日本ファジィ学会誌 Vol.10, No.3, pp.487-498 (1998)

論文

正規分割された多重ファジィ推論環境における FATIとFITAの等値性に関する一考察†

前田 博*1 信定 祐二*2

多重ファジィ推論環境におけるファジィ推論法は、FATI(First Aggregation Then Inference)とFITA(First Inference Then Aggregation)と呼ばれる2つのアプローチに分類される。同一入力に対して、FATIはFITAより特定性の大きい、言い換えればあいまさの小さい推論結果を与えることが知られている。一方、FITAは並列推論が可能であるのでFATIより容易な計算方法となる。本論文では、正規分割されたL-R型ファジィ数で表わされる多重ファジィルールに対して、Gödel含意、sup-t-norm合成というファジィ推論環境を設定し、FATIとFITAが等値となる条件を考察する。この条件の下では、FITAアプローチによってもあいまさの小さい推論結果を得ることができる。

キーワード：多重ファジィ推論、並列推論、FATI、FITA、ゲーデル含意

1．はじめに

多重ファジィ推論環境におけるファジィ推論法は、FATI(First Aggregation Then Inference)とFITA(First Inference Then Aggregation)と呼ばれる2つのアプローチに分類される[1)]。前者は、各ファジィルールから得られるファジィ関係を最初に統合し、その後に推論をおこなうのに対し、後者は、各ファジィルール毎に最初に推論を行い、その後に推論結果を統合するものである。一般に、同一のファジィ推論環境において、FATIはFITAよりもより特定性の大きい推論結果を与えることが知られている。同一環境においてよりあいまいさの少ない推論結果を生み出す方法が良いという立場(筆者等もこの立場であるが)に立てば、FATIはFITAより望ましいと言える。一方、FITAは並列に推論可能なことから、FATIよりも計算が容易でかつ計算効率が高い方法と言える。そこで、FITAアプローチを基にしてFATIと同じ推論結果を与える方法は、計算が容易でかつあいまいさの少ない結果を生み出すという好ましい性質を持つ。

一方、多重ファジィ推論法は、ファジィ関係変換規則、推論の合成規則、多重ファジィルールの統合規則、の3つの自由度を持っており、それらを組み合わせることによって種々のファジィ推論法を定義することができる。以後、3つの自由度を単に、変換規則、合成規則、統合規則と書く。変換規則については、直積や含意関数を用いる方法が多数提案されている。その中でGödel含意による変換規則はsup-min合成規則、min統合規則のもとで、モーダスポネンスの成立と正規事実に対する正規推論結果の生成[2)3)4)]、前件への言語ヘッジの結論への常識的移行[5)]、内含原理[6)]に基づく最大解[3)]、推論結果の内挿に関する直感的妥当性[7)]、多段推論におけるあいまいさの広がりの適度な制御[8)9)]などの好ましい性質を持つことが示されている。このように、Gödel含意を用いたファジィ推論法は理論的に優れた特徴を持つにも拘わらず、現実には余り用いられていない。この理由として、常用されているマムダニの推論法や簡略ファジィ推論法がFITAに属し並列推論が可能なため、Gödel含意によるファジィ推論法に比べて、計算アルゴリズムが簡単であることが考えられる。

そこで、本研究では、Gödel含意変換規則、sup-t-norm合成規則、min統合規則というファジィ推論環境を設定し、ファジィルールの前後件が正規分割されたL-R型メンバーシップ関数を持つ場合(これは、ファジィ分割されたi番目のファジィ集合のコアがその両隣のファジィ集合のサポートの端点と一致するというもので、常用されており、かなり一般的なファジィ分割を表現していると思われる)について、FITAアプローチを基にしてFATIと同じ推論結果を与える方法を考察する。最近これに関して、Temme等[10)]が、FATIとFITAの推論結果が一致する一般的条件を示している。しかしながら、彼らの条件は一般的過ぎて、具体的なファジィ推論環境に直接結びつく情報を提示しないという短所がある。このためにまず、上述したファジィ推論環境において、どのような観測事実

† A Study on the Equivalence of FATI and FITA in Multifold Approximate Reasoning with Normally Partitioned Fuzzy Rules
Hirosi MAEDA and Yuji NOBUSADA

*1 九州工業大学工学部電気工学科情報工学教室
Faculty of Engineering, Kyushu Institute of Technology
*2 ㈱東芝 磯子エンジニアリングセンター 原子力第二システム設計部
Toshiba

に対してFATIとFITAの推論結果が完全にあるいは部分的に一致するかを明らかにする。ついで、そのような条件が満たされない場合についてFATIの実用的計算アルゴリズムを与える。

2．多重ファジィ推論環境の定義

2.1 基本用語の定義

[ベース集合]

ファジィルールの前件部、後件部のファジィ集合が定義される全体集合 X、Y は、適当な変数変換により実数区間[0,1]に正規化できるものとし、この区間をベース集合と呼ぶ。

[サポート]

ベース集合上のファジィ集合 A の強 α カット集合で表される以下の集合を A のサポートといい、$Supp[A]$ と書く。

$$Supp[A]=\{x\in[0,1]\mid\mu A(x)>0\}.$$

[コア]

ファジィ集合 A のコアを $Co[A]$ と書く。すなわち、

$$Co[A]=\{x\in[0,1]\mid\mu A(x)=1\}.$$

[凸ファジィ集合]

ベース集合上の任意の2点 x,y に対して、

$$\mu A(\lambda x+(1-\lambda)y)\geq min(\mu A(x),\mu A(y)),\quad 0\leq\lambda\leq1$$

を満たすファジィ集合は凸ファジィ集合と呼ばれる。特に、メンバーシップの値域(0,1]において、等号成立が $\lambda=0,\lambda=1$ に限る時、強凸ファジィ集合と呼ぶ。

[正規ファジィ集合]

ファジィ集合 A について、$Co[A]\neq\phi$ の時、A は正規ファジィ集合と呼ばれる。

[不明]

ファジィ集合 A について、$Co[A]=[0,1]$ の時、A を「不明」と呼ぶ。

2.2 ファジィ推論環境の定義

n 個のファジィルール $A_i\rightarrow B_i$ $i=1,2,\ldots,n$ を持つ多重ファジィ推論を考える。

[Gödel含意関数]

ファジィルール $A_i\rightarrow B_i$ をファジィ関係に変換するGödel含意関数 Rg は

$$Rg_i(x,y)=\begin{cases}1 & \text{for } \mu A_i(x)\leq\mu B_i(y)\\ \mu B_i(y) & \text{for } \mu A_i(x)>\mu B_i(y)\end{cases}\quad(1)$$

で定義される。

[多重ファジィ関係]

Gödel含意関数によって得られた n 個のファジィ関係をmin統合して得られるファジィ関係は多重ファジィ関係 MRg と呼ばれ、次式で定義される。

$$MRg(x,y)=\bigcap_{i=1}^{n}Rg_i(x,y)\quad(2)$$

[FATI]

Gödel含意変換規則、sup-t-norm合成規則、min統合規則のもとでのFATIによる推論結果 B'_a は、

$$B'_a=A'\circ\bigcap_{i=1}^{n}Rg_i\quad(3)$$

$$\mu B'_a(y)=\sup_x(\mu A'(x)\,\boldsymbol{t}\bigcap_{i=1}^{n}Rg_i(x,y))$$

と定義される。ここで、A' は観測事実、$\boldsymbol{t}$ は t-normを表す。

[FITA]

FATIと同一環境でのFITAによる推論結果 B'_p は

$$B'_p=\bigcap_{i=1}^{n}A'\circ Rg_i\quad(4)$$

$$\mu B'_p(y)=\bigcap_{i=1}^{n}\sup_x(\mu A'(x)\,\boldsymbol{t}\,Rg_i(x,y))$$

と定義される。

2.3 ファジィルールに関する諸定義

1) A_i, B_i はそれぞれ i 番目のファジィルールの前件部、後件部のファジィ集合を表し、そのメンバーシップ関数は連続、単峰、シングルトンコアを持つ。

2) A_i, B_i のメンバーシップ関数は以下の L-R 型ファジィ数で表わされる。

$$\mu A_i(x)=\begin{cases}LA_i\left(\dfrac{a_i-x}{\alpha_i}\right) & \text{for } x\leq a_i\\ RA_i\left(\dfrac{x-a_i}{\beta_i}\right) & \text{for } x\geq a_i\end{cases}$$

$$\mu B_i(x)=\begin{cases}LB_i\left(\dfrac{b_i-x}{\gamma_i}\right) & \text{for } x\leq b_i\\ RB_i\left(\dfrac{x-b_i}{\lambda_i}\right) & \text{for } x\geq b_i\end{cases}$$

ここで、$a_i=Co[A_i]$, $b_i=Co[B_i]$。また $LA.(\ )$, $RA.(\ )$ は型関数と呼ばれ、次の性質を満たす。

(1) $LA.(x)=LA.(-x)$, $RA.(x)=RA.(-x)$
(2) $LA.(0)=RA.(0)=1$
(3) $LA.(x)$, $RA.(x)$ は $0\leq x<+\infty$ において減少関数

3) A_i, B_i のメンバーシップ関数の L 側、R 側をそれぞれ $\mu A_{iL}(x)$, $\mu A_{iR}(x)$ と書き、これらの対応に関して4種類の関数を定義する。

$f^i_{..}:[0,1]\to[0,1]$,

$$y=f^i_{LL}(x)=\mu B^{-1}_{iL}(\mu A_{iL}(x)),\quad x\in[a_i-\alpha_i,a_i]$$
$$y=f^i_{LR}(x)=\mu B^{-1}_{iR}(\mu A_{iL}(x)),\quad x\in[a_i-\alpha_i,a_i]$$
$$y=f^i_{RL}(x)=\mu B^{-1}_{iL}(\mu A_{iR}(x)),\quad x\in[a_i-\beta_i,a_i]$$
$$y=f^i_{RR}(x)=\mu B^{-1}_{iR}(\mu A_{iR}(x)),\quad x\in[a_i-\beta_i,a_i] \tag{5}$$

また、$y\in[0,1]$に対するfの逆関数、$Co[A']$に対するfの値をそれぞれ

$$x^i_{LL}=f^{-1i}_{LL}(y),\quad y^i_{LL}=f^i_{LL}(Co[A'])$$

のように表わす。これらは、後のファジィ関係を用いた定理の証明で用いられる。

4)正規分割

次の条件を満たすベース集合上のファジィ分割を正規分割と呼ぶ。

1) $Co[A_1]=0,\ Co[A_n]=1$
2) $Supp[A_i]=]Co[A_{i-1}],Co[A_{i+1}][$ $(i=2,,,n-1)$

図1に正規分割の一例を示す。これはファジィルールにおいて最も使用頻度の高いファジィ分割である。

5) 正規多重ファジィ関係

前後件とも正規分割された多重ファジィルールがi番目と$i+1$番目のルールの間で、

$$f^i_{RR}(x)\geq f^{i+1}_{LL}(x)$$

を満たす時、式(2)の多重ファジィ関係を正規多重ファジィ関係と呼ぶ。図2にi番目と$i+1$番目のルールの前件が三角型、後件が任意のL-R型メンバーシップ関数で、(a)に正規多重ファジィ関係の例を、(b)に非正規多重ファジィ関係の例を示す。正規多重ファジィ関係はmin統合によるファジィ関係の連結部の全領域、すなわち図2の

$$\{(x,y)\mid x\in[Co[A_i],Co[A_{i+1}]],\ y\in[f^{i+1}_{LL}(x),f^i_{RR}(x)]\}$$

で1の値を持つが、非正規多重ファジィ関係は持たない。特に、図3に示すように前後件とも三角型の場合、

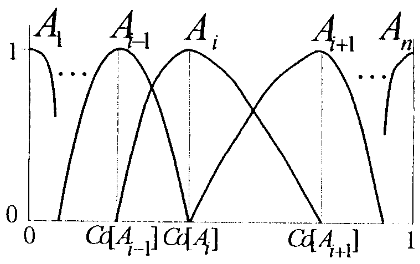


図1 正規分割の一例

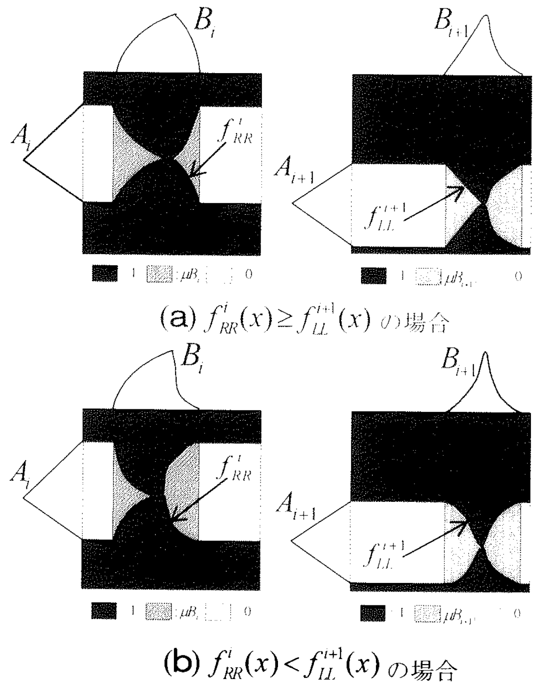


図2 L-R型ファジィルールのファジィ関係

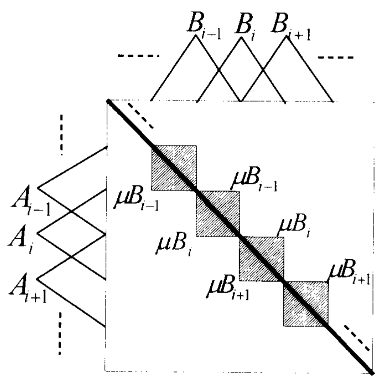


図3 前後件三角型の場合の正規多重ファジィ関係

$$f^i_{RR}(x)=f^{i+1}_{LL}(x)$$

となり、正規多重ファジィ関係となることに注意せよ。

6)A'は観測事実を表すファジィ集合で、連続、単峰、強凸なメンバーシップ関数を持ち、そのシングルトンコア位置は、ある$i\in\{1,2,\ldots,n-1\}$に対して

$$Co[A_i]\leq Co[A']\leq Co[A_{i+1}]$$

を満たすとする。

以上で本論文で考察する多重ファジィ推論環境が定まった。要点は、Gödel含意変換規則の採用と正規分割されたファジィルールの設定である。理論的に優れた

性質を持つGödel含意変換規則による多重ファジィ推論法を様々な視点から深く考察することは意義あることと筆者等は考えている。また、ファジィルールの正規分割は最も使用頻度の高いファジィ分割であり、L-R型ファジィ数による表現によって、本論文の結果はかなり一般的な状況に適用できると考える。

以降、説明のために用いるファジィ関係に関する図は簡単のために前後件とも三角型の場合を代表とする。この場合、式(5)で定義される関数は直線となる。

3．FATI=FITAとなるための条件

式(3)、(4)で定義されるFATI、FITAについて次の命題が成り立つ事が知られている。

[命題1]

FATIによる推論結果はFITAよりも大きくならない、すなわち、

$$B'_a \subseteq B'_p$$

である。

(証明)

$$\begin{aligned}\mu B'_a(y) &= \sup_x (\mu A'(x) \ \boldsymbol{t} \ \bigcap_{i=1}^{n} Rg_i(x,y)) \\ &= \sup_x (\bigcap_{i=1}^{n} \mu A'(x) \ \boldsymbol{t} \ Rg_i(x,y)) \\ &\leq \bigcap_{i=1}^{n} \sup_x (\mu A'(x) \ \boldsymbol{t} \ Rg_i(x,y)) \\ &= \mu B'_p(y)\end{aligned}$$

(証明終)

マムダニの推論法は$B'_a = B'_p$が成り立つ(証明は良く知られているので省略する)。

さて、$B'_a = B'_p$となる条件を考察するために、まず二つの補題を示しておこう。

[補題1]

事実のコアにおいてi番目のルールの前件部のメンバーシップ値が0、すなわち、

$$\mu A_i(Co[A']) = 0$$

ならば、i番目のルールのみを用いた推論結果はFATI、FITAとも不明となる。

(証明)

1個のルールを用いたファジィ推論はFATI、FITAとも同じである。

$$\mu A_i(Co[A']) = 0$$

ならば、常に

$$\mu A_i(Co[A']) \leq \mu B_i(y)$$

が成り立つので、式(1)より、全てのyについて

$$Rg_i(Co[A'], y) = 1$$

となる。従って、任意のyに対して、

$$\begin{aligned}\mu B'_a(y) = \mu B'_p(y) &= \sup_x (\mu A'(x) \ \boldsymbol{t} \ Rg_i(x,y)) \\ &= \mu A'(Co[A']) \ \boldsymbol{t} \ Rg_i(Co[A'], y) \\ &= 1 \ \boldsymbol{t} \ 1 = 1\end{aligned}$$

が成り立ち、定義より、B'_a，B'_pは不明である。

(証明終)

FITAによる推論結果は各ファジィルールの推論結果をmin統合するので、補題1を満たすルールの推論結果は他のより特定性の大きい推論結果によって支配される。

[補題2]

事実のコアが

$$Co[A'] \in [Co[A_i], Co[A_{i+1}]]$$

を満たす時、FITAによる推論結果はi番目と$i+1$番目のルールのみによって規定される。

(証明)

正規分割された前後件を持つファジィルールでは、

$$\mu A_k(Co[A']) \neq 0$$

となるkはiと$i+1$のみである。従って、i番目と$i+1$番目以外のルールの推論結果は補題1より全て不明となるので、上の補題が成り立つ。

(証明終)

[定理1]

正規多重ファジィ関係を有するファジィルールにおいて、FATIとFITAの推論結果が一致するための事実に関する必要十分条件は、事実のコアが

$$Co[A'] \in [Co[A_i], Co[A_{i+1}]]$$

の時、

$$Supp[A'] \subseteq Supp[A_i] \cap Supp[A_{i+1}] \tag{6}$$

である。

(証明)

2.3節の6)で規定される任意の事実をある$i \in \{1, 2, ..., n-1\}$に対して

$$Supp[A'] \subseteq \bigcup_{k=q}^{r} Supp[A_k],$$
$$q \leq i \leq r, \ q, r \in \{1, \cdots, n-1\}$$

とし、これに対するFITAによる推論結果を求めよう。事実のコアの設定より、補題2からi番目と$i+1$番目のルールのみを考えれば良い。二つのルールから得られる推論結果を*min*統合することによって

FITA による推論結果が以下のように求められる(導出は付録1参照)。

$$\mu B'_p(y)=\begin{cases}(\mu A'(Co[A_{i-1}])\vee\mu A'(Co[A_{i+1}]))\wedge\\ \quad(\mu A'(Co[A_i])\vee\mu A'(Co[A_{i+2}])), & y\in[0,Co[B_{i-1}]]\\ (\mu A'(Co[A_i])\vee\mu A'(Co[A_{i+2}]))\wedge\\ \quad(\mu A'(x^i_{LL})\vee\mu B_i(y)\vee\mu A'(x^i_{RL})), & y\in[Co[B_{i-1}],y^i_{RL}]\\ (\mu A'(Co[A_i])\vee\mu A'(Co[A_{i+2}])), & y\in[y^i_{RL},Co[B_i]]\\ \mu A'(x^{i+1}_{LL})\vee\mu B_{i+1}(y)\vee\mu A'(x^{i+1}_{RL}), & y\in[Co[B_i],y^{i+1}_{LL}]\\ 1, & y\in[y^{i+1}_{LL},y^i_{RR}]\\ \mu A'(x^i_{LR})\vee\mu B_i(y)\vee\mu A'(x^i_{RR}), & y\in[y^i_{RR},\ Co[B_{i+1}]]\\ (\mu A'(Co[A_{i-1}])\vee\mu A'(Co[A_{i+1}])), & y\in[Co[B_{i+1}],y^{i+1}_{LR}]\\ (\mu A'(Co[A_{i-1}])\vee\mu A'(Co[A_{i+1}]))\vee\\ \quad(\mu A'(x^{i+1}_{LR})\vee\mu B_{i+1}(y)\vee\mu A'(x^{i+1}_{RR})), & y\in[y^{i+1}_{LR},Co[B_{i+2}]]\\ (\mu A'(Co[A_{i-1}])\vee\mu A'(Co[A_{i+1}]))\wedge\\ \quad(\mu A'(Co[A_i])\vee\mu A'[Co[A_{i+2}])), & y\in[Co[B_{i+2}],1]\end{cases}\tag{7}$$

次に FATI による推論結果は多重ファジィ関係を用いて以下のように求められる(導出は付録2参照)。

$$\mu B'_a(y)=\begin{cases}0, & y\in[0,Co[B_{q-1}]]\\ \mu A'(x^{k+1}_{RL})\vee(\mu A'(Co[A_{k+1}])\ \boldsymbol{t}\ \mu B_{k+1}(y)), & y\in[Co[B_k],Co[B_{k+1}]]\ (k=q-1,\dots,i-1)\\ \mu A'(x^{i+1}_{LL})\vee\mu B_{i+1}(y), & y\in[Co[B_i],y^{i+1}_{LL}]\\ 1, & y\in[y^{i+1}_{LL},y^i_{RR}]\\ \mu A'(x^i_{RR})\vee\mu B_i(y), & y\in[y^i_{RR},Co[B_{i+1}]]\\ \mu A'(x^k_{RR})\vee(\mu A'(Co[A_k])\ \boldsymbol{t}\ \mu B_k(y)), & y\in[Co[B_k],Co[B_{k+1}]]\ (k=i+1,\dots,r)\\ 0, & y\in[Co[B_{r+1}],1]\end{cases}\tag{8}$$

ここで、前後件三角型の場合は、

$$y^{i+1}_{LL}=y^i_{RR}$$

となり、より簡潔な表現になる。

さて、式(7)と(8)を比べてみると、必要条件を考える際、式(7)の $y\in[0,Co[B_{q-1}]]$ に対して、0なる値を求めることになる。しかしながら、式(7)はそれよりも小さくない区間 $y\in[0,Co[B_{i-1}]]$ に対して一定値を取るため、結局、この区間に対して0なる値を求めることと同値となる。すなわち、式(8)において $q=i$, 同様の議論で $r=i+1$ を求めることになる。このことから、証明のためには式(6)よりも包含関係の意味で大きい

$$Supp[A']\subseteq Supp[A_i]\cup Supp[A_{i+1}]$$

なる事実を考えれば良いことが分かる。すると、

$$\mu A'(Co[A_{i-1}])=\mu A'(Co[A_{i+2}])=0$$

となるので式(7)は式(9)へ、式(8)は式(10)へと変形される。

$$\mu B'_p(y)=\begin{cases}\mu A'(Co[A_i])\wedge\mu A'(Co[A_{i+1}]), & y\in[0,Co[B_{i-1}]]\\ \mu A'(Co[A_i])\wedge(\mu A'(x^i_{LL})\vee\mu B_i(y)\vee\mu A'(x^i_{RL})), & y\in[Co[B_{i-1}],y^i_{RL}]\\ \mu A'(Co[A_i]), & y\in[y^i_{RL},Co[B_i]]\\ \mu A'(x^{i+1}_{LL})\vee\mu B_{i+1}(y)\vee\mu A'(x^{i+1}_{RL}), & y\in[Co[B_i],y^{i+1}_{LL}]\\ 1, & y\in[y^{i+1}_{LL},y^i_{RR}]\\ \mu A'(x^i_{LR})\vee\mu B_i(y)\vee\mu A'(x^i_{RR}), & y\in[y^i_{RR},\ Co[B_{i+1}]]\\ \mu A'(Co[A_{i+1}])), & y\in[Co[B_{i+1}],\ y^{i+1}_{LR}]\\ \mu A'(Co[A_{i+1}])\wedge(\mu A'(x^{i+1}_{LR})\vee\mu B_{i+1}(y)\\ \quad\vee\mu A'(x^{i+1}_{RR})), & y\in[y^{i+1}_{LR},Co[B_{i+2}]]\\ \mu A'(Co[A_i])\wedge\mu A'(Co[A_{i+1}]), & y\in[Co[B_{i+2}],1]\end{cases}\tag{9}$$

$$\mu B'_a(y)=\begin{cases}0, & y\in[0,Co[B_{i-1}]]\\ \mu A'(x^i_{LL})\vee(\mu A'(Co[A_i])\ \boldsymbol{t}\ \mu B_i(y)), & y\in[Co[B_{i-1}],Co[B_i]]\\ \mu A'(x^{i+1}_{LL})\vee\mu B_{i+1}(y), & y\in[Co[B_i],y^{i+1}_{LL}]\\ 1, & y\in[y^{i+1}_{LL},y^i_{RR}]\\ \mu A'(x^i_{RR})\vee\mu B_i(y), & y\in[y^i_{RR},Co[B_{i+1}]]\\ \mu A'(x^{i+1}_{RR})\vee(\mu A'(Co[A_{i+1}])\ \boldsymbol{t}\ \mu B_{i+1}(y)), & y\in[Co[B_{i+1}],Co[B_{i+2}]]\\ 0, & y\in[Co[B_{i+2}],1]\end{cases}\tag{10}$$

[十分条件]

条件(6)は、明らかに

$$\mu A'(Co[A_i])=\mu A'(Co[A_{i+1}])=0 \tag{11}$$

と同値である。また、式(9)の

$$y\in[Co[B_i],y^{i+1}_{LL}],\ y\in[y^i_{RR},Co[B_{i+1}]]$$

に対して、

$$Co[A_{i+1}]<x^{i+1}_{RL},\ Co[A_i]>x^i_{LR}$$

なので、それぞれ

$$\mu A'(Co[A_{i+1}])=0\rightarrow\mu A'(x^{i+1}_{RL})=0 \tag{12}$$

$$\mu A'(Co[A_i])=0\rightarrow\mu A'(x^i_{LR})=0 \tag{13}$$

を導く。従って、(11), (12), (13)から FITA の結果式(9)は

$$\mu B'_p(y)=\begin{cases}0 & y\in[0,Co[B_i]]\\ \mu A'(x_{LL}^{i+1})\vee\mu B_{i+1}(y), & y\in[Co[B_i],y_{LL}^{i+1}]\\ 1, & y\in[y_{LL}^{i+1},y_{RR}^{i}]\\ \mu A'(x_{RR}^{i})\vee\mu B_i(y), & y\in[y_{RR}^{i},\ Co[B_{i+1}]]\\ 0, & y\in[Co[B_{i+1}],1]\end{cases}\tag{14}$$

のように書き改められる。

一方、式(11)が式(10)の

$$y\in[Co[B_{i-1}],Co[B_i]],$$
$$y\in[Co[B_{i+1}],Co[B_{i+2}]]$$

に対して

$$Co[A_i]>x_{LL}^{i},\ Co[A_{i+1}]<x_{RR}^{i+1}$$

なので、それぞれ

$$\mu A'(Co[A_{i+1}])=0\rightarrow\mu A'(x_{RR}^{i+1})=0\tag{15}$$
$$\mu A'(Co[A_i])=0\rightarrow\mu A'(x_{LL}^{i})=0\tag{16}$$

を導く。従って、式(10)のFATIの結果はFITAの結果式(14)と同一となる。

[必要条件]

$B'_a=B'_p$なる条件を探るために式(9)と(10)を比べてみよう。まず、

$$y\in[0,Co[B_{i-1}]]$$

について明らかに、

$$\mu A'(Co[A_i]),\mu A'(Co[A_{i+1}])$$

のいずれかが少なくとも0でなければならない。そこで、

$$\mu A'(Co[A_i])=0$$

としよう。式(9)は式(13)も使って、

$$\mu B'_p(y)=\begin{cases}0, & y\in[0,Co[B_i]]\\ \mu A'(x_{LL}^{i+1})\vee\mu B_{i+1}(y)\vee\mu A'(x_{RL}^{i+1}), & \\ & y\in[Co[B_i],y_{LL}^{i+1}]\\ 1, & y\in[y_{LL}^{i+1},y_{RR}^{i}]\\ \mu A'(x_{RR}^{i})\vee\mu B_i(y), & y\in[y_{RR}^{i},Co[B_{i+1}]]\\ \mu A'(Co[A_{i+1}]), & y\in[Co[B_{i+1}],y_{LR}^{i+1}]\\ \mu A'(Co[A_{i+1}])\wedge(\mu A'(x_{LR}^{i+1})\vee\mu B_{i+1}(y) & \\ \qquad\vee\mu A'(x_{RR}^{i+1})), & \\ & y\in[y_{LR}^{i+1},Co[B_{i+2}]]\\ 0, & y\in[Co[B_{i+2}],1]\end{cases}\tag{17}$$

のように、式(10)は式(16)も使って、

$$\mu B'_a(y)=\begin{cases}0, & y\in[0,Co[B_i]]\\ \mu A'(x_{LL}^{i+1})\vee\mu B_{i+1}(y), & y\in[Co[B_i],y_{LL}^{i+1}]\\ 1, & y\in[y_{LL}^{i+1},y_{RR}^{i}]\\ \mu A'(x_{RR}^{i})\vee\mu B_i(y), & y\in[y_{RR}^{i},Co[B_{i+1}]]\\ \mu A'(x_{RR}^{i+1})\vee(\mu A'(Co[A_{i+1}])\,\boldsymbol{t}\ \mu B_{i+1}(y)), & \\ & y\in[Co[B_{i+1}],Co[B_{i+2}]]\\ 0, & y\in[Co[B_{i+2}],1]\end{cases}\tag{18}$$

のように変形される。さらに、式(17)、(18)を比べると、

$$y\in[Co[B_{i+1}],y_{LR}^{i+1}]$$

に対して常に

$$\mu A'(Co[A_{i+1}])$$
$$=\mu A'(x_{RR}^{i+1})\vee(\mu A'(Co[A_{i+1}])\,\boldsymbol{t}\ \mu B_{i+1}(y))\tag{19}$$

でなければならない。ここで、

$$\mu A'(Co[A_{i+1}])>0$$

とすると、

$$x_{RR}^{i+1}>Co[A_{i+1}]$$

かつメンバーシップ関数の単調減少領域なので、

$$\mu A'(x_{RR}^{i+1})<\mu A'(Co[A_{i+1}])$$

となる。従って、式(19)が成り立つためには、

$$\mu A'(x_{RR}^{i+1})<(\mu A'(Co[A_{i+1}])\,\boldsymbol{t}\ \mu B_{i+1}(y))$$

でなければならない。すなわち、式(19)は

$$\mu A'(Co[A_{i+1}])=\mu A'(Co[A_{i+1}])\,\boldsymbol{t}\ \mu B_{i+1}(y))\tag{20}$$

となるが、

$$y\in[Co[B_{i+1}],y_{LR}^{i+1}]$$

に対して

$$\mu B_{i+1}(y)<\mu A'(Co[A_{i+1}])$$

となるようなA'を設定することができるので、

$$\begin{aligned}&(\mu A'(Co[A_{i+1}])\,\boldsymbol{t}\ \mu B_{i+1}(y))\\ &\qquad\leq(\mu A'(Co[A_{i+1}])\wedge\ \mu B_{i+1}(y))\\ &\qquad=\mu B_{i+1}(y)\\ &\qquad<\mu A'(Co[A_{i+1}])\end{aligned}$$

となり、これは式(20)と矛盾する。結局、式(19)が常に成り立つためには、

$$\mu A'(Co[A_{i+1}])=0$$

も必要であり、これは条件(6)と同値である。

(証明終)

ファジィ制御で用いられるシングルトン入力は、明らかに定理1の条件(6)を満たすので、Gödel 含意関数を用いたファジィ推論はマムダニのファジィ推論と同じくFATIと同一結果を生み出す並列推論が可能である。定理1を満たす事実と推論結果の例を図4に示す。ここで、A^*はA'のf^i_{RR}、f^{i+1}_{RR}による後件ベース集合上の像である。

事実が条件(6)よりも大きくなると、全てのt-normや後件部のベース集合上の全てでもはやFATIとFITAの結果は一致しなくなるが、しかしまだ特定のt-normやベース集合の部分集合上では一致する。

t-normとして論理積すなわち、sup-min合成を採用した場合、次の定理が成り立つ。

[定理2]

正規多重ファジィ関係を有するファジィルールにおいて、式(3)、(4)でsup-min合成規則を用いたFATIとFITAの推論結果が一致するための必要十分条件は、事実のコアが

$$Co[A'] \in [Co[A_i], Co[A_{i+1}]]$$

の時、条件(1)または条件(2)のいずれかを満たすことである。

条件(1)

(1.0) $Supp[A'] \subseteq Supp[A_{i+1}]$,

(1.1) $\mu A'(x^{i+1}_{RL}) \leq \mu A'(x^{i+1}_{LL}) \vee \mu B_{i+1}(y)$ for $y \in [Co[B_i], y^{i+1}_{LL}]$,

(1.2) $\mu A'(Co[A_{i+1}]) \leq \mu B_{i+1}(y)$ for $y \in [Co[B_{i+1}], y^{i+1}_{LR}]$

かつ(1.3.a)または(1.3.b)のいずれか一方を満たす。

(1.3.a) $\mu A'(x^{i+1}_{LR}) \leq \mu B_{i+1}(y) \vee \mu A'(x^{i+1}_{RR})$ for $y \in [y^{i+1}_{LR}, Co[B_{i+2}]]$,

(1.3.b) $\mu A'(Co[A_{i+1}]) \leq \mu B_{i+1}(y) \leq \mu A'(x^{i+1}_{LR})$ for $y \in [y^{i+1}_{LR}, Co[B_{i+2}]]$.

条件(2)

(2.0) $Supp[A'] \subseteq Supp[A_i]$,

(2.1) $\mu A'(x^i_{LR}) \leq \mu A'(x^i_{RR}) \vee \mu B_i(y)$ for $y \in [y^i_{RR}, Co[B_{i-1}]]$,

(2.2) $\mu A'(Co[A_i]) \leq \mu B_i(y)$ for $y \in [y^i_{RL}, Co[B_i]]$

かつ(2.3.a)または(2.3.b)のいずれか一方を満たす。

(2.3.a) $\mu A'(x^i_{RL}) \leq \mu B_i(y) \vee \mu A'(x^i_{LL})$ for $y \in [Co[B_{i-1}], y^i_{RL}]$,

(2.3.b) $\mu A'(Co[A_i]) \leq \mu B_i(y) \leq \mu A'(x^i_{RL})$ for $y \in [Co[B_{i-1}], y^i_{RL}]$.

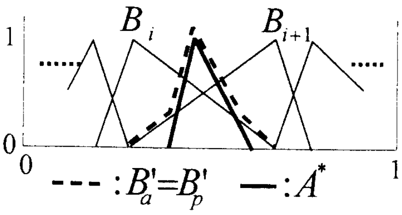


図4 定理1を満たす事実と推論結果

(証明)

定理1の証明と同じく、事実について

$$Supp[A'] \subseteq Supp[A_i] \cup Supp[A_{i+1}],$$
$$\mu A'(Co[A_i]) = 0$$

として条件(1)の場合のみを示そう。この時のFITAの結果はすでに式(17)に示されており、FATIの結果は式(18)の"t"を"$\wedge$"に置き換えれば良い。両者を結果の異なる区間で比較してみよう。

(1) $y \in [Co[B_i], y^{i+1}_{LL}]$

$$\mu B'_p(y) = \mu A'(x^{i+1}_{LL}) \vee \mu B_{i+1}(y) \vee \mu A'(x^{i+1}_{RL})$$
$$\mu B'_a(y) = \mu A'(x^{i+1}_{LL}) \vee \mu B_{i+1}(y)$$

である。明らかに、

(1.1) $\mu A'(x^{i+1}_{RL}) \leq \mu A'(x^{i+1}_{LL}) \vee \mu B_{i+1}(y)$

なら、

$$\mu B'_a(y) = \mu B'_p(y)$$

が成り立ち、その逆も成り立つ。

(2) $y \in [Co[B_{i+1}], y^{i+1}_{LR}]$

$$\mu B'_p(y) = \mu A'(Co[A_{i+1}])$$
$$\mu B'_a(y) = (\mu A'(Co[A_{i+1}]) \wedge \mu B_{i+1}(y)) \vee \mu A'(x^{i+1}_{RR})$$

である。明らかに、

(1.2) $\mu A'(Co[A_{i+1}]) \leq \mu B_{i+1}(y)$

なら、

$$\mu A'(Co[A_{i+1}]) > \mu A'(x^{i+1}_{RR}) \tag{21}$$

なので

$$\mu B'_a(y) = \mu B'_p(y)$$

が成り立つ。逆が成り立つためには、式(21)を使うと

$$\mu B'_a(y) = \mu A'(Co[A_{i+1}]) \wedge (\mu B_{i+1}(y) \vee \mu A'(x^{i+1}_{RR})) \tag{22}$$

と変形されるから、

$$\mu A'(Co[A_{i+1}]) \leq \mu B_{i+1}(y) \vee \mu A'(x^{i+1}_{RR})$$

でなければならない。式(21)から、結局

(1.2) $\mu A'(Co[A_{i+1}]) \leq \mu B_{i+1}(y)$

を得る。

(3) $y \in [y_{LR}^{i+1}, Co[B_{i+2}]]$

$$\mu B'_p(y) = \mu A'(Co[A_{i+1}]) \wedge (\mu A'(x_{LR}^{i+1}) \vee \mu B_{i+1}(y) \vee \mu A'(x_{RR}^{i+1}))$$

$$\mu B'_a(y) = \mu A'(Co[A_{i+1}]) \wedge (\mu B_{i+1}(y) \vee \mu A'(x_{RR}^{i+1}))$$

である(式(22)を用いた)。

(1.3.a) $\mu A'(x_{LR}^{i+1}) \leq \mu B_{i+1}(y) \vee \mu A'(x_{RR}^{i+1})$

なら、明らかに

$$\mu B'_p(y) = \mu A'(Co[A_{i+1}]) \vee (\mu B_{i+1}(y) \vee \mu A'(x_{RR}^{i+1})) = \mu B'_a(y)$$

が成り立つ。また、

(1.3.b) $\mu A'(Co[A_{i+1}]) \leq \mu B_{i+1}(y) \leq \mu A'(x_{LR}^{i+1})$

なら、

$$\mu B'_a(y) = \mu B'_p(y) = \mu A'(Co[A_{i+1}])$$

が成り立つ。逆がなりたつためには、

(1.3.a) $\mu A'(x_{LR}^{i+1}) \leq \mu B_{i+1}(y) \vee \mu A'(x_{RR}^{i+1})$

であるか又は、

$$\mu A'(Co[A_{i+1}]) \leq (\mu B_{i+1}(y) \vee \mu A'(x_{RR}^{i+1})) \leq \mu A'(x_{LR}^{i+1})$$

でなければならない。式(21)から結局

(1.3.b) $\mu A'(Co[A_{i+1}]) \leq \mu B_{i+1}(y) \leq \mu A'(x_{LR}^{i+1})$

を得る。

(証明終)

事実が定理2を満たす場合の一例を図5(a)に、満たさない場合を図5(b)に示す。ここで、A^*はA'のf_{RR}^{i}、f_{RR}^{i+1}による後件ベース集合上の像であり、A^{**}はA'のf_{LR}^{i+1}、f_{RL}^{i+1}による後件ベース集合上の像である。図5(b)の

$$y \in [Co[B_{i+1}], y_{LR}^{i+1}]$$

に対して、条件(1.2)が満たされていない。

後件ベース集合の部分集合上において、FATIとFITAの推論結果の一致について次の定理が述べる。

[定理3]

正規多重ファジィ関係を有するファジィルールにおいて、FATIとFITAの推論結果が

$$y \in [Co[B_i], Co[B_{i+1}]]$$

に対してのみ一致するための必要十分条件は、事実のコアが

$$Co[A'] \in [Co[A_i], Co[A_{i+1}]]$$

の時、

(1) $\mu A'(x_{RL}^{i+1}) \leq \mu A'(x_{LL}^{i+1}) \vee \mu B_{i+1}(y)$ for $y \in [Co[B_i], y_{LL}^{i+1}]$

(2) $\mu A'(x_{LR}^{i}) \leq \mu A'(x_{RR}^{i}) \vee \mu B_i(y)$ for $y \in [y_{RR}^{i}, Co[B_{i+1}]]$

を満たすことである。

(証明)

FATIとFITAの推論結果を

$$y \in [Co[B_i], Co[B_{i+1}]]$$

について式(7)、(8)から再掲すると

$$\mu B'_p(y) = \begin{cases} \mu A'(x_{LL}^{i+1}) \vee \mu B_{i+1}(y) \vee \mu A'(x_{RL}^{i+1}), & y \in [Co[B_i], y_{LL}^{i+1}] \\ 1, & y \in [y_{LL}^{i+1}, y_{RR}^{i}] \\ \mu A'(x_{RR}^{i}) \vee \mu B_{i+1}(y) \vee \mu A'(x_{LR}^{i}), & y \in [y_{RR}^{i}, Co[B_{i+1}]] \end{cases}$$

$$\mu B'_a(y) = \begin{cases} \mu A'(x_{LL}^{i+1}) \vee \mu B_{i+1}(y), & y \in [Co[B_i], y_{LL}^{i+1}] \\ 1, & y \in [y_{LL}^{i+1}, y_{RR}^{i}] \\ \mu A'(x_{RR}^{i}) \vee \mu B_i(y), & y \in [y_{RR}^{i}, Co[B_{i+1}]] \end{cases}$$

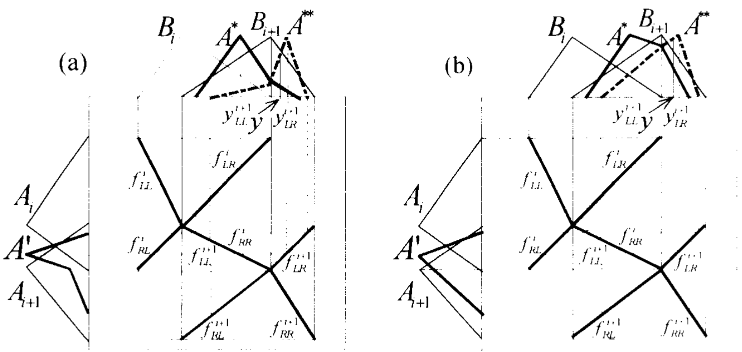


図5 定理2の条件を満たす例とその反例

のようになる。明らかに、条件(1)、(2)が満たされれば

$$\mu B'_a(y)=\mu B'_p(y),$$

であり、その逆も成り立つ。
(証明終)

定理3を満たす事実と推論結果の例を図6に示す。

$$y\in[Co[B_i], Co[B_{i+1}]]$$

において

$$\mu B'_a(y)=\mu B'_p(y),$$

が確認できる。

更に一般的な事実と推論結果の例を図7に示す。定理3が成り立たない、すなわち

$$y\in[Co[B_i], Co[B_{i+1}]]$$

においてもFATI⊂FITAが確かめられる。このような場合でも、Gödel含意変換規則を用いた多重推論では、FATIによる推論結果は、式(8)にすでに記述したように以下のような簡単なアルゴリズムで求められる。

$$\mu B'_a(y)=$$
$$\begin{cases} \mu A'(x_{LL}^{k+1})\vee(\mu A'(Co[A_{k+1}])\ \boldsymbol{t}\ \mu B_{k+1}(y)), \\ \qquad y\in[Co[B_k], Co[B_{k+1}]]\,(k=q,\ldots,i-1) \\ \mu A'(x_{LL}^{i+1})\vee\mu B_{i+1}(y), \quad y\in[Co[B_i], y_{LL}^{i+1}] \\ 1, \quad y\in[y_{LL}^{k+1}, y_{RR}^{i}] \\ \mu A'(x_{RR}^{i})\vee\mu B_i(y), \quad y\in[y_{RR}^{i}, Co[B_{i+1}]] \\ \mu A'(x_{RR}^{k})\vee(\mu A'(Co[A_k])\ \boldsymbol{t}\ \mu B_k(y)), \\ \quad y\in[Co[B_k], Co[B_{k+1}]]\,(k=i+1,\ldots,r) \end{cases} \tag{23}$$

本章の最後に、FITAの推論結果とsup-t-norm合成におけるt-normとの関係を述べておこう。

[定理4]

FITAによる推論結果はsup-t-norm合成におけるt-normに依存せず一定である。

(証明)

2.3節の6)で規定される任意の事実に対するFITAによる推論結果は、定理1の証明における式(7)で与えられている。それらはいずれもt-normに依存しない結果である。
(証明終)

4．おわりに

筆者等は、理論的に良い性質を持つGödel含意変換規則を用いた多重ファジィ推論を実用的にしたいとの立場から、その推論アルゴリズムに関して本論文で検討した。すなわち、ファジィルールの前後件が正規分割されたL-R型ファジィ数で表わされる場合を、FATI、FITAの観点から理論的に考察し、以下の結論を得た。

(1)FITAアプローチでは、各ルール毎の推論結果を求め、その後に全ての結果を統合する。そのため、推論の計算アルゴリズムが単純で高速となり、実用されてきた。反面、FATIよりも広がった結果となる欠点があった。そこで、FITAでもFATIと同一の結果を与えるための事実が満たすべき必要十分条件を明らかにした(定理1)。

(2)ファジィ制御やファジィモデルで用いられるシングルトン入力は定理1の条件を満たし、Gödel含意変換規則を用いた多重ファジィ推論をFITAによって求めてもFATIと同じ結果を与える。

(3)*sup-min*合成規則を用いると、FITAとFATIの結果が一致するための事実の満たすべき条件はやや緩和される(定理2)。

(4) 事実が定理2の条件よりも一般的になると、もはや後件部のベース集合上の全てでFITAとFATIの結果は一致しなくなる。

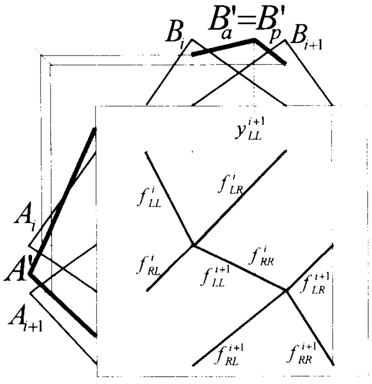


図6 定理3の条件を満たす例

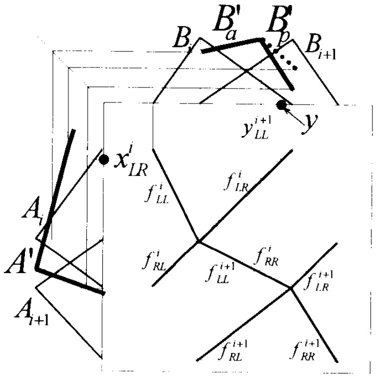


図7 定理3の条件を満たさない例

$y \in [Co[B_i], Co[B_{i+1}]]$

なる区間で、一致するための事実が満たすべき条件を求めた(定理3)。

(5)事実が定理3の条件よりも更に一般的になった場合でも、FATIによる推論結果を簡単に求められるアルゴリズムを式(23)で与えた。

(6)FITAによる推論結果はsup-t-norm合成のt-normに依存しないことを示した(定理4)。

更に一般的なファジィルールに対しての検討が今後の課題である。

参考文献

1) I.B. Turksen and Y. Tian : Combination of rules or their consequent in fuzzy expert systems, Fuzzy Sets and Systems, Vol.58, pp.3-40(1993)

2) M. Mizumoto and H.-J. Zimmermann : Comparison of Fuzzy Reasoning Methods, Fuzzy Sets and Systems, Vol.8, pp.252-283(1982)

3) D. Dubois and H. Prade : The Generalized Modus Ponens under Sup-min Composition A Theoretical study, in M. M. Guputa, A. Kandel, W. Bandler, J. B. Kiszka, Eds., Approximate Reasoning in Expert Systems, pp.217-232, Elsevier Science Publishers North-Holland(1988)

4) D. Dubois and H. Prade : Fuzzy sets in approximate reasoning, Part 1 : Inference with possibility distributions, Fuzzy Sets and Systems, Vol.40, pp.143-202(1991)

5) M. Mizumoto : Fuzzy conditional inference under max-○ composition, Information Science, Vol.27, pp.183-209(1982)

6) L. A. Zadeh : A theory of approximate reasoning, in J. E. Hayes, D. Michi, L.. I. Mikulich Eds., Machine Intelligence, Vol.9, pp.149-194(1979)

7) S. Fukami, M. Mizumoto and K. Tanaka : Some considerations on fuzzy conditional inference, Fuzzy Sets and Systems, Vol.4, pp.243-331(1984)

8) 前田博、井室元良、村上周太：多重多段ファジィ推論におけるあいまいさの広がりに関する考察－三角型メンバーシップ関数を用いたファジィ推論－、日本ファジィ学会誌、Vol.17、No. 1、pp. 113-130(1995)

9) H. Maeda : An Investigation on the spread of fuzziness in multi-fold multi-stage approximate reasoning by pictorial representation-Under sup-min composition and triangular type membership function, Fuzzy Sets and Systems, vol.80, pp.133-148(1996)

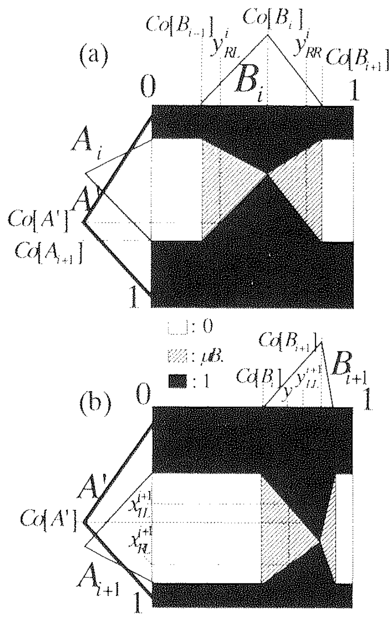
10) K. -H. Temme and H. Thiele : On the Correctness of the Principles FATI and FITA and their Equivalence, the proceedings of the VI IFSA World congress, Sao Paulo, Brazil, Vol.II, pp.475-478(1995)

(1996年12月18日　受　付)
(1998年2月5日　再受付)

付録1　(FITAによる推論結果)

i番目と$i+1$番目のルールから得られるファジィ関係を付図1に示す。図において、後件部のベース集合上の任意のy列上と事実とのsup-t-norm合成を取ることによってi番目と$i+1$番目のルールの推論結果を以下のように求めることができる。

$$\mu B'_{pi}(y)=\begin{cases}\mu A'(Co[A_{i-1}])\vee\mu A'(Co[A_{i+1}]), & y\in[0,Co[B_{i-1}]]\\ \mu A'(x^i_{LL})\vee\mu B_i(y)\vee\mu A'(x^i_{RL}), & y\in[Co[B_{i-1}],y^i_{RL}]\\ 1, & y\in[y^i_{RL},y^i_{RR}]\\ \mu A'(x^i_{LR})\vee\mu B_i(y)\vee\mu A'(x^i_{RR}), & y\in[y^i_{RR},\ Co[B_{i+1}]]\\ \mu A'(Co[A_{i-1}])\vee\mu A'(Co[A_{i+1}]), & y\in[Co[B_{i+1}],1]\end{cases}$$



付図1　FITAの推論結果の導出

$$\mu B'_{pi+1}(y)=\begin{cases}\mu A'(Co[A_i])\vee\mu A'(Co[A_{i+2}]),\ y\in[0,Co[B_i]]\\ \mu A'(x_{LL}^{i+1})\vee\mu B_{i+1}(y)\vee\mu A'(x_{RL}^{i+1}),\\ \qquad\qquad y\in[Co[B_i],y_{LL}^{i+1}]\\ 1,\qquad\qquad y\in[y_{LL}^{i+1},y_{LR}^{i+1}]\\ \mu A'(x_{LR}^{i+1})\vee\mu B_{i+1}(y)\vee\mu A'(x_{RR}^{i+1}),\\ \qquad\qquad y\in[y_{LR}^{i+1},Co[B_{i+2}]]\\ \mu A'(Co[A_i])\vee\mu A'(Co[A_{i+2}]),\\ \qquad\qquad y\in[Co[B_{i+2}],1]\end{cases}$$

例えば、i番目のルールにおける

$$y\in[0,Co[B_{i-1}]],\ y\in[Co[B_{i+1}],1]$$

に対しての推論結果は、付図1(a)において対応するファジィ関係が

$$Rg_i(x,y)=\begin{cases}1,\ 0\le x\le Co[A_{i-1}]\\ 0,\ Co[A_{i-1}]<x<Co[A_{i+1}]\\ 1,\ Co[A_{i+1}]\le x\le 1\end{cases}$$

のように表されるから、

$$\mu B'_{pi}(y)=\sup_x(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ Rg_i(x,y))$$

$$=\sup_{0\le x\le Co[A_{i-1}]}(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ 1)$$

$$\vee\sup_{Co[A_{i-1}]<x<Co[A_{i+1}]}(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ 0)$$

$$\vee\sup_{Co[A_{i+1}]\le x\le 1}(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ 1)$$

$$=\mu A'(Co[A_{i-1}])\vee\mu A'(Co[A_{i+1}])$$

のように得られる。また、$i+1$番目のルールにおける

$$y\in[Co[B_i],y_{LL}^{i+1}]$$

に対しての推論結果は、付図1(b)のy列上のA'のsup-t-norm合成を取ることによって、

$$\mu B'_{pi+1}(y)=\sup_x(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ Rg_{i+1}(x,y))$$

$$=\sup_{x\le x_{LL}^{i+1}}(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ 1)\vee\sup_{x_{LL}^{i+1}<x<x_{RL}^{i+1}}(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ \mu B_{i+1}(y))$$

$$\vee\sup_{x\ge x_{RL}^{i+1}}(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ 1)$$

$$=\mu A'(x_{LL}^{i+1})\vee(1\ \boldsymbol{t}\ \mu B_{i+1}(y))\vee\mu A'(x_{RL}^{i+1})$$

$$=\mu A'(x_{LL}^{i+1})\vee\mu B_{i+1}(y)\vee\mu A'(x_{RL}^{i+1})$$

のように求められる。これから、

$$\mu B'_p(y)=\mu B'_{pi}(y)\wedge\mu B'_{pi+1}(y)$$

を求めれば、式(7)を得る。

付録2 (FATIによる推論結果)

式(2)で定義される多重ファジィ関係を求めると付図2のように表わされる。後件部のベース集合上の任意のy列上と事実とのsup-t-norm合成を取れば、式(8)を得る。例えば、ある$k+1<i$に対する

$$y\in[Co[B_k],Co[B_{k+1}]]$$

の結果は、

$$\mu B'_a(y)=\sup_x(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ MRg(x,y))$$

$$=\sup_{0\le x<Co[A_k]}(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ 0)$$

$$\vee\sup_{Co[A_k]\le x<x_{RR}^k}(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ \mu B_k(y))$$

$$\vee\sup_{x_{RR}^k<x<x_{LL}^{k+1}}(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ 1)$$

$$\vee\sup_{x_{LL}^{k+1}<x\le Co[A_{k+1}]}(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ \mu B_{k+1}(y))$$

$$\vee\sup_{Co[A_{k+1}]<x\le 1}(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ 0)$$

$$=0\vee\sup_{Co[A_k]\le x<x_{RR}^k}(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ \mu B_k(y))\vee\mu A'(x_{LL}^{k+1})$$

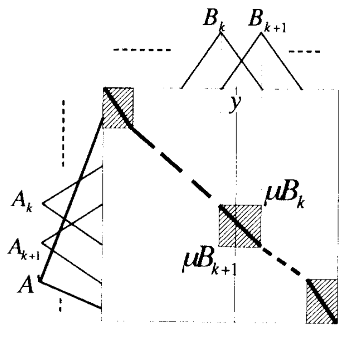
$$\vee\sup_{x_{LL}^{k+1}<x\le Co[A_{k+1}]}(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ \mu B_{k+1}(y))\vee 0$$

$$=\mu A'(x_{LL}^{k+1})\vee(\mu A'(Co[A_{k+1}])\ \boldsymbol{t}\ \mu B_{k+1}(y))$$

のように求められる。ここでは、A'の強凸性から

$$\mu A'(x_{LL}^{k+1})\ge\sup_{Co[A_k]\le x<x_{RR}^k}(\mu A'(x)\ \boldsymbol{t}\ \mu B_k(y))$$

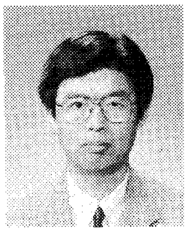
なる性質が用いられている。



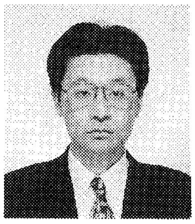
付図2　FATIの推論結果の導出

[問い合わせ先]
〒804-8550
北九州市戸畑区仙水町1-1
九州工業大学工学部電気工学科情報工学教室
前田　博
TEL ：093-884-3248
FAX ：093-871-5835
E-mail：hmaeda@comp.kyutech.ac.jp

著者紹介



前田 博（まえだ ひろし）
九州工業大学工学部電気工学科情報工学教室
1973年 九州工業大学工学部制御工学科卒業、同年4月 いすゞ自動車㈱入社、大型車の振動耐久性の研究に従事。1977年 九州工業大学工学部助手、1987年 同助教授を経て1995年 同教授、現在に至る。工学博士。この間1993年10月から1994年8月まで、アーヘン工科大学客員研究員。システムモデリング、システム評価、知的インタフェースなどの研究に従事。日本ファジィ学会、計測自動制御学会、日本OR学会などの会員。



信定 祐二（のぶさだ ゆうじ）
㈱東芝 磯子エンジニアリングセンター原子力第二システム設計部
1996年 九州工業大学大学院工学研究科博士前期課程電気工学専攻修了。同年㈱東芝入社、現在に至る。原子力ウランのレーザー濃縮技術の研究開発に従事。

A Study on the Equivalence of FATI and FITA in Multi-fold Approximate Reasoning with Normally Partitioned Fuzzy Rules

by

Hiroshi MAEDA and Yuji NOBUSADA

Abstract :

An approximate reasoning on multiple fuzzy rules has two main methods. One is FATI (First Aggregation Then Inference) and the other is FITA (First Inference Then Aggregation). It is generally known that FATI shows a more specific inference result, in other words, a less vague inference result than FITA. However, FITA is better than FATI from the viewpoint of easiness and the efficiency of computing because FITA makes parallel computing possible. In this paper, we set up the approximate reasoning environment that has sup-t-norm composition, Gödel implication, min aggregation, and multiple fuzzy rules with normally partitioned L-R type fuzzy numbers, and then we study the conditions of equivalence of FATI and FITA. Under these conditions, the approximate reasoning method based on FITA can give a less vague inference result.

Contact Address : **Hiroshi MAEDA**
Faculty of Engineering, Kyushu Institute of Technology
1-1 *Sensuicho Tobata Kitakyushu,* 804-8550 *Japan*
TEL : 093-884-3248
FAX : 093-871-5835
E-mail : hmaeda@comp.kyutech.ac.jp