



液滴衝突過程におけるエネルギー収支の実験的検討*

Experimental Study on the Energy Budget in a Drop Impact

大川 拓 巳** 淵 澤 友 貴**,*** 齋 藤 泰 洋**** 城 田 農**,†

OKAWA Takumi

FUCHISAWA Yuto

SAITO Yasuhiro

SHIROTA Minori

Abstract Prediction of maximum spreading diameters of impacting drops is crucial for determining the quality and efficiency of many industrial applications using drop-on-demand or spray technology. In order to construct an exact theoretical model for predicting the maximum diameter, one needs to determine a time constant being required for the radial pressure gradient in a spreading drop to be disappeared, which is difficult to derive theoretically. We experimentally obtained the time constant by focusing on the energy budget during drop impact, especially on the viscous dissipation. By considering the time delay, we developed a theoretical model for predicting the maximum spreading diameters. The model shows good agreement with experimental results, revealing the importance of the internal velocity field in a drop.

Keywords: Drop impact, Wetting diameter, Viscous dissipation, Internal flow

1. 緒 言

ドロップオンデマンドやスプレー散布などの技術において、固体に衝突する液滴の広がりを制御することは、製品の品質やプロセスの効率を向上させるうえで重要である。そのため、液滴衝突の代表的な指標である最大広がり径 D_m に関して、パンケーキ形状の液滴のエネルギー保存に基づく理論式 [1–7] やスケーリング則 [8,9] が提案された。

パンケーキモデルでは、衝突後の最大広がり時において、液滴形状は半径方向の厚さが一様な円盤状であるという仮定がおかれる。パンケーキモデルの長所は、表面積が液滴直径の関数となるこ

と、広がる方向の速度成分のみを考えればよいこと、さらに最大広がり時において液体が静止することから、モデル化が容易なことである。

パンケーキモデルを用いたエネルギー保存式において D_m を求める際に、表面エネルギーと運動エネルギーは最大広がり時のみの物理量から決定されるが、接触線のする仕事 E_c と粘性散逸エネルギー E_d を求めるためには最大広がり時までの時間積分が必要となる。これは、動的接触角および液滴内の速度場が時間の関数であるためである。この問題に対処するために、これまでに提案されたパンケーキモデルでは、時間平均値と補正係数を導入することで D_m を良く予測できることが示され

* 2022.2.22 受付

** 弘前大学大学院理工学研究科

*** (現) 日本工営株式会社

**** 九州工業大学大学院工学研究院物質工学研究系

† Corresponding author: mshirota@hirosaki-u.ac.jp

た。しかし、これら時間平均の検証は十分ではないため、パンケーキモデルの予測精度をさらに向上できる可能性が残されている。

E_c と E_d の時間積分を求めるためには、各種物理量の時間依存性を明確にし、パンケーキモデルへ取り込むことが肝要である。例えば、平面上を広がる実形状液滴内の粘性境界層の外側の半径方向速度分布に対する解析解は、 $v_r^* \sim r^*/(t^* + \tau_p)$ となる [10–13]。ここで、 r は極座標動径方向距離、 t は時間である。 $*$ が付与された物理量は無次元量を表し、無次元化には代表長さとして液滴の初期直径 D_0 、代表速度として衝突速度 U_0 、代表時間として D_0/U_0 を用いた。時間軸の移動パラメータ τ_p は、衝突圧力($\sim \rho U_0^2$ 、 ρ は液滴の密度)が減衰するまでの時間である。 τ_p は、オイラー方程式を積分する際に得られる任意定数でもあるため、解析的に求めるにはある時刻における速度場を与える必要がある。既往の研究[12,13]から、 τ_p は $O(0.1)$ の大きさであることが推察される。この程度の大きさは、最大広がり時 t_m のときには無視できるが、 $t^* < 1$ の衝突初期においては速度場の解析解に有意な差を生じる。 τ_p 以外にも、平面上の粘性境界層厚さの時間発展 $\sqrt{\nu(t + \tau_v)}$ (ν は液体の動粘度)に関わる時間軸移動パラメータ τ_v が必要となる。パンケーキモデルを用いた E_d の積分時間は、厳密には0からではなく τ_v からとすべきである。

本研究の目的は、時間積分を必要とする E_c と E_d のモデル化に及ぼす各種物理量の影響を実験的に検証することで、パンケーキモデルを改良することである。ここで、 τ_p と τ_v は厳密には異なるが、いずれも $O(0.1)$ [11] の大きさであるため、本研究で提案するパンケーキモデルではひとつの特性時間 τ として扱うこととする。このように、時間積分はより厳密に扱うものの特性時間はひとつに簡略化するパンケーキモデルは、従来モデルと比較してどの程度の優位性が得られるのかを本論文では検証する。そのために、 D_m のみではなく、各エネルギーの寄与やモデル化における問題点を、実験結果との比較をとおして考察する。

既往研究において τ は、数値解析 [12] あるいはライデンフロスト液滴衝突を対象とした実験

Table 1 Various physical quantity applied to the conventional pancake model.

	u_r	τ	θ_d	δ_p	t_m
Pasandideh-Fard et al. [2]	U_0	–	$\theta_d(t_m)$	$\sqrt{1.5\nu t_m}$	$\frac{8D_0}{3U_0}$
Vadillo et al. [3]	U_0	–	$\bar{\theta}_d$	$\sqrt{1.5\nu t_m}$	$\frac{8D_0}{3U_0}$
Mao et al. [4]	U_0	–	θ_{st}	$\sqrt{1.5\nu t_m}$	$\frac{8D_0}{3U_0}$
Lee et al. [5]	U_0	–	$\theta_d(t_m)$	$\sqrt{2.0\nu t_m}$	$\frac{hD_m}{U_0}$
Wildeman et al. [6]	U_0	–	180°	$\sqrt{\nu t_m}$	$\frac{D_0}{U_0} \left(\frac{D_m}{D_0} - 1 \right)$
Yonemoto et al. [7]	$\frac{3U_0}{8}$	–	$\frac{\theta_{st} + \theta_d(t_m)}{2}$	$\frac{h_m}{3}$	$\frac{D_m}{2U_0}$
Present study	$\left(\frac{r^*}{t^* + \tau^*} \right) U_0$	0.17	$\bar{\theta}_d$	$\sqrt{\nu(t + \tau)}$	$\frac{D_0}{U_0} \left(\frac{D_m}{D_0} - 0.17 \right)$

Table 2 Physical properties of liquids.

	Liquid properties			Impact condition		
	μ (Pas)	σ (Nm ⁻¹)	ρ (kgm ⁻³)	D_0 (mm)	We	Re
(a) Glycerol 22 mPas	2.2×10^{-2}	2.1×10^{-2}	970	2.6	10–420	450–6650
(b) Glycerol 42 mPas	4.2×10^{-2}	6.6×10^{-2}	1185	2.0	20–220	40–150
(c) Glycerol 70 mPas	7.0×10^{-2}	6.3×10^{-2}	1264	2.7	11–550	18–1800
(d) Glycerol 133 mPas	13.3×10^{-2}	2.7×10^{-2}	1009	1.9	40–130	10–20
(e) Ethanol	1.1×10^{-2}	2.2×10^{-2}	789	1.6	7–290	2637–3100
(f) Water	0.9×10^{-2}	7.2×10^{-2}	998	3.0	30–170	226–1800
(g) Silicone Oil	22.0×10^{-2}	2.1×10^{-2}	970	1.7	38–400	6–20

[13] においてのみ取り扱われている。Eggers et al. [12] は数値解析によりフィッティングパラメータとして τ_p と τ_v を求めた。数値解析による研究は液滴内部の速度場を予測するうえでは有用であるが、液滴の広がりを求める際に必要となる動的接触角はモデル化せざるを得ない。しかし、液滴衝突過程のように加速度が大きい場合 (10^4 m/s²) の動的接触角モデルの検証は十分ではない。そのため、数値解析により決定する液滴の広がりは有意な誤差を含む。

本論文では、4章においてまず高速度カメラ撮影から求めた実際の液滴形状を用いて、 E_c と E_d がエネルギー収支に及ぼす影響を明らかにし、モデル化を行う。続く5章において、既往のパンケーキモデルによる D_m 予測結果と比較することで、本提案モデルの優位性を検証する。

2. 液滴衝突のエネルギー保存式

最大広がり径 D_m を予測するモデルの多くは、エネルギー保存則に基づき衝突前に保有する運動エネルギー E_{k1} と表面エネルギー E_{s1} が、衝突によって広がりに伴う表面エネルギー E_{s2} 、粘性による熱散逸エネルギー E_d へと変換されると考えられている。本研究では、接触線の濡れ広がり運動によって生じる仕事 E_c [14] も含めた以下のエネルギー保存

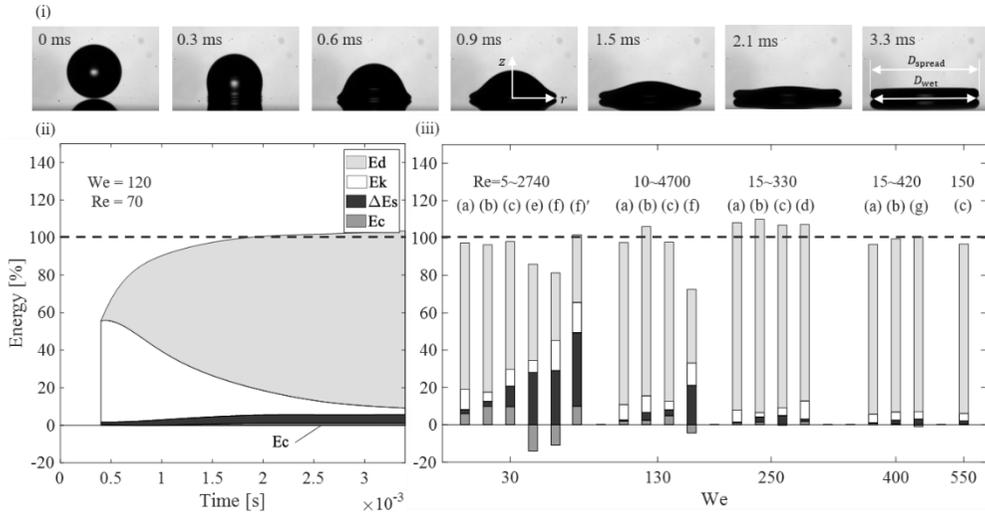


Fig. 1 (i) Side-view image showing the spreading process of the impacted droplet to its maximum spread. (ii) Change in energy budget with time using glycerin solution 70 mPas. The initial kinetic energy is assumed to be 100%; (iii) Energy budget at maximum spreading for a wide range of We and Re . (a) Glycerol 22 mPas; (b) Glycerol 42 mPas; (c) Glycerol 70 mPas; (d) Glycerol 133 mPas; (e) Ethanol; (f) Water; (g) Silicone Oil. ΔE_s represents the gain in surface energy due to the impact, $E_{s2} - E_{s1}$.

式を考える。

$$E_{k1} + E_{s1} = E_{k2} + E_{s2} + E_d + E_c \quad (1)$$

ここで、 $E_{k1} = \pi \rho D_0^3 U_0^2 / 12$ および $E_{s1} = \sigma \pi D_0^2$ である。衝突した液滴にパンケーキ形状を仮定すると、上面と側面の表面積より最大広がり径において $E_{s2} = \sigma \pi (1/4 D_m^2 + 2/3 D_0^3 / D_m)$ となる。ただし、 σ は表面張力である。これまでに提案されたパンケーキモデルでは、主に E_c と E_d の取り扱いが異なる。Table 1 に関連因子を整理するとともに、以下に詳細を説明する。

まず、接触線のする仕事 E_c は次式のように表せる。

$$E_c = 2\pi\sigma \int_0^{t_m} r(t) \cos \theta_d(t) V_{wet}(t) dt \quad (2)$$

ここで、 $\theta_d(t)$ は動的接触角、 $V_{wet}(t)$ は濡れ速度を表す。 $\theta_d(t)$ を計測することは困難であるため、これまで 90° や 180° の固定値 [12,13]、あるいは最

大広がり時の角度 $\theta_d(t_m)$ [2]、衝突後十分に時間が経過したときの静止接触角 θ_{st} [4]、それらの相加平均値 $(\theta_{st} + \theta_d(t_m))/2$ [7] などが用いられてきた。本研究では、3.2節に示す計測手法により液滴衝突過程における動的接触角の時間変化を取得した。

次に、粘性散逸エネルギー E_d は、散逸関数を支配項のみ残して $\phi \approx \mu(\partial v_r / \partial z)^2$ と近似すると、以下のように表せられる。

$$E_d = \int_0^{t_c} \int_0^{r(t)} \int_0^{z(t)} \mu(\partial v_r / \partial z)^2 2\pi r dz dr dt \quad (3)$$

ここで速度勾配 $\partial v_r / \partial z$ は、一般的に $v_r(r, z, t)$ の空間時間平均値 u_r と粘性境界層厚さ δ_v を用いて、

$$\frac{v_r}{\partial z} \approx \frac{u_r}{\delta_v} \quad (4)$$

と近似される。Table 1 に示すように、モデルによって u_r と δ_v が異なる。さらに積分時間 t_c には、

D_m に到達する時間 t_m が用いられることが多い。

本研究では、 $v_r(r, z, t)$ にはRoisman et al. [10] によって導出された以下の式を用いた：

$$v_r^* = \frac{r^*}{t^* + \tau^*} g'[\xi] \left(\xi = \frac{h^*}{\sqrt{v^*(t^* + \tau^*)}} \right) \quad (5)$$

ここで、 $g[\xi]$ は粘性境界層による速度欠損の寄与を表す関数である。式 (3) と式 (5) を用いて散逸量を算出する際に $g''[\xi]^2$ が必要となるが、厚さ

方向の積分は、 $\int_0^\xi g''[\xi]^2 d\xi \cong 0.75$ の定数となる。

これは、どの液体でも粘性境界層厚さの0.75倍の範囲で散逸が生じることを表す。

3. 液滴衝突実験

3.1 実験条件

本実験では、Table 2に示すように液滴の落下高さおよび粘度と表面張力を変化させることで、広範な We 数と Re 数の領域のエネルギー収支を検討した。液体試料には、(a) グリセロール 22 mPas、(b) グリセロール 42 mPas、(c) グリセロール 70 mPas、(d) グリセロール 133 mPas、(e) エタノール、(f) 水、(g) シリコンオイルを用いた。シリンジポンプに接続した注射針から試料を滴下し、固体平面へ垂直に液滴を衝突させた。この際、衝突基板にはパラフィルム ($R_a = 0.45 \pm 0.06(\mu m)$) [5]) を用いた。その様子をハスピードカメラ (Photron, FASTCAM SA-Z) で真横から撮影し、液滴の広がりを観察した。撮影速度を20,000 fpsとし、このときの解像度は 1024×1024 pixelsであった。

3.2 解析手法

Matlab Image Processing Toolbox を用いて、撮影した画像から液滴径、衝突速度、動的接触角を抽出した。液滴の広がり径を算出する際、固体表面と接触している領域を表す濡れ径を用いることが物理的に適している。そこで、スプライン関数により鏡像との境界線を検出し、広がる液滴との境界点から濡れ径を算出した。

また、第4章にて実際の液滴形状を用いた各種エネルギー量を検証するため、軸対称液滴衝突を仮定した表面積の算出を行った。液滴厚さ方向に1ピクセルずつ円周を求め、それらを積算することで値を得た。さらに、動的接触角の計測には既往

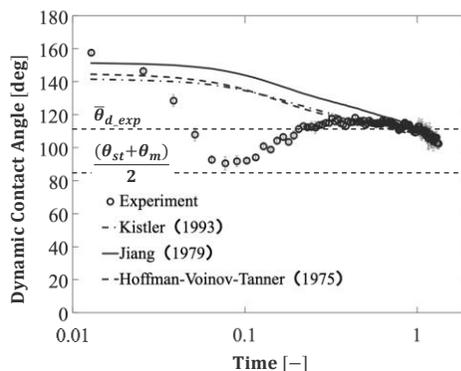


Fig. 2 Time variation of dynamic contact angle for Glycerol droplet of $We = 30$.

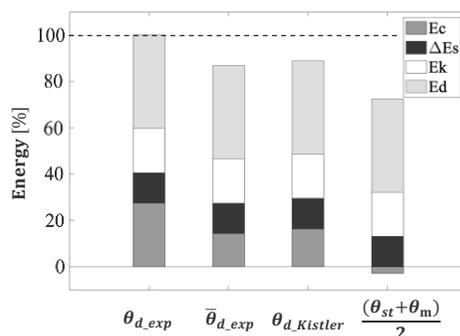


Fig. 3 Energy budget at maximum spreading for varying contact angle. When the contact angle is below 90° , E_c shows a negative value because the force acts in the direction of spreading the droplet.

の研究 [15] よりフィッティングした多項式の次数が重要であると指摘されたことから、本研究でも左右に三次の区分多項式を用いた。これにより、広がり過程における動的接触角の変化の計測を可能とした。

4. 結果

本章では実際の液滴形状(すなわちパンケーキ形状ではない)を用いて、 E_c と E_d のモデル化に必要な物理量を求める。ただし液滴内の速度場については式 (5) に示す半径方向速度のみを考慮する。

4.1 エネルギー収支の実験的検討

Fig. 1 (i),(ii)に試料液体としてグリセロール70

mPasを用いた、最大広がり時までの側面画像と特性時間 $\tau^* = 0.2$ (0.3 ms) とした場合のエネルギー収支の時間変化を示す。ただし、衝突前の運動エネルギーを100%としており、 τ 以降のみエネルギーを算出している。この図から、 $t > 1.5$ msにおいてエネルギー収支が満たされていることがわかる。このことは、 τ_p と τ_v が同程度の大きさを持ち、ひとつに集約できることを実験的にも支持することを意味する。なお、同図において1.5 msまではエネルギーの総和が100%を満たしていない。これは、衝突後の運動エネルギー E_{k2} の算出に半径方向速度 v_r しか用いなかったためである。

Fig. 1 (iii)に We 数および Re 数を広範に変化させたときの最大広がり時のエネルギー収支を示す。ほとんどの液体で、Fig. 1 (ii)に示した場合と同様に、粘性散逸量 E_d が6~8割を占めていることがわかる。 E_d は τ の影響を大きく受けるため、 τ がエネルギー収支に与える影響が大きいことがわかる。なお、液体(e)と(f)のエネルギーの総和が20~30%不足している点については次節にて考察する。

4.2 動的接触角 $\theta_d(t)$

まず、動的接触角モデルから E_c を算出することを考える。動的接触角を予測するモデル[16-18]は、キャピラリ数 $C_a (= \mu V_{wet}/\sigma)$ の関数で表される。Fig. 2に代表的なモデル予測値と実験結果の比較を示す。どのモデルも、衝突初期($0 < t < 0.2$)においては過大に予測してしており、液滴衝突のような加速度が大きい系 ($\cong 10^4 \text{m/s}^2$) においては、これら一定速度を仮定したモデルを用いることは適切ではないと考える。また、同グラフにて、実験値の時間平均値 $\bar{\theta}_{d,exp}$ と既往研究 [7] で用いられた $(\theta_{st} + \theta_d(t_m))/2$ を示す。図より、 $\bar{\theta}_{d,exp}$ は $\theta_d(t_m)$ と同程度であり、 $(\theta_{st} + \theta_d(t_m))/2$ は最小値程度を見積もることがわかる。

Fig. 3にて、各動的接触角のモデルを用いた最大広がり時のエネルギー収支を比較する。ここで E_c の計算において、 $\bar{\theta}_{d,exp}$ は時間に依らないため、式 (2) は以下ようになる。

$$E_c = \frac{\pi}{4} D_m^2 \cos \bar{\theta}_d \quad (6)$$

ただし、 $V_{wet} dt = dr$ の関係式を用いた。

図より、実験値の時間変化 $\theta_{d,exp}$ を用いた結果

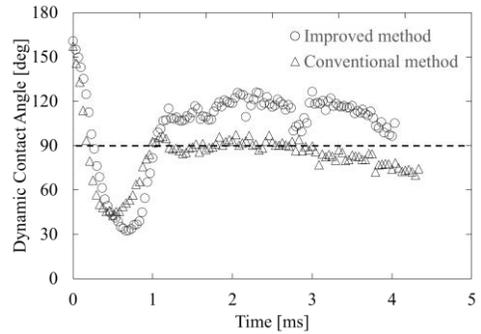


Fig. 4 Dynamic contact angle with different measurement methods ($We = 30$, $Re = 3000$).

が、最もエネルギー保存を満たしており、各種平均値を用いた結果は15~30%程度下回っている。特に、この例では $(\theta_{st} + \theta_m)/2$ は 90° を下回るため、 E_c の符号が逆転し接触線は液滴を広げる方向に作用している。

エネルギー収支に関し、(a)-(c)の液体は比較的広範な We 数に対して過不足が生じていないが、(e)および(f)の場合は20~30%エネルギーが不足している。この主たる原因は、ラメラ先端の動的接触角の計測不良にある。低粘度の液体の場合、接触線の速度が大きかつラメラが薄いため、計測誤差が大きくなってしまう。また、低粘度液体では粘性散逸量が小さいため、接触線による仕事 E_c が相対的に大きくなる。

計測精度の違いが $\theta_d(t)$ に与える影響をFig. 4に示す。この図の Δ は、3章で示した撮影条件で取得した $\theta_d(t)$ であり、Fig. 1 (f)のエネルギーの算出に用いたものである。また \circ は、同じ条件の液滴を、撮影倍率と撮影速度を共にあげて(30,000 fps、 1024×512 pixels)再計測した $\theta_d(t)$ である。この図から、 Δ の計測条件では、水液滴の広がり過程に伴う動的接触角を過小評価してしまうことがわかる。参考までに \circ の $\theta_d(t)$ を用いて算出した E_c をFig. 1 (iii-f)に示す。(f)よりもエネルギー収支をよく満たしていることから、低粘度液体は接触角に大きく依存するため、 $\theta_d(t)$ の計測には高い精度が求められる。

また、 $We < 30$ の領域では、表面張力の影響が大ききはたらくため、最大広がり時であってもパンケーキ形状を仮定できない。これは既往の研究

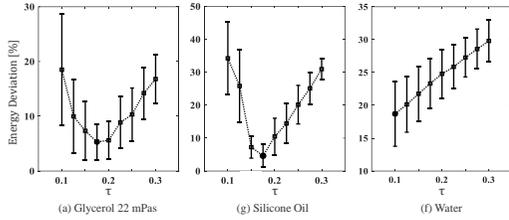


Fig. 5 Deviation from the energy conservation with different τ . Each averaged value and standard deviation are obtained from ten experimental data.

[6] によっても示されている。これ以降、本研究では $We > 30$ に限定して議論を進める。

4.3 特性時間 τ

4.1節では適切な τ を用いれば、エネルギーは広がり過程において保存されることを示した。そこで本節では、全試料液体における最適な τ を求める。

Fig. 5に、代表的な試料液体の最大広がり時のエネルギー残差を示す。ここで、残差には、各液滴で衝突高さが異なる全ての条件で得られた結果の平均値を用いた。Fig. 5 (g)より、0.1の τ の変化がエネルギー収支に最大で30%程度の差を生じることがわかる。全広がり時間から見ると微小である τ が、図に示すようにエネルギー収支を大きく左右することからも重要なパラメータであることが明らかである。

一方で、多くの液体は、(a)や(g)のように極値を持つのに対し、(f)は持たない。このことは、前節で述べたように、低粘度液体が動的接触角の影響でエネルギーを保存していないことを意味している。(e)も同様であった。そのため、 τ の検討には(e)と(f)を除外し、最適な τ を決定する。

(a)-(d),(g)に限定して、 τ を見ると、残差が最小となる値は液体によらず $O(0.1)$ であることがわかる。これは既存研究 [14] にて指摘されている τ が流体特性に依存しないことを本研究により裏付けたといえる。そのため、 τ は定数とみなすことができ、液体および τ の平均残差の総和が最小となる値を求めると、 $\tau^* = 0.17$ を得た。これは既往の研究 [12] で得られた値 (0.17^{\ddagger}) と一致し、本研究により得られた τ が妥当であると考えられる。

以上より得られた τ を用いて、次節では、粘性

散逸量 E_d をバンケーキモデルへ適用するための準備を行う。

4.4 E_d の算出に関わる時間積分

Table 1に示すように、一部を除いた多くの最大広がり径を予測するモデルにおいて、液滴内速度には衝突速度 U_0 が用いられ、粘性散逸 E_d には補正係数が付加されている。前節で示したように、 τ は粘性散逸を決定する重要パラメータであるため、本研究では τ を考慮した速度場 (式 (5)) を用いた粘性散逸モデルを導出する。

まず、粘性散逸量を算出するうえで必要となる積分時間 t_c について考える。これまでは広く $t_c \sim D_0/U_0$ の代表時間が用いられてきた。しかし、前節で示したエネルギー収支の τ 依存性より、散逸時間の簡易化は望ましくない。過去の研究においてもこの積分時間が重要であるとし、いくつかの改善されたモデルが導出されている。Lee et al. [5] は代表径として最大広がり径を用いて $t_c = bD_m/U_0$ とし、さらに比例係数 b が表面張力に依存するモデルを提案した。

本研究でも最大広がり時間 t_m が t_c として適切であると考え、 $t_m \sim D_m/U_0$ を用いた。Fig. 6 (i)に示す各 We 数の最大広がり径と対応する最大広がり時間より、互いには線形関係がある。さらにFig. 6 (ii)に示す無次元広がり時間 t_m^* と無次元広がり径 D_m/D_0 (以降 β_m) の関係より

$$\begin{aligned} t_m \frac{U_0}{D_0} &\cong \frac{D_m}{D_0} \\ t_m &\cong \frac{D_m}{U_0} \end{aligned} \quad (7)$$

となり、 $t_m \sim D_m/U_0$ という直感的なスケージング則が正しいことがわかる。よって、無次元散逸時間 t_c^* としては、式 (5) の速度場が成り立ち、平面上的粘性境界層が発達してからの時間が適切であると考え、 t_m^* から特性時間 ($\tau^* = 0.17$) を差し引いた次式を本研究での散逸時間とする。

$$t_m^* \sim \beta_m - 0.17 \quad (8)$$

ここで、Fig. 6 (ii)の近似式も $t_m^* = \beta_m - 0.16$ となることは興味深い実験的事実である。

次に、 E_d をモデル化するためにさらに必要と

[‡] 既往研究 [12] では代表長さを $D_0/2$ としているため $\tau = 0.34$ となっている

なる液滴半径の時間積分 $\int_{t^*}^{t_m^*} (r(t^*)/ D_0)^4 t^{*-5/2} dt^*$ について考える。この項は液滴半径の時間変化を含むため、解析解を得るのが困難である。そこで、 β_m の関数として表せないか検討するため、上記積分値と次元解析的に得られる $\beta_m^4 t_m^{*-3/2}$ との比較を行った。両者の関係性を実験的に調べたところ、Fig. 7に示すように線形関係があることを明らかにした。すなわち、 $\alpha = 0.27\beta_m^4 t_m^{*-3/2}$ となる。興味深いのは両者が線形関係にあることである。既往研究 [6] のように粘性散逸モデルが一つの補正係数で整理できていたのはこのためであると推察する。

以上のことから、導出した粘性散逸のモデルは次式ようになる。

$$E_d \approx \frac{\pi G}{2} \frac{0.27\beta_m^4}{\sqrt{Re}(\beta_m - 0.17)^{2/3}} \quad (9)$$

ここで、式 (9) の G は前述した粘性境界層による速度欠損に起因する係数 ($G \approx 0.75$) である。以上のことから、本研究では、実験的事実に基づき、より物理現象に則した粘性散逸モデルを導出した。

5. パンケーキモデルによる最大広がり径の予測

4章で得られた知見に基づきパンケーキモデルを構築し、従来のモデルとの比較を行う。

式 (6) の E_c と、式 (9) の E_d を用いると、エネルギー保存式は以下のように表される。

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{We} = \frac{1}{4We} \beta_m^2 (1 - \cos \bar{\theta}_d) + \frac{2}{3We\beta_m} + G \frac{0.14\beta_m^4}{\sqrt{Re}(\beta_m - 0.17)^{3/2}} \quad (10)$$

ここで、動的接触角には、4.2節で示したように広がり過程の大部分の角度を表す $\bar{\theta}_d$ が適切であると考え、モデルへ適用した。

Fig. 8に、本モデルと従来モデルにより得られた β_m と実験値を共にプロットした結果を示す。この時の実験値は、固体表面と接触している領域を表す濡れ径 Exp. (wet) と、両サイドの液滴表面間の距離 Exp. (spread) の2つの値を示している

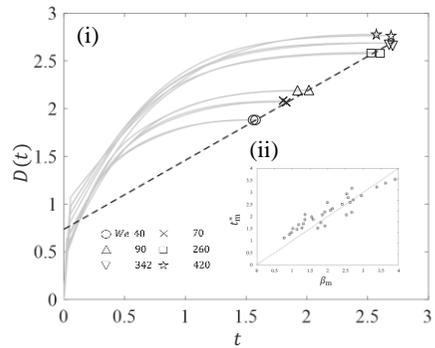


Fig. 6 (i) Time variation of the spread diameter up to D_m at each We number, and the dashed line shows the approximate equation at t_m . (ii) The relationship between β_m and t_m .

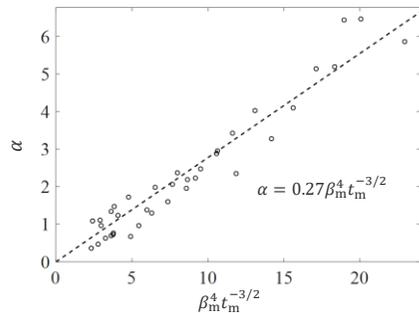


Fig. 7 The Relationship between time integration of droplet radius and dimensionless D_m .

(それぞれFig. 1 (i)の D_{wet} と D_{spread} に相当する)。この図から、エネルギー保存をよく満たす(a)-(d), (g)の液滴に対しては、本モデルは実験値との良好な一致を示していることがわかる。すなわち、実験的に求めた $\tau = 0.17$ が、エネルギー保存式 (10) においても妥当であることがわかる。また、他の補正係数を含まないことから、最大径を予測する理論モデルにおいて τ が重要であることが明らかである。

続いて既往モデルとの比較を行う。Fig. 8に示すように、Wildeman et al. [6] と Yonemoto and Kunugi [7] のモデルは比較的全液体で実験値と良好な一致を示している。これは、どちらも滑りなし平面の衝突において支配的となる粘性散逸量の取り扱いが適切であることに起因すると考

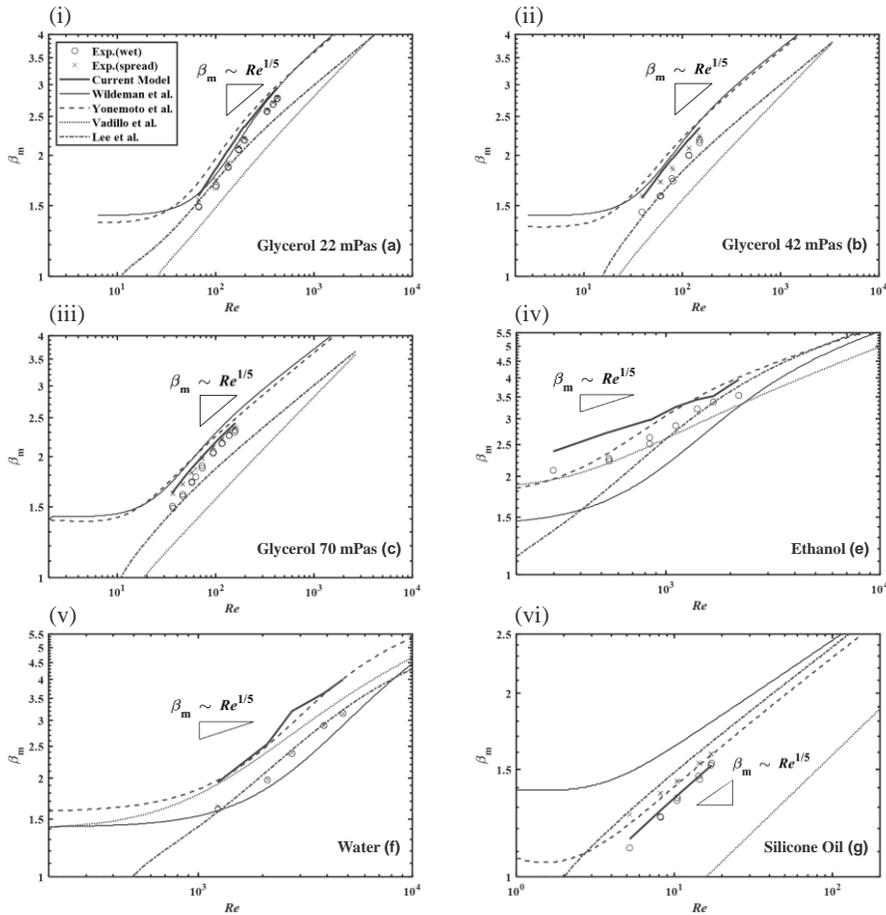


Fig. 8 Comparison in maximum diameter among existing models [1–6], the current model (Eq. (9)), and experimental data for liquids shown in the bottom-right corner of each panel. Both D_{wet} (\circ) and D_{spread} (\times), defined in Fig. 1 (i), are shown for experimental data except for case (iv).

える。ただし、 Re が $O(1)$ の領域を含む高粘度液体(g)に対しては、Wildeman et al. [6] のモデルは過大に見積もることがわかる。この既往モデルと本モデルとの大きな違いは u_r であることから、粘性散逸に関わる液滴内の速度場の取り扱いが重要であることが示された。また、 $u_r = U_0$ ではあるものの散逸時間を適切に扱ったLee et al.のモデルは、本実験範囲においては、比較的良い一致を示す。ただし、 t_m は水の表面張力を代表値とした補正係数 b を付加した単純な表面張力に依存する物理量となっているため、高粘度・低表面張力のような液体(g)では逸脱が大きい。

このように、 E_d を構成する物理量を正確に扱うことがパンケーキモデルの精度に直結していることが明らかである。さらに、どのモデルも広範囲な液体において実験値から10%程度の乖離が生じていることから、本モデルでは、そのすべての物理量に関する τ を実験的に明らかにし、広範囲な液体に対して検討することで、 D_m をより高精度に予測するモデルを構築した。

最後に低粘度液体(水、エタノール)について考える。Fig. 8 (e),(f)に見られるように、接触角に広がり過程の全時間で得られた値の平均値を用いた本モデルと、 180° の一定値を用いた

Wildeman et al.のモデル [6] では、実験値からの逸脱は逆の傾向（本モデル：過大評価、既往モデル：過小評価）を示している。原因は、4.3節の考察と同様に接触角の不適切な取扱いにあると考える。図のように、モデルに与える接触角の違いにより、異なる結果が得られることから低粘度液体においては接触角の取り扱いが重要であることがわかる。

6. 結 言

本研究では、液滴衝突過程における接触開始から最大広がりに至るまでのエネルギー収支に着目し、速度場および粘性境界層の発達に関わる特性時間 τ について実験的に検討し、 τ を考慮した最大広がり径を予測する理論モデルを構築した。その結果から、 τ はエネルギー収支を大きく左右する重要因子であり、流体特性によらず一定 (0.17) となることを実験的に明らかにした。 τ の変化によるエネルギー収支の差は最大で 25 %になり、広範な液体に対して検討することで最適な値を導出した。

また、 τ を考慮した粘性散逸エネルギーのモデルを構築し、その他の補正係数を必要としない、より物理現象に則した理論モデルを構築した。この実験的事実に基づくモデルにより、従来のモデルよりも最大広がり径の高精度な予測を可能とした。

Nomenclature

v	: droplet internal velocity field	[m/s]
u	: spatial time-averaged droplet internal velocity field	[m/s]
U_0	: impact velocity	[m/s]
D	: droplet diameter	[m]
E	: energy	[W]
θ_d	: dynamic contact angle	[–]
V_{wet}	: contact line velocity	[m/s]
E	: energy	[W]
ϕ	: dissipation function	[kg/m · s ²]
$\partial v_r / \partial z$: velocity gradient in the vertical direction	[1/s]
h	: height	[m]
G	: coefficient representing the contribution of velocity loss	[–]
Re	: Reynolds number	[–]
We	: Weber number	[–]

Greek letters

μ	: viscosity	[Pa · s]
ρ	: density	[kg/m ³]
σ	: surface tension	[N/m]
α	: time integration of droplet radius	[–]
β	: spread diameter	[–]
ν	: kinematic viscosity	[m ² /s]
τ_p	: impact pressure decay time	[–]
τ_v	: viscous boundary layer development time	[–]
ξ	: ratio of droplet center height to viscous boundary layer thickness	[–]

Subscripts

*	: dimensionless quantity
0	: initial value
r	: radial component
z	: vertical component
m	: maximum value
wet	: contact area
spread	: droplet rim
k	: kinetic
s	: surface
1	: before impact
2	: during spreading
d	: viscous dissipation
c	: contact line

参考文献

- [1] Chandra, S. and Avedisian, C. T., On the Collision of a Droplet with a Solid Surface, Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci., Vol. 432, 13-41 (1991).
- [2] Pasandideh-Fard, M., Bhola, R., Chandra, S. and Mostaghimi, J., Deposition of Tin Droplets on a Steel Plate, Simulations and Experiments, Int. J. Heat Mass Transf., Vol. 41(19), 2929-2945 (1998).
- [3] Vadillo, D. C., Soucemarianadin, A., Delattre, C. and Roux, D. C. D., Dynamic Contact Angle Effects onto the Maximum Drop Impact Spreading on Solid Surfaces, Phys. Fluids, Vol. 21(12), 122002 (2009).
- [4] Mao, T., Kuhn, D. C. S. and Tran, H., Spread and Rebound of Liquid Droplets upon Impact on Flat Surfaces, AIChE J., Vol. 43(9), 2169-2179 (1997).
- [5] Lee, J. B., Derome, D., Guyer, R. and Carmeliet, J., Modeling the Maximum Spreading of Liquid Droplets Impacting Wetting and Nonwetting Surfaces, Langmuir, Vol. 32(5), 1299-1308 (2016).
- [6] Wildeman, S., Visser, C. W., Sun, C. and Lohse, D.,

- D., On the Spreading of Impacting Drops, *J. Fluid Mech.*, Vol. 805, 636-655 (2016).
- [7] Yonemoto, Y. and Kunugi, T., Analytical Consideration of Liquid Droplet Impingement on Solid Surfaces, *Sci. Rep.*, Vol. 7(1), 2362 (2017).
- [8] Laan, N., De Bruin, K. G., Bartolo, D., Josserand, C. and Bonn, D., Maximum Diameter of Impacting Liquid Droplets, *Phys. Rev. Appl.*, Vol. 2(4), 044018 (2014).
- [9] Lee, J. B., Laan, N., DeBruin, K.G., Skantzaris, G., Shahidzadeh, N., Derome, D., Carmeliet, J. and Bonn, D., Universal Rescaling of Drop Impact on Smooth and Rough Surfaces, *J. Fluid Mech.*, Vol. 786, R4 (2016).
- [10] Roisman, I. V., Berberović, E. and Tropea, C., Inertia Dominated Drop Collisions. I. On the Universal Flow in the Lamella, *Phys. Fluids*, Vol. 21(5), 052103 (2009).
- [11] Roisman, I. V., Inertia Dominated Drop Collisions. II. An Analytical Solution of the Navier-Stokes Equations for a Spreading Viscous Film, *Phys. Fluids*, Vol. 21(5), 052104 (2009).
- [12] Eggers, J., Fontelos, M. A., Josserand, C. and Zaleski, S., Drop Dynamics after Impact on a Solid Wall, Theory and Simulations, *Phys. Fluids*, Vol. 22(6), 062101 (2010).
- [13] Lastakowski, H., Boyer, F., Biance, A. L., Pirat, C. and Ybert, C., Bridging Local to Global Dynamics of Drop Impact onto Solid Substrates, *J. Fluid Mech.*, Vol. 747(4), 103-118 (2014).
- [14] Roisman, I. V., Rioboo, R. and Tropea, C., Normal Impact of a Liquid Drop on a Dry Surface: Model for Spreading and Receding, *Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, Vol. 458 (2022), 1411-1430 (2022).
- [15] Quetzeri-Santiago, M. A., Castrejón-Pita, J. R. and Castrejón-Pita, A. A., On the Analysis of the Contact Angle for Impacting Droplets Using a Polynomial Fitting Approach, *Exp. Fluids*, Vol. 61(6), 143 (2020).
- [16] Kistler, S. F., *Hydrodynamics of Wetting, Wettability* (ed. Berg, J. C.), Marcel Dekker, New York, 311 (1993).
- [17] Jiang, T., Oh, S. and Slattery, J. C., Correlation for Dynamic Contact Angle, *J. Colloid Interface Sci.*, Vol. 69(1), 74-77 (1979).
- [18] Hoffman, R. L., A Study of the Advancing Interface. I. Interface Shape in Liquid-Gas Systems, *J. Colloid Interface Sci.*, Vol. 50(2), 228-241 (1975).
-