

# 鋼棒及鋼管の交流に依る磁化に就いて (第1報)

實 藤 修 作  
菊 池 嘉 夫

## Magnetization of the steel rods and pipes by the alternating magnetic field (Part 1)

By Shusaku SANEFUJI  
Yoshio KIKUCHI

Abstract: Concerning to the electro-magnetic prospecting of wire ropes and steel pipes, the authors have studied the phenomena of a.c. magnetization of steel rods and pipes.

For the rods, several pioneers developed the theory with the assumption of linear B-H relation. The authors have studied the phenomena experimentally and found approximate coincidence with the theoretical data at the weak magnetic field.

For the pipes, the authors have tried to develop the theory, neglecting the magnetic field at the inner space of the pipe.

### I 内 容 梗 概

ワイヤロープ及電線鋼管の電磁氣的検査法開發の基礎資料を得るため、交番磁界による無垢鋼棒及鋼管の磁化現象の研究を試みた。無垢鋼棒についての理論式は周知の通り<sup>(1)</sup>である。中空鋼管の磁化についても近似解が既に發表<sup>(2)</sup>されて居る。本稿では無垢棒について實驗値と理論値との比較ヒステリシス損の補正法を提案し、鋼管については理論式の誘導のみを試みてある。

### II 無 垢 鋼 棒 及 線

#### 2.1 鋼棒の磁束密度及渦流の分布

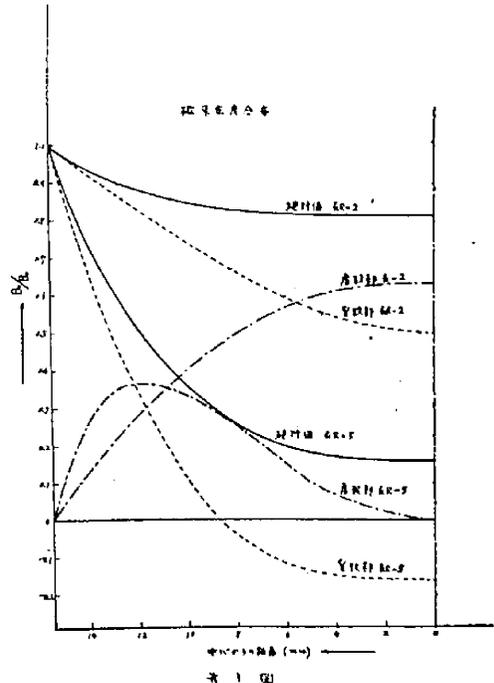
同軸に置かれた誘導線輪と金屬棒が無限に長く金屬棒の導磁率  $\mu$  が一定であるとすれば、半径  $r$  に於ける磁束密度  $\dot{B}_r$  と棒の表面磁束密度  $B_0$  の比は、周知<sup>(3)</sup>の如く次式で表わされる。

$$\frac{\dot{B}_r}{B_0} = \frac{M_0(kr)}{M_0(kR)} e^{j(\theta_{or} - \theta_{oR})} \quad (1)$$

$$\begin{cases} J_n(kRj^{3/2}) = ber_n(kR) + jbei_n(kR) \\ = M_n(kR) e^{j\theta_n} \\ \tan \theta_n = \frac{bei_n(kR)}{ber_n(kR)} \end{cases}$$

第1圖は  $kR=2, 5$  の場合について表<sup>(3)</sup>から  $M_0(kR)$  を求め、半径  $r$  に対する  $\left| \frac{\dot{B}_r}{B_0} \right|$  及其の實數部、虚數部を、第2圖は  $kR=10, 14$  の場合につ

いての磁束密度分布曲線を示す。



半径  $r$  に於ける渦流密度  $\dot{I}_r$  は

$$\dot{I}_r = -\frac{kH_0}{0.4\pi} \frac{M_1(kr)}{M_1(kR)} e^{j(\theta_1 - \theta_0 + \frac{1}{2}\pi)} \text{ A/cm}^2 \quad (2)$$

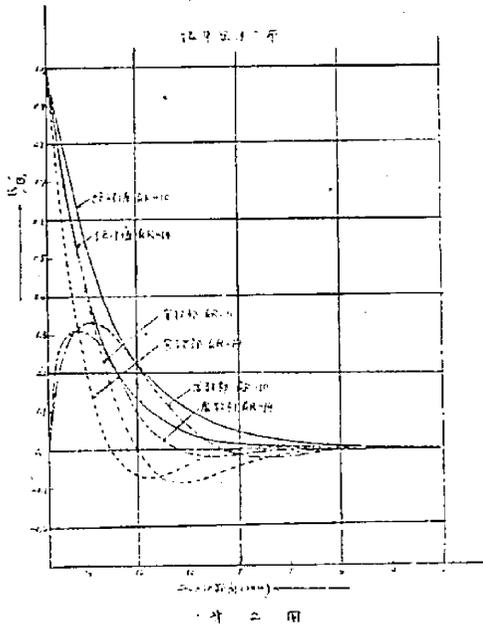


図 2

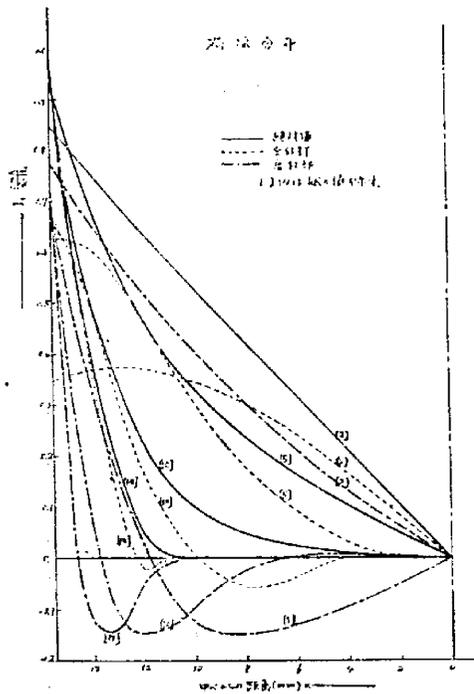


図 3

第3圖は $kR=2.5, 10, 14$ に於ける $\frac{M_1(kr)}{M_0(kR)}$ の値を半径 $r$ に対して描いたもので、實數部は $\frac{M_1(kr)}{M_0(kR)} \cos(\theta_1 - \theta_0 + \frac{3}{4}\pi)$  虚數部は $\frac{M_1(kr)}{M_0(kR)} \sin(\theta_1 - \theta_0 + \frac{3}{4}\pi)$ を表す。

2.2 無垢鋼棒を心とする線輪の實効インピーダンス

2.1 と同一條件の下に於ては線輪兩端子からみた實効インピーダンス  $\dot{Z}_{et}$ , 實効抵抗  $Ret$ , 實効リアクタンス  $Xet$  は、線輪の單位長巻數を  $n$ , 長さ  $l$  (cm), 半径  $R_c$  (cm), 無垢棒の固有抵抗を  $\rho$  ( $\Omega$ -cm), 半径を  $R$  (cm), 電流の周波數を  $f$  (サイクル) とするとき、次の如く表わされることは既に發表<sup>(1)</sup>されて居る通りである。

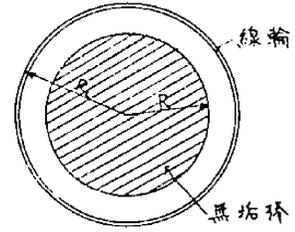


図 4

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{et} &= Ret + jXet \\ &= R_{dc} + \frac{16\pi^3 n^2 l f \mu R}{k} \\ &\quad \frac{ber(kR) ber'(kR) + bei(kR) bei'(kR)}{ber^2(kR) + bei^2(kR)} 10^{-9} \\ &\quad + j \left[ 8\pi^3 n^2 l f (R_c^2 - R^2) + \frac{16\pi^3 n^2 l f \mu R}{k} \right. \\ &\quad \left. \frac{ber(kR) bei'(kR) + bei(kR) ber'(kR)}{ber^2(kR) + bei^2(kR)} \right] 10^{-9} (\Omega) \end{aligned} \tag{3}$$

但  $k = 2\sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{f\mu}{\rho}} 10^{-9}$

$R_{dc}$ : 線輪の直流抵抗

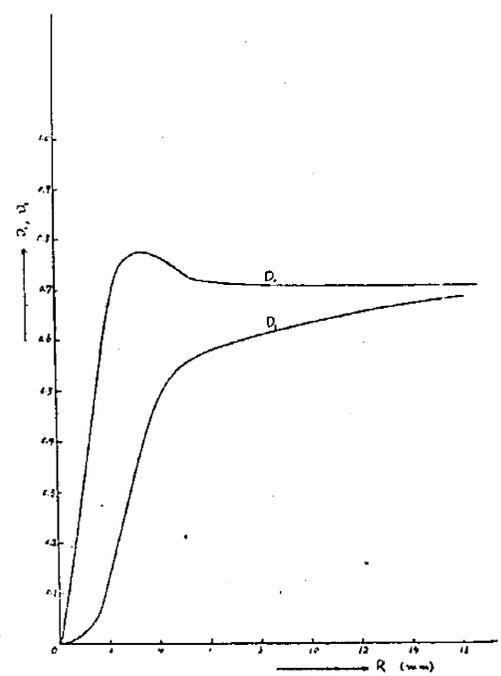


図 5

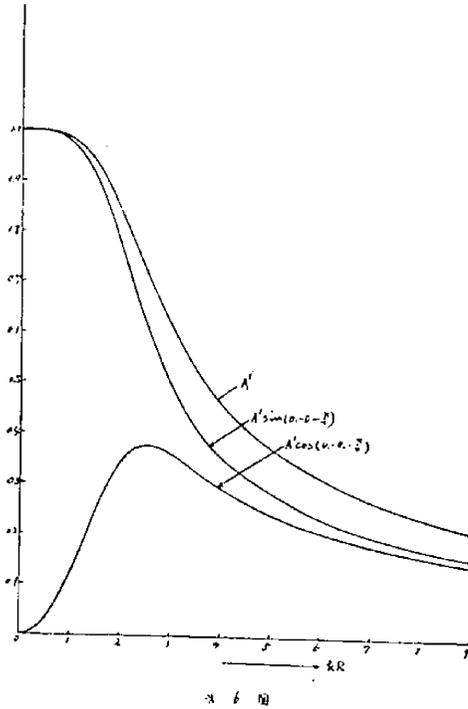


図 6

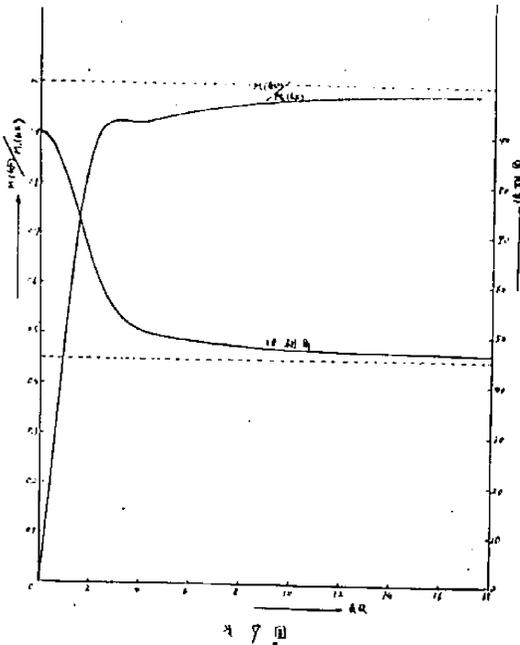


図 7

線輪と金属棒の半径を等しく、線輪の直流抵抗を除外すると、(3) 式から無垢棒の實効インピーダンス  $\dot{Z}_e$  は

$$\dot{Z}_e = \omega L \cdot \frac{2}{kR} \cdot \frac{M_1(kR)}{M_0(kR)} e^{j(\theta_1 - \theta_0 - \frac{\pi}{4})} \quad (4)$$

但  $\omega L$ : 表皮作用のない場合の線輪のリアクタンス

$$D_1 = \frac{M_1(kR)}{M_0(kR)} \cos(\theta_1 - \theta_0 - \frac{\pi}{4}), D_2 = \frac{M_1(kR)}{M_0(kR)} \sin$$

$(\theta_1 - \theta_0 - \frac{\pi}{4})$  は半径  $R$  に對して第 5 圖の如く、

$$A' = \frac{2}{kR} \frac{M_1(kR)}{M_0(kR)}, A' \cos(\theta_1 - \theta_0 - \frac{\pi}{4}), A' \sin$$

$(\theta_1 - \theta_0 - \frac{\pi}{4})$  は  $kR$  に對して第 6 圖の如し。

### 2.3 $kR > 10$ の場合の無垢鋼棒の實効インピーダンス

(4) 式の  $\frac{M_1(kR)}{M_0(kR)}$ 、及位相角  $\theta = \theta_1 - \theta_0 - \frac{\pi}{4}$  は  $kR$  に對して第 7 圖の如くなり、 $kR$  が大きくなると

$$\lim_{kR \rightarrow \infty} \frac{M_1(kR)}{M_0(kR)} = 1$$

$$\lim_{kR \rightarrow \infty} (\theta_1 - \theta_0 - \frac{\pi}{4}) = \frac{\pi}{4}$$

となるところから次の近似式が得られる。

$$\dot{Z}_e = \omega L \frac{2}{kR} (1+j) \quad (\Omega) \quad (5)$$

$$= KR \sqrt{f \mu \rho} (1+j) 10^{-9} (\Omega) \quad (6)$$

$$\text{但 } K = 4\pi^2 n^2 l$$

(4) 式と上近似式との比較値を示すと

$kR$	$Z_e$ %	$\theta$ %
5	+7.0	-10
10	+3.7	-4.5
15	+2.2	-3.3
20	+1.9	-2.3
25	+1.4	-1.8

となり、 $kR > 10$  ならば大きい誤差なく、この近似式が使用出来るわけである。

### 2.4 渦流損失

棒内に誘發する渦流損失  $P$  は

$$P = \omega L A' \cos^2 \theta \quad \text{watt} \quad (7)$$

$A' \cos \theta$  は第 6 圖の如く  $kR = 2.5$  に於て最大値が 0.376 となるから渦流損失の最大値  $P_m$  は

$$P_m = 0.367 \omega L I^2 \quad \text{watt} \quad (8)$$

### 2.5 ヒステリシス損の補正

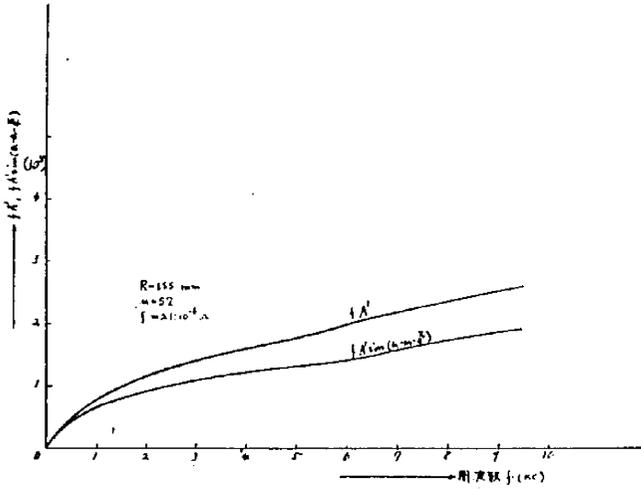
ヒステリシス環線が楕円であるとすれば、スタインメッツの實驗式から、軸方向に交番磁界を與えた場合の磁性金属棒のヒステリシス損  $W_h$  は

$$W_h = \eta f \int_0^B 2\pi r (\sqrt{2} Br)^n dr 10^{-7} \quad \text{watt} \quad (9)$$

定数  $n$  は試料の磁氣的性質及  $B_m$  の値によつて異なる。  $n$  を  $1 < n < 2$  とすれば (1) 式の  $Br$  の値を上式に代入すると、次の如き關係が成立する。

$$\eta_h V f B_m^n A' \sin(\theta_1 - \theta_0 - \frac{\pi}{4}) 10^{-7} < W_h < \eta_h V f B_m^n A' 10^{-7} \quad (10)$$

低磁束密度に於ては  $n=2$  となるので線輪を流れる電流  $I$  が一定となるときは、ヒステリシス損の等價抵抗  $R_h$  は次式で表わすことが出来る。



第 8 圖

$$R_h = K_h f A' \sin(\theta_1 - \theta_0 - \frac{\pi}{4}) \quad (\Omega) \quad (11)$$

$$\text{但 } K_h = \eta_h V B_m^2 I^2 10^{-7}$$

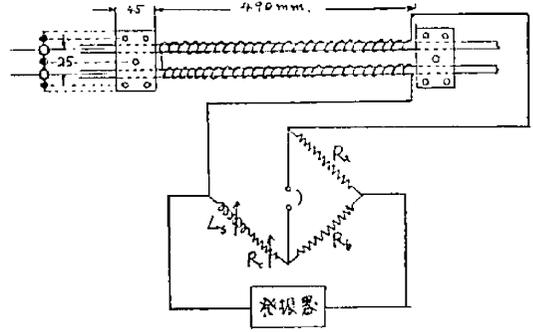
第 8 圖は周波数  $f$  に對する  $fA' \sin(\theta_1 - \theta_0 - \pi/4)$  の曲線を示す。ヒステリシス損を考慮する場合には、磁性金屬棒を心とする線輪の兩端子からみた實効インピーダンスは (3) 式を次の如く改めなければならない。(低磁束密度の場合)

$$\begin{aligned} Z'_{ca} &= R_{ca} + R_h + jX_{ca} \\ &= R_{dc} + \frac{2}{kR} \frac{M_1(kR)}{M_0(kR)} \left\{ \omega L \cos(\theta_1 - \theta_0 - \frac{\pi}{4}) + 4\eta_h \omega L \mu \sin(\theta_1 - \theta_0 - \frac{\pi}{4}) \right\} \\ &\quad + j \left\{ \omega L_c - \omega L_a + \omega L \frac{2}{kR} \frac{M_1(kR)}{M_0(kR)} \sin(\theta_1 - \theta_0 - \frac{\pi}{4}) \right\} \quad (\Omega) \quad (12) \end{aligned}$$

但  $\omega L_c - \omega L_a =$  空心部のリアクタンス

2.6 實 験

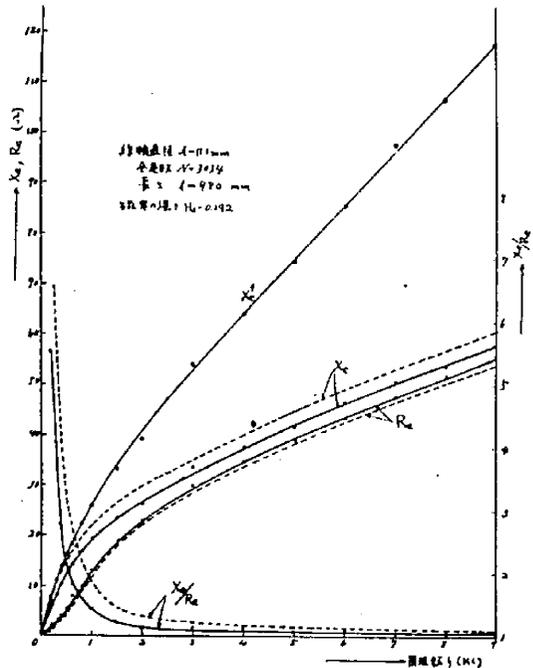
ワイヤ・ロップの素線を試料として、周波数を



第 9 圖

Skc 附近まで變化せる場合の試料の實効リアクタンス、實効抵抗の値を右圖の如き測定回路に依り實測を行つた。

使用した線輪の一つの全巻數  $N=1517$  長さ  $l_c=490\text{mm}$ 、直徑  $d_c=11.1\text{mm}$ 、巻銅線の直徑  $d_e=0.246\text{mm}$ 、圖中の 2 つの試料は同一材料で、 $C=0.65\%$ 、 $Si=0.25\%$ 、 $Mn=0.5\%$  を含有し、固有抵抗  $\rho=21.0 \cdot 10^{-6} (\Omega)$ 、直徑  $d=3.10\text{mm}$ 、測定の際の磁界の強さ  $H_0=0.192$  に對する導磁率  $\mu=57$ 、2 つの試料の端部の結合材料は變壓器用硅素鋼板を用ひ、この部分の損失及導磁率の減少を少くした。周波数  $f$  に對する實効抵抗、實効リアクタンスの實測結果は第 10 圖に實線で示し



第 10 圖

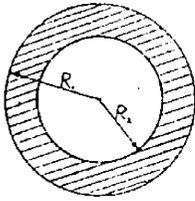
た。X<sub>0</sub>は線輪のリアクタンス X' に試料と線輪間の空心部の値を補正した試料の實効リアクタンスである。同圖の点線は(4)式に依つて計算で求めた値である。

第10圖に於て實効リアクタンス X<sub>0</sub> は計算値よりも小さく、實効抵抗 R<sub>0</sub> は大きく現れて居る。

### III 中空鋼管

#### 3.1 鋼管の磁束及渦流分布

(II)で述べた鋼棒のかわりに線輪中に鋼管を挿入した場合、同様な条件下では半径 r に於ける磁束密度 B<sub>r</sub>は



※ 11 圖

$$\dot{B}_r = \dot{A}I_0(krj^{1/2}) + \dot{B}K_0(krj^{1/2}) \quad (13)$$

管の外徑 R<sub>1</sub> に於ける磁束密度 B<sub>R<sub>1</sub></sub>は

$$B_{R_1} = \mu H_0 = \dot{A}I_0(kR_1j^{1/2}) + \dot{B}K_0(kR_1j^{1/2}) \quad (14)$$

導磁率 μ が大きい場合は、管の中空部の磁束密度が 1/μ であるから極めて小さくなる。従つて中空部磁束に依る管の断面の磁束分布變化を無視すると、次の如き管の内面に於ける境界條件を得る。

$$\left[ \frac{\partial \dot{B}_r}{\partial r} \right]_{R_2} = \dot{A}kj^{1/2}I_0'(kR_2j^{1/2}) + \dot{B}kj^{1/2}K_0'(kR_2j^{1/2}) = 0 \quad (15)$$

依つて(14)(15)式から定數  $\dot{A}$ 、 $\dot{B}$  は次の如くなる。

$$\dot{A} = B_{R_1} \frac{K_0'(kR_2j^{1/2})}{I_0'(kR_1j^{1/2})K_0'(kR_2j^{1/2}) - I_0'(kR_2j^{1/2})K_0'(kR_1j^{1/2})}$$

$$\dot{B} = B_{R_1} \frac{I_0'(kR_2j^{1/2})}{I_0'(kR_2j^{1/2})K_0'(kR_1j^{1/2}) - I_0'(kR_1j^{1/2})K_0'(kR_2j^{1/2})}$$

$$\dot{A}_0 = \frac{\dot{A}}{B_{R_1}} = A_1 + jA_2, \quad \dot{B}_0 = \frac{\dot{B}}{B_{R_1}} = B_1 + jB_2$$

とすると

a) 磁束密度分布

$$\frac{\dot{B}_r}{B_{R_1}} = A_1 \text{ber}(kr) + B_1 \text{ker}(kr) - \{ A_2 \text{bei}(kr) + B_2 \text{kei}(kr) \} + j \{ A_1 \text{bei}(kr) + B_1 \text{kei}(kr) + A_2 \text{ber}(kr) + B_2 \text{ker}(kr) \} \quad (16)$$

b) 渦流分布

$$\dot{i}_r = -\frac{kH_0}{0.4\pi} [ A_1 \text{ber}'(kr) + B_1 \text{ker}'(kr) - \{ A_2 \text{bei}'(kr) + B_2 \text{kei}'(kr) \} + j \{ A_1 \text{bei}'(kr) + B_1 \text{kei}'(kr) + A_2 \text{ber}'(kr) + B_2 \text{ker}'(kr) \} ] \quad (17)$$

$$\text{但 } A_1 = \frac{Y \text{ker}'(kR_2) + Z \text{kei}'(kR_2)}{Y^2 + Z^2}$$

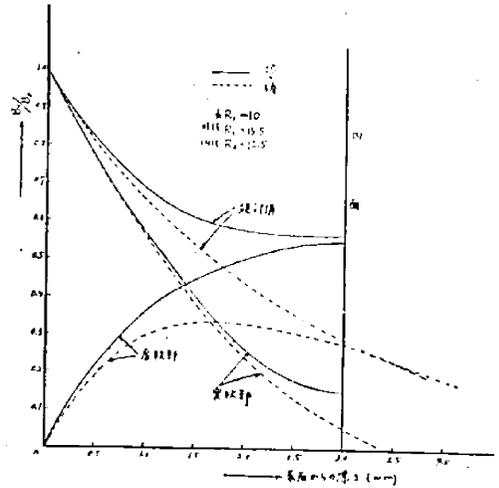
$$A_2 = \frac{Y \text{kei}'(kR_2) + Z \text{ker}'(kR_2)}{Y^2 + Z^2}$$

$$B_1 = -\frac{Y \text{ber}'(kR_2) + Z \text{bei}'(kR_2)}{Y^2 + Z^2}$$

$$B_2 = -\frac{Y \text{bei}'(kR_2) + Z \text{ber}'(kR_2)}{Y^2 + Z^2}$$

$$Y = \text{ber}(kR_1) \text{ker}'(kR_2) + \text{bei}'(kR_2) \text{kei}(kR_1) - \{ \text{bei}(kR_1) \text{kei}'(kR_2) + \text{ber}'(kR_2) \text{ker}(kR_1) \}$$

$$Z = \text{bei}(kR_1) \text{ker}'(kR_2) + \text{ber}(kR_1) \text{kei}'(kR_2) - \{ \text{bei}'(kR_2) \text{ker}(kR_1) + \text{ber}'(kR_2) \text{kei}(kR_1) \}$$



※ 12 圖

第12圖は kR<sub>1</sub> = 10 に於ける  $\left| \frac{\dot{B}_r}{B_{R_1}} \right|$  及びその實數部虚數部を半径 r に對して描いたもので、同圖の点線は管の外徑 R<sub>1</sub> と等しい半径をもつ棒の場合の磁束密度分布曲線を示す。但し管の内徑は R<sub>2</sub> である。

#### 3.2 鋼管の實効インピーダンス

金屬部を通る磁束は Φ は

$$\begin{aligned} \dot{\Phi} &= 2\pi \int_{R_1}^{R_2} r \dot{B}_r dr \\ &= \frac{2\pi B_{R_1}}{kj^{1/2}} [ R_1 \{ \dot{A}_0 I_0'(kR_1j^{1/2}) + \dot{B}_0 K_0'(kR_1j^{1/2}) \} \\ &\quad - R_2 \{ \dot{A}_0 I_0'(kR_2j^{1/2}) + \dot{B}_0 K_0'(kR_2j^{1/2}) \} ] + C \end{aligned} \quad (18)$$

(15)式より  $\dot{A}_0 I_0'(kR_2j^{1/2}) + \dot{B}_0 K_0'(kR_2j^{1/2}) = 0$ 、直流分磁束がないとすると積分定數 C = 0 となるから管の實効インピーダンス Z<sub>0</sub> は

$$Z_0 = \frac{16\pi^2 n^2 l f \mu R_1}{k} [ A_1 \text{ber}'(kR_1) + B_1 \text{ker}'(kR_1) ]$$

$$-A_2bei'(kR_1) - B_2kei'(kR_1) + j\{A_1bei'(kR_1) + B_1kei'(kR_1) + A_2ber'(kR_1) + B_2ker'(kR_1)\}10^{-9} \quad (\Omega) \quad (19)$$

上式の實數部、虚數部を  $C_1$ 、 $C_2$  とおくと

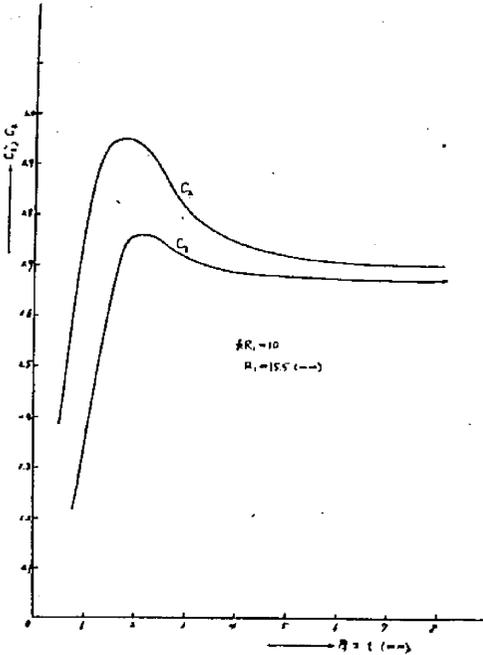
$$\dot{Z}_e = \omega L_1 \frac{2}{kR_1} [C_1 + jC_2] \quad (\Omega) \quad (20)$$

但  $\omega L_1 = 8\pi^3 n^2 l f \mu R_1^2$

第13圖は  $kR_1 = 10$   $R_1 = 15.5\text{mm}$  の金屬管の長さ  $t$  (mm) に対する  $C_1$  及  $C_2$  の値を表(4)を用いて(19)式から計算したものである。上式は管の中空部磁束を無視して居るので導磁率  $\mu$  が小さい金屬管或は厚さ  $t$  が小さい場合には上式の誤差が無視出来なくなるが、普通の電鍍鋼管では可成精確に適用出来る。

### 参 考 文 献

- (1) 例. H.B. Dwight. E.E. vol 55, 1935.
- (2) 池田富夫 電試所彙報 第15卷. 第4号. 1951. 4.
- (3) 森光三「ベッセル函数と其應用」
- (4) 安宅、門司「円壱函数表」



第 13 圖