

多目標点を対象とする部分空間の分割を用いた逆運動学計算法

Inverse Kinematics by using subspace of Jacobi Matrix for multiple targets

○中野 滉太 (九州工業大学), 林 朗弘 (九州工業大学), 福丸 浩史 (九州工業大学)

Kyusyu Institute of Technology Kota NAKANO, Akihiro HAYASHI, Hirofumi FUKUMARU

1. 緒論

冗長性を有する多関節ロボットは、その環境に応じた姿勢制御が非常に重要である。目標動作を実現するための関節角度解を逆運動学計算によって求めることが一般的であるが、一般逆行列を用いて解く手法では目標数に応じて計算量が増加する問題がある。

本研究では、多関節ロボットの姿勢計算を効率的に計算する手法として、ヤコビ行列のプレコンディションによる逆運動学計算法を使う。本稿では、ヤコビ行列を部分空間ごとに分割することで多目標計算に応用する手法を提案し、数値シミュレーションを行う。

2. 逆運動学計算 [1]

逆運動学計算は、目標とする位置、姿勢を実現するための関節変位を求める計算である。関節変数ベクトル $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$ 、手先の位置を表すベクトル $x = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T$ の関係は次式となる。

$$x = f(\theta) \quad \dots (1)$$

この式を時間に関して微分すると次式となる。

$$\dot{x} = J(\theta)\dot{\theta} \quad \dots (2)$$

ここで、(2)式の右辺のヤコビ行列 J は次式で与えられる。このヤコビ行列について m 次元空間で動作するマニピュレータを想定した場合、(m =作業次元数, n =関節数)

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial \theta_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_m}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial \theta_n} \end{bmatrix} \quad \dots (3)$$

となり、この非正則なヤコビ行列の逆行列を計算する必要がある。

3. 仮想ヤコビ行列を用いた逆運動学計算

3.1 単目標の逆運動学計算[2]

ここでは、3次元平面上で動作する n 軸のマニピュレータを例にして説明する。

はじめに、(3)式にある直交行列 K を使って仮想ヤコビ行列 J' を生成する。この時の仮想ヤコビ行列の計算イメージを図1、直交行列 K とヤコビの部分空間の関係を図2に示す。

本例の場合、実際のマニピュレータの問題は次式で表される。

$$\dot{x} = J\dot{\theta} \\ \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{x1} & j_{x2} & \dots & j_{xn} \\ j_{y1} & j_{y2} & \dots & j_{yn} \\ j_{z1} & j_{z2} & \dots & j_{zn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{bmatrix} \cdot \dot{\theta} \quad \dots (4)$$

この(4)式を仮想マニピュレータの問題に変換する直交行列 K は以下のように定義する。

$$K = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4 \ \dots \ k_n] \\ = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{21} & k_{31} & k_{41} & \dots & k_{n1} \\ k_{12} & k_{22} & k_{32} & k_{42} & \dots & k_{n2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{1n} & k_{2n} & k_{3n} & k_{4n} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \quad \dots (5)$$

k_1, k_2, k_3 は(4)式の J の行成分(関節空間)の部分空間上のベクトルとして定義する。この条件により、 $k_4 \sim k_n$ の列ベクトルは J の部

分空間に直交する。直交行列の逆行列の定義、

$$KK^T = I \quad (I \text{ は単位行列}) \quad \dots (6)$$

を用いて、(4)式を書き換える。ただし、行列成分は総和規約を使って表記する。

$$\dot{x} = JKK^T\dot{\theta} \\ \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{xi}k_{1i} & j_{xi}k_{2i} & j_{xi}k_{3i} & j_{xi}k_{4i} & \dots & j_{xi}k_{ni} \\ j_{yi}k_{1i} & j_{yi}k_{2i} & j_{yi}k_{3i} & j_{yi}k_{4i} & \dots & j_{yi}k_{ni} \\ j_{zi}k_{1i} & j_{zi}k_{3i} & j_{zi}k_{3i} & j_{zi}k_{4i} & \dots & j_{zi}k_{ni} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_{1i}\theta_i \\ k_{2i}\theta_i \\ k_{3i}\theta_i \\ k_{4i}\theta_i \\ \vdots \\ k_{ni}\theta_i \end{bmatrix} \quad \dots (7)$$

ここで、 $k_4 \sim k_n$ の列ベクトルは J の部分空間に直交する。したがって (7)式は以下のようにまとめられる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j_{xi}k_{1i} & j_{xi}k_{2i} & j_{xi}k_{3i} \\ j_{yi}k_{1i} & j_{yi}k_{2i} & j_{yi}k_{3i} \\ j_{zi}k_{1i} & j_{zi}k_{3i} & j_{zi}k_{3i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_{1i}\theta_i \\ k_{2i}\theta_i \\ k_{3i}\theta_i \end{bmatrix} \\ \dot{x} = J'\dot{\phi} \quad \dots (8)$$

このように実際のマニピュレータの問題を J が正方行列となる仮想マニピュレータの問題(8)式に変換する。 J' を持つ仮想マニピュレータについて、仮想関節の角度 ϕ を次式から求める。

$$J'^{-1}\dot{x} = \dot{\phi} \quad \dots (9)$$

この仮想関節の角度から直交行列 K^T を用いて実際のマニピュレータの関節角度解を求める。

$$\dot{\theta} = K\dot{\phi} \quad \dots (10)$$

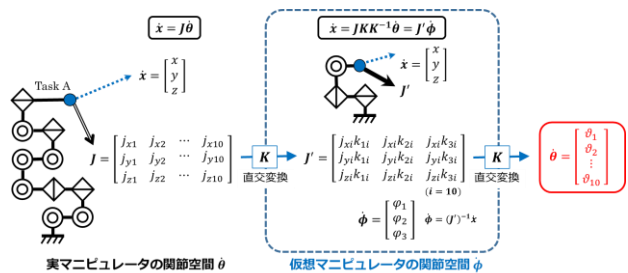


図1 仮想ヤコビの計算イメージ

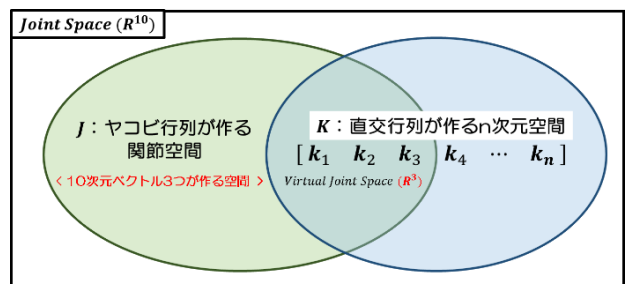


図2 ヤコビの部分空間と直交行列

3.2 多目標の逆運動学計算^[3]

多関節ロボットに2目標(目標A, B)を与えた場合の角度計算の流れを図3に示す。2目標について同時に計算する場合、それぞれの目標に対してKを決定し、仮想ヤコビを使った逆運動学計算を行う。そして、得られた2つの関節角度解を足し合わせるの同時に目標動作を行うための関節角度解を求める。

次に、 K_A, K_B と各ヤコビ行列が作る部分空間の関係によっては、各目標動作に影響が生じることがわかっている。図4の K_i, K_j のように表現される部分空間上に存在する直交基底を選べば、図3の方法で関節角度解を求め、目標A, Bの計算を独立に行うことができる。Kの選び方による各目標動作の影響は様々である。

そこで本稿では、図4の K_s, K_t, K_u のように各ヤコビ行列の部分空間に從属な部分空間上の直交基底を使って計算した場合の数値シミュレーションを行った。

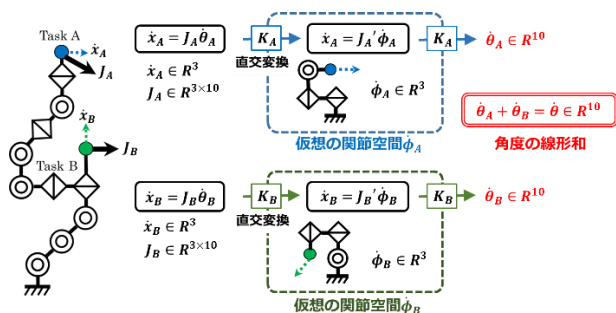


図3 ヤコビの部分空間と直交行列K

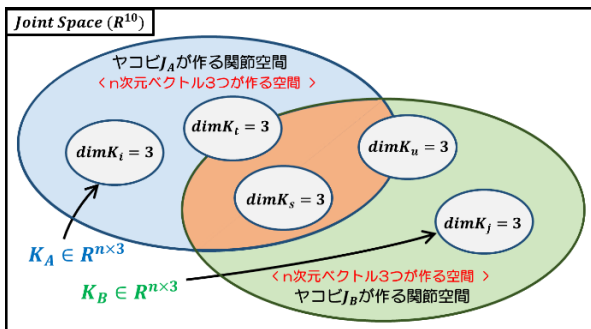


図4 多目標のヤコビの部分空間と直交行列K

4. 数値シミュレーション

4.1 シミュレーション内容と条件

3次元空間で動作する7関節マニピュレータを対象として数値シミュレーションを行う。今回、手先(タスク点A)を目標点に動かす動作を5回行う。その際、関節5(タスク点B)については動かさないという目標動作を設定しシミュレーションを行う。この時の K_A, K_B の条件を図5に示すように設定する。条件①から条件⑤まで、点Aは優先的に目標までの計算を行い、点Bについては、条件のようにKの成分を分けて計算を行った。

	Joint Space (J_A)	$J_A \cap J_B$	Joint Space (J_B)
1回目	$[K_{Ax} \ K_{Ay} \ K_{Az}]$	$[K_{Bx} \ K_{By}]$	$[K_{Bz}]$
2回目	$[K_{Ax} \ K_{Ay} \ K_{Az}]$	$[K_{Bz}]$	$[K_{Bx} \ K_{By}]$
3回目	$[K_{Ax} \ K_{Ay} \ K_{Az}]$	$[K_{By} \ K_{Bz}]$	$[K_{Bx}]$
4回目	$[K_{Ax} \ K_{Ay} \ K_{Az}]$	$[K_{Bz}]$	$[K_{Bx} \ K_{By}]$
5回目	$[K_{Ax} \ K_{Ay} \ K_{Az}]$	$[K_{Bz}]$	$[K_{Bx} \ K_{By}]$

図5 目標計算ごとの K_A, K_B の条件

4.2 シミュレーション結果と考察

1~5回の数値シミュレーションを行い、点B(関節5)の動作と図5に示すような条件を比較する。また、計算ステップに対する点Bの動きを3成分(x,y,z)ごとに示したグラフを図6に示す。赤で塗りつぶした部分は、手先の点Aが収束してから次の動作に移るまでの時間であり、ロボットが動作していない時間を示す。条件にはそれぞれ番号①~⑤をつける。

条件①の目標動作では、点BのヤコビJの部分空間の中でも、z方向についての成分を直交化した直交行列 K_{Bz} を用いて、目標計算を行った。図6の関節5の位置①では、z方向には動かないがx, y方向には動作していることが確認できた(図6)。そして、条件②と条件③においても同じ動作を確認できた。

条件④の目標動作では、点BのヤコビJの部分空間のx, y方向についての成分を直交化した直交行列 K_{Bx}, K_{By} を用いて、目標計算を行った。これについても、図6の関節5の位置④ではx, y方向に動作していないことがわかる。したがって、点BのヤコビJの部分空間を3成分ごとに、点Aを解く問題について独立にすることができれば、結果のように点Aの動作に影響しない(タスク点Bを動かさない)ことが確認できた。

条件⑤の目標動作では、点BのヤコビJの部分空間と点AのヤコビJの部分空間を完全に独立させた直交行列 K_B を用いて目標計算を行った。図6の関節5の位置⑤のように、点Bは動作していないことが確認できた。

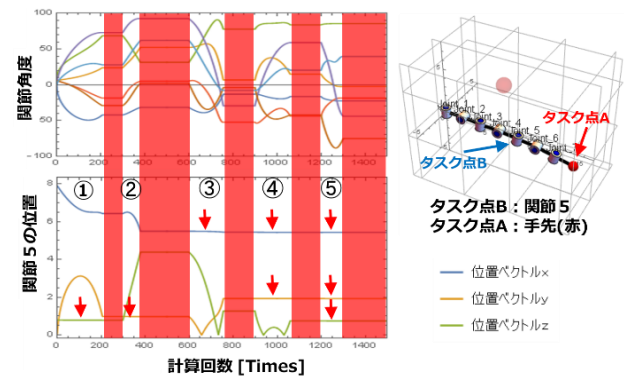


図6 タスク点B(関節5)への影響

5. 結論

多関節ロボットの姿勢を効率的に計算する手法として、ヤコビ行列のプレコンディションによる逆運動学計算法を用いた。さらに、多関節ロボットの多目標計算の数値シミュレーションを行い、その有用性の検証を行った。本手法のKを変化させることで、ヤコビ行列Jの成分ごとに独立化し、「x方向だけ移動可能」といった制限を加えて、ロボットの姿勢計算を行うことができることが分かった。

今後は、パラレルリンクなど複雑な構造のロボットについても、ヤコビ行列Jの部分空間の分割を取り入れた数値計算を応用する。

参考文献

- [1] Dragomir N. Nenchev, "Redundancy Resolution through Local Optimization: Review", Journal of Robotics Systems 6(6), pp.770-775(1989).
- [2] 関段友哉, 福丸浩史, 林朗弘, 原慎真也, 佐竹利文, "プレコンディションを行ったヤコビ行列を用いた超冗長マニピュレータの逆運動学計算法", ロボティクス・メカトロニクス講演会 2016, 1P1-03b5, 2016
- [3] 中野滉太, 林朗弘, 福丸浩史, "仮想ヤコビを用いた逆運動学計算による複雑構造ロボットの姿勢制御手法の開発", 精密工学会 2018 年度秋季大会