

## 固体の温度伝導率測定法 (第2報)

—不定形試片の比較測定法：特に人間歯について—

機械工学教室	宮	部	喜代二
"	勝	原	哲治
" 大学院	松	尾	栄人
九州歯科大学	坪	根	皓二
"	高	橋	正治
"	加	来	哲

### A Measurement Method of Thermal Diffusivity of Solid (2nd Report)

-A Comparative Method for various form of Solid-  
-Especially for Dental Tissues-

Kiyoji MIYABE  
Tetsuji KATSUHARA  
Eito MATSUO  
Koji TSUBONE  
Masaharu TAKAHASHI  
Tetsu KAKU

The present method will be available for a measurement of thermal diffusivity of solid, especially for various form of solid.

Comparative method are applied among two specimen that one has the known thermal diffusivity and another has the unknown value.

It is filled hot water in the adiabatic vessel with stirrer and a specimen is put in the vessel, so the temperature at the arbitrary point in it is varied with time, that is called unsteady state heat conductivity.

Between known and unknown thermal diffusivity of two specimens, next relation will be shown, at same value of T and l;

$$a_x = a_o \frac{\tau_o}{\tau_x}$$

Mean values of thermal diffusivity and conductivity of 44 dental tissues are shown  $2.34 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$  and  $1.27 \times 10^{-3} \text{ cal/cm s}^\circ\text{C}$  respectively.

#### 1. はしがき

さきに、筆者らは非定常熱伝導の理論解析を利用した固体の温度伝導率測定法の概要と実験例を示した<sup>(1)</sup>。定形試片の場合はその方法を用いて測定を行なうが、不定形試片の場合、直接温度伝導率を測定することは不可能である。筆者ら

が、この実験研究に着手したのも、不定形試片（人間歯のように）の熱的性質の測定方法を見出すことが、大きな目的であった。定形試片の場合は、熱伝導率を直接測定する方法として良く知られている方法があり、熱伝導率と比熱および比重を知り温度伝導率を算出することも出来る。しか

しながら、最近の熱的性質の実験研究では、非定常熱伝導を利用した測定報告が多いようである<sup>(2)</sup>。その理由は熱損失など実験上面倒な要素がほとんど無視できること、短時間で測定しうることなどにあると思われる。筆者らも、定形試片について、非定常熱伝導による実験測定を継続中で、さきに報告した比熱測定に対する改良混合法<sup>(3)</sup>を用いた比熱測定結果とともに、固体の熱的性質の資料を究明しつつあり、順序としては定形試片の測定結果を先に報告すべきであるが、不定形試片の比較測定法の実験結果が早くまとまったので、ここに報告する次第である。

## 2. 比較測定法の概要

不定形試片の熱的性質のうち、比熱および比重は比較的かんたんに測定しうるが、前述のように温度伝導率および熱伝導率を直測測定することはできない。

以下述べる方法は、温度伝導率が既知および未知の二試片に対し、非定常熱伝導を利用した比較測定法で、未知物質の温度伝導率を求めうる方法である。

大容量の断熱容器中に高温  $t_0$  の液体を満し、その中に低温  $t_i$  一定温度の試片を投入すると、試片内任意点の温度  $t$  は時間とともに変化し、 $t = t_i$  から終局的には  $t = t_0$  となる。人間歯のような小試片 (1~2 g) を投入しても液温の変化は無視でき、また、実験時間は2分程度を要するのみであるから、この間の容器内液温の熱損失による変化も無視しうる。

いま、寸法形状が全く同じである異質の二試片を考える。温度差の比  $T = (t_0 - t) / (t_0 - t_i)$  を求めると、非定常熱伝導論で良く知られているように、同一の  $\tau$  に対して次式が成立する。

$$\frac{a_0 \tau^0}{l_0^2} = \frac{a_x \tau_x}{l_x^2} \quad (1)$$

$$l_0 = l_x$$

$$\therefore a_x = \frac{a_0 \tau_0}{\tau_x} \quad (2)$$

ここに、 $\tau$  : 時間、 $l$  : 代表寸法、添字  $o$  および  $x$  はそれぞれ温度伝導率既知および未知の物質

を示す。

定形試料では、代表寸法  $l$  は定義されているが、不定形試片では定義できない。しかしながら、寸法形状が同じであれば、代表寸法は同一値とみて良く、結果的に(1)式が成立し、したがって、(2)式により未知材料の温度伝導率  $a_x$  を算出することができる。

実験測定にあたっては、 $(t - t_0)$  の時間  $\tau$  に対する変化を、既知未知の二試片それぞれで求めれば、同一  $T$  に対して(2)式により  $a_x$  が求まることになる。すなわち、温度  $t$ ,  $t_0$ ,  $t_i$  の絶対値は必要でなく、温度差  $(t - t_0)$  の時間  $\tau$  に対する変化を測定記録すれば良いので、実験方法はきわめてかんたんである。

## 3. 実験装置および測定方法

実験装置の概略を図1に示す。①恒温水槽 ②攪拌器用モータ ③攪拌器 ④試片 ⑤試片取付台 ⑥熱電対

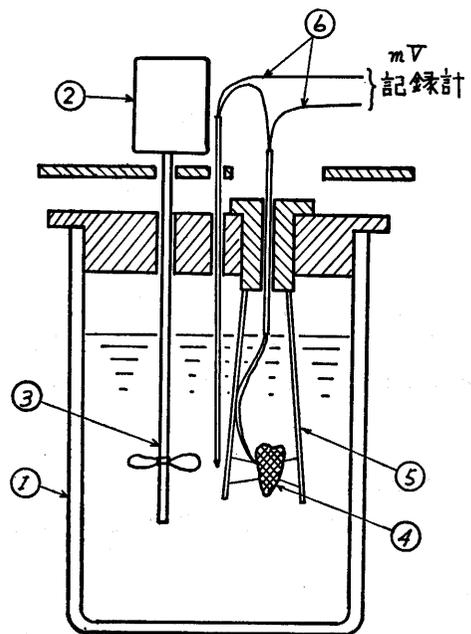


図1. 実験装置略図

恒温水槽としては、内容積約10ℓの市販のジャーを用い、約7ℓ、 $t_0 = 50^\circ\text{C}$ の水を満し、攪拌器によって水槽中の全体の温度が均一となるよう

にする。

温度伝導率未知の試片としては、人間歯を用いた実験例を以下に示す。人間歯試片は歯冠部と歯根部の中間で切断し、切断面の中心に0.05mm径銅一コンスタンタン熱電対素線の一端を挿入し、切断した二片を接着剤で接着する。熱電対の他端は恒温水槽中に挿入し、両者の温度差を測定するため、それらのリード線を図1に示すように温度記録計に接続する。記録計としてはペン書の *mv* 電子管式のものを用い、熱電対はあらかじめ *mv* と温度との関係を検定したものを用いる。比較測定用の温度伝導率既知の試片としては、アクリル系重合樹脂（商品名アクロン）を用い、形状寸法が、上記半切した人間歯試片とできるだけ同一となるように製作し、熱電対の挿入接着その他は人間歯試片と同様の操作を行なう。（アクロンの温度伝導率  $\alpha_0 = 4.4 \times 10^{-3} \text{cm}^2/\text{S}$ ）測定用試片は図2の写真に示すように、試料取付台に糸でつるされ、静かな大気中で一定温度  $t_i$  を保つように放置され、恒温水槽中の水温  $t_0$  との温度差  $(t_0 - t_i)$  が一定であることを記録計でたしかめる。ついで

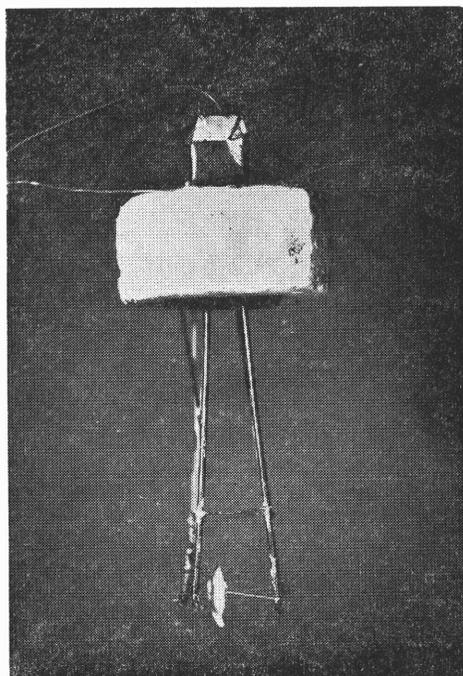


図 2. 試片の取付け

試片を水槽中に投入すると、試片中の測定点温度  $t$  と水温  $t_0$  との温度差  $(t_0 - t)$  は時間とともに変化し、その値が記録紙に記録される。記録の一例を図3に示す。

記録紙速度は本実験の場合 200~1000 mm/min 程度が適当で、形状の小さい試片程その速度を早くする方が良い。

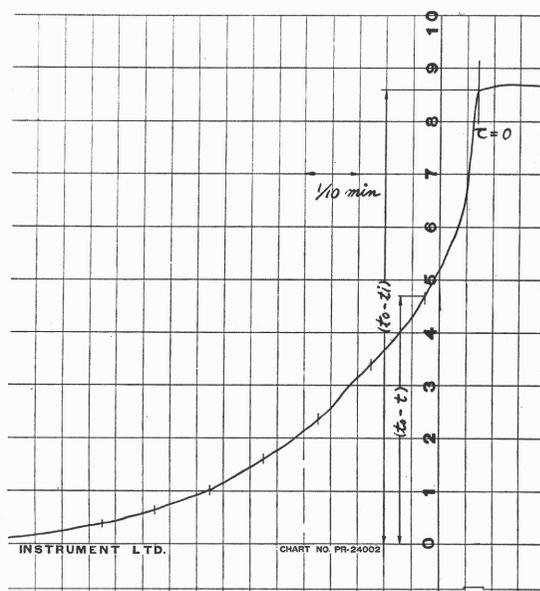


図 3. 測定記録紙の一例

記録紙にえられた温度差  $(t_0 - t)$  と実験開始前の一定温度差  $(t_0 - t_i)$  との比  $T = (t_0 - t) / (t_0 - t_i)$  を求め半対数グラフ上に時間  $\tau$  に対してプロットする。

実際の測定結果からえられた、人間歯とアクロン試片との関係を図4に示す。図からわかるように、時間  $\tau$  が大きくなると、 $T \sim \tau$  の関係はほぼ直線となるが、このことは定形試片の場合に良く知られていることで、不定形試片の場合も同様の傾向となることが示されている。

試片の写真を図5に示す。

図4において、異質の二試片の直線性の部分の延長が、時間  $\tau = 0$  で  $T$  軸と交わる点が変わっている ( $A, X$ ) 方法形状が全く同じ場合は同一点となるべきで、これらの異なる理由はつぎのとおりである。すなわち (i) 二試片内の温度測定点

の位置の相異, (ii) 二試片の形状は相似である  
 が方法が異なる, (iii) 二試片の方法形状の相似  
 度が悪い, などである。

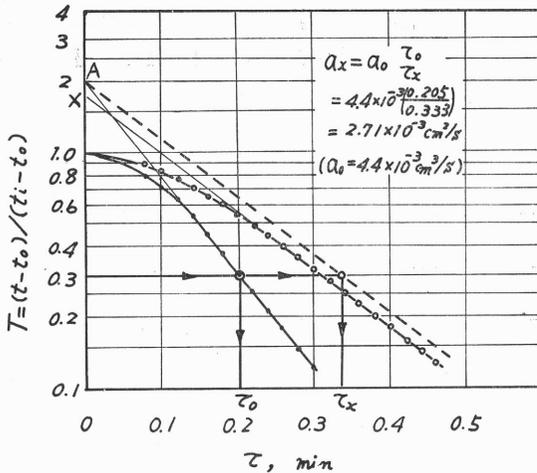


図 4.  $T \sim \tau$  関係の一例

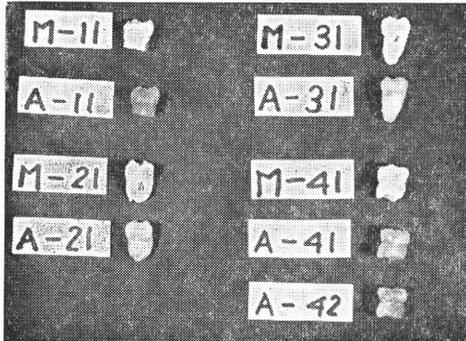


図 5. 試片の写真

(i) の原因は, 定形試片に対しては理論的に  
 正しい修正方法があるが, 不定形試片に対して  
 は, 修正方法の理論的立証は困難である。しかし  
 ながら, 二, 三の不定形試片によって, 定形試片  
 と同様の方法を用いれば, 近似的に修正するこ  
 とを実験でたしかめたので, つぎのような作図に  
 よる修正方法を用いた。同図で一方の直線例え  
 ば A-1 の A 点を通り他方の直線 X-1 に平行な直線  
 を引く。同一  $T$  に対するこれら二直線の時間  $\tau$   
 のよみを求め,  $\tau_0, \tau_x$  とすると  $a$  は式(2)により求

めることができる。

(ii) の原因は基準材料 (本例ではアクリル)  
 が鑄込みの際収縮する性質によって生じるもの  
 で, その収縮度はアクリルで体積当り約14%であ  
 る。式(1)からわかるように代表寸法  $l$  が関係して  
 いるから, 収縮度の修正は次のように行なう。

$$V_o \propto (l_o)^3$$

$$(l_o)^2 \propto (V_o)^{2/3}$$

$$\therefore \left(\frac{l_x}{l_o}\right)^2 = \left(\frac{V_x}{V_o}\right)^{2/3} = K \quad (3)$$

$K$  を収縮度に対する修正係数とすると式(2)は次式  
 となる。

$$a_x = K \frac{a_o \tau_o}{\tau_x} \quad (4)$$

(iii) の原因に対しては修正すべき方法はない。  
 測定すべき試片に対して, 可能な限り相似度  
 の高い基準試片を製作するように注意すべきであ  
 る。

本実験測定の結果は, 上述 (i) および (ii)  
 に対する修正方法の式(4)を用いて行なった。

#### 4. 実験結果と考察

実験を行なった人間歯は 33 ヶ, 実験点は 44 点  
 で, 測定温度範囲は  $t_i = 15 \sim 25^\circ C$ ,  $t_o \cong 50^\circ C$   
 であり, 人体の体温を中心とした範囲を主眼とし  
 た。試片の数より実験点が多いのは, 同一試片を  
 数回測定したものがあからんで, また技工後 1  
 ~ 400 日の広範囲にわたるものを, 部位, 性別,  
 年齢に関しては無作為に実験を行なった。人間歯  
 の温度伝導率と技工後日数との関係図を図 6 に示

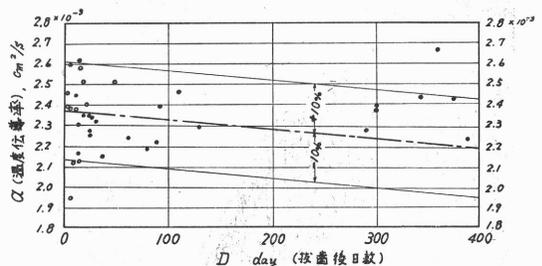


図 6. 人間歯の温度伝導率と技工後日数との関係

す。抜歯後日数 $D$ の影響は多少認められるようであるが、測定誤差を考えると、まだ決定的な傾向とは言えない。

本実験結果よりえられた人間歯の熱伝導率の値と従来発表されている値との比較を示したのが表1である。従来示されている値は、各研究者によるばらつきの多いことがわかる。同表中の杉

浦<sup>(4)</sup>および Soyenkoff<sup>(4)</sup>の値が、本実験結果の値に近い。

同表中の値は、筆者ら以外のものすべて直接熱伝導率を測定してえられた値で、寸法が小さい試片を定形に製作して熱伝導率を測定することがきわめて困難であり精度もわるいものが多いことを示している。

表1 各測定者の人間歯の温度伝導率測定値

測定者	熱伝導率 $\times 10^{-3}$ cal/cm $^{\circ}$ C	
	象牙質	エナメル質
Lisanti ら (1950)	2.29	
金井 ら (1954)	0.149 (縦切断) 0.255 (横切断)	0.42 (縦切断) 0.57 (横切断)
加藤 ら (1955)	0.23 (長軸)	0.38 (長軸)
Phillips ら (1956)	0.257	
Soyenkoff ら (1958)	0.96 (歯根) 1.07 (歯冠)	1.58 1.62
杉浦 (1960)	1.22	1.54
本研究 (1969)	1.27 (15~50 $^{\circ}$ C)	
		全実験点44の算術平均値

なお、同表中の著者らの値は、先に発表した著者らの改良混合法<sup>(3)</sup>による比熱測定およびつぎに述べる比重測定の結果と本実験結果からえられた温度伝導率より、次式によって算出した値である。いずれの値も多数の試片の測定値の平均値を用いたものである。

$$\lambda = a \cdot c \cdot \gamma$$

$\lambda$ : 熱伝導率,  $a$ : 温度伝導率,

$c$ : 比熱,  $\gamma$ : 比重

比重測定には、比重天秤およびビューレットによる二つの方法を用いた。ビューレットによる方法は、予めビューレット中にある程度水を満し、その水位をよみ取り、ついで測定すべき試片を投入し、体積増加のための水位の変化をよみ取り、試片の体積を求めれば、別に天秤で測定した試片重量とともに比重の算出を行うことができることになる。この方法と比重天秤による方法とより人間歯の比重は平均2.24g/cm<sup>3</sup>であった。また著者らの方法による人間歯の比熱の平均は0.242cal/g $^{\circ}$ Cで

あった。いずれも温度範囲15~50 $^{\circ}$ Cに対するものである。

図6からわかるように、人間歯の温度伝導率のばらつきは約±10%の範囲にあり、その原因は、前節に述べた(i)(ii)および(iii)と考えられ、特に(iii)の試片相互の相似度の不良が最大の理由と思われる。

したがって、固体の温度伝導率の比較測定法においては、既知未知物性の二試片間において、寸法形状をできるだけ正確に同一に製作することが、測定結果を良好にすると言える。

## 5. ま と め

以上、不定形試片の温度伝導率を非定常熱伝導率を利用した比較測定により求める方法について、人間歯の測定例によって述べた。その内容を要約すればつぎのとおりである。

(i) 本測定方法は、常温近傍(15~15 $^{\circ}$ C)の不定形試片の温度伝導率を求めるのに適当な方法

である。すなわち、実験装置はかんたんで熱損失を考慮することなく、二、三の測定値を求めることにより作図的に求めることができる。

(ii) 比熱および比重についても既述の方法を用いれば、熱伝導率を算出することができる。人間歯の測定結果、つぎの熱的性質を知りえた。

$$a = 2.34 \times 10^{-8} \text{cm}^2/\text{s}, \quad c = 0.242 \text{cal/g}^\circ\text{C},$$

$\gamma = 2.24 \text{g/cm}^3, \quad \lambda = 1.27 \times 10^{-3} \text{cal/cm}^\circ\text{C}$  いずれも平均値を示す。

(iii) 測定値の誤差は±10%程度と認められ、その最大原因となるものは、既知未知物性をもつ二試片間の寸法形状の相似度の不良と考えられる。

以上の実験研究は九州歯科大学坪根政治教授の御助言におうところ大であり厚く謝意を表す。また、試片の製作その他について、細川貞雄医師の御助力を頂いた。あわせて謝意を述べたい。

## 文 献

- (1) 宮部・豊田・坪根：九州工業大学研究報告（工学）. 18号（1968）
- (2) 片山：日本機械学会論文集, 34. 267. 2012（1968）  
小林：日本原子力学会誌, 9. 2（1967）  
小川：航空宇宙技術研究所報告, 46150（1968）
- (3) 宮部ほか：九州工業大学研究報告（工学）. 19号（1969）
- (4) Lisanti et al : J. Dent. Res., 29. 493（1950）  
金井ほか：口腔衛生学会誌. 3. 85.（1954）  
Phillips et al : J. Dent. Res. 33. 511（1954）  
53. 577.（1956）  
Soyenkoff et al : J. Amer. Dent. 'Assoc', 57. 23（1958）  
杉浦：口腔病学会誌, 27—4. 344（1960）