_{2}^{*}}{\rho} + \alpha_{2} a L_{eq,2}^{*} \frac{\partial \bar{v}_{a} \bar{v}_{2}^{*}}{\partial (t^{*}/f)} + \frac{32\nu a L_{2}^{*}}{a^{2} D_{eq,2}^{*}} \bar{v}_{a} \bar{v}_{2}^{*} + \sum \zeta_{2} \frac{\bar{v}_{a}^{2} \bar{v}_{2}^{*} |\bar{v}_{2}^{*}|}{2} \\
= \frac{(\rho \bar{v}_{a}^{2}) p_{3}^{*}}{\rho} + \alpha_{3} a L_{eq,3}^{*} \frac{\partial \bar{v}_{a} \bar{v}_{3}^{*}}{\partial (t^{*}/f)} + \frac{32\nu a L_{3}^{*}}{a^{2} D_{eq,3}^{*}} \bar{v}_{a} \bar{v}_{3}^{*} + \sum \zeta_{3} \frac{\bar{v}_{a}^{2} \bar{v}_{3}^{*} |\bar{v}_{3}^{*}|}{2} \\
\bar{v}_{a}^{2} p_{2}^{*} + a f \bar{v}_{a} \alpha_{2} L_{eq,2}^{*} \frac{\partial \bar{v}_{2}^{*}}{\partial t^{*}} + \frac{32\nu \bar{v}_{a}}{a} \frac{L_{2}^{*}}{D_{eq,2}^{*}} \bar{v}_{2}^{*} + \bar{v}_{a}^{2} \sum \zeta_{2} \frac{\bar{v}_{2}^{*} |\bar{v}_{2}^{*}|}{2} \\
= \bar{v}_{a}^{2} p_{3}^{*} + a f \bar{v}_{a} \alpha_{3} L_{eq,3}^{*} \frac{\partial \bar{v}_{3}^{*}}{\partial t^{*}} + \frac{32\nu \bar{v}_{a}}{a} \frac{L_{3}^{*}}{D_{eq,3}^{*}} \bar{v}_{3}^{*} + \bar{v}_{a}^{2} \sum \zeta_{3} \frac{\bar{v}_{3}^{*} |\bar{v}_{3}^{*}|}{2} \\$$
(3.31)

さらに,両辺に $a/(\nu \bar{v}_a)$ を掛けて整理すると,

$$\frac{a\bar{v}_{a}}{\nu}p_{2}^{*} + \frac{a^{2}f}{\nu}\alpha_{2}L_{eq,2}^{*}\frac{\partial\bar{v}_{2}^{*}}{\partial t^{*}} + 32\frac{L_{2}^{*}}{D_{eq,2}^{*}}\bar{v}_{2}^{*} + \frac{a\bar{v}_{a}}{\nu}\sum\zeta_{2}\frac{\bar{v}_{2}^{*}|\bar{v}_{2}^{*}|}{2}$$
$$= \frac{a\bar{v}_{a}}{\nu}p_{3}^{*} + \frac{a^{2}f}{\nu}\alpha_{3}L_{eq,3}^{*}\frac{\partial\bar{v}_{3}^{*}}{\partial t^{*}} + 32\frac{L_{3}^{*}}{D_{eq,3}^{*}}\bar{v}_{3}^{*} + \frac{a\bar{v}_{a}}{\nu}\sum\zeta_{3}\frac{\bar{v}_{3}^{*}|\bar{v}_{3}^{*}|}{2}$$
(3.32)

ここで,式 (3.32)の両辺第1項と4項の係数は Reynolds 数 ($Re = a\bar{v}/\nu$),第2項の係数は Womersley 数 ($Wo = a/2\sqrt{(\omega/\nu)}$ ($\omega = 2\pi f$))であるため,次式のように書き換えられる.

$$Re p_{2}^{*} + \frac{2}{\pi} Wo^{2} \alpha_{2} L_{eq,2}^{*} \frac{\partial \bar{v}_{2}^{*}}{\partial t^{*}} + 32 \frac{L_{2}^{*}}{D_{eq,2}^{*}} \bar{v}_{2}^{*} + Re \sum \zeta_{2} \frac{\bar{v}_{2}^{*} |\bar{v}_{2}^{*}|}{2}$$
$$= Re p_{3}^{*} + \frac{2}{\pi} Wo^{2} \alpha_{3} L_{eq,3}^{*} \frac{\partial \bar{v}_{3}^{*}}{\partial t^{*}} + 32 \frac{L_{3}^{*}}{D_{eq,3}^{*}} \bar{v}_{3}^{*} + Re \sum \zeta_{3} \frac{\bar{v}_{3}^{*} |\bar{v}_{3}^{*}|}{2}$$
(3.33)

式 (3.33) より,マイクロポンプの1次元準定常モデル式は,Reynolds数,Womersley数によって,圧 力損失,ポンプ出入口の圧力,流路内部の慣性力のバランスが決定されることが分る.

ここで,得られた無次元の1次元準定常解析の式 (3.33) を1周期で積分をすることによって,前章で 求めた無次元数との関係を求める.積分を行うにあたって以下のような仮定をする.まず, \bar{v}_2^* と \bar{v}_3^* は 同位相で変化し,以下の式のように表されるとする.

$$\bar{v}_2^* = \bar{v}_{\alpha,2}^* \sin(2\pi t^*) + \bar{v}_{\delta,2}^* \tag{3.34}$$

$$\bar{v}_{3}^{*} = \bar{v}_{\alpha,3}^{*} \sin(2\pi t^{*}) + \bar{v}_{\delta,3}^{*}$$
(3.35)

ここで, $\bar{v}^*_{\alpha,2}$, $\bar{v}^*_{\alpha,3}$ はそれぞれの添字に対応した図 3.1 に示された位置での流速振幅, $\bar{v}^*_{\delta,2}$, $\bar{v}^*_{\delta,3}$ は流速の片寄りを示す.これらは無次元数であり,

$$\bar{v}_{\alpha,2} = \bar{v}_a \bar{v}^*_{\alpha,2} \,, \qquad \bar{v}_{\alpha,3} = \bar{v}_a \bar{v}^*_{\alpha,3} \,, \qquad \bar{v}_{\delta,2} = \bar{v}_a \bar{v}^*_{\delta,2} \,, \qquad \bar{v}_{\delta,3} = \bar{v}_a \bar{v}^*_{\delta,3} \,,$$

と表される.さらに流速振幅 \bar{v}_{α} ,流速の片寄り \bar{v}_{δ} は以下の関係を持つとする.

$$\tan^{-1} \frac{\bar{v}_{\delta}^*}{\bar{v}_{\alpha}^*} < 5 \,[\text{deg.}] \tag{3.36}$$

以下では,式(3.36)に示したように添字2,3で同様の式となる場合,添字2,3は省略する.全揚程が 0 Paの条件とし,ポンプ出入口の圧力は

$$p_2^* = p_3^* \tag{3.37}$$

とした.式(3.33)の両辺第4項目の絶対値表記を以下のように変更する.

$$\Sigma \zeta_2 \frac{\bar{v}_2^* |\bar{v}_2^*|}{2} \to \Sigma \zeta_2 \frac{\bar{v}_2^{*\,2}}{2} \tag{3.38}$$

$$\Sigma \zeta_3 \frac{\bar{v}_3^* |\bar{v}_3^*|}{2} \to \Sigma \zeta_3 \frac{\bar{v}_3^{*\,2}}{2} \tag{3.39}$$

このとき,損失係数 $\sum \zeta_2$, $\sum \zeta_3$ は

$$\Sigma \zeta_2 = \begin{cases} \zeta_{e,2} = 1 & (\bar{v}_2^* \ge 0) \\ -\zeta_{i,2} = -0.5 & (\bar{v}_2^* < 0) \end{cases}$$
(3.40)

$$\Sigma \zeta_3 = \begin{cases} \zeta_{e,3} = 1 + \zeta_D & (\bar{v}_3^* \ge 0) \\ -\zeta_{i,3} = -(0.5 + \zeta_N) & (\bar{v}_3^* < 0) \end{cases}$$
(3.41)

とする.以上の条件で式 (3.33) を 1 周期で積分をする.積分範囲は時間 *t* =0~*T* であるため,無次元時 間では *t** =0~1まで積分をする.従って,

$$Re \int_{0}^{1} p_{2}^{*} dt^{*} + \frac{2}{\pi} Wo^{2} \alpha_{2} L_{eq,2}^{*} \int_{0}^{1} \frac{\partial \bar{v}_{2}^{*}}{\partial t^{*}} dt^{*} + 32 \frac{L_{2}^{*}}{D_{eq,2}^{*}} \int_{0}^{1} \bar{v}_{2}^{*} dt^{*} + Re \int_{0}^{1} \sum \zeta_{2} \frac{\bar{v}_{2}^{*2}}{2} dt^{*} \\ = Re \int_{0}^{1} p_{3}^{*} dt^{*} + \frac{2}{\pi} Wo^{2} \alpha_{3} L_{eq,3}^{*} \int_{0}^{1} \frac{\partial \bar{v}_{3}^{*}}{\partial t^{*}} dt^{*} + 32 \frac{L_{3}^{*}}{D_{eq,3}^{*}} \int_{0}^{1} \bar{v}_{3}^{*} dt^{*} + Re \int_{0}^{1} \sum \zeta_{3} \frac{\bar{v}_{3}^{*2}}{2} dt^{*}$$

$$(3.42)$$

となる.両辺第1項目は式 (3.37)の境界条件より消去される.両辺第2項目の積分項は式 (3.34), (3.35) より

$$\int_0^1 \frac{\partial \bar{v}^*}{\partial t^*} dt^* = \int_0^1 \frac{\partial}{\partial t^*} \left(\bar{v}^*_\alpha \sin(2\pi t^*) + \bar{v}^*_\delta \right) dt^*$$
$$= 2\pi \bar{v}^*_\alpha \int_0^1 \cos(2\pi t^*) dt^*$$
$$= 0 \tag{3.43}$$

となり,消去される.両辺第3項目の積分項は式(3.34),(3.35)より

$$\int_{0}^{1} \bar{v}^{*} dt^{*} = \int_{0}^{1} \bar{v}_{\alpha}^{*} \sin(2\pi t^{*}) + \bar{v}_{\delta}^{*} dt^{*}$$
$$= \bar{v}_{\alpha}^{*} \int_{0}^{1} \sin(2\pi t^{*}) dt^{*} + \int_{0}^{1} \bar{v}_{\delta}^{*} dt^{*}$$
$$= \bar{v}_{\delta}^{*}$$
(3.44)

となる.両辺第4項目の積分部分は式 (3.40), (3.41)の流速の方向に依存する損失係数を含むため, \bar{v}^* の正と負の領域に分けて積分をする. \bar{v}^* は式 (3.34),式 (3.35)のように表されるため, \bar{v}^* が0となる時間 τ は

$$\tau = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \sin^{-1} \left(-\frac{\bar{v}^*_{\delta}}{\bar{v}^*_{\alpha}} \right) \tag{3.45}$$

となり, $t^* = 0 \sim \tau$ の範囲で $\bar{v}^* \ge 0$ となり, $t^* = \tau \sim 1$ の範囲で $\bar{v}^* < 0$ となる. 従って, 両辺第 4 項目 は以下のように積分される.

$$\int_{0}^{1} \sum \zeta \frac{\bar{v}^{*\,2}}{2} dt^{*} = \frac{\zeta_{e}}{2} \int_{0}^{\tau} \bar{v}^{*\,2} dt^{*} - \frac{\zeta_{i}}{2} \int_{\tau}^{1} \bar{v}^{*\,2} dt^{*}$$
(3.46)

81

上式の積分は,式 (3.36) より, $\sin^{-1}(\bar{v}^*_{\delta}/\bar{v}^*_{\alpha}) \simeq \bar{v}^*_{\delta}/\bar{v}^*_{\alpha}$, $\cos(\sin^{-1}(\bar{v}^*_{\delta}/\bar{v}^*_{\alpha})) \simeq 1$ となり, これらを適用して以下のように展開される.

$$\int_{0}^{\tau} \bar{v}^{*2} dt^{*} = \int_{0}^{\tau} (\bar{v}_{\alpha}^{*} \sin(2\pi t^{*}) + \bar{v}_{\delta}^{*})^{2} dt^{*}$$

$$= \frac{\bar{v}_{\alpha}^{*2}}{2} \tau - \frac{\bar{v}_{\alpha}^{*2}}{4\pi} \sin(2\pi\tau) \cos(2\pi\tau) - \frac{1}{\pi} \bar{v}_{\alpha}^{*} \bar{v}_{\delta}^{*} + \frac{1}{\pi} \bar{v}_{\alpha}^{*} \bar{v}_{\delta}^{*} + \bar{v}_{\delta}^{*2}$$

$$= \frac{\bar{v}_{\alpha}^{*2}}{4} + \frac{\bar{v}_{\delta}^{*2}}{2} + \frac{2\bar{v}_{\alpha}^{*} \bar{v}_{\delta}^{*}}{\pi}$$
(3.47)

式(3.46)の右辺第2項目の積分部分は同様にして

$$\int_{\tau}^{1} \bar{v}^{*\,2} dt^{*} = \frac{\bar{v}_{\alpha}^{*\,2}}{4} + \frac{\bar{v}_{\delta}^{*\,2}}{2} - \frac{2\bar{v}_{\alpha}^{*}\bar{v}_{\delta}^{*}}{\pi}$$
(3.48)

となる.よって,式(3.42)は以下のように求められる.

$$\frac{32L_{2}^{*}}{D_{eq,2}^{*}}\bar{v}_{\delta,2}^{*} + \frac{Re}{2}(\zeta_{e,2} - \zeta_{i,2})\left(\frac{\bar{v}_{\alpha,2}^{*}}{4} + \frac{\bar{v}_{\delta,2}^{*}}{2}\right) + \frac{Re}{\pi}(\zeta_{e,2} + \zeta_{i,2})\bar{v}_{\alpha,2}^{*}\bar{v}_{\delta,2}^{*} \\
= \frac{32L_{2}^{*}}{D_{eq,3}^{*}}\bar{v}_{\delta,3}^{*} + \frac{Re}{2}(\zeta_{e,3} - \zeta_{i,3})\left(\frac{\bar{v}_{\alpha,3}^{*}}{4} + \frac{\bar{v}_{\delta,3}^{*}}{2}\right) + \frac{Re}{\pi}(\zeta_{e,3} + \zeta_{i,3})\bar{v}_{\alpha,3}^{*}\bar{v}_{\delta,3}^{*} \qquad (3.49)$$

ここで,前章で求めた流量係数 ϕ の式 (2.27) に正味流量の式 (3.28) とポンプ出口側の流速 $\bar{v}_2 = \bar{v}_{\alpha,2} \sin(2\pi t/T) + \bar{v}_{\delta,2}$ を適用すると

$$\begin{split} \phi &= \frac{Q}{a^2 \bar{v}_a} \\ &= \frac{A_2}{a^2 \bar{v}_a T} \int_0^T \bar{v}_{\alpha,2} \sin(2\pi t/T) + \bar{v}_{\delta,2} dt \\ &= \frac{A_2 \bar{v}_{\delta,2}}{a^2 \bar{v}_a} \\ &= A_2^* \bar{v}_{\delta,2}^* \end{split}$$
(3.50)

となり,流量係数 ϕ と \bar{v}_2^* の関係が得られる. さらに,式 (3.30),式 (3.34), (3.35) より $t^* = 0$ とする と, \bar{v}_3^* と流量係数の関係が得られる.

$$A_{2}^{*}\bar{v}_{\delta,2}^{*} + A_{3}^{*}\bar{v}_{\delta,3}^{*} = 0$$

$$\bar{v}_{\delta,3}^{*} = -\frac{\phi}{A_{3}^{*}}$$
(3.51)

よって,式(3.50)と式(3.51)を式(3.49)に適用し,

$$\frac{32L_2^*}{D_{eq,2}^* 2A_2^*} \phi + \frac{Re}{2} (\zeta_{e,2} - \zeta_{i,2}) \left(\frac{\bar{v}_{\alpha,2}^*}{4} + \frac{\phi^2}{2A_2^{*2}} \right) + \frac{Re}{\pi A_2^*} (\zeta_{e,2} + \zeta_{i,2}) \bar{v}_{\alpha,2}^* \phi$$
$$= -\frac{32L_3^*}{D_{eq,3}^* 2A_3^*} \phi + \frac{Re}{2} (\zeta_{e,3} - \zeta_{i,3}) \left(\frac{\bar{v}_{\alpha,3}^*}{4} + \frac{\phi^2}{2A_3^{*2}} \right) - \frac{Re}{\pi A_3^*} (\zeta_{e,3} + \zeta_{i,3}) \bar{v}_{\alpha,3}^* \phi \qquad (3.52)$$

となり,流量係数 ϕ の関係式が得られる.式 (3.52)より,上で定めた仮定の基において流量係数は Woに依存しないことが分る.また, Re および流れ方向による圧力損失係数差 $\zeta_e - \zeta_i$ は ϕ^2 の項に係るため, 流量係数を決定する効果的なパラメータであると言える.ここで,圧力損失係数差 $\zeta_e - \zeta_i$ は式 (3.41) よりディフューザ方向流れとノズル方向流れの圧力損失係数によって決定され,図 2.17,2.18 よりディ フューザ形状の広がり角度に依存することが確認できる.

3.2 3次元流れ解析

前章で特性試験を行ったマイクロポンプを対象として,計算流体力学(Computational Fluid Dynamics ; CFD)を利用した3次元流れ解析による非定常計算を行うことによって,振動流による流路内部の流 れの状態を明らかにし,さらにその性能を求める.且つ,前節で示された1次元準定常解析モデルの妥 当性を証明するため,本解析により得られた結果と比較する.本節ではその3次元流れ解析の計算方法 ならびに計算条件について説明する.

3.2.1 解析方法

マイクロポンプ流路内の流れ解析は汎用 CFD 解析コード, CFX-11を使用して粘性・非定常の流れにつ いて行った.CFX-11は,ANSYS株式会社が提供する高速・高精度な CFD コードである.Navier-Stokes 方程式を高速・確実に解くことは CFD 解析の重要な課題であるが,この CFX-11は,全グリッド・ノー ドについて全流体力学方程式を同時に解く計算手法を備えている.これは,支配方程式の各式を順次解 いていく事による収束性の遅れを克服している.またこの手法は,式間の連成の強い流れに有効であり, 特にコリオリ項の強い流れや強い圧力勾配を伴う高速流れなどに優れた性能を発揮すると考えられる. さらに格子作成からポストプロセッサまでに対応していることである.またその格子は非構造格子(ヘ キサ,プリズム,ピラミッド,テトラ等)に対応し,複雑な形状でも自由に格子を作成できる機能を持 ち,構造格子並みの精度・収束性を実現している.CFX-11 は多様な検証を経ており十分信頼できるも のであるといえる.

(1) 基礎方程式

デカルト座標系における単相のニュートン流体流れでは,質量保存則である連続の式,および運動方 程式は以下のようになる.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \tag{3.53}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_j) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j u_i) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + S_{ui}$$
(3.54)

ここで, u_i は各座標軸方向の瞬時の速度ベクトル成分を表している.P は静圧, ρ は流体の密度, τ_{ij} は 粘性応力テンソル, S_{ui} は体積力である. τ_{ij} は以下のように示される.

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \delta_{ij}$$
(3.55)

ここで, μ は流体の粘性係数である.連続の式 (3.53) において,非圧縮性流れに対しては左辺第1項が 0 となり

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \tag{3.56}$$

となる.

また,密度ρ,粘性係数μが時間的,空間的に一定となる場合,運動方程式(3.54)はNavier-Stokes 方程式となる.Navier-Stokes 方程式は非線形方程式であるため,解析的に完璧に解くことは不可能で あり,必ず物理的な考察に基づくモデルが必要である.通常,Navier-Stokes 方程式を数値計算で解く場 合,方程式を離散化して適用するが,離散化した方程式の係数に未知数を含むことになり,正しい解に 収束させるためには適切な境界条件と反復計算法の利用が必要になってくる.CFD ではこれらの条件を 組み込んだ連立代数方程式を解くことになる.ここで,特性試験において,本マイクロポンプ内部流れ の最大 Reynolds 数は約 1700 であり,内部流れは全ての条件で層流領域である.そこで,流れ解析には 乱流モデルを用いない層流流れの計算(Navier-Stokes 方程式のみ)が妥当であるといえる.

(2)離散化

Navier-Stokes 方程式などの微分方程式を離散化する手法として,差分法,有限体積法,有限要素法の 3 種類が主なものとして挙げられる.計算機は微分方程式を解析的に解くことはできないため,解くべ き領域に配置された有限個の格子点上において,未知数に関する代数方程式や関係式を作ることが要求 される.これを離散化という.これらの式をもとに連立方程式を解いたり,あるいは単純な四則演算に より未知数を求めたりすることになる.CFX-11 が基づくものは有限体積法である.有限体積法(Finite volume method)は運動量や質量の保存則を満たしやすいよう,積分で基礎方程式を離散化する方法で ある.有限体積法では積分してから離散化を行うため,常にその微小領域内の運動量などの出入りを考 えており,保存則を確実に満たす離散式を得ることができる.

85



Fig. 3.7 マイクロポンプ計算モデル.

3.2.2 計算領域および計算格子

流れ解析の対象は特性試験用のマイクロポンプであり,ディフューザ・ノズル要素,チャンバー及びダ イアフラムからなる体積変動部,そしてリザーバを模した大空間に繋がるポンプ流入口および流出口を計 算領域とした.ここで,リザーバ全体を計算領域とせず,流路サイズ*a*より十分に大きい直径*D* = 30*a* をもつ 1/4 球を流入口,流出口に接続し,この球面を境界として設定した.ディフューザ・ノズル要素の ディフューザ広がり角度 2*α*は50 °,体積変動部位置 *b/a*は-0.5 とした.作動流体は密度が 997 kg/m³ ,粘度が 1.002×10⁻³ Pa·s の水とした.計算格子は CFX-11 の格子生成プログラム ICEM-CFX を用い て,ディフューザ・ノズル要素部,体積変動部,流入出部について生成した.作成したマイクロポンプ のモデルを図 3.7 に,モデルの要素数,接点数を表 3.2 に示す.計算格子は非構造であり,全体の要素数 は 1,073,834 とした.

3.2.3 境界条件

(1) ポンプ入口部,出口部

本マイクロポンプのモデルにおいて,ポンプの流入口および流出口は十分に広い空間に接続され,そ れがリザーバに相当すると仮定している.ここで,入口部,出口部の境界条件は上述のとおり,この空 間の球面で設定する.全揚程がゼロの場合の計算では,球面上の境界条件は開放境界条件として,圧力 0 Pa を与えて速度勾配が0となるようにした.流量がゼロとなる場合の計算では,球面上の全ての方 向の流速を0とした.

(2) ダイアフラム面

図 3.7(b)の下面にあたるダイアフラム面は移動境界条件を使用して,実物のダイアフラムの動きを 再現する.ここでの移動境界条件は流体の移動と共に移動する格子系を用いる Lagrange 的な方法であ り,時間ステップごとに境界面上の値の更新を行いながら計算を進めていき,このとき,移動境界面上 で流量の保存と運動量の保存を満足させるようにしている.ダイアフラムの中心部での変位 x_c は次式 のように時間によって単振動で周期的に変動する.

$$x_c = s\sin(2\pi ft) \tag{3.57}$$

s はダイアフラム中心部での振幅, f は駆動周波数である.ダイアフラム面上の位置に対する振幅の関係は式 (2.1)から求められ,ダイアフラム面の各節点の変位に適用される.

Table 3.2 計算領域の要素数,ノード数.

Model	Element	Node
Actuator	136,078	23,791
Pump channel	$552,\!001$	$94,\!617$
Inlet and outlet	385,755	66,108
Total	1,073,834	184,516

(3) 壁面

壁面はすべり無しの壁面境界条件とした.

(4) 初期条件と計算時間

非定常計算に対する初期条件は, すべての点での流速をゼロとして計算を開始した.時間刻みはダイ アフラムの周期運動に対するステップ角を9°として設定し,1周期あたりの運動が安定するまで開始 から10周期以上の計算を実行した.

3.3 計算結果

本節では,まず3次元流れ解析の計算結果を示し,得られた結果と1次元準定常解析の結果を比較することでその妥当性を示す.

3.3.1 3次元流れ解析の計算結果

3次元流れ解析では,全揚程0 Pa の場合の境界条件として,計算領域の両端の境界に静圧0 Pa を 与えて最大流量の計算を行い,また,流量0 ml/min の場合の境界条件として,ポンプ出口境界上の流 速を0 m/s,入口側の境界に静圧0 Pa の閉切り状態で最大の全揚程を計算した.体積変動部のダイア フラム面の境界は,振幅 $s=15 \mu m$ のとき駆動周波数 f=20,60,100 Hz と,駆動周波数 f=60 Hz の とき振幅 s=10,15,20 μm について計算を行った.

前節で述べたように,非定常計算を行う3次元流れ解析では,初期条件として計算領域全域に流速0 を与えて計算を開始するため,ポンプ流出口での流速は0から,体積変動部からの振動流に伴って振動 し始める.また,このときの1周期あたりの正味の流量は1次元準定常解析と同様に式(3.28)から求め られる.図3.8~図3.11に3次元流れ解析より得られたポンプ流出口における質量平均流速の計算開始 からの時間変化とそのときの1周期ごとの正味流量を、体積変動部からの振動流の流速と併せて示す。 図中の左側の2つのグラフが横軸に計算時間,縦軸にポンプ流出口の流速及び体積変動部から流路に繋 がる孔の流速,右のグラフは横軸にダイアフラムのポンプ動作のサイクル数,縦軸に1周期あたりの正 味の流量を示す.ポンプ流出口の速度の正方向はポンプ出口方向,体積変動部の速度の正方向は体積変 動部から流路に向かう方向である.図 3.8, 3.9, 3.10 は駆動周波数を変化した場合の,図 3.11, 3.12 は ダイアフラム振幅を変化した場合の計算結果である、図に見られるように、ポンプ流出口での流速は体 積変動部からの振動流の周期変動と同位相で変動しており,時間が進むにつれて流速の変動は正方向に 移動し,正味流量はポンプ出口側,つまりディフューザ・ノズル要素のノズル方向に正味の流量が輸送 されていることが分る.またこのときの1周期あたりの正味流量は計算回数が進むにつれて滑らかに増 加し,一定値に収束している.従って,本研究の非定常3次元流れ解析による全揚程0 Pa での流量計 算は安定して解が得られているといえる.正味流量の収束にかかる計算回数は,入力条件によって多少 異なるが,およそ6周期以上は必要であり,ダイアフラム振幅や駆動周波数が大きくなるにつれて,必 要な周期は若干多くなる.それでも多くとも10周期計算を行えば,正味の流量は5%以下に収束してお

り,本研究において計算回数をボンプ動作の10周期以上としたのは必要十分な回数であったといえる. 収束した時間での正味の流量の値に注目すると,大きなダイアフラム振幅,駆動周波数であるほど高い 流量で収束していることが分る.ポンプ流出口の速度変動が正弦波状の周期的変動をしており,正味の 流量を求める式(3.28)より,高い正味の流量を示すことは,流出口の速度の振幅の片寄りが大きいこと を意味する.図3.13,3.14に閉切り状態での全揚程の計算結果を示す.それぞれの図の左側は横軸に計 算時間,縦軸にポンプ出口での圧力の変動を示し,右側の図は横軸にポンプ動作のサイクル数,縦軸に 1 周期あたりの時間平均の圧力を示す.図3.13 は駆動周波数を変化した場合の,図3.14 はダイアフラム 振幅を変化した場合の計算結果である.このとき,アクチュエータの動作は図3.8~図3.11 中のものと 同じである.図より,全揚程計算の場合においては,出口圧力はダイアフラムの振動に対しておよそ90 °の位相ずれで変動していることが分る.これは前節で示した流速の時間微分である流れの加速度が支 配的であるためである.そのため,圧力の変動からはディフューザ・ノズル要素による振幅の片寄りは 殆ど確認できない.しかしながら,1周期あたりの時間平均圧力を確認すると確かに出口側に圧力は発 生している.また,この時間平均圧力は毎周期でほぼ安定した値を示している.従って,本研究の非定 常3次元流れ解析による流量0ml/min での全揚程の計算は安定して解が得られるといえる.



Fig. 3.8 CFD による出口速度の時間履歴と1周期あたりの流量(f = 20 Hz); a = 1.0 mm, H = 0 mm, $s = 15 \mu m (V = 2.85 \text{ mm}^3)$.



Fig. 3.9 CFD による出口速度の時間履歴と1周期あたりの流量(f = 60 Hz); a = 1.0 mm, H = 0 mm, $s = 15 \mu \text{m} (V = 2.85 \text{ mm}^3)$.





Fig. 3.10 CFD による出口速度の時間履歴と1周期あたりの流量 ($f = 100 \,\text{Hz}$); $a = 1.0 \,\text{mm}$, $H = 0 \,\text{mm}$, $s = 15 \,\mu\text{m} (V = 2.85 \,\text{mm}^3)$.



Fig. 3.11 CFD による出口速度の時間履歴と1周期あたりの流量($s = 10 \,\mu m (V = 1.9 \,mm^3)$); $a = 1.0 \,mm$, $H = 0 \,mm$, $f = 60 \,Hz$.



(a) Time history of \bar{v}_{out} and \bar{v}_{act} .

Fig. 3.12 CFD による出口速度の時間履歴と1周期あたりの流量($s = 20 \,\mu m (V = 3.8 \,mm^3)$); $a = 1.0 \,mm$, $H = 0 \,mm$, $f = 60 \,Hz$.



Fig. 3.13 CFD による出口圧力の時間履歴と1周期あたりの時間平均圧力(異なる駆動周波数); a = 1.0 mm, Q = 0 ml/min.



Fig. 3.14 CFD による出口圧力の時間履歴と1周期あたりの時間平均圧力(異なる体積変動量); a = 1.0 mm, Q = 0 ml/min.

3.3.2 1次元準定常解析の計算結果とその妥当性

1次元準定常解析は、3次元流れ解析と同様に全揚程が0の場合の境界条件とし、式(4.1)の p_2 , p_3 に0 Paを境界条件として与えて計算をする.体積変動部の点の流速 \bar{v}_1 は、振幅s=15 µm のとき駆動 周波数f=20,60,100,さらに140 Hz と、駆動周波数f=60 Hz のとき振幅s=10,15,20 µm につ いて計算を行った.

図 3.15,図 3.16 に 1 次元準定常解析によって得られたポンプ流出口での 2 周期分の流速 v₂ と 3 次元 流れ解析によって得られた流出口での流速を v_{out} として,変動が安定した領域の 2 周期分を併せて示す. 図 3.15 は異なる駆動周波数の場合,図 3.16 は異なるダイアフラム振幅の場合の計算結果である.点線 が 1 次元準定常解析の計算結果,実線が 3 次元流れ解析の計算結果である.表示した左のグラフは横軸 に 1 周期を 1 とした無次元時間,縦軸に体積変動部から流路へ流入出する流速の変動であり,右のグラ フはポンプ流出口の流速の変動である.図より,全ての条件において体積変動部の流速が両者とも一致 しており,1 次元準定常解析において,ダイアフラムの振動流によるポンプ流路に発生する振動流が入 力条件として正しく表現されていることが確認できる.さらに,1 次元準定常解析のポンプ流出口の流 速はいずれも正方向に片寄った変動が見られるため,正しくポンプ流出側へ正味の流量を示している. この振幅の片寄りは大きなダイアフラム振幅,駆動周波数であるほど正方向に移動しており,3 次元流 れ解析の計算結果と同様の傾向を示している.しかしながら,変動する流速の極大値の付近ではわずか に小さくなっている.従って,本1次元準定常解析は3次元流れ解析の計算結果と定性的な一致が見ら れ,妥当であるといえる.



Fig. 3.15 1次元解析と CFD の比較(体積変動部,出口部流速の時間履歴); a = 1.0 mm, H = 0 mm, $s = 15 \mu m$ ($V = 2.85 \text{ mm}^3$).



Fig. 3.16 1次元解析と CFD の比較(体積変動部,出口部流速の時間履歴); a = 1.0 mm, H = 0 mm, f = 60 Hz.
第4章 考察

前述の実験および理論解析では,非対称流路として単一のディフューザ・ノズル要素を用いたディ フューザ型バルプレスマイクロポンプの特性試験結果および,ポンプ内部流れに対する非定常 Bernoulli 式を用いた1次元準定常解析ならびに CFD を利用した3次元流れ解析の手法について述べた.本章で は,説明した解析モデルを供試マイクロポンプに適用し,ポンプの駆動条件や内部流れがポンプ特性に 及ぼす影響を計算し,特性試験結果と比較することで,ディフューザ型バルプレスマイクロポンプの流 体輸送の原理および,1次元準定常解析モデルの妥当性,性能予測としての実用性,ならびに適用範囲 について検討する.

4.1 実験結果と計算結果の比較

特性試験によって得られたポンプの吐出し流量や全揚程は,正味の値であり,周期的に変動する流量 や全揚程の時間積分された値となる.そのため,提案した1次元準定常解析モデルの流量や圧力の時間 変動については,実験値と比較することができない.そこで,3次元流れ解析と実験値の妥当性を特性 試験結果との比較により行い,後に,良好な一致が見られた3次元流れ解析の結果について1次元準定 常解析の結果と詳細に比較し考察を行う.一方で,1次元準定常解析から求められたポンプ性能を実験 値と比較し,その妥当性についても検討する.そこで本節では,前章の解析によって計算されたマイク ロポンプの特性を示し,実験による特性試験結果と比較する.

4.1.1 駆動条件による影響

図 4.1, 4.2 に, 全揚程が 0 Pa の場合の, 駆動周波数の変化に対する流量の影響を異なるダイアフラム振幅ごとに示す.図 4.1 は流路幅 *a* =1.0 mm,図 4.2 は *a* =0.5 mm の結果である.ラインで示された結果は 1 次元準定常解析,塗りつぶしたプロットは 3 次元流れ解析,白抜きのプロットは実験による結果である.まず,3 次元流れ解析の計算結果は,図 4.1 より,駆動周波数が高くなるにつれて正味の吐

出し流量は高い値を示し、大きなダイアフラム振幅の場合に高い吐出し流量となった・実験値とは、駆 動周波数が100 Hz 未満でほぼ一致している.しかしながら100 Hz 以上では実験値より低い値を示し ており、高い駆動周波数の場合には、ポンプ本体の構造の影響、表面粗さや水面といった界面の影響な ど,実験装置をより詳細に表現した境界条件の再検討が必要と考えられる.従って3次元流れ解析は, 駆動周波数に制限が考えれるが,十分にマイクロポンプの内部流れを計算可能であるといえる.次に1 次元準定常解析の計算結果は、いずれの図からも、正味の吐出し流量は駆動周波数の増加につれて増加 し、大きなダイアフラム振幅であるほど大きな流量を示しており、実験による特性試験結果と同様の傾 向を示していることが分る.これは体積変動部から流路に流入出する流速が高くなる駆動周波数やダイ アフラム振幅が大きな場合では,ディフューザ・ノズル要素を通過する流体の流速も同様に高くなり, これにより,見積もられる要素の圧力損失,特にディフューザ方向流れの圧力損失が大きくなり,ポン プ出口側へ大きな圧力,流速が発生していると考えられる.また実験値とは,図 4.1 より,駆動周波数 が低く,ダイアフラム振幅の小さい点での一致が見られるが,他の条件では,実験値より低い値を示し ている.一方,図4.2では,全てのダイアフラム振幅において1次元準定常解析は駆動周波数が60Hz 以下で一致が確認できる.1次元準定常解析は,定常流の場合の圧力損失係数を適用して計算しており, 振動流によって流路内部の速度分布が定常流と異なる場合の圧力損失係数,運動量拡大係数は考慮して いない.そのため,1次元準定常解析は強い非定常度を示す高い駆動周波数や,振動流によって速度分 布が変化しやすい大きな流路幅の場合には実験値と一致しないと考えられる.



Fig. 4.1 駆動周波数 - 流量 特性曲線 (実験, 1 次元解析, CFD); a = 1.0 mm, $\rho g H = 0 \text{ Pa}$.



Fig. 4.2 駆動周波数 - 流量特性曲線 (実験, 1次元解析); a = 0.5 mm, $\rho g H = 0 \text{ Pa}$.

4.1.2 ポンプ性能曲線

図4.3,4.4,4.5 に流路幅 a =1.0 mm の場合の,異なる駆動周波数,ダイアフラム振幅における実 験,1次元準定常解析,3次元流れ解析によって得られたポンプ性能曲線を示す.太線で示された結果 は1次元準定常解析,塗りつぶしたプロットおよび細線は3次元流れ解析,白抜きのプロットは実験に よる結果である.3次元流れ解析の計算結果は,全揚程0 Pa の状態の流量,ポンプ出口側を閉切り状 態の全揚程について計算を行った.流量,全揚程共に駆動周波数,ダイアフラム振幅の大きな条件で大 きな値を示しており,これらの傾向は実験値と同様である.また前項で示されたように,実験値とは流 量,全揚程ともに100 Hz 以下で定性的な一致が確認できる.しかしながら,図4.4 に見られるように 駆動周波数が大きい場合には,実験値と大きな差が確認できる.一方,1次元準定常解析の計算結果で は,流量と全揚程は右下がりの直線関係にあることが分る.こちらにおいても,流量,全揚程共に駆動 周波数,ダイアフラム振幅の大きな条件で大きな値を示しており,実験値と同様の傾向を得た.しかし ながら,その値は全ての条件で実験値より低い値を示しており,実験値と同様の傾向を得た.しかし ながら,その値は全ての条件で実験値より低い値を示しており,流路幅が小さく,駆動周波数 が低い場合に実験値との一致が確認できる.また3次元流れ解析と1次元準定常解析の計算結果のポン プ性能曲線の傾きに注目すると,実験,解析ともに全ての条件で定性的に一致していることが分る.



Fig. 4.3 異なる駆動周波数のポンプ性能曲線(実験,1次元解析,CFD),No.1; a = 1.0 mm, $s = 10 \mu \text{m}$ ($V = 0.95 \text{ mm}^3$).



Fig. 4.4 異なる駆動周波数のポンプ性能曲線(実験,1次元解析,CFD),No. 2; a = 1.0 mm, $s = 10 \mu \text{m}$ ($V = 0.95 \text{ mm}^3$).



Fig. 4.5 異なる体積変動量のポンプ性能曲線(実験,1次元解析,CFD); $a = 1.0 \,\mathrm{mm}$, $f = 60 \,\mathrm{Hz}$.



Fig. 4.6 異なる駆動周波数のポンプ性能曲線(実験,1次元解析); a = 0.5 mm, $s = 10 \mu \text{m}$ ($V = 0.95 \text{ mm}^3$).

4.2 1次元準定常解析の適用範囲

前項の実験による特性試験結果と計算値との比較によって,3次元流れ解析の妥当性が示された一方 で,1次元準定常解析については流路幅が小さく,駆動周波数が低い条件で一致することが確認された. そこで本節では,1次元準定常解析の適用範囲を明確にするために,実験による無次元特性との比較を ·行い,定量的な適用範囲について検討を行う.図4.7,4.8,4.9に異なる Reynolds 数, Womersley 数に よる流量係数 ϕ と揚程係数 ψ の関係を示す.ここで実線および破線が 1 次元準定常解析の計算結果であ リ,プロットが実験結果および3次元流れ解析による計算結果である.1次元準定常解析の計算結果よ り, ϕ と ψ は右下がりの直線関係にあり, Re が高い場合に大きな ϕ と ψ を示す.しかし, 各条件で ψ が最大値となる $\phi = 0$ の値は Re によっては変化しない.また,Wo の増加に対しては ϕ , ψ 共に変化し ない.実験による無次元特性との比較では,Woの低いWo = 2.0の場合($ext{0}4.7$)においてはおおよそ の一致が確認できるが, Wo が大きくなるにつれて実験値は計算結果より大きな値を示し, その差は広 がる傾向にある.しかしながら,Woの変化によって,その値に大きな差が見られるものの ϕ と ψ の関 係の傾きは一致している.そこで,図4.10に異なる Reに対する Woと ϕ の関係を示す.図より,1次 元準定常解析による ϕ は Wo に対して変化せず, Re にのみ増加することが確認できる.一方実験によ る ϕ は Wo の増加に従って増加し, 3 次元流れ解析による ϕ も Wo の増加に従ってわずかながら増加す る傾向を示す.式(3.33)より,1次元準定常解析の基礎方程式において Wo は速度の時間微分項に係る ことが分るが、マイクロポンプの吐出し流量はこの基礎方程式から求められた周期変動する流量を積分 した値になる.吐出しの流速が正弦波状ならば時間微分項は積分によって消去されるため,式(3.33)に 示される1次元準定常解析で得られるポンプ特性は Wo に対して殆ど変化しない.一方の実験値は Wo が大きくなるにつれて ϕ は大きくなる傾向にあるため , 計算値との差は Wo が大きくなるにつれて大き くなる.よって,実際のマイクロポンプでは Woの増加に従ってディフューザ・ノズル要素の圧力損失 係数が大きくなるなど、脈動流によって定常流とは確かに異なった流動状態にあると言え、その影響に よってより高い性能を示していると考えられる.ここで図 4.11 に実験で示したように, ϕ/\sqrt{Re} と Woの関係を示す.図に見られるように,1次元準定常解析によって計算された ϕ/\sqrt{Re} は Woに対して殆ど 変化しない.これは 3.1.4 節で得られた式 (3.52) が示す関係と同じである.異なる Re に対して 1 本の 曲線で示されていることが分る.図4.11より,低いWoでのばらつきを考慮すれば,1次元準定常解析 による計算結果は Wo < 4.5 の範囲で実験値と概ね一致すると言える.以上の考察により,本研究で示



した1次元準定常解析は,層流域であり,Woが4.5以下であれば性能の予測が可能である.通常,マ イクロポンプの性能予測には本研究で用いた非定常の3次元の流れ解析によってある程度見積もりを立 てることが行われているが,本研究で示した1次元準定常解析を用いれば,ポンプの形状からパラメー タを決定し,簡単に性能を予測することが可能であり実用性は高いと言える.





107



Fig. 4.10 $\phi - Wo$ 特性曲線 (実験, 1 次元解析, CFD); $\psi = 0$.



Fig. 4.11 $\phi/\sqrt{Re} - Wo$ 特性曲線(実験,1次元解析,CFD); $\psi = 0$.

4.3 流体輸送のメカニズム

前節での計算値と実験値との比較により,3次元流れ解析と本研究で示した1次元準定常解析の妥当 性が証明された.本節では,3次元流れ解析の計算結果を可視化し,ポンプ内部での流動状態を把握す る.また,1次元準定常解析と3次元流れ解析の計算結果を詳細にみることで本研究のバルプレスマイ クロポンプの流体輸送のメカニズムを明らかにする.

4.3.1 マイクロポンプ内部流れ

本項では,前節で示した3次元流れ解析の結果をポンプ動作の1周期について可視化し,体積変動部 からの振動流が如何にポンプ内部の流動状態に影響し,ポンプ出口への流体輸送を行っているかについ て考察する.計算領域でのマイクロポンプ平面方向の解析面は図 4.12 に示すように,流路の底面から 0.5 mm (中心断面)とし,図の赤い領域はディフューザ・ノズル要素を含む領域である.ポンプ内部流れの 図は,1周期あたりの正味の流量が十分に収束した時間におけるポンプ動作の1周期分を示し,図 4.13 のようなダイアフラムの動作の1周期の 0~T (T = 1/f)秒までを (a)~(h)のように8等分し,それぞ れの時間について示した.図 4.14,4.15 にディフューザ広がり角度が 2 α =50°,駆動周波数 f=60 Hz ,ダイアフラム振幅 s = 15 μ m ,そして全揚程が0 Pa の場合の内部流れの様子を示す.(a)~(h) は 図 4.13 に対応しており,それぞれの図の左側が解析面におけるベクトル図であり,右側がポンプ入口お よび出口の流速の変動を示している.ここで,ポンプ出入口の流速の正方向は図 4.12 の示す方向である.

体積変動部が吐出し過程にあり,流路に流入する流速が加速している状態(b)から最大値となる状態 (c)までは,ディフューザ・ノズル要素内部において Coanda 効果による若干の流れの片寄りが見られる が,流れは壁面に沿って滑らかに流れる.しかしながら,吐出し過程の減速の状態(d)になると,ディ フューザ・ノズル要素内部に激しい渦が発生し,壁面でははく離も確認できる.さらに,吐出し過程から 吸込み過程に移り変わる状態(e)ではより複雑な流れになっている.これは,流れが減速することで要 素内部で発生する圧力勾配が大きくなり,流速の低い要素壁面と底面の流れが逆流することで発生して いると考えられる.従って,この様な渦の発生がディフューザ方向の流れを抑制し,結果として,右図 に示すようにポンプ出口側に高い流速を発生している.一方,体積変動部が吸込み過程の状態(f)~(h) ではディフューザ・ノズル要素内部で発生した渦は消散し,流れは壁面に沿って流れている.よって,3 次元流れ解析から,本マイクロポンプは振動流によってディフューザ・ノズル要素内部で剥離や渦が発



Fig. 4.12 計算モデルにおける解析面



Fig. 4.13 体積変動部の流速変動とベクトル図出力時間.

生し,ディフューザ方向の流れを妨げることで,ポンプ出口へ流体を輸送することが明らかになった.



Fig. 4.14 ポンプ内部流速ベクトル図, No. 1; f = 60 Hz , s = 15 µm (V = 1.9 mm³). 112



Fig. 4.15 ポンプ内部流速ベクトル図, NO. 2; f = 60 Hz , s = 15 µm (V = 1.9 mm³). 113

4.3.2 ポンプ出入口の全圧変動

本項では、1次元準定常解析と3次元流れ解析の計算結果より、ポンプ入口、および出口での全圧 の変動に注目し、本研究のバルプレスマイクロポンプの1周期に渡る流体輸送の状態を明らかにする. 図 4.16、4.17 にポンプ出入口の全圧差の2周期分の時間変動を示す.横軸に1周期を1とした無次元時 間、縦軸に無次元全圧の差を示す.実線が3次元流れ解析による計算結果、点線が1次元準定常解析に よる計算結果である.ここで、3次元流れ解析の計算結果は非定常計算が十分に収束した時間での結果 を示している.縦軸の無次元全圧差 $\Delta \psi$ は3.1.4節で示した圧力の無次元数と同様に、体積変動部から の流れの流速振幅 \bar{v}_a を基準に以下のように表される.

$$\Delta \psi = \frac{P_{\rm out} - P_{\rm in}}{\rho \bar{v}_a / 2} \tag{4.1}$$

ここで, Pout はポンプ出口での全圧, Pin はポンプ入口での全圧である.図 4.16 は,異なる駆動周波数, ダイアフラム振幅の無次元全圧差の時間変化である.横軸の無次元時間において,1周期の内, $0 \sim 0.5$ までが体積変動部は吐出し過程であり , 0.5~1までが吸込み過程である . いずれの図においても $arDelta\psi$ は. 正方向に大きな値を示しており,ポンプ出口へ多くのエネルギーを輸送していることが分る.つまり, ポンプ動作の1周期全体としてポンプ出口側へ高い圧力もしくは流速を発生することを示している.ま た,体積変動部が吐出し過程(図中ft=0~0.5および1~1.5)において,全圧差は高い値を示している ことが分る.これはディフューザ・ノズル要素のディフューザ方向流れの圧力損失によってポンプ入口 |側への流体輸送が抑制されているためである.一方の吸込み過程では, $\Delta \psi$ は小さく,ポンプ入口,出 口の流れは均等に体積変動部へ吸込まれている、もしくは若干ポンプ入口側が大きくなっていることが 分る.無次元全圧差 $\Delta\psi$ のポンプ駆動条件の変化に対する影響について , 駆動周波数やダイアフラム振 幅が大きい場合 , $\Delta \psi$ の振幅は大きくなり , 1 周期の内で特に , ポンプ吐出し過程において大きな値を 示す.これにより,ディフューザ・ノズル要素に流入する流速が高くなるために,ディフューザ方向流 れの圧力損失が大きくなり,ポンプ入口側への流れが抑えれらることが確認できる.ここで1次元準定 常解析の計算結果を3次元流れ解析による計算結果と比較すると、ポンプ吸込み過程においては概ねー 致しているが、吐出し過程においては全ての条件で低い値を示している、次に、ポンプ入力条件を無次 元数として Re と Wo によって整理した場合の無次元全圧差 $\Delta \psi$ の変動を図 4.17 に示す.図より,高い Re と Wo の場合に,吐出し過程において大きな $\Delta \psi$ を示していることが分る.また,1次元準定常解析 の計算結果は 3 次元流れ解析による結果に比べ低い値を示しており, $\Delta \psi$ の最大値は Re によって増加

するが,Woの増加に対しては変化しない.1次元準定常解析は前章で述べたように定常流に対するディフューザ・ノズル要素の圧力損失係数を適用している.また,式(3.52)からもディフューザ・ノズル要素による圧力損失はReの関数となっており,Woによっては影響しない.従って,3次元流れ解析に見られる,Woの増加に対する吐出し過程の Δψの増加は明らかにディフューザ・ノズル要素による圧力損失を示しており,実験で得られたWoによるポンプ性能の増加は3次元的な非定常流れによってディフューザ方向流れの圧力損失が増加した結果であると言える.以上の計算結果により,本研究のバルプレスマイクロポンプは,体積変動部からの振動流は管路摩擦や形状による圧力損失を経てポンプ入口, 出口へエネルギを輸送し,このときの吐出し過程と吸込み過程におけるポンプ出入口へのエネルギ輸送の不均衡さが流体輸送を発生させている.また,この不均一さの要因であるディフューザ・ノズル要素の圧力損失の非対称性を形状や振動流によって強くすることで,より高効率な流体輸送が可能である.





Fig. 4.17 無次元全圧差の時間履歴(異なる無次元数).

第5章 結論

5.1 本研究で得られた結果

本研究では,ディフューザ形状流路を持つバルブレスマイクロポンプに対し特性試験を行い,理論解 析により,ディフューザ形状流路と振動流を利用した流体輸送のメカニズムの解明を行った.

- 単一のディフューザ形状流路に振動流を与えると流体輸送をすることが確認され、その効果を利用したバルブレスマイクロポンプを実現した。
- 幾何形状に対するポンプ特性を明らかにし、高効率な液送を実現する最適なアクチュエータの位置とディフューザ広がり角度を示した.駆動条件、ポンプサイズの変化によるポンプ特性を明らかにした.駆動条件では、駆動周波数および体積変動量が大きくなるに従って高い吐出し流量、 全揚程を示す.
- 無次元数を用いて特性試験結果を整理することで,本マイクロポンプは相似則が成り立つことを明 らかにした.得られた無次元特性より,Reynolds数および,流れの非定常度を示すWomersley数 がポンプ特性に影響することを明らかにした.さらに,これらの関係から,流量係数をReynolds 数で序した ϕ/\sqrt{Re} と揚程係数がWomersley数の関数であることを実験および次元解析により示 した.
- 非定常 Bernoulli 式に定常流れのディフューザ・ノズル損失係数を適用することで,マイクロポンプの1次元準定常解析モデルを示した.1次元準定常解析による計算結果は非定常度の低い駆動条件で実験値と一致し,その適用範囲は Wo < 4.5 でバルブレスマイクロポンプの性能予測に有効である.
- 本研究のマイクロポンプに対し、3次元流れ解析が行われ、ポンプの内部流れが明らかになった、
 マイクロポンプのディフューザ・ノズル要素では体積変動部の吐出し過程において渦やはく離が
 発生し、これらが要因となり、ディフューザ方向流れの圧力損失が増加する.

マイクロポンプの出入口の全圧差に注目し、1周期について調べた結果、本研究のバルブレスマイクロポンプはディフューザ・ノズル要素のディフューザ方向流れの圧力損失により非対称なエネルギー輸送が行われ、これが原因となって1周期あたりに流体を輸送することが明確になった。

5.2 今後の展望と問題点

単一のディフューザ形状流路を用いたバルブレスマイクロポンプにおける流体の輸送に関して,残された課題および将来の展望について述べる.

ディフューザ型バルブレスマイクロボンブは,ボンプ内部の非対称な流路形状によって流体が輸送さ れている.本研究の実験においては,その駆動条件,ポンプのサイズ,幾何学的な形状によるポンプ性 能の影響を調査し,得られたポンプ性能は既存のポンプの性能に比べて十分な吐出し流量を示す一方で, 全揚程に関しては比較的低い値を示した.また,次元解析によりマイクロボンプの相似則が明らかになっ たことで,より小型なポンプの実現の可能性を示した.さらに序論で述べたように,流路内部に可動部 品を持たないため,長寿命且つ高い信頼性を確保でき,他のマイクロポンプより有用性がある.しかし ながら,µ-TAS やマイクロ冷却装置のようなマイクロチャンネルを持つ機器へ液送する場合,その内部 で発生する圧力損失が大きくなり,流量のみだけでなく全揚程も重要な性能となる.そのため,本研究 のマイクロポンプを実用化するためにはより大きな全揚程が必要である.一方,解析により,ディフュー ザ形状流路によって発生する圧力損失の非対称性は振動流によって大きくなることが示された.従って, バルプレスマイクロポンプに適用する非対称流路を,非定常な流れによる渦やはく離の発生を考慮して 構造最適化を行うことにより,より高性能なマイクロポンプの実現すれば,マイクロ流体機器の実現, 発展に大きく寄与すると考えられる.

本研究では,ポンプ内部流れを単純な1次元準定常流れとみなして解析を行い,バルブレスマイクロポ ンプの特性を把握した.計算により得られたポンプ性能は実験値と定性的に一致し,また,Navier-Stokes 方程式による3次元流れ解析により得られた全圧変動と定性的な一致が見られ,その有用性が確認され た.その反面,本解析はディフューザ形状流路に対して定常流の圧力損失係数を用いたため,高い周波 数では一致しなかった.マイクロポンプの性能予測をする上で,本質的な流れを表現するNavier-Stokes 方程式による3次元流れ解析を用いて解くことはもちろん可能ではあるが,計算コスト,それに加えて流 れの慣性力,流路の圧力損失,非対称流路の圧力損失などの多くの要因がポンプ性能に及ぼす影響を解 明することを考えれば有効な方法とは断言できない.従って,準定常の仮定に基づく単純な解析も将来 のポンプ設計,およびマイクロ流体機器のシステムの設計において大いに役立つと考えられる.一方で, 1次元準定常解析の性能予測における適用範囲と精度向上のためには,定常流に基づく非対称流路の圧 力損失の見積もりを改良し,渦やはく離を考慮した擬2次元的な解析モデルにすることも考えられる.

謝辞

本研究を遂行するにあたり,九州工業大学大学院生命体工学研究科,塚本寛教授に終始多大なるご指 導,ご鞭撻を賜りました.先生の指導により,研究に対する思考や実践など,将来研究者として活動し ていくための最も大切な土台を頂きました.深く感謝申し上げます.同大学工学研究科,宮崎康次准教 授には多岐に渡って温かくも厳しくご指導を賜りました.深く感謝致します.

本論文の校正や検討を頂きました九州工業大学大学院生命体工学研究科,西尾一政教授,玉川雅章准 教授,安田隆准教授,同大学情報工学部,永山勝也准教授に対し深く感謝いたします。

塚本研究室秘書,深井千亜紀氏には事務手続きなどに多大なるご助力を賜り,また平素より公私問わ ず相談に乗って頂きました.心より感謝いたします.九州工業大学情報工学部システム実習工場,藤田 宗春技官,椿浩忠技官,北九州学術研究都市共同研究開発センター,檜和田徹氏には実験装置の製作に 多大なるご助力を賜りました.心より感謝いたします.さらに共に研究に取り組んできた大島裕史氏, 森山瞬氏,大喜多亮氏,下川永記氏,木寺真氏,藤健太氏,足立俊太郎氏には研究を遂行するにあたり ご協力をいただき心より感謝いたします.

最後に,いつも私を支えてくれる家族と友人達に感謝いたします.

参考文献

- [1] International Technology Roadmap for Semiconductors ed., *ITRS2007 EXECUTIVE SUMMARY*, (2007), pp. 4–7, International Technology Roadmap for Semiconductors.
- [2] Shigeo Maruyama ed., Handbook of Microscale and Nanoscale Heat and Fluid Flow, (2006), NTS Co., Ltd., (in Japanese).
- [3] Fox, R. and McDonald, A., Introduction to Fluid Mechanics, 3rd ed., (1985), Wiley, NewYork.
- [4] Hak, M. G.e, The Fluid Mechanics of Microdevices- The Freeman Scholar Lecture, Transaction of ASME, Journal of Basic Engineering, Vol. 121, (1999), pp. 5–33.
- [5] Nishino, S., An overview of micro thermal system, Proceedings of thermal engineering conference, Vol. 2001, (2001), pp. 617–622, (in Japanese).
- [6] Van Den Berg, A. and Lammerink, T., Micro Total Analysis Systems: Microfluidic Aspects, Integration Concept and Applications, *TOPICS IN CURRENT CHEMISTRY*, Vol. 194, (1998), pp. 21–50.
- [7] Koch, M., Schabmueller, C. G. J., Evans, A. G. R., and Brunnschweiler, A., Micromachined chemical reaction system, *Sensors and Actuators A*, Vol. 74, (1999), pp. 207–210.
- [8] Fujii, T., Integrated Microchips for Biochemical Reaction, Journal of Japan Society of Fluid Mechanics, Vol. 20(2), (2001), pp. 99–105, (in Japanese).
- [9] Chang, C.-C. and Yang, R.-J., Computational analysis of electrokinetically driven flow mixing in microchannels with patterned blocks, *Journal of Micromech. Microeng.*, Vol. 14, (2004), pp. 550–558.
- [10] Nisisako, T., Torii, T., and Higuchi, T., Novel microreactors for functional polymer beads, *Chemical Engineering Journal*, Vol. 101, (2004), pp. 23–29.
- [11] Wong, S., Ward, M., and Wharton, C., Micro T-mixer as a rapid mixing micromixer, Sensors & Actuators: B. Chemical, Vol. 100(3), (2004), pp. 359–379.
- [12] Bargiel, S., Gorecka-Drzazgaa, A., Dziubana, J. A., Prokarynb, P., Chudyb, M., Dybkob, A., and Brzozka, Z., Nanoliter detectors for flow systems, *Sensors and Actuators* A, Vol. 115, (2004), pp. 245–251.
- [13] Hessel, V., Löwe, H., and Schönfeld, F., Micromixers- a review on passive and active mixing principles, *Chemical Engineering Science*, Vol. 60(8-9), (2005), pp. 2479–2501.

- [14] Shintaku, H., Kawano, S., Suzuki, T., Kanno, I., and Kotera, H., Development of Atomization Method in Microchannel and Its Basic Characteristics, *Transactions of* the Japan Society of Mechanical Engineers. B, Vol. 71, (2005), pp. 2007–2012, (in Japanese).
- [15] Bothe, D., Stemich, C., and Warnecke, H., Fluid mixing in a T-shaped micro-mixer, *Chemical Engineering Science*, Vol. 61(9), (2006), pp. 2950–2958.
- [16] Nguyen, N., Huang, X., and Chuan, T., MEMS-micropumps: a review, Transactions of the ASME, Journal of Fluids Engineering, Vol. 124, (2002), pp. 384–392.
- [17] Yoshida, H., The wide variety of possible applications of micro-thermofluid control, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 1(4), (2005), pp. 289–300.
- [18] Miyazaki, K., Tanaka, S., and Hiroshi, T., Development of valve-less micro-pump, *Chemical engineering*, Vol. 52(4), (2007), pp. 297–303, (in Japanese).
- [19] Van Lintel, H., Pol, F.V. d, and Bouwstra, S., A piezoelectric micropump based on micromachining of silicon, *Sensors and Actuators*, Vol. 15(2), (1988), pp. 153–168.
- [20] Chen, C. and Santiago, J., A planar electroosmotic micropump, Journal of Microelectromechanical Systems, Vol. 11(6), (2002), pp. 672–683.
- [21] Okazaki, T., Miyazaki, K., and Tsukamoto, H., Development of an Electroosmotic flow driven liquid micro-pump, *Proceedings of JSME annual meeting*, Vol. 2006(2), (2006), pp. 291–292, (in Japanese).
- [22] Yao, S., Hertzog, D., Zeng, S., Mikkelsen, J., and Santiago, J., Porous glass electroosmotic pumps: design and experiments, *Journal of Colloid And Interface Science*, Vol. 268(1), (2003), pp. 143–153.
- [23] Tripp, J., Svec, F., Fréchet, J., Zeng, S., Mikkelsen, J., and Santiago, J., High-pressure electroosmotic pumps based on porous polymer monoliths, *Sensors & Actuators: B. Chemical*, Vol. 99(1), (2004), pp. 66–73.
- [24] Chen, Z., Chang, H. C., and Hobo, T., Application of Monolithic Silica for Microfluidic Analysis, *Japan analyst*, Vol. 54(7), (2005), pp. 583–592, (in Japanese).
- [25] Wang, P., Chen, Z., and Chang, H., A new electro-osmotic pump based on silica monoliths, Sensors & Actuators: B. Chemical, Vol. 113(1), (2006), pp. 500–509.
- [26] Nakamura, T., Miyazaki, K., and Tsukamoto, H., Fabrication and Characterization of An Electro-Osmotic Micro Pump, *Proceedings of JSME Kyushu branch meeting*, Vol. 2008, (2008), pp. 63–64, (in Japanese).
- [27] Jang, J. and Lee, S. S., Theoretical and experimental study of MHD (magnetohydrodynamic) micropump, Sensors and Actuators A, Vol. 80, (2000), pp. 84–89.
- [28] Blanchard, D., Ligrani, P., and Gale, B., Single-disk and double-disk viscous micropumps, Sensors and Actuators A, Vol. 122, (2005), pp. 149–158.
- [29] Blanchard, D., Ligrani, P., and Gale, B., Performance and Development of a Miniature Rotary Shaft Pump, Trans. ASME, J. Fluids Eng., Vol. 127, (2005), pp. 752–760.

- [30] Yokota, K., Sato, K., Ishiguro, F., Tamano, S., and Itoh, M., Theoretical, experimental and numerical investigation on pressure characteristics of a new viscous micropump using double-circular flows, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*. B, Vol. 74, (2008), pp. 558–566, (in Japanese).
- [31] Taguchi, T., Katayama, M., Yokota, K., Sato, K., Tamano, S., and Itoh, M., Performance and Characteristic of the Viscous Micropump Using a Spiral Rotor, *Proceedings of JSME Fluids engineering conference*, (2007), p. 1106, (in Jpanese, CD-ROM).
- [32] Jeonga, O. C., Parkb, S. W., Yangb, S. S., and Pak, J. J., Fabrication of a peristaltic PDMS micropump, *Sensors and Actuators A*, Vol. 123-124, (2005), pp. 453–458.
- [33] Kim, E.-G., Oh, J.g. and Choi, B., A study on the development of a continuous peristaltic micropump using magnetic fluids, *Sensors and Actuators A*, Vol. 128, (2006), pp. 43–51.
- [34] Gong, Q., Zhou, Z., Yang, Y., and Wang, X., Design, optimization and simulation on microelectromagnetic pump, Sensors and Actuators A, Vol. 83, (2000), pp. 200–207.
- [35] Makino, E., Mitsuya, T., and shibata, T., Micromachining of TiNi shape memory thin film for fabrication of micropump, *Sensors and Actuators A*, Vol. 79, (2000), pp. 251– 259.
- [36] Makino, E., Mitsuya, T., and shibata, T., Fabrication of TiNi shape memory micropump, Sensors and Actuators A, Vol. 88, (2001), pp. 256–262.
- [37] Xu, D., Wang, L., Ding, G., Zhou, Y., Yu, A., and Cai, B., Characteristics and fabrication of NiTi/Si diaphragm micropump, *Sensors and Actuators A*, Vol. 93, (2001), pp. 87–92.
- [38] Wego, A. and Pagel, L., A self-filling micro-pump based on PCB technology, Sensors and Actuators A, Vol. 88, (2001), pp. 220–226.
- [39] Zengerle, R., Richter, A., and Sandmaier, H., A micro membrane pump with electrostatic actuation, Proceedings of MEMS '92 'An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Robot', (1992), pp. 19–24.
- [40] Zengerle, R., Kluge, S., Richter, M., and Richter, A., A bidirectional silicon micropump, Proceedings of MEMS '95, Vol. 26, (1995), pp. 19–24.
- [41] Koch, M., Harris, N., Evans, A., White, N., and Brunnschweiler, A., A novel micromachined pump based on thick-film piezoelectric actuation, *Sensors & Actuators: A. Physical*, Vol. 70(1-2), (1998), pp. 98–103.
- [42] Böhm, S., Olthuis, W., and Bergveld, P., A plastic micropump constructed with conventional techniques and materials, *Sensors & Actuators: A. Physical*, Vol. 77(3), (1999), pp. 223–228.
- [43] Meng, E., Wang, X., Mak, H., and Tai, Y., A check-valved silicone diaphragm pump, Proceedings of the 13th Annual International Conference on MEMS, (2000), pp. 62–67.
- [44] Richter, M., Linnemann, R., and Woias, P., Robust design of gas and liquid micropumps, Sensors & Actuators: A. Physical, Vol. 68(1-3), (1998), pp. 480–486.

- [45] Li, H., Roberts, D., Steyn, J., Turner, K., Carretero, J., Yaglioglu, O., Su, Y., Saggere, L., Hagood, N., Spearing, S., and others, A high frequency high flow rate piezoelectrically driven MEMS micropump, *Proceedings of IEEE Solid State Sensors and Actuators Workshop*, (2000), pp. 69–72.
- [46] Santra, S., Holloway, P., and Batich, C. D., Fabrication and testing of a magnetically actuated micropump, Sensors and Actuators B, Vol. 87, (2002), pp. 358–364.
- [47] Feng, G.-H. and Kim, E. S., Micropump based on PZT unimorph and one-way parylene valves, *Journal of Micromech. Microeng.*, Vol. 14, (2004), pp. 429–435.
- [48] Bodén, R., Lehto, M., Simu, U., Thornell, G., Hjort, K., and Schweitz, J., A polymeric paraffin actuated high-pressure micropump, *Sensors & Actuators: A. Physical*, Vol. 127(1), (2006), pp. 88–93.
- [49] Miyazaki, K., Seki, K., Sugihara, A., and Tsukamoto, H., Development of a bubble actuated micro-pump, *Proceedings of ASME FEDSM2001*, (2001), FEDSM2001-18092, (CD-ROM).
- [50] Yokoyama, Y., Takeda, M., Umemoto, T., and Ogushi, T., Thermal micro pumps for a loop-type micro channel, Sensors and Actuators A, Vol. 111, (2004), pp. 123–128.
- [51] Stemme, E. and Stemme, G., A valveless diffuser/nozzle-based fluid pump, Sensors and Actuators A, Vol. 39, (1993), pp. 159–167.
- [52] Olsson, A., Stemme, G., and Stemme, E., A valve-less planar fluid pump with two pump chambers, *Sensors and Actuators A*, Vol. 47, (1995), pp. 549–556.
- [53] Olsson, A., Stemme, G., and Stemme, E., Diffuser-element design investigation for valve-less pumps, *Sensors and Actuators A*, Vol. 57, (1996), pp. 137–143.
- [54] Olsson, A., Stemme, G., and Stemme, E., The first valve-less diffuser gas pump, Proceedings of MEMS'97, (1997), pp. 108–113.
- [55] Olsson, A., Stemme, G., and Stemme, E., Simulation studies of diffuser and nozzle elements for valve-less micropumps, *Proceedings of Solid State Sensors and Actuators IEEE*, Vol. 2, (1997), pp. 1039–1042.
- [56] Olsson, A., Larsson, O., Holm, J., lundbladh, L., Ohman, O., and Stemme, G., Valveless diffuser micropumps fabricated using thermoplastic replication, *Sensors and Actuators A*, Vol. 64, (1998), pp. 63–68.
- [57] Olsson, A., Stemme, G., and Stemme, E., A numerical design study of the valveless diffuser pump using a lumped-mass model, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 9(1), (1999), pp. 34–44.
- [58] Olsson, A., Stemme, G., and Stemme, E., Numerical and experimental studies of flatwall diffuser elements for valve-less micropumps, *Sensors and Actuators A*, Vol. 84, (2000), pp. 165–175.
- [59] Nguyen, N. and Huang, X., Miniature valveless pumps based on printed circuit board technique, Sensors and Actuators A, Vol. 88, (2001), pp. 104–111.

- [60] Yamahata, C., Lotto, C., Al-Assaf, E., and Gijs, M. A. M., A PMMA valveless micropump using electromagnetic actuation, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 1-3, (2005), pp. 197–207.
- [61] Kidera, M., Tsukamoto, H., and Miyazaki, K., A Valveless Micro-Pump Driven by a Piezoelectric Device, *Turbomachinery*, Vol. 31(7), (2003), pp. 435–439, (in Japanese).
- [62] Yoon, J. S., Choi, J. W., Lee, I. H., and Kim, M. S., A valveless micropump for bidirectional applications, *Sensors and Actuators A*, Vol. 135, (2006), pp. 151–158.
- [63] Nguyen, N. and White, R., Design and optimization of an ultrasonic flexural plate wave micropump using numerical simulation, *Sensors and Actuators A*, Vol. 77, (1999), pp. 229–236.
- [64] Jang, W. I., Choi, C. A., Jun, C. H., Kim, Y. T., and Esashi, M., Surface micromachined thermally driven micropump, *Sensors and Actuators A*, Vol. 115, (2004), pp. 151–158.
- [65] Hayamizu, S., Higashino, K., Fujii, Y., Sando, Y., and Yamamoto, K., Development of a bi-directional valve-less silicon micro pump controll by driving waveform, *Sensors* and Actuators A, Vol. 103, (2003), pp. 83–87.
- [66] Tsai, J. and Lin, L., A thermal-bubble-actuated micronozzle-diffuser pump, Microelectromechanical Systems, Journal of, Vol. 11(6), (2002), pp. 665–671.
- [67] Lee, D.-S., Yoonb, H. C., and Ko, J. S., Fabrication and characterization of a bidirectional valveless peristaltic micropump and its application to a flow-type immunoanalysis, *Sensors and Actuators B*, Vol. 103, (2004), pp. 409–415.
- [68] Forster, F., Bardell, R., Afromowitz, M., Sharma, N., and Blanchard, A., Design, fabrication and testing of fixed-valve micro-pump, *Proceedings of ASME FED*, Vol. 234, (1995), pp. 39–44.
- [69] Gamboa, A. R., Morris, C. J., and Forster, F. K., Improvements in Fixed-Valve Micropump Performance Through Shape Optimization of Valves, *Transaction of ASME*, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 127-2, (2005), pp. 339–346.
- [70] Lunkenheimer, P., Rafflenbeul, W., and Keller, H., Application of transtracheal pressures oscillations as modification of diffusion respiration, *British Journal of Anaesthe*sia, Vol. 44(6), (1972), p. 627.
- [71] Krishnan, J. A. and Brower, R. G., High-Frequency Ventilation for Acute Lung Injury and ARDS, American College of Chest Physicians, Vol. 118(3), (2000), pp. 795–807.
- [72] Murakami, S., Watanabe, Y., Kobayashi, H., Kimoto, H., Shinagawa, M., Oda, M., and Iwa, T., High Frequency Ventilation for Tracheoplasty and Bronchoplasty, *The journal* of the Japan Society for Bronchology, Vol. 8(1), (1986), pp. 11–18, (in Japanese).
- [73] Wada, S., Sseguchi, Y., and Tanaka, M., Breathing and Ventilation Model, and Simulation of High-Frequency Ventilation, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*. A, Vol. 56(525), (1990), pp. 1295–1303, (in Japanese).
- [74] Sera, T. and Tanishita, K., Anatomical Aspects of Airway Flow and Gas Transport in the Pulmonary System, *Medical Imaging Technology*, Vol. 20(6), (2002), pp. 654–659, (in Japanese).

- [75] Cooney, C. G. and Towe, B. C., A thermopneumatic dispensing micropump, Sensors and Actuators A, Vol. 116, (2004), pp. 519–524.
- [76] Fuchiwaki, M. and Tanaka, K., Planate Conducting Polymer Actuator and Its Application to Micro Pump, *Proceedings of JSME Fluids engineering conference*, (2005), p. 302, (in Japanese, CD-ROM).
- [77] Fuchiwaki, M., Naka, Y., and Tanaka, K., BIMORPH TYPE SOFT ACTUATOR BASED ON CONDUCTING POLYMER AND ITS APPLICATION TO MICRO PUMP, Proceedings of the 5th Joint ASME/JSME Fluids Engineering Conference, (2007), pp. FEDSM2007–37478, (CD-ROM).
- [78] Naka, Y., Fuchiwaki, M., and Tanaka, K., The basic characteristic of micro pump with open-close movement soft actuator based on a conducting polymer as a driving source, *Proceedings of JSME Fluids engineering conference*, (2007), p. 1107, (in Japanese, CD-ROM).
- [79] FDK CO., Ltd. ed., Technical Data-Piezoelectric Ceramics, (2002), FDK CO., Ltd.
- [80] Li, S. and Chen, S., Analytical analysis of a circular PZT actuator for valveless micropumps, Sensors and Actuators A, Vol. 104, (2003), pp. 151–161.
- [81] Singhal, V., Garimella, S. V., and Murthy, J. Y., Low Reynolds number flow through nozzle-diffuser elements in valveless micropumps, *Sensors and Actuators A*, Vol. 113, (2004), pp. 226–235.
- [82] Bardell, R., Sharma, N., Foster, F., Afromowitz, M., and Penne, R., Designing highperformance micro-pumps based on no-moving-parts valves, *Proceedings of MEMS ASME*, Vol. 354, (1997), pp. 47–53.
- [83] Konishi, Y., How to measue to micro-flow, *Turbomachinery*, Vol. 35, (2007), pp. 295–294, (in Japanese).
- [84] Maeda, Y., Kimura, I., and Oshida, Y., Instrumentation Engineering, (2001), pp. 43–45, Corona Publishing Co., Ltd.
- [85] The American Society of Mechanical Engineering ed., Measurement Uncertainty, (1987), pp. 47–49, The Japan Society of Mechanical Engineers, (in Japanese).
- [86] Ohmi, M., Iguchi, M., and Urahata, I., Flow Pattern and Frictional Losses in an Oscillating Pipe Flow, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*. B, Vol. 47, (1981), pp. 1502–1510, (in Japanese).
- [87] Ohmi, M. and Iguchi, M., Flow Pattern and Frictional Losses in Pulsating Pipe Flow : 2nd Report, Effect of Pulsating Frequency on the Turbulent Frictional Losses, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*. B, Vol. 46, (1980), pp. 628–635, (in Japanese).
- [88] Ohmi, M. and Iguchi, M., Flow Pattern and Frictional Losses in Pulsating Pipe Flow : 3rd Report, General Representation of Turbulent Flow Pattern, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. B*, Vol. 46, (1980), pp. 636–643, (in Japanese).

- [89] Ohmi, M. and Iguchi, M., Flow Pattern and Frictional Losses in Pulsating Pipe Flow : 4th Report, General Representation of Turbulent Frictional Losses, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*. B, Vol. 46, (1980), pp. 837–845, (in Japanese).
- [90] Ohmi, M., Iguchi, M., and Usui, T., Flow Pattern and Frictional Losses in Pulsating Pipe Flow : 5th Report, Wall Shear Stress and Flow Pattern in a Laminar Flow, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. B*, Vol. 46, (1980), pp. 846–853, (in Japanese).
- [91] Ohmi, M. and Iguchi, M., Flow Pattern and Frictional Losses in Pulsating Pipe Flow : 6th Report, Frictional Losses in a Laminar Flow, *Transactions of the Japan Society* of Mechanical Engineers. B, Vol. 47, (1981), pp. 259–267, (in Japanese).
- [92] Ohmi, M. and Iguchi, M., Flow Pattern and Frictional Losses in Pulsating Pipe Flow : 7th Report, Wall Shear Stress in a Turbulent Flow, *Transactions of the Japan Society* of Mechanical Engineers. B, Vol. 47, (1981), pp. 268–278, (in Japanese).
- [93] Sumida, M. and Ohnishi, A., Characteristics of Pulsating Flow in Conical Diffusers, *Turbomachinery*, Vol. 32, (2004), pp. 607–615, (in Japanese).
- [94] Sumida, M. and Morita, J., Pulsating Flow in Conically Divergent Tubes, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. B, Vol. 70, (2004), pp. 1400–1408, (in Japanese).
- [95] Smith, B. L. and Swift, G. W., Power dissipation and time-averaged pressure in oscillating flow through a sudden area change, *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 113, (2003), pp. 2455–2463.
- [96] Chida, K., Heat Transfer When a Fluid and a Solid Thermal Field are Coupled : General Considerations by the Method of Vectorial Dimensional Analysis, *Transactions* of the Japan Society of Mechanical Engineers, Vol. 40(335), (1974), pp. 2020–2026, (in Japanese).
- [97] Macaulay, J., Range of Action of Surface Forces, Nature, Vol. 138(3492), (1936), p. 587.
- [98] Bo, Z. and Umehara, N., Effect of Electric Double Layer on the Frictional Behavior of Ceramics Lubricated with Water, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. C*, Vol. 63(611), (1997), pp. 2435–2440, (in Japanese).
- [99] Yang, C., Wu, J., and Chien, H., FRICTION CHARACTERISTICS OF WATER, R-134a, AND AIR IN SMALL TUBES, *Microscale Thermophysical Engineering*, Vol. 7(4), (2003), pp. 335–348.
- [100] Wen-Quan, T., Ya-Ling, H., Gui-Hua, T., and Zhuo, L., NO NEW PHYSICS IN SINGLE-PHASE FLUID FLOW AND HEAT TRANSFER IN MINI- AND MICRO-CHANNELS-IS IT A CONCLUSION?, Proceedings of Micro/Nanoscale Heat Transfer International Conference, Vol. 2008, (2008), (10pages, CD-ROM).
- [101] Ohashi, H. and Kaji, S., Fluid Forces Acting on Oscillating Bodies (Minor Special Issue, Vibrations Coupled with Fluid Motions), *Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol. 82, (1979), pp. 702–711, (in Japanese).
- [102] The Japan Society of Mechanical Engineers ed., Hydraulis losses in pipes and ducts, (1979), pp. 37–51, The Japan Society of Mechanical Engineers, (in Japanese).

- [103] The Japan Society of Mechanical Engineers ed., *JSME data book : flow measurements*, (1985), pp. 169–173, The Japan Society of Mechanical Engineers, (in Japanese).
- [104] Iguchi, M. and Ohmi, M., Transition to Turbulence in a Pulsatile Pipe Flow : 3rd Report, Flow Regimes and the Conditions Describing the Generation and Decay of Tutbulence, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers. B*, Vol. 50, (1984), pp. 36–44, (in Japanese).
- [105] The Japan Society of Mechanical Engineers ed., Hydraulis losses in pipes and ducts, (1979), pp. 53–63, The Japan Society of Mechanical Engineers, (in Japanese).

付録A

A.1 ダイアフラム振幅と体積変動量の関係

本節では2.1.2 で示したダイアフラムのたわみと体積変動量の関係の導出について説明し,たわみの理論式とダイアフラムのたわみ測定実験の結果を比較し,その妥当性を検証する.

A.1.1 ダイアフラムのたわみの解析

ここではマイクロポンプのダイヤフラムとして用いられる圧電振動板の詳細なたわみを求め, 流体に与える体積変動量を明らかにする.

円板がその中心に関して対称な荷重すなわち軸対称荷重を受け,このために円板がその中心 に関して対称にわたみを生ずるものとする.このとき円板の中央面の中心Oから任意の半径方 向r軸,中心Oを通って中央面に垂直にz軸をとる.図A.1(a)は,このような子午面(中心 軸zを含む面)を表している.図A.1(a)に示すように,円板が軸対称荷重pを受けて,半径rのところにある点Aのたわみ(下向きを正) ω を生ずるとき,以下の関係式がえられる.





$$\theta = -\frac{d\omega}{dr} \tag{A.1}$$

$$\frac{1}{\rho_r} = \frac{d\theta}{dr} = -\frac{d^2\omega}{dr^2} \tag{A.2}$$

$$\frac{1}{\rho_t} = \frac{\theta}{r} = -\frac{1}{r} \frac{d\omega}{dr}$$
(A.3)

$$M_r = D\left(\frac{1}{\rho_r} + \nu \frac{1}{\rho_t}\right) = D\left(\frac{d\theta}{dr} + \nu \frac{\theta}{r}\right) = -D\left(\frac{d^2\omega}{dr^2} + \frac{\nu}{r}\frac{d\omega}{dr}\right)$$
(A.4)

$$M_t = D\left(\nu\frac{1}{\rho_r} + \frac{1}{\rho_t}\right) = D\left(\nu\frac{d\theta}{dr} + \frac{\theta}{r}\right) = -D\left(\nu\frac{d^2\omega}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\omega}{dr}\right)$$
(A.5)

$$\sigma_r = \frac{12z}{h^3} M_r = -\frac{E_z}{1-\nu^2} \left(\frac{d^2\omega}{dr^2} + \frac{\nu}{r} \frac{d\omega}{dr} \right)$$
(A.6)

$$\sigma_t = \frac{12z}{h^3} M_t = -\frac{E_z}{1-\nu^2} \left(\nu \frac{d^2\omega}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\omega}{dr}\right)$$
(A.7)

$$\frac{d^3\omega}{dr^3} + \frac{1}{r}\frac{d^2\omega}{dr^2} - \frac{1}{r^2}\frac{d\omega}{dr} = \frac{d}{dr}\left\{\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\omega}{dr}\right)\right\} = -\frac{Q_r}{D}$$
(A.8)

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left[r\frac{d}{dr}\left\{\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\omega}{dr}\right)\right\}\right] = \frac{p}{D}$$
(A.9)

ここに

微分方程式 (A.9) において,特に p = const すなわち等分布荷重が作用する場合には,たわ み ω の一般形として次式が得られる.

$$\omega = \frac{1}{D} \left(\frac{p}{64} r^4 + C_1 + C_2 r^2 + C_3 \log r + C_4 r^2 \log r \right)$$
(A.10)

ここで,式中の C_1 , C_2 , C_3 , C_4 は任意定数となる.
- E : 縦弾性係数 N/m^2
- *ν* : ポアソン比
- *h* : **板厚** m
- D : $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ 板の曲げ剛性 N·m
- ρ_r : 点 A における中立面の半径方向の曲率半径 m
- ρ_t : 点 A における中立面の円周方向の曲率半径 m
- M_r : 点 A における円筒形断面に作用する半径方向の曲げモーメント N·m
- M_t : 点 A における子午面の断面に作用する半径方向の曲げモーメント N·m
- Q_r : 点 A における円筒断面に作用するせん断力 N



Fig. A.2 圧電振動板の材料力学的モデル

ここで図 A.2 に示すようにマイクロポンプに取り付けられた圧力振動板を周辺単純支持され た円板とし,圧電セラミックスによる径方向の伸張による力は円板の周囲に一様に曲げモーメ ントを加えた状態と考える.周囲から一様の曲げモーメントを加えられた円板は軸対称のたわ みを生じる.この場合,円板上には荷重は作用しないため,p = 0として式 (A.10) は

$$\omega = \frac{1}{D} \left(C_1 + C_2 r^2 + C_3 \log r + C_4 r^2 \log r \right)$$
(A.11)

となり,これを式 (A.8) へ適用するとせん断力 Q_r は

$$Q_r = -D\frac{d}{dr}\left\{\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d\omega}{dr}\right)\right\} = -\frac{4}{r}C_4 \tag{A.12}$$

となる.しかし,圧電振動板は外周に沿って曲げモーメントのみが作用しているため,円板の 円筒断面にはせん断力が生じない.従って式 (A.12)より $C_4 = 0$ となる.よって,たわみ ω の式 (A.10)は下式のようになる.

$$\omega = \frac{1}{D} \left(C_1 + C_2 r^2 + C_3 \log \frac{r}{a} \right) \tag{A.13}$$

135

式 (A.4),式 (A.5) に式 (A.13) を適用して,曲げモーメント M_r , M_t を求める.

$$M_r = -\left\{2(1+\nu)C_2 - \frac{1-\nu}{r^2}C_3\right\}$$
(A.14)

$$M_t = -\left\{2(1+\nu)C_2 + \frac{1-\nu}{r^2}C_3\right\}$$
(A.15)

ここで円板は外周 r = a において単純に支持され,曲げモーメント M を受ける.つまり境界 条件は

$$\omega|_{r=a} = 0 \tag{A.16}$$

$$M_r = M_t = M \tag{A.17}$$

となる.これらの境界条件を式 (A.13), 式 (A.14), 式 (A.15) に代入する.

$$\frac{1}{D}(C_1 + C_2 a^2) = 0 \tag{A.18}$$

$$M = -\left\{2(1+\nu)C_2 - \frac{1-\nu}{r^2}C_3\right\}$$
(A.19)

$$-\left\{2(1+\nu)C_2 - \frac{1-\nu}{r^2}C_3\right\} = -\left\{2(1+\nu)C_2 + \frac{1-\nu}{r^2}C_3\right\}$$
(A.20)

これらの式を C_1 , C_2 , C_3 に対する連立方程式として解くと

$$C_1 = \frac{Ma^2}{2(1+\nu)}$$
(A.21)

$$C_2 = -\frac{M}{2(1+\nu)}$$
(A.22)

$$C_3 = 0 \tag{A.23}$$

となる.これらを式 (A.13) へ適用するとたわみ ω と曲げモーメント M の関係式が得られる. すなわち

$$\omega = \frac{M}{2(1+\nu)D}(a^2 - r^2)$$
(A.24)

圧電振動板のたわみ ω は与えられる曲げモーメントMつまり圧電セラミックスの発生力に比例することがわかる.圧電セラミックスの発生力は入力電圧に比例するため,圧電振動板のたわみは入力電圧に比例するといえる.また,円板の任意の位置におけるたわみ ω が求めらることから,圧電振動板の体積変動量Vが得られる.まず,式(A.24)をrの式におきかえる.

$$r = \sqrt{a^2 - \frac{2(1+\nu)D}{M}\omega}$$
(A.25)

136

体積変動量 V は図 A.1 の z 軸周りの回転体として積分することによって得られる.

$$V = \pi \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} r^2 d\omega$$
(A.26)
$$\begin{cases} \omega_{\min} = \omega|_{r=a} = 0\\ \omega_{\max} = \omega|_{r=0} = \frac{Ma^2}{2(1+\nu)D} \\ = \pi \int_0^{\frac{Ma^2}{2(1+\nu)D}} \left(a^2 - \frac{2(1+\nu)}{M}\omega\right) d\omega \\ = \pi a^2 [\omega]_0^{\frac{Ma^2}{2(1+\nu)D}} - \frac{\pi(1+\nu)D}{M} [\omega^2]_0^{\frac{Ma^2}{2(1+\nu)D}} \\ = \frac{\pi Ma^4}{2(1+\nu)D} - \frac{\pi Ma^4}{4(1+\nu)D} \\ = \frac{\pi Ma^4}{4(1+\nu)D}$$
(A.27)

ここで , $\omega_{\max} = \frac{Ma^2}{2(1+\nu)D}$ より式 (A.27) は以下のように書き換えられる .

$$V = \frac{\pi}{2}a^2\omega_{\rm max} \tag{A.28}$$

よって,式 (A.28) のように中心のたわみ量 ω_{\max} から圧電振動板の体積変動量が求められることが示された.ポンプ性能測定ではダイアフラムの中心部における振幅 $s = \omega_{\max}$ として実験を行う.

A.1.2 たわみの測定

ここでは圧電振動板に電圧を与えて実際に変形させ,そのときのたわみが前項で求められた たわみ曲線の式 (A.24) と一致するか確かめる.

測定装置を図 A.3 に示す.圧電振動板のたわみによる変位は非常に小さいため測定はレー ザー変位計(キーエンス LK-G35)を用いた.水平に固定された圧電振動板に電圧 250 V を与 えた.測定点は図 A.4 中の×印に示すように中心と中心から4方向に1 mm 間隔でそれぞれ 6 点合計 25 点の測定点を設けて測定を行った.

測定結果をたわみ曲線の式 (A.24) と合わせて図 A.5 に示す.たわみ ω は中心の最大たわみ ω_{\max} を用いて無次元たわみ ω/ω_{\max} で表し,半径方向の距離rは圧電振動板の半径aを用いて 無次元半径r/aで表した.ただし測定に用いた圧電振動板の半径aは接着されている圧電素子 の半径とした.



Fig. A.3 圧電振動板たわみ測定装置図

Fig. A.4 圧電振動板の測定点

図 A.5より,たわみ曲線の式 (A.24) と測定値がよく一致していることがわかる.よって,圧 電振動板のたわみは式 (A.24) で表され,体積変動量は式 (A.27) から求められる.式 (A.27) は 圧電振動板の寸法と物性値から求められる定数と与えられるモーメントが比例する.しかしな がら,実際にはマイクロポンプのダイヤフラムは流体反力により発生力に相当する変位は得ら れない.これをデッドボリュームという.そのため,式 (A.27)より圧電振動板の体積変動量を 予測することは難しい.そこで,式 (A.28) を用いて圧電振動板の中心のたわみを測定すること で体積変動量を予測する.レーザー変位計は非接触であり,圧電振動板の圧電阻止は外部に露 出しているため,流体反力が作用するマイクロポンプ運転時でも測定が可能である.



Fig. A.5 ダイアフラムたわみ測定結果

A.2 マイクロポンプ始動時の特性

マイクロポンプの吐出し流量を正しく測定するには,適切な測定方法,そして,ポンプの吐出し流量が定常運転の状態であることが重要である.そこで,本節では予備実験として供試マ イクロポンプ(a = 1.0 mm, $2\alpha = 50 \circ$, b/a = -0.5)の始動時の吐出し流量の変化を測定し,本 論の性能測定装置において測定される流量が吐出し流量の定常運転の状態であるかを検討する.

A.2.1 実験装置

マイクロポンプの始動時の吐出し流量を測定するために,以下の2点の実験装置を用いた. 図 A.6 は始動時から長時間の流量の変化を測定するためのマイクロポンプ流量測定装置である.マイクロポンプの入口側にはポンプ直径(d = 1.0 mm)より十分に大きいリザーバ(D = 150 mm)を取り付け,出口側にはガラス管を取り付け,吐出された作動流体をビーカで受け止めた.マイクロポンプ駆動装置は本論中図2.10と同様である.測定は,マイクロポンプの始動時を時間t = 0 sec として,30 sec 毎にビーカに溜まった作動流体の重量mを電子天秤で測定し, $Q = m/(\rho t)$ より流量Qを求めた.なお,全揚程は0とし,始動時は液界面を出口管の端で固定した.測定時間は210秒間で,このとき作動流体は2.5 ml吐出され,入口側リザーバの界面は0.14 mm 下がる.従って,連続的な吐出し流量測定による揚程の変化は無視できるとする.

図 A.7 は始動直後の流量の変化を測定するためのマイクロポンプ流量測定装置である.マイ



Fig. A.6 実験装置概略図, No. 1.



Fig. A.7 実験装置概略図, No. 2.

クロポンプの出入口には,ガラス管 (d = 1.0 mm, $A = \pi d^2/4$)が取り付けられ,それぞれ のガラス管が平行且つ水平になるように保持された.流出側のガラス管にはl = 50 mm間隔で 3 箇所をマーキングした.流出側のガラス管付近にはストップウォッチを設置し,ガラス管と ストップウォッチが写るように CCD カメラ (SONY DXC-390)を設置し,ポンプから吐出さ れる作動流体の界面の様子をビデオレコーダで記録した.測定は,作動流体界面をポンプ側の マーキングに移動し,そこから時間 $t_0 = 0$ sec としてポンプを始動させ,吐出し流量を測定し た.吐出し流量は出口側の1箇所目,2箇所目のマーキングを界面が通過した時間 t_1 , t_2 より, $Q_1 = Al/(t_1 - t_0)$, $Q_2 = Al/(t_2 - t_1)$ として,始動直後から1箇所目のマーキングを通過する までの流量 Q_1 ,1箇所目のマーキングから2箇所目のマーキングを通過するまでの流量 Q_2 を 測定した.なお,全揚程は0とした.

A.2.2 実験結果

図 A.8 にマイクロポンプ始動時から 30 秒毎の吐出し流量を示す. 横軸がポンプ始動時から の経過時間,縦軸がその 30 秒間に吐出された流量である.このときのポンプ駆動周波数は 30 Hz,ダイアフラム振幅は約 30 µm である.図より,流量は時間の経過に対し横ばいであり, 30 秒の様な大きな時間間隔では始動時からの流量の変動は観測されなかった.図 A.9 にマイク



Fig. A.8 始動後からの流量の時間履歴; f=30 Hz , s=30 µm , H=0 mm .

ロボンプ始動直後の流量の変化を示す.横軸にポンプの駆動周波数,縦軸にポンプ吐出し流量 の変化 Q₂/Q₁ として示す.このときダイアフラム振幅は 30 µm である.図より,いずれの駆 動周波数においても2箇所の区間における流量の変化はほとんど見られない.Q₂/Q₁ が1より も若干小さいのものが多いのは,界面が出口方向に進むにつれて液が満たされている管路長が 長くなり,管摩擦損失が増加しているためと考えられる.そのため,図A.7の実験装置の流量 測定の方法では,設定した全揚程より数%高い全揚程となる可能性がある.

以上の予備実験により,本研究のバルブレスマイクロポンプの始動時の流量は瞬時に定常運転の状態になると考えられる.本論の3次元流れ解析の計算結果(図3.8~図3.11)より,ポ ンプ内部の流速が全て0の状態からダイアフラムの駆動を6周期を行えば正味の流量は収束す るとあるため,ポンプを始動してから6/f秒後には定常運転の状態にあると言える.例えば, 駆動周波数が30 Hz のとき0.2秒,駆動周波数が60 Hz のとき0.1秒で定常運転の状態になる と考えられる.



Fig. A.9 駆動周波数 - Q_2/Q_1 特性曲線; $s=30~\mu m$, H=0~mm.

A.3 無次元数の導出とマイクロポンプへの適用

A.3.1 *π*定理による無次元数の導出

本項では 2.4.1 項で示した Buckingham の *π* 定理による無次元数の導出について詳細に述べ, 得られた無次元数の意味を説明する.

マイクロポンプ特性試験により得られた結果をさらに詳細をみるために無次元化を行い整理 する.マイクロポンプ駆動条件,マイクロポンプの幾何的条件,作動流体の物性値から下記の ような8個のパラメータを選択しバッキンガムのπ定理を用いて無次元化を行った.

流路幅	:	<i>a</i> [m]
ポンプの吐出し流量	:	$Q[\mathrm{m^3/s}]$
ポンプの全揚程	:	$\Delta P[$ Pa $]$
駆動周波数	:	f[1/s]
体積変動量	:	$V[m^3]$
作動流体の密度	:	$ ho [~{ m kg/m^3}~]$
作動流体の粘度	:	μ [Pa·s]

パラメータが8個,基本次元は質量*M*,距離*L*,時間*T*の3個であるため5個の無次元数が存在する.各パラメータは基本単位に対し以下のような次元を持つ.

	a	Q	ΔP	f	V	ρ	μ
М	0	0	1	0	0	1	1
L	1	3	-1	0	3	-3	-1
Т	0	-1	-2	-1	0	0	-1

繰り返し変数を駆動周波数 f,体積変動量 V,作動流体の密度 ρ とし,無次元数を求める.ポンプの流量 Qについての無次元数 Π_1 を求める.

$$\Pi_1 = f^{\alpha} V^{\beta} \rho^{\gamma} Q$$

= $[M^0 L^0 T^{-1}]^{\alpha} [M^0 L^3 T^0]^{\beta} [M^1 L^{-3} T^0]^{\gamma} [M^0 L^3 T^{-1}]$

無次元数となるため α , β , γ は以下のようになる.

$$\begin{cases} M : \gamma = 0 \\ L : 3\beta - 3\gamma + 3 = 0 \\ T : -\alpha - 1 = 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = -1 \\ \gamma = 0 \end{cases}$$

よって無次元数 II1 は

$$\Pi_1 = f^{-1} V^{-1} \rho^0 Q$$

$$= \frac{Q}{Vf}$$
(A.29)

となる.同様にしてa, Δ , μ についての無次元数を求め,以下に示す.

$$\Pi_2 = \frac{a}{V^{1/3}} \tag{A.30}$$

$$\Pi_3 = \frac{\Delta P}{\rho V^{2/3} f^2} \tag{A.31}$$

$$\Pi_4 = \frac{\mu}{\rho V^{2/3} f} \tag{A.32}$$

ここで,流量係数 ϕ と揚程係数 ψ は Π_1 , Π_2 および Π_3 より

$$\phi = \frac{\Pi_1}{4} = \frac{Q}{4Vf} \tag{A.33}$$

$$\psi = \frac{\Pi_2{}^4\Pi_3}{8} = \frac{1}{8} \left(\frac{a}{V^{1/3}}\right)^4 \frac{\Delta P}{\rho V^{2/3} f^2} = \frac{a^4 \Delta P}{8\rho V^2 f^2}$$
(A.34)

となる.流量係数 ϕ と揚程係数 ψ は圧電振動板からの振動流による運動がどれほどマイクロポンプの仕事となるかを示す無次元数である.また, Π_2 および Π_4 より Reynolds 数と Womersley 数が得られる.

$$Re = \frac{4}{\Pi_2 \Pi_4} = 4 \frac{V^{1/3}}{a} \frac{\rho V^{2/3} f}{\mu} = \frac{4Vf}{a\nu}$$
(A.35)

$$Wo = \frac{\Pi_2/2}{(\Pi_4/(2\pi))^{1/2}} = \frac{1}{2} \frac{a}{V^{1/3}} \sqrt{2\pi \frac{\rho V^{2/3} f}{\mu}} = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}$$
(A.36)

u は動粘性係数であり, $u = \mu/\rho$ で表される. ω はダイアフラムの動作の角周波数であり, $\omega = 2\pi f$ で表される. ここでのレイノルズ数 Re は,本文中で述べたように流路内部に発生してる体積変動部からの振動流の流速振幅に対する Reynolds 数である. 一方, Womersley 数と



A: Wo = 1 の場合 . B: Wo = 10 の場合 . この変動速度に Poiseuille 流れの速度分布を重ねたものが実際の速度分布である . Fig. A.10 円管内の振動流の変動速度の分布と時間変化 ⁽¹⁰³⁾

は血管内流れ等のバイオレオロジー分野等の流れの振動現象によく用いられる無次元数である. 流れの非定常度を示す無次元数であり,圧力勾配が変化する振動流を取り扱う際,重要となっ てくる.Womersley数は独立な無次元数ではなくStrouhal数*St*とReynolds数*Re*を掛け合わ せた無次元数で $Wo = \sqrt{\pi/2 \cdot Re \cdot St}$ のように示されこともある.無次元数としての意味は流 路代表長さと振動による粘性浸透深さとの比であり,流路内部の流動状態と本質的に関係する. ここで,図A.10に円管内の振動流による速度分布の変動と半径方向位置における流速の時間変 化および圧力の変動 $\cos \omega t$ を示す⁽¹⁰³⁾.図からわかるように,Womersley数が小さい場合は, 管径に比べて振動境界層の厚さが大きく,その速度分布は定常流のそれを保ったまま周期的に 変化する.また,慣性力の効果が小さいので,圧力の変動 $\cos \omega t$ に対する流速の位相遅れはど の位置に対してもほとんどない.一方,Womersley数が大きいと,管径に比べて振動境界層の 厚さが小さくなり,速度の分布は管の中心部で平坦となる.そして,速度分布は管壁に近いと ころで極大値をもつ.さらに,慣性力の効果により,圧力の変動に対する流速の位相遅れが管 中心に向かう程大きくなる. $Wo \rightarrow \infty$ ではこの位相遅れは 90°となる.

A.3.2 無次元数を考慮した駆動条件

本研究では寸法の異なる3つのポンプを製作し,2.4.2 でその相似則を確認した.本研究のマ イクロポンプの相似則は前項の無次元数を適用して調査するが,異なるサイズのポンプにおい て無次元性能の比較を行う際,上述の無次元数を考慮した条件を設定する必要がある.本項で は,異なるサイズのマイクロポンプにおける無次元数を考慮した駆動条件について説明する.

ここで,異なるサイズを持つ2つのマイクロポンプA,Bの流量係数 ϕ_A , ϕ_B がそれぞれ式 (2.22)の関係を持つとき,以下のように表される.

$$\phi_{\rm A} = F_{\rm A}'(\psi_{\rm A}, Re_{\rm A}, Wo_{\rm A})$$

$$\phi_{\rm B} = F_{\rm B}'(\psi_{\rm B}, Re_{\rm B}, Wo_{\rm B})$$

ここで,本研究のポンプ性能測定装置は駆動周波数,ダイアフラム振幅を設定し,吐出し流量 と全揚程を測定する.そのため実際の測定では流量係数と揚程係数の関数,つまりポンプの無 次元性能曲線(*φ-ψ*曲線)を従属変数として,

$$F'_{A,p}(\phi_A, \psi_A) = F'_{A,input}(Re_A, Wo_A)$$
$$F'_{B,p}(\phi_B, \psi_B) = F'_{B,input}(Re_B, Wo_B)$$

となる.従って, *Re*, *Wo*をそれぞれ同じ値にすることで異なる寸法のマイクロポンプに対する無次元特性を比較することが可能である.式(2.26),(2.29)より,以下の関係を満たせば同じ値となる.

$$\frac{Re_{\rm A}}{Re_{\rm B}} = \frac{\bar{\nu}_{\rm a,A}}{\bar{\nu}_{\rm a,B}} \frac{a_{\rm A}}{a_{\rm B}} \frac{\nu_{\rm B}}{\nu_{\rm A}} = 1 \tag{A.37}$$

$$\frac{Wo_{\rm A}}{Wo_{\rm B}} = \frac{a_{\rm A}}{a_{\rm B}} \left(\frac{f_{\rm A}}{f_{\rm B}}\right)^{1/2} \left(\frac{\nu_{\rm B}}{\nu_{\rm A}}\right)^{1/2} = 1 \tag{A.38}$$

ここで,式 (A.37)の右辺の第2係数と式 (A.38)の第1係数はマイクロポンプA, Bのサイズに よって決定される.従って,上式を満足するにはそれ以外の値を調整しなければならない.式 (A.37)に注目すると体積変動部の流速振幅 \bar{v}_a もしくは作動流体動粘度 ν によってA, B同じ Re となる.仮に同じ作動流体を使用して同じ Re を得ることを考えると,ポンプAの流速振幅

Pump size	Size ratio	Kinetic viscosity
<i>a</i> [mm]	$a_{\rm B}/a_{\rm A}$ [-]	$ u \left[\ \mathrm{m^2/s} \ \right] $
0.25	1	1.004×10^{-6}
0.5	2	2.008×10^{-6}
1.0	4	4.016×10^{-6}

Table A.1 ポンプ寸法と作動流体の関係.

に対してポンプBの流速振幅の関係は

$$\bar{v}_{\mathrm{a,B}} = \frac{a_{\mathrm{A}}}{a_{\mathrm{B}}} \bar{v}_{\mathrm{a,A}}$$

となる.本研究のダイアフラムである圧電振動板は大振幅の駆動には不向きであり,上式では ポンプBが小さくなるほど大きな速度振幅 $\bar{v}_{a,B}$ が必要になり,ダイアフラムの駆動限界に到達 する可能性が考えらえれる.従って,本研究では作動流体の動粘度を変更することで異なるサ イズのマイクロポンプの無次元数を同一に保つ. $Re_A = Re_B$ のとき, $\bar{v}_{a,A} = \bar{v}_{a,B}$ として,ポ ンプAに対してポンプBの作動流体動粘度は以下のように求められる.

$$\nu_{\rm B} = \frac{a_{\rm B}}{a_{\rm A}} \nu_{\rm A} \tag{A.39}$$

一方,式(A.39)より,同じ Wo とするには,ポンプAの駆動周波数に対してポンプBを以下の駆動周波数で運転すればよい.

$$f_{\rm B} = \frac{a_{\rm A}}{a_{\rm B}} f_{\rm A} \tag{A.40}$$

本研究の無次元特性試験では式 (A.39), (A.40)より得られた条件をもとに,異なるサイズを もつマイクロポンプに対して等しい無次元数下で測定を行った.異なるサイズのポンプは流路 幅 *a* =0.25,0.5,1.0 mm のものが用意され,無次元特性試験が行われた.このとき,*a*_A =0.25 mm のマイクロポンプとし,の作動流体に精製水を用いたとき,他のサイズのマイクロポンプ の作動流体には動粘度を調整されたグリセリン水溶液を用いた.グリセリン水溶液は精製水と グリセリンを一定の質量濃度で混合することで作製され,動粘度は質量を電子天秤(池本理化 工業 CP225D)を用いて,粘度を音叉振動式粘度計(エー・アンド・デ SV-10)を用いて 測定することで調整した.このとき室温を管理し,温度を20 に保った.表A.1 にそれぞれのポンプサイズにおける動粘度を示す.

A.4 マイクロポンプ1次元準定常解析プログラム

以下に作成した本研究のマイクロポンプに対する1次元準定常解析プログラムを示す.

```
マイクロポンプ1次元解析
                           2008.1
L
       Program Name: netFlow_cal.f90
       File Name of Output: test_data1.csv
                         test_data2.csv
       Programed by Seiichi Tanaka
T
       Kyusyu Institute of Technology Graduate School of
       Life Science and System Engneering
program netFlow_cal_unst
implicit none
integer :: flg
real :: pi=3.14159265
real :: v_1max,q,x,q_d
real :: A1,A2,A3, alp1,alp2, &
      t2,t3, w2,w3,wd, L2,L3,L3eq,Ld, de2,de3,ded, &
      k_rect,alpha_m2,alpha_m3,&
      nu,rho, &
      zeta_d,zeta_n=0.0,ft2,ft3, &
      zeta_2in,zeta_2out,zeta_3in,zeta_3out
real :: freq,efreq,dfreq,vol,evol,dvol, &
      p2,p3,dp,p2_d,p_max
real :: re,re_max,re_d,wo,wo_max,wo_d
real :: cal_conv
common /pump/ rho,L2,L3eq,alp1,alp2, &
      ft2,ft3,zeta_2out,zeta_2in,zeta_3out,zeta_3in, &
      zeta_d,zeta_n, &
      alpha_m2,alpha_m3
common / cal/ cal_conv
!******* ポンプ形状条件定義・入力 *******
open(60,file='pump_condition.txt',status='old')
   read(60,*) A1
   read(60,*) t2,w2,L2
   read(60,*) t3,w3,L3
   read(60,*) Ld
   read(60,*)
   read(60,*) nu,rho
   read(60,*)
   read(60,*) zeta_d
   read(60,*) zeta_2out,zeta_2in
   read(60,*) zeta_3out,zeta_3in
close(60)
!******* ポンプ運転条件定義・入力 *******
open(70,file='drive_condition.txt',status='old')
   read(70,*) freq
   read(70,*) efreq
   read(70,*) dfreq
   read(70,*) vol
   read(70,*) evol
   read(70,*) dvol
   read(70,*) p2
   read(70,*) p3
   read(70,*) dp
close(70)
```

```
!******* 計算収束条件定義・入力 *******
cal_conv = 1.0e-5
!******* 出力ファイル・出力フォーマット *******
open(20,file='test_data1.csv',status='old')
open(30,file='test_data2.csv',status='old')
100 format(f10.1,x,'[Hz]',4x,f10.3,x,'[mm^3]',4x,f10.3,x,'[ml/min]',4x,f10.3,x,'[Pa]')
110 format(f10.1,',',f10.3,',',f10.9,',',f10.9,',',f10.9,',')
write(20,*) ' 周波数 [Hz],',' 流量 [ml/min],',' 圧力 [Pa],',' 流速振幅 [m/s]'
write(30,*) 'Re[-],','Wo[-],','fai[-],','2fai/Re[-],','psi[-],'
!******* 計算条件確認 *******
print*, '「マイクロポンプ1次元計算プログラム」'
print*, ^希望の計算の番号を入力してください.,
print*, ' * ポンプ性能(単一条件) = 0'
print*, ' * ポンプ性能(流量-揚程特性) = 1'
print*,' * 周波数-流量特性 = 2'
print*,' * 周波数-揚程特性 = 3'
print*,' * 体積変動量-流量特性 = 4'
print*,' * 体積変動量-揚程特性 = 5'
-
print*,' * 無次元ポンプ特性 = 6'
print*,' * 無次元ポンプ特性 2 = 7'
read(*,*) flg
pause
!**** 幾何的条件・損失係数計算 ****
print*, '係数計算中 ··· '
.
!断面積,A2,A3
A2 = t2 * w2
A3 = t3 * w3
!断面積比,alp2,alp3
alp1 = A1 / A3
alp2 = A2 / A3
!等価直径,de2,de3
de2 = 4.0 * t2 * w2 / ((t2 + w2) * 2.0)
de3 = 4.0 * t3 * w3 / ((t3 + w3) * 2.0)
!等価管路長,L3eq
L3eq = A3 / ( A3 - A2 ) * log( A3 / A2 ) * Ld + L3
!管摩擦係数,ft2,dt3
ft2 = k_rect(w2,t2) * 32.0 * nu * L2 / ( de2 ** 2.0 )
ft3 = k_rect(w3,t3) * 32.0 * nu * L3 / ( de3 ** 2.0 )
!ノズル部管摩擦係数,zeta_n
do x=0.Ld.Ld/1000.0
   wd = (w3 - w2) / Ld * x + w2
   ded = 4.0 * t3 * wd / ((t3 + wd) * 2.0)
   zeta_n = zeta_n + &
          (A3 / (t3 * wd) * &
          k_rect(t3,wd) / ( ded ** 2.0 ) * Ld/1000.0 )
end do
zeta_n = 64.0 * nu * (alp2 ** 2.0) * zeta_n
!運動量拡大係数
call alpha_momentum(w2,t2,alpha_m2)
call alpha_momentum(w3,t3,alpha_m3)
!******* ポンプ性能 (単一条件)計算 ***
if(flg==0)then
!**** 流速振幅計算 ****
   v_1max = pi * freq * vol / A1
   call unsteady_cal_0(v_1max,freq,q,p2,p3,A2)
   !**** ディスプレイ表示・ファイル書き込み ****
   write(*,100) freq,vol*1.0e9,q/(0.01**3.0)*60.0,p2
   write(20,*) freq,',',q*1.0e6*60,',',p2,',',v_1max
!******* ポンプ性能 (流量-揚程特性)計算 ***
else if(flg==1)then
```

```
q = 1.0
   p2 = 0.0
   p3 = 0.0
   do while(q > 0.0)
      !**** 値保存(最大揚程算出のため) ****
      p2_d = p2
      q_d = q
      !**** 流速振幅計算 ****
      v_1max = pi * freq * vol / A1
      call unsteady_cal(v_1max,freq,q,p2,p3,A2)
      !**** ディスプレイ表示・ファイル書き込み ****
      if(q > 0.0)then
          write(*,100) freq,vol*1.0e9,q/(0.01**3.0)*60.0,p2
          write(20,*) freq,',',q*1.0e6*60,',',p2,',',v_1max
      end if
      !**** 値送り ****
      p2 = p2 + dp
   end do
   !**** 最大揚程計算・追加書き込み ****
   p_max = ( q * ( p2_d - dp ) - q_d * ( p2 - dp ) ) / ( q - q_d )
   write(*,100) freq,vol*1.0e9,0.0,p_max
   write(20,*) freq,',',0.0,',',p_max,',',v_1max
!******* 周波数-流量特性計算 *******
else if(flg==2)then
do freq=dfreq, efreq, dfreq
      !**** 流速振幅計算 ****
      v_1max = pi * freq * vol / A1
      call unsteady_cal(v_1max,freq,q,p2,p3,A2)
      !**** ディスプレイ表示・ファイル書き込み ****
      write(*,100) freq,vol*1.0e9,q/(0.01**3.0)*60.0,p2
      write(20,*) freq,',',q*1.0e6*60,',',p2,',',v_1max
   end do
!****** 周波数-揚程特性計算 *******
else if(flg==3)then
do freq=dfreq, efreq, dfreq
      q = 1.0
      p2 = 0.0
      p3 = 0.0
      do while(q > 0.0)
          !**** 値保存(最大揚程算出のため) ****
          p2_d = p2
          q_d = q
          v_1max = pi * freq * vol / A1
          call unsteady_cal(v_1max,freq,q,p2,p3,A2)
          !**** 値送り ****
          p2 = p2 + dp
      end do
      !**** 最大揚程計算・追加書き込み ****
```

```
write(*,100) freq,vol*1.0e9,0.0,p_max
      write(20,*) freq,',',0.0,',',p_max,',',v_1max
   end do
!******* 体積変動量-流量特性計算 ****
else if(flg==4)then
do vol=dvol, evol, dvol
      !**** 流速振幅計算 ****
      v_1max = pi * freq * vol / A1
      call unsteady_cal(v_1max,freq,q,p2,p3,A2)
      !**** ディスプレイ表示・ファイル書き込み ****
      write(*,100) freq,vol*1.0e9,q/(0.01**3.0)*60.0,p2
      write(20,*) freq,',',q*1.0e6*60,',',p2,',',v_1max
   end do
!******** 体積変動量-揚程特性計算 ****
else if(flg==5)then
!**********
   do vol=dvol, evol, dvol
      q = 1.0
      p^2 = 0.0
      p3 = 0.0
      do while (q > 0.0)
          !**** 値保存(最大揚程算出のため) ****
          p2_d = p2
          q_d = q
          v_1max = pi * freq * vol / A1
          call unsteady_cal(v_1max,freq,q,p2,p3,A2)
          !**** 値送り ****
          p2 = p2 + dp
      end do
      !**** 最大揚程計算・追加書き込み ****
      p_max = (q * (p_2d - dp) - q_d * (p_2 - dp)) / (q - q_d)
      !**** ディスプレイ表示・ファイル書き込み *****
      write(*,100) freq,vol*1.0e9,0.0,p_max
      write(20,*) freq,',',0.0,',',p_max,',',v_1max
   end do
!******* 無次元ポンプ特性 **********
else if(flg==6)then
do re=re_d, re_max, re_d
      do wo=wo_d, wo_max, wo_d
      !**** 流速振幅·周波数計算 ****
      v_1max = re * nu / de2
      freq = nu / ( 2.0 * pi ) * ( 2.0 * wo / de2 )**2.0
      call unsteady_cal(v_1max,freq,q,p2,p3,A2)
      !**** ディスプレイ表示・ファイル書き込み ****
      write(*,*) re,wo,q*1.0e6*60,q/((w2**2.0)*v_1max)
      write(30,110) re,wo,q/((w2**2.0)*v_1max),2.0*q/((w2**2.0)*v_1max)/re,0.0
```

end do

```
end do
!******* 無次元ポンプ特性 2 ***********
else if(flg==7)then
re = re_max
   wo = wo_max
   q = 1.0
   p2 = 0.0
   p3 = 0.0
   do while(q > 0.0)
      !**** 値保存(最大揚程算出のため) ****
      p2_d = p2
      q_d = q
      ----
!**** 流速振幅・周波数計算 ****
      v_1max = re * nu / de2
      freq = nu / ( 2.0 * pi ) * ( 2.0 * wo / de2 )**2.0
      call unsteady_cal_0(v_1max,freq,q,p2,p3,A2)
      !**** ディスプレイ表示・ファイル書き込み ****
      if(q > 0.0)then
          write(*,*) re,wo,q/((w2**2.0)*v_1max),p2/(rho*(v_1max**2.0)*0.5)
         write(30,110) re,wo,q/((w2**2.0)*v_1max),2.0*q/((w2**2.0)*v_1max)/re,p2/(rho*(v_1max**2.0)*0.5)
      end if
      !**** 値送り ****
      p2 = p2 + dp
   end do
   !**** 最大揚程計算・追加書き込み ****
   p_max = (q * (p_2d - dp) - q_d * (p_2 - dp)) / (q - q_d)
   write(*,*) re,wo,q/((w2**2.0)*v_1max),0.0
   write(30,110) re,wo,q/((w2**2.0)*v_1max),2.0*q/((w2**2.0)*v_1max)/re,0.0
else
end if
close(20)
close(30)
999 pause
stop
end
subroutine unsteady_cal_0(v_1max,freq,q,p2,p3,A2)
implicit none
integer :: i
real :: v_1max,freq,q,p2,p3,A2
real :: v_1,v_2,vd_1,vd_2, &
      qd,q_conv, &
      time, dt, cal_end
real :: pi = 3.14159265
real :: cal_conv
common /cal/ cal_conv
!**** 初期値設定 ****
cal_end = 2.0 / freq !2 周期分の時刻
vd_1 = 0.0
vd_2 = 0.0
qd = 0.0
q_{conv} = 1.0
i = 0
```

```
do while(q_conv > cal_conv)
   q = 0.0
   time = 0.0
   open(40,file='test_data3.csv',status='old')
   do while(time < cal_end)</pre>
       !**** v_1 計算 ****
       v_1 = v_1max * sin(2.0 * pi * freq * time)
       !**** v_2 計算 ****
       call newton(p2,p3,v_1,vd_1,v_2,vd_2,dt)
       !**** 流量計算(台形公式) ****
      q = q + A2 * (v_2 + vd_2) * 0.5 * dt / cal_end
!**** ファイル出力 ****
       write(40,*) time,',', v_1,',', v_2
       !**** 値送り ****
       vd_1 = v_1
       vd_2 = v_2
       time = time + dt
   end do
   close(40)
   !**** 流量収束計算 ****
   q_conv = abs((q - qd) / q)
   print*, q_conv
   if(i > 1000)then !1000 回実行しても収束しないならそこで終了
   goto 300
end if
   !**** 値送り ****
   qd = q
i = i + 1
end do
300 return
end
subroutine unsteady_cal(v_1max,freq,q,p2,p3,A2)
implicit none
integer :: i
real :: v_1max,freq,q,p2,p3,A2
real :: v_1,v_2,vd_1,vd_2, &
       qd,q_conv, &
       time, dt, cal_end
real :: pi = 3.14159265
real :: cal_conv
common /cal/ cal_conv
!**** 初期値設定 ****
dt = 0.001 / freq   !1 周期 1000 分割
cal_end = 3.0 / freq
vd_1 = 0.0
vd_2 = 0.0
qd = 0.0
q_{conv} = 1.0
i = 0
do while(q_conv > cal_conv)
   q = 0.0
   time = 0.0
   do while(time < cal_end)</pre>
```

```
!**** v_1 計算 ****
      v_1 = v_1max * sin(2.0 * pi * freq * time)
      !**** v_2 計算 ****
      call newton(p2,p3,v_1,vd_1,v_2,vd_2,dt)
      !**** 流量計算(台形公式) ****
      q = q + A2 * (v_2 + vd_2) * 0.5 * dt / cal_end
!**** 値送り ****
      vd_1 = v_1
      vd_2 = v_2
      time = time + dt
   end do
   !**** 流量収束計算 ****
   q_conv = abs((q - qd) / q)
   if( i > 1000)then
      goto 400
   end if
   !**** 値送り ****
   qd = q
   i = i + 1
end do
400 return
end
subroutine newton(p2,p3,v_1,vd_1,v_2,vd_2,dt)
implicit none
integer :: i
real :: p2,p3,v_1,vd_1,v_2,vd_2,dt
real :: nfunc,v_2conv,v_2n
real :: cal_conv
common /cal/ cal_conv
!**** 初期値設定 ****
v_2conv =1.0
v_2n = 0.0
v_2 = 0.0
i = 0
do while( v_2conv > cal_conv )
   v_2 = v_2n - nfunc(p2,p3,v_1,vd_1,v_2n,vd_2,dt)
   !**** v_2 収束計算 ***<sup>,</sup>
   if( (v_2==0.0) .and. (v_2n==0.0) )then
      v_2conv = 0.0
   else
     v_2conv = abs((v_2 - v_2n) / v_2)
   end if
   if( i > 1000 )then
     goto 500
   end if
   !**** 値送り ****
   v_2n = v_2
   i = i + 1
end do
500 return
end
function nfunc(p2,p3,v_1,vd_1,v_2,vd_2,dt)
```

```
implicit none
real :: nfunc,p2,p3,v_1,vd_1,v_2,vd_2,dt
real :: fq,fqd,zeta_ei2,zeta_ei3,zeta_dn
real :: rho,L2,L3eq,alp1,alp2, &
      ft2,ft3,zeta_2out,zeta_2in,zeta_3out,zeta_3in, &
      zeta_d,zeta_n, &
      alpha_m2,alpha_m3
common /pump/ rho,L2,L3eq,alp1,alp2, &
      ft2,ft3,zeta_2out,zeta_2in,zeta_3out,zeta_3in, &
      zeta_d,zeta_n, &
      alpha_m2,alpha_m3
!**** 損失係数決定 ****
if(v_2 \ge 0)then
   zeta_ei2 = zeta_2out
else
   zeta_ei2 = zeta_2in
end if
if( (alp1 * v_1 - alp2 * v_2) >= 0)then
   zeta_ei3 = zeta_3out
   zeta_dn = zeta_d
else
   zeta_ei3 = zeta_3in
   zeta_dn = zeta_n / ( alp1 * v_1 - alp2 * v_2 )
end if
fq = ( p2 - p3 ) / rho &
   + (L2 * alpha_m2 + alp2 * L3eq * alpha_m3 ) * (v_2 - vd_2 ) / dt &
   - alp1 * L3eq * alpha_m3 * ( v_1 - vd_1 ) / dt &
   + (ft2 + alp2 * ft3 ) * v_2 &
   - alp1 * ft3 * v_1 &
   + zeta_ei2 * v_2 * abs( v_2 ) * 0.5 &
   - ( zeta_ei3 + zeta_dn / ( alp2 ** 2.0 ) ) &
   * ( alp1 * v_1 - alp2 * v_2 ) * abs( alp1 * v_1 - alp2 * v_2 ) * 0.5
fqd = ( L2 * alpha_m2 + alp2 * L3eq * alpha_m3 ) / dt &
   + ft2 &
   + alp2 * ft3 &
   + zeta_ei2 * abs( v_2 ) &
   + ( zeta_ei3 + zeta_dn / ( alp2 ** 2.0 ) ) * alp2 * abs( alp1 * v_1 - alp2 * v_2 )
nfunc = fq / fqd
return
end
function k_rect(a,b)
implicit none
real :: pi=3.14159265
real :: k_rect,eps,a,b
eps = b / a
k_rect = (3.0 / 2.0) \&
      / ( 1.0 + eps ) ** 2.0 &
      /(1.0 - 192.0 / (pi ** 5.0) * eps * (tanh(pi / (2.0 * eps )) &
      + 1.0 / ( 3.0 ** 5.0 ) * tanh( pi / ( 2.0 * eps ) ) ) )
return
end
subroutine alpha_momentum(a,b,alpha_m)
implicit none
real :: pi=3.14159265
real :: u_ap1,u_ap2,u_ap3,u_ap4,&
```

```
alp_amp_ap,alp_amp_pa,alpha_m
real :: a,b,x,y
a = a * 0.5
b = b * 0.5
alp_amp_ap = 0.0
u_{ap4} = 0.0
do x=0.0,a,a/1000.0
   u_ap1 = 0.0
   u_ap2 = 0.0
   u_ap3 = 0.0
   do y=0.0,b,b/1000.0
       u_ap1 = - 16.0 * b**2.0 / ( pi**3.0 ) &
                * ( cosh( 0.5 * pi * x / b ) / cosh( 0.5 * pi * a / b ) * cos( 0.5 * pi * y / b ) &
                    - 1.0 / 3.0**3.0 * cosh( 0.5 * 3.0 * pi * x / b ) / cosh( 0.5 * 3.0 * pi * a / b ) &
                       * cos( 0.5 * 3.0 * pi * y / b ) ) &
                + ( b**2.0 - y**2.0 ) * 0.5
        u_ap3 = u_ap3 + (u_ap1 + u_ap2) * 0.5 * b/1000.0
       u_ap2 = u_ap1
    end do
   alp_amp_ap = alp_amp_ap + ( u_ap3 + u_ap4 ) * 0.5 * a/1000.0
   u_ap4 = u_ap3
end do
alp_amp_ap = ( alp_amp_ap / ( a * b ) ) ** 2.0
alp_amp_pa = 0.0
u_ap4 = 0.0
do x=0.0,a,a/1000.0
   u_ap1 = 0.0
   u_{ap2} = 0.0
   u_{ap3} = 0.0
   do y=0.0,b,b/1000.0
       u_ap1 = (-16.0 * b**2.0 / (pi**3.0) \&
                * ( cosh( 0.5 * pi * x / b ) / cosh( 0.5 * pi * a / b ) * cos( 0.5 * pi * y / b ) &
                    - 1.0 / 3.0**3.0 * cosh( 0.5 * 3.0 * pi * x / b ) / cosh( 0.5 * 3.0 * pi * a / b ) &
                       * cos(0.5 * 3.0 * pi * y / b )) &
                + ( b**2.0 - y**2.0 ) * 0.5 ) ** 2.0
       u_ap3 = u_ap3 + ( u_ap1 + u_ap2 ) * 0.5 * b/1000.0
       u_ap2 = u_ap1
    end do
    alp_amp_pa = alp_amp_pa + ( u_ap3 + u_ap4 ) * 0.5 * a/1000.0
   u_ap4 = u_ap3
end do
alp_amp_pa = alp_amp_pa / ( a * b )
alpha_m = alp_amp_pa/alp_amp_ap
a = a * 2.0
b = b * 2.0
return
end
```