

水平円柱の自然対流熱伝達における 上昇対流の揺動

(昭和46年4月28日 原稿受理)

機械工学教室 宮 部 喜 代 二
 “ 勝 原 哲 治
 機械工学(大学院) 松 尾 栄 人

Swaying Plume by Free Convective Heat Transfer from Horizontal Cylinder

by Kiyoji MIYABE
 Tetsuji KATSUHARA
 and Eito MATSUO

In this experiment (used spindle oil for fluid), the oscillating phenomena or swaying plume is observed to vertical and longitudinal direction of the heating surface by free convective heat transfer from horizontal cylinder. From the authors results, the frequency is related to the buoyancy force and may be correlated to the equivalent height from the center of the heating cylinder.

1. はしがき

水平円柱を伝熱面とした自然対流熱伝達において、上昇対流の週期的な揺動現象の存在することが、最近二三の実験研究によって報告されている。

Bishop ら¹⁾, Liu ら²⁾, 伊藤ら³⁾ はいずれも密閉円筒内の中心部の熱源より生じた空気対流の振動現象について述べ、また、Forstrom ら⁴⁾ は無限空間中の空気対流でも同様現象が認められたと述べている。筆者らの一人は、CO₂ 流体を用いた超臨界圧自然対流熱伝達の実験において、上昇対流の揺動現象を観察し、さらに同様現象をスピンドル油槽中での水平フィン管の自然対流熱伝達の実験中にも認めた。これらの事実から、筆者らは、水平円柱の自然対流熱伝達における上昇対流の週期的揺動現象は、本質的に存在するものではないかと考え、以下に述べる実験研究に着手したわけである。

このような現象を正確に解析しうれば、恐らく

つぎに述べるような事項の基礎的資料として有用となるであろう。すなわち、油槽船あるいは陸上の油タンクの加熱(管群による伝熱)大気中の気体の対流と拡散などである。

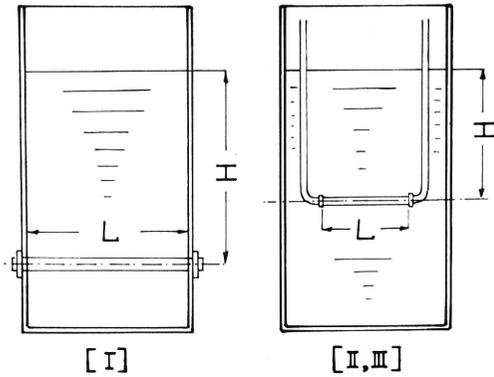
2. 記号

H : 水平円柱中心より液面までの高さ, L : 伝熱面長さ, W : 伝熱面中心軸と容器壁との距離,
 d : 伝熱面直径, t_w : 伝熱面表面温度, t_b : 無限点近似流体温度, $\Delta t = t_w - t_b$, g : 重力の加速度, β : t_w と t_b の算術平均温度 t_m に対する体膨脹係数,
 τ : 揺動週期, f : 揺動振動数, m および n : 揺動波形を定める整数, $N_u = \alpha \cdot d / \lambda$ ヌセルト数, R_a : $G_{ra} \cdot Pr$ レイレ数, $G_{ra}: g\beta\alpha t d^3 / \nu^2$, $G_{rn}^*: g\beta H^3 Q_e / (\nu^2 \cdot \lambda \cdot Pr)$ 修正グラスホフ数, $Pr: \nu / a$, α : 熱伝達係数, λ : 熱伝導率, ν : 動粘性係数, a : 温度伝導率, Q_e : 単位長さ当り熱流束。

3. 実験装置および測定方法

流動様相の観察を容易にし、かつ容器寸法の影

響を少なくする目的で、透明アクリル板で製作された $800 \times 800 \times 1800$ mm 内容積の実験液槽を使用し、流体としてはスピンドル油（日石 1号）を用いた。



Oil Bath $800 \times 800 \times 1800$ mm			
Heated Surface			
	I	II	III
L, mm	800	600	400
d, mm	48.8	27.1	2.71
Material	Gun Metal	Mild Steel	Mild Steel

図1 液槽略図と関係寸法

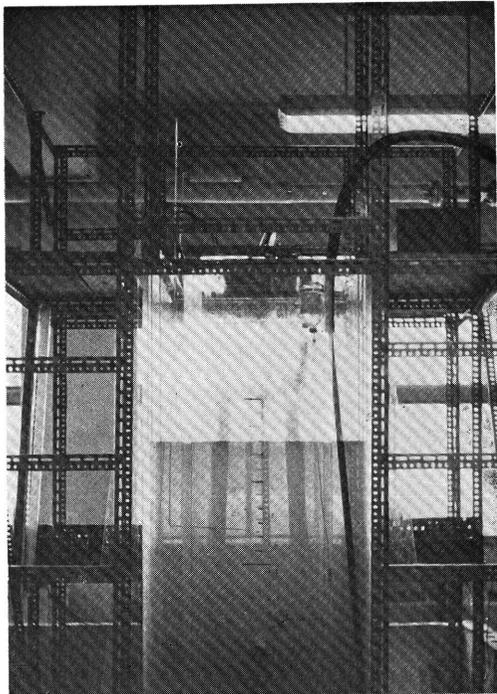


図2 実験装置

(I) の伝熱面は、図3 aに示すような長さ 42 mm の小片砲金材を加工仕上し、20個ハンダ付けしてつなぎ合わせ、全長 840 mm のものを製作した。小さなブロックをつなぎ合わせて伝熱面を製作した理由は、表面温度をより正確に測定しうるように、伝熱面の管壁の軸方向に 90° 等分割 4点、2 mm 径の小孔を明け熱電対を挿入するためである。この小孔中には Cu-Co 0.1 ϕ 熱電対を 16点図3 bの黒点で示す位置に挿入設定して、測定した値の算術平均値を用いる。

(I) の伝熱面は、図3 aに示すような長さ 42 mm の小片砲金材を加工仕上し、20個ハンダ付けしてつなぎ合わせ、全長 840 mm のものを製作した。小さなブロックをつなぎ合わせて伝熱面を製作した理由は、表面温度をより正確に測定しうるように、伝熱面の管壁の軸方向に 90° 等分割 4点、2 mm 径の小孔を明け熱電対を挿入するためである。この小孔中には Cu-Co 0.1 ϕ 熱電対を 16点図3 bの黒点で示す位置に挿入設定して、測定した値の算術平均値を用いる。

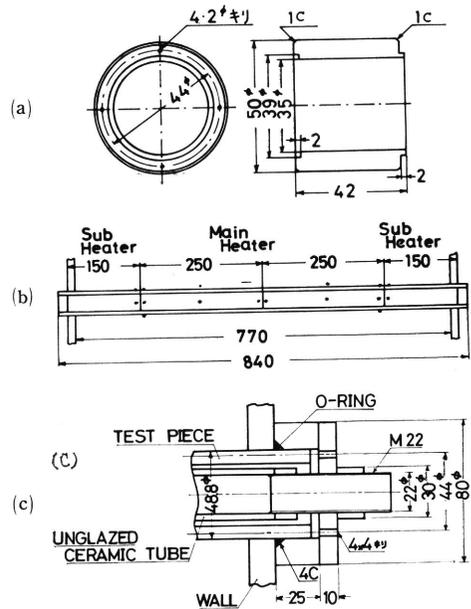


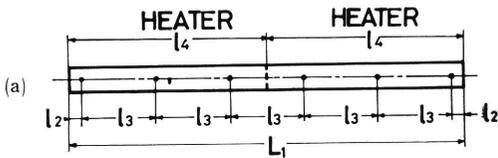
図3 伝熱面 (I)

b図に示すように、主ヒータ2、補助ヒータ2が設置されており、端部にある補助ヒータは、主ヒータ部の等熱負荷を実現するために調節される。各ヒータはいずれも素焼管にコイル状に巻かれた 0.5ϕ ニクロム線に電気加熱する方法を用い、電源より定電圧装置をへて電圧調整器により熱負荷および補助ヒータ調節を行なう。

(I) の伝熱面は、その両端を液槽の外に出し

てあり、これをナット状のものでしめて油の洩れを防ぐ方法をとっており、その詳細を図3cに示す。これは熱電対およびヒータ配線を容易にするためである。

(II) および (III) の伝熱面は、いずれも外径 27.1 mm のガス管を用い、ヒータは2ブロックに分けて (I) 同様素焼管にコイル状に巻いた 0.5ϕ ニクロム線を電気加熱する方法を用いている。この二つの伝熱面には補助ヒータは設けず、その表面温度は、図4a中に黒点で示す水平位置軸方向の1mm巾の溝に熱電対を埋込んで測定した。補助ヒータを設けなかった理由は、揺動現象の観察および測定には補助ヒータの有無とは別に末端の影響はさげられないと考えたからで、次回以降の実験では、仕切板を設けるなどして、多少とも端部の影響をなくす方法を見出したと考えている。図4bは (II), (III) 伝熱面の取付組立の略図を示すもので、図1にも示したように液槽中に吊り下げて実験を行なう。



	L_1	l_2	l_3	l_4
1	400	25	70	200
2	600	50	100	300

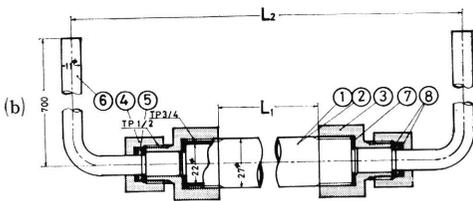


図4 伝熱面 (II, III)

上昇対流の揺動週期は、図5aに示すように、伝熱面中心より適当な高さ H_m の位置に設定された 0.3ϕ Cu-Co 熱電対 (5ϕ ガラス管で保持されている) をペン書き記録計に接続して、上昇対流通過時の温度変化を記録させて測定する方法を用いた。その測定例を図5bに示す。

液温 t_b としては、水平円柱中心と同じ高さで、同中心より 250 mm 離れた点の液温測定値を用いた。

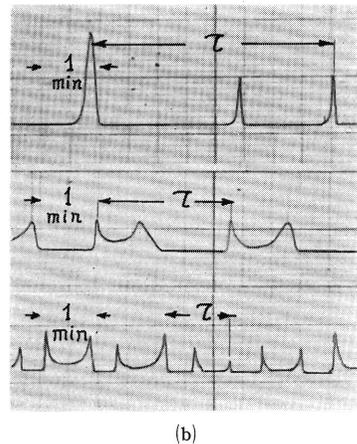
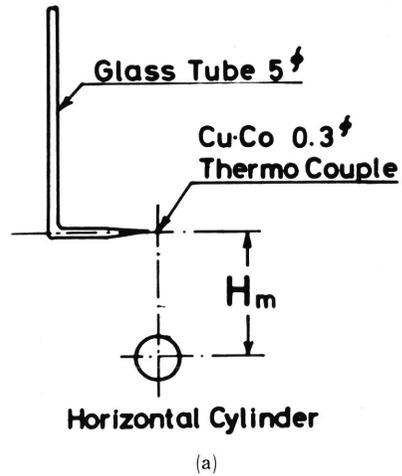


図5 揺動週期測定法と測定例

実験範囲はつぎのとおりである。I に対しては $H=100\sim 1000$ mm, II, III に対しては $H=100\sim 600$ mm。単位長さ当り熱負荷はいずれも $Q_e \cong 10^2\sim 10^3$ kcal/mh, 単位面積当り熱負荷は $q_i \cong 6.5 \times (10^2\sim 10^3)$ kcal/m²h, $q_{II,III} \cong 1.2 \times (10^3\sim 10^4)$ kcal/m²h, $\Delta t \cong 12\sim 60^\circ\text{C}$ 。

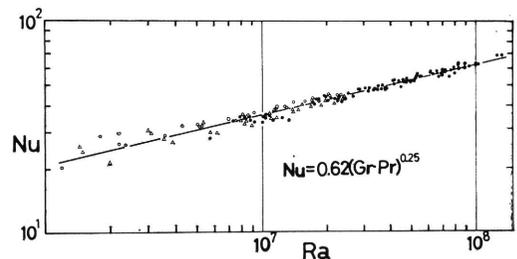
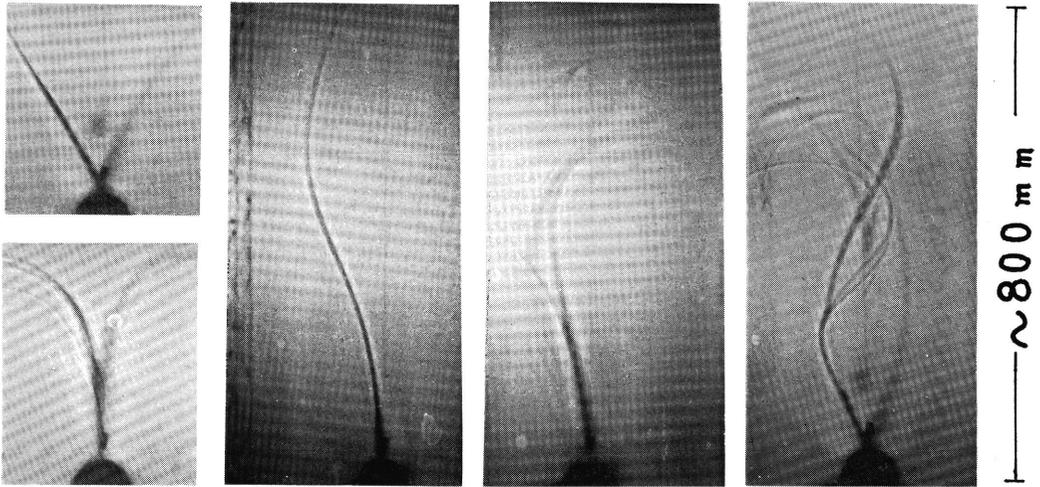
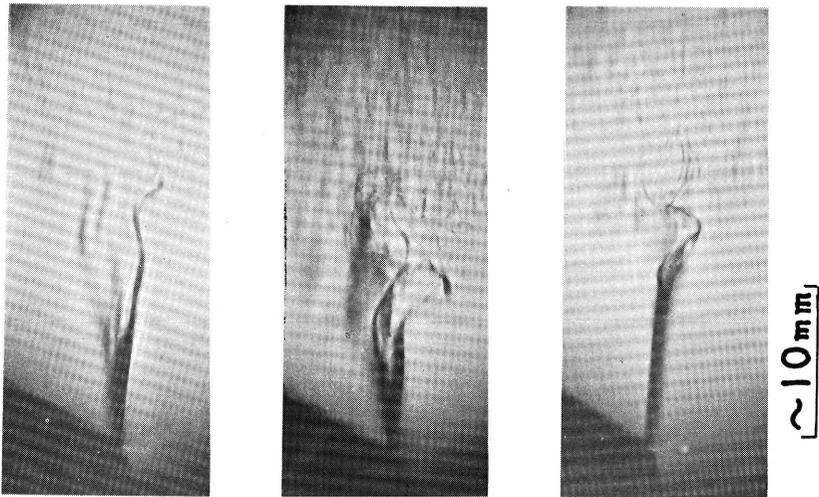


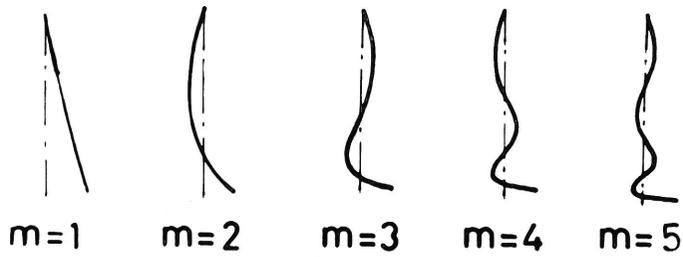
図6 $Nu \sim Ra (Gr \cdot Pr)$



(a) スピンドル油



(b) CO₂ 超臨界圧



(c) 絃モデル解析

図7 流動様相

4. 実験結果と考察

4.1. 熱伝達

実験は液位の高さ H および熱負荷 Q_e を変えて行ない、実験中に液温が上昇するので ($5^\circ\text{C}/\text{h}$ 以下)、定常状態の実験とは言えないが、測定値を用いて熱伝達の無次元整理を行なうと図6のようになり、液位および非定常状態の影響はさして認められず、準定常状態とみなして良いようである。II, IIIの伝熱面は、端部に補助ヒータを設けてないが、熱伝達として多少低目の値を示すものの、同図中でその相異はほとんど認められない。

4.2. 流動様相の観察

上昇対流の揺動の代表的写真例を図7aに示す、同図は対流をスクリーンに投影させた影絵を撮影した例である。同図bは CO_2 流体の超臨界圧領域における白金水平細線よりの自然対流上昇の様相を示す写真で、同図aと類似の形であるこ

とがわかる。超臨界圧流体の自然対流熱伝達において、上昇対流の様相を本写真のように、軸方向から観察したのは、恐らく筆者らが初めてであろう。これらの観察と考察は別の報告で述べる予定である。

同図cは、重さがあり曲りやすい自由に吊り下げられた絃の振動の解のパターンを示したもので⁹⁾、これらa, b, c図の形状がきわめて良く似ていることがわかる。

図8は上方からの観察写真例で、軸方向に正絃波形とみられる波動が存在する。軸方向の節数 n は、液位 H , 熱負荷 Q_e などの条件で異なるが、大略の傾向としては、 H が大になる程 n は小さくなり、最終的には $n=1$ となり、週期 τ は逆に大きくなる。実験例では $\tau \cong 300$ 秒に達するものもみられた。軸方向の正絃波形の存在を確認したことも、筆者らが初めてであろう。従来 of 水平円柱自然対流熱伝達における上昇対流の観察例として

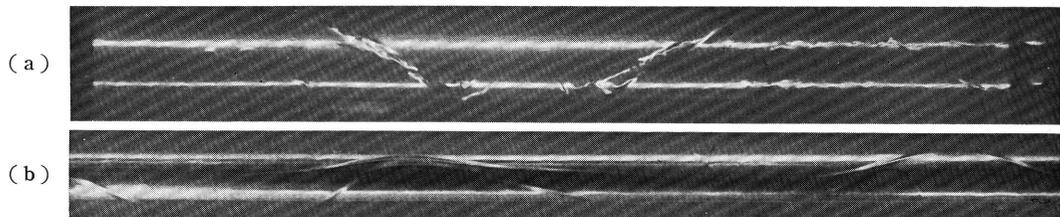


図8 軸方向の対流様相

- (a) $L = 800 \text{ mm}$, $H = 200 \text{ mm}$, $Q = 200 \text{ watt}$, $n = 4$
 (b) $L = 600 \text{ mm}$, $H = 200 \text{ mm}$, $Q = 200 \text{ watt}$, $n = 5$

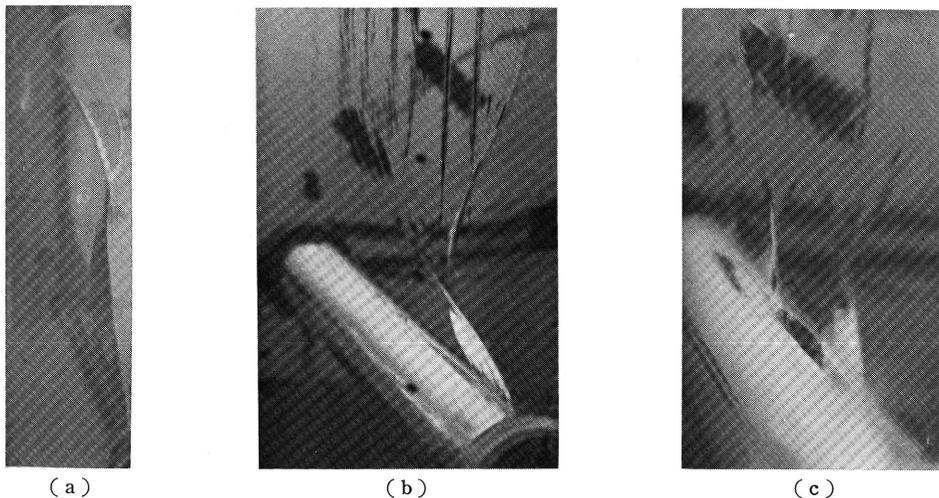


図9 斜めから見た対流様相

は、光干渉計を利用して干渉縞を写真撮影したものが示され、左右対称であるとされ、また対称でないものは実験装置方法の不備、あるいは定常でない状態などとみられていたが、軸方向の波動が本実験で確認されたので、上昇対流はむしろ左右対称でなく、時間的に揺動することが本質的な現象とみなさるべきであろう。

図9は斜め方向からの観察写真例で、上昇および軸方向の揺動様相および節の位置が良くわかる。

図10は別の観点からみた垂直方向の流動様相のパターンを示したもので、上昇対流が(1)液面に達しないまま乱れる場合、(2)液面に達するが垂直方向の節数 $m > 1$ の場合、(3)液面に達し $m = 1$ とみられる場合、の三形式に分けることができる。1, 2は比較的 H が大きい場合が多く、また1は熱負荷の小さい場合(浮力小)によく見られる。3は H が小さく熱負荷が大きいつきに良く認められる傾向である。

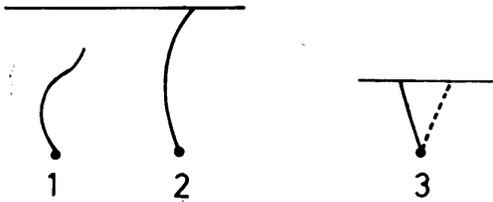


図10 垂直方向の流動様式

4.3. 結果の考察

図11および12はそれぞれ $f \sim \Delta t$, $f \sim g\beta\Delta t/H$ の傾向を示したもので、他研究者の空気流体での実験点もプロットしてある。図12からわかるように $f \propto (g\beta\Delta t/H)^{1/2}$ の関係がほぼ成立する。両図には本実験の伝熱面 I ($L=800$ mm) の実験点のみを示したがII, IIIの実験点も同様の傾向である。

ところで、流動様相の観察結果から、上昇対流の揺動現象を、前述の絛の振動と関連づけて考察してみる。

浮力の項を絛の張力と考えて基礎式を誘導してみるとつぎのようになる。まず、下記の仮定をおく。

- (i) 揺動部を一本の絛とみなし、原点で自由

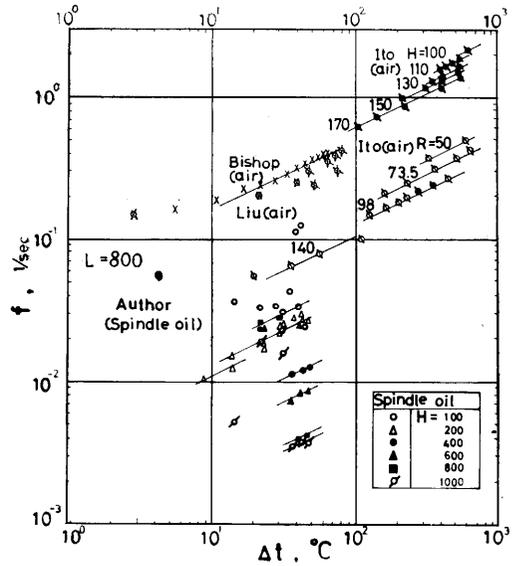


図11 $f \sim \Delta t$

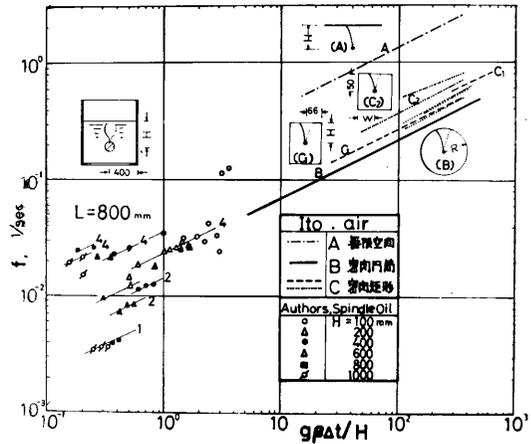


図12 $f \sim g\beta\Delta t/H$

支持、他端では自由である。

- (ii) 密度差のみが作用する。

(iii) 周囲流体密度 ρ_0 および揺動部密度 ρ_m は一定で、したがって密度差 $\Delta\rho = \rho_0 - \rho_m$ も一定である。

(iv) 運動は振動的には一次元的で、 $x-y$ 面のみでみられる。

揺動部の微小区間 dx に力 T が作用するときの力のつり合いを考えると次式となる。(図13参照)。

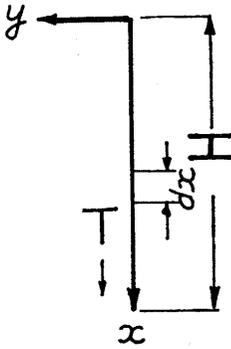


図 13 解析モデル

$$\rho_m dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial y}{\partial x} \right) dx \quad (1)$$

t : 時間

$$T = g \int_0^x \Delta \rho \cdot dx = g \cdot \Delta \rho \cdot x \quad (\text{仮定 iii}) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \therefore \rho_m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= g \Delta \rho \frac{\partial y}{\partial x} + g \cdot \Delta \rho \cdot x \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \\ &= g \Delta \rho \left\{ \frac{\partial y}{\partial x} + x \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= \frac{g \Delta \rho}{\rho_m} \left\{ \frac{\partial y}{\partial x} + x \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right\} \\ &= p \left\{ \frac{\partial y}{\partial x} + x \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

ここに $p = g \cdot \Delta \rho / \rho_m$

変数分離してとくため、つぎのようにおく。

$$y = X(x) e^{ict} \quad (5)$$

$$\therefore x \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{C^2}{P} X = 0 \quad (6)$$

つぎのようにおく

$$2C\sqrt{x/p} = \xi \quad (7)$$

$$\therefore \frac{\partial}{\partial x} = \frac{2C^2}{p\xi} \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} = -\frac{4C^4}{p^2\xi^3} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{4C^4}{p^2\xi^2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}$$

(6) 式を変換すると

$$\therefore \frac{\partial^2 X}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial X}{\partial \xi} + X = 0 \quad (8)$$

(8) 式は Bessel の微分方程式で一般解は次式となる。

$$X = AJ_0(\xi) + BY_0(\xi) \quad (9)$$

境界条件は仮定 (i) よりつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} x = 0: X &= \text{finite} \\ x = H: X &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

したがって解は次式で与えられる。

$$y = AJ_0(2C_m \sqrt{x/p}) e^{icm t} \quad (11)$$

ただし C_m は次式の根 ($m=1, 2, 3, \dots$) である。

$$J_0(2C_m \sqrt{H/p}) = 0 \quad (12)$$

(12) 式はいわゆる振動方程式であり、 C_m は振動数 f であるから、次式のようにおき同式の根 λ_m を求める。

$$2C_m \sqrt{H/p} = 2f_m \sqrt{H/(g\Delta\rho/\rho_m)} = \lambda_m \quad (13)$$

$$m = 1 \quad \lambda_1 = 2.405, \quad m = 2 \quad \lambda_2 = 5.520,$$

$$m = 3 \quad \lambda_3 = 8.654, \quad m = 4 \quad \lambda_4 = 11.792,$$

$$m = 5 \quad \lambda_5 = 14.931, \quad \dots$$

この根に対応するパターンが図 7 c である。

(13) 式を f_m に対して記すと次式となる。

$$f_m = \frac{\lambda_m}{2} \{g\Delta\rho/(\rho_m \cdot H)\}^{1/2}, \quad (14)$$

上式で $\Delta\rho/\rho_m = \beta \Delta t$ とおきかえると図 12 の $f \propto (g\beta \Delta t/H)^{1/2}$ の傾向に一致することが知られ、浮力項が f 決定のための支配的因子であることが、解析結果からも示されたことになる。また、解析結果のパターンと観察のパターンの類似からも、上述の解析は定性的にかなり良い表現結果を与えていることが分る。

ところで、上述のように、単純なモデルを用いた解析で一応の結果はえられたが、実験結果の傾向に対しては、未だ解明されていない種々の問題がある。これらについて以下ふれておこう。

まず、実際の揺動現象は xyz 三次元空間でみられるもので、特に軸方向の水平波動の解析がなされていない。

また、揺動部の高さ H についても、図 10 に示したように、液面まで達しない場合があるにもかかわらず、実験点の整理にあたっては、すべて液面までの高さ H を用いている。このことが、図 12 中の実験点が $1/2$ の勾配をもちながら散在し

ている大きな理由の一つであろう。すなわち揺動の有効高さの考えを何らかの形で導入すべきであると考え。いま一つの大きな問題点は、浮力項として単純に $\Delta\rho/\rho_m = \beta\Delta t$ および ρ_m を用いていることにある。 ρ_m は t_w と t_b の算術平均温度 t_m に対する値を用いているが、解析の基礎式 (1), (2) など、あるいは実験値の整理に対しては、高さ方向 x の関数としての ρ_m および $\Delta\rho$ を定めるべきである。しかしながら本報告で用いた $\beta\Delta t (= \Delta\rho/\rho_m)$ でも実験値の傾向は良いまとまりを示しているの、高さ方向 x の関数とした場合の $\Delta\rho(x)/\rho_m(x)$ と $\Delta\rho/\rho_m = \beta\Delta t$ との間には一定関係が成立するのではないかと考える。この点については今後の考察によって明らかになる。

揺動部の温度、速度などについての考察としては、線熱源に関する藤井ら⁶⁾の数値解があり、本研究に応用できる内容と考えられ、その論文の修正グラフホフ数 G_{rH}^* を用いた整理法は有用とみられるので、無次元振動数 fH^2/ν と G_{rH}^* との関係をプロットして図14に示す。図からわかるように、 $fH^2/\nu \propto (G_{rH}^*)^{1/3}$ の傾向とみられ、この傾向となる理由はある程度考えられるが、ここで用いた H も単純な液位を用いている点に問題があり、有効高さの考察とともに、詳細は次の機会に述べることにする。

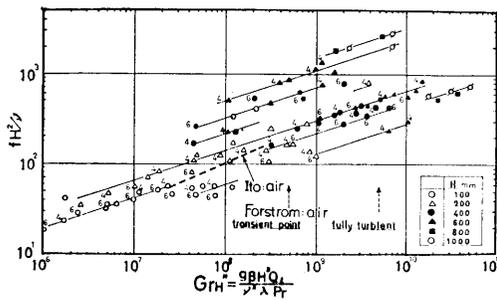


図 14 $fH^2/\nu \sim GrH^*$

さて、伊藤ら³⁾の報告では、振動発生に上下の限界があり、図11, 12に示す実験範囲内で振動が発生したと述べており、また、Forstromら⁴⁾によれば、層流から乱流への遷移および完全乱流となる点は一定の G_{rH}^* で示されるとしている(図14参照)。しかしながら、これら二者の実験流体

はすべて空気であり、一種の流体の実験結果から特異点の無次元数を示しても一般性のないことは、図13の筆者らの実験点の傾向から明らかであろう。なお、筆者らの実験範囲では、振動発生の限界は認められず、また、遷移および乱流の特異点もみられなかった。

水平円柱の外径 d の影響も、本実験に用いられた伝熱面では認められなかった。

参考までに、測定値および関係計算値の表を示しておく。

また、計算に使用したスピンドル油の物性値は下記の実験式を用いて行なった。

比重 $\gamma \text{ kg/m}^3 = 899.5 - 0.63 t$

粘性係数 $\mu \text{ kg/sm} = (1.20 e^{-0.211t}$

$+ 2.16 e^{-0.0737t}) \times 10^{-2}$

熱伝導率 $\lambda \text{ kcal/mh}^\circ\text{C} = 0.113$

比熱 $C \text{ kcal/kg}^\circ\text{C} = 0.418 + 8.6 \times 10^{-4} t$

$t = 0 \sim 80^\circ\text{C}$ に適用される。

5. むすび

以上述べたように、スピンドル油を流体として用いた水平円柱自然対流熱伝達における上昇対流の揺動現象の実験結果としてえられたことをまとめると、つぎのようである。

(1) 水平円柱の軸方向に正弦波形の存在することが認められた。この現象は、水平円柱自然対流熱伝達において本質的に存在するものと考えられる。

(2) $f \propto (g\beta\Delta t/H)^{1/2} = \{g\Delta\rho/(\rho_m H)\}^{1/2}$ の傾向が認められ、浮力項が振動数に対する支配的因子と考える。また、絃の振動モデルの解析結果からえられる因子でもあり、垂直方向波形は同モデルの解の形と類似している。

(3) 振動数に対するいま一つの因子 H は有効高さとするべきであろうが、今後解明すべき問題である。

(4) 本実験範囲では振動発生限界および層流から乱流への遷移および完全乱流となる特異点はみられず、空気の実験によって示されたこれらの特異点としての G_{rH}^* の値に一般性はないと考える。

表 1 実験測定値および計算値

(H₀: m, t_w, t_b, Δt: °C, τ: sec, f: 1/sec)

(a) L = 800 mm d = 48.8 mm

No.	H ₀	w	t _w	t _b	Δt	τ	f	Nu	Gr	Ra	Pr	n	fH ² /ν	G _{rH} [*]
1	0.1	100.0	34.8	21.3	13.6	0		35.74	9.64 ⁴		105.7	6		
		200.0	51.3	30.0	21.3	31.7	3.15 ⁻²	45.6	3.62 ⁵	10.84	69.9	6		
		300.0	61.4	33.8	27.7	30.8	3.25	52.5	7.21	13.74	57.3	5		
		400.0	72.5	37.9	34.5	23.8	4.20	56.1	1.365 ⁶	21.8	47.2	4		
		500.0	84.5	44.8	39.7	30.3	3.30	61.0	2.46	21.4	38.4	3		
		600.0	97.2	55.1	42.1			69.0	4.07		31.4			
2	0.1	100.0	41.4	27.2	14.2	28.5	3.51 ⁻²	34.2	1.581 ⁵	9.76	85.4		41.3	1.74 ⁶
		200.0	52.2	30.0	22.2	40.5	2.47	43.7	3.89	8.60	69.0		35.8	6.54
		300.0	63.2	33.8	29.5	33.2	3.01	49.3	8.08	13.1	56.0		54.0	1.86 ⁷
		400.0	78.1	42.6	35.6	42.0	2.38	54.5	1.809 ⁶	14.0	42.0		56.7	5.78
		500.0	88.3	49.3	39.0	8.81	11.35	62.2	2.87	80.2	35.5		326	1.25 ⁸
		600.0	99.7	57.6	42.1	8.03	12.45	69.0	4.41	104.5	30.3		401	2.22
3	0.2	100.0	26.5	12.3	14.2	78.0	1.282	34.2	5.13 ⁴	2.04	145.6	4	34.8	2.60 ⁶
		200.0	39.5	16.2	23.3	53.9	1.855	41.6	1.635 ⁵	4.10	106.3	4	69.8	1.39 ⁷
		300.0	52.0	21.0	31.0	39.5	2.53	47.0	4.01	7.59	79.5	4	126	4.80
		400.0	61.9	25.1	36.8	36.2	2.76	52.6	7.50	10.4	64.4	4	173	1.23 ⁸
		500.0	73.3	31.7	41.7	33.0	3.03	58.1	1.428 ⁶	14.7	50.5	4	244	3.24
		600.0	84.9	38.9	46.8	37.3	2.68	63.1	2.52	16.4	40.6	4	272	7.64
4	0.2	50.0	29.6	21.0	8.6	98.5	1.015	28.2	4.96 ⁴	2.04	116.6			
		50.0				101.1	0.989			1.99				
		100.0	35.3	21.7	13.6	66.8	1.497	35.8	9.98	3.39	103.9			
		100.0				65.2	1.534			3.48				
		200.0	47.4	24.6	22.8	52.3	1.912	42.5	2.86 ⁵	5.64	80.8			
		200.0				51.6	1.938			5.71				
		300.0	56.5	26.2	30.3	42.2	2.37	48.1	5.40	8.32	68.4			
		300.0				41.1	2.43			8.54				
		400.0	66.8	29.6	37.2	38.3	2.61	52.1	1.001 ⁶	11.2	56.5			
		400.0				37.0	2.70			11.6				
		500.0	76.8	34.2	42.6	37.9	2.64	56.9	1.710	13.8	46.9			
500.0				37.5	2.67			14.0						
5	0.4	100.0	28.9	15.24	13.64			35.5	6.12 ⁴		131.5			
		200.0	43.7	22.0	21.7	44.0	2.27 ⁻²	44.6	2.19 ⁵	6.01	89.6	4	414	2.10 ⁸
		300.0	56.0	27.0	29.1	38.0	2.63	50.0	5.24	9.28	68.2	4	623	6.70 ⁸
		400.0	67.0	31.7	35.3	86.0	1.161	54.9	1.016 ⁶	5.17	54.7	2	342	1.68 ⁹
		500.0	75.7	34.5	41.3	79.7	1.255	58.7	1.622	6.50	47.3	2	433	3.30
		600.0	84.5	37.9	46.6	78.8	1.269	62.4	2.47	7.63	41.2	2	508	5.57
6	0.6	100.0	27.9	14.27	13.65			35.5	5.67 ⁴		136.4			
		200.0	41.4	18.61	22.8	42.9	2.33	42.6	1.870 ⁵	5.58	98.7	4	860	4.96 ⁸
		300.0	52.6	22.9	29.7	45.8	2.18	48.9	4.21	6.83	76.4	3	1040	1.61 ⁹
		400.0	62.1	26.2	35.9	132.6	0.754	54.0	7.62	2.89	63.1	2	430	3.71
		500.0	70.7	29.6	41.2	119.7	0.835	58.8	1.239 ⁶	3.80	53.6	2	570	7.58
		600.0	77.5	31.7	45.8	118.6	0.843	63.5	1.750	4.31	48.0	2	640	1.30 ¹⁰

No.	H_0	W	t_w	t_b	dt	τ	f	Nu	Gr	Ra	Pr	n	fH^2/ν	G_{rH}^*
7	0.8	100.0	29.8	16.21	13.63			35.6	6.60 ⁴		126.8			
		200.0	44.2	22.4	21.7	39.4	2.54	44.6	2.26 ⁵	6.83	88.2	4	1840	1.63 ⁹
		300.0	55.8	26.7	29.1	36.9	2.71	49.9	5.16	9.48	68.6	4	2550	5.25
		400.0	65.4	30.3	35.2			55.1	9.30		56.9			
		500.0	72.9	32.1	40.8	247.	0.406	59.4	1.399 ⁶	1.960	50.4	1	525	2.20 ¹⁰
		600.0	79.8	33.8	46.1	233.	0.429	63.1	1.971	2.32	45.5	1	610	3.55
8	1.0	100.0	28.6	14.76	13.89			34.9	6.05 ⁴		133.3			
			31.5	17.17	14.32	191.7	0.522	33.8	7.69	1.010	120.8		392	5.07 ⁸
		200.0	40.7	17.89	22.8	51.0	1.961	42.5	1.777 ⁴	4.57	101.1	4	1960	2.38 ⁹
		300.0	51.5	21.5	30.0	45.0	2.23	48.4	3.90	6.66	79.5	4	2820	7.12
							63.8	1.561		4.70			1990	7.12
		400.0	61.4	24.8	36.6	282.	0.355	52.9	7.30	1.315	65.0	1	556	1.78 ¹⁰
	500.0	69.0	26.2	42.7	268.	0.373	56.7	1.113 ⁶	1.578	57.3	1	657	3.21	
	600.0	75.5	28.1	47.4	271.	0.369	61.4	1.565	1.753	51.3	1	725	5.22	

(b) $L = 600$ mm $d = 27$ mm

No.	H_0	W	t_w	t_b	dt	τ	f	Nu	Gr	Ra	Pr	n	fH^2/ν	G_{rH}^*	
23	0.1	50.0	31.3	21.3	10.01			20.2	1.066 ³		112.6				
		100.0	38.6	23.2	15.41	57.4	1.742 ⁻¹	26.2	2.31	1.326	95.8	6	18.3	1.04 ⁴	
		150.0	46.0	25.1	20.9	44.0	2.27	28.9	4.36	2.03	82.0	7	27.7	2.45	
		200.0	53.1	27.4	25.7	40.5	2.47	31.5	7.31	2.58	70.8	7	35.0	5.06	
		250.0	60.1	31.0	29.1	41.0	2.44	34.6	1.151 ⁵	3.00	60.7	7	40.1	1.00 ⁷	
		300.0	67.0	34.5	32.5	36.4	2.75	37.2	1.732	3.91	52.8	6	52.4	1.84	
		350.0	73.6	37.2	36.3	46.3	2.16	38.9	2.48	3.48	47.0	5	47.0	2.65	
		400.0	79.6	40.5	39.1	50.7	1.972	41.3	3.36	3.56	42.3	5	47.2	4.85	
		450.0	86.4	44.8	41.6	61.2	1.634	43.7	4.60	3.33	37.7	4	44.3	7.87	
	500.0	92.7	48.2	44.5			45.4	5.99		34.4					
24	0.2	100.0	40.4	25.3	15.14	80.6	1.241	26.7	2.62 ⁴	1.014	89.5		55.5	1.00 ⁷	
		200.0	53.3	28.1	25.2	72.6	1.377	32.1	7.40	1.462	69.8	5	79.2	4.24	
		300.0	64.6	31.0	33.6	63.3	1.580	36.1	1.512 ⁵	2.07	57.1	5	110	1.15 ⁸	
		400.0	75.1	33.8	41.3	53.3	1.876	39.1	2.68	2.95	48.1	5	104	2.92	
		400.0					84.8	1.179			1.852				
		500.0	85.8	38.2	47.6	57.7	1.733	42.4	4.48	3.27	40.5	5~1	171	5.41	
	600.0	95.0	41.6	53.4	93.6	1.068	45.4	6.59	2.30	35.8	1	123	9.95		
25	0.4	100.0	35.0	21.0	14.03	56.5	1.770	28.8	1.709 ⁴	1.215	105.7		265	4.78 ⁷	
		200.0	48.1	23.2	24.9	37.4	2.67	32.4	5.22	2.40	81.8		522	2.10 ⁸	
		300.0	61.7	28.6	33.1	34.1	2.83	6.6	1.275 ⁵	3.56	61.4	5	520	7.36	
		400.0	74.9	34.2	40.6	43.4	2.30	39.7	2.66 ⁵	3.63	48.0	5	770	2.08 ⁹	
		400.0					123.0	0.813			1.281		1	272	2.08
		500.0	83.7	35.8	47.8	111.6	0.896	42.2	4.06	1.605	42.5	1	339	3.78	
	600.0	92.7	38.4	54.3	104.2	0.960	44.6	5.99	1.955	37.7	1	415	6.72		
26	0.6	100.0	40.7	27.0	13.71	90.2	1.109	29.4	2.54 ⁴	0.936	86.7	4	464	3.02 ⁸	
		200.0	52.9	27.9	25.0	168.6	0.593	32.3	7.17	0.623	70.5	1	304	1.11 ⁹	
		300.0	62.8	29.3	33.5	147.8	0.677	36.2	1.363 ⁵	0.844	59.8	1	406	2.69	
		400.0	72.0	31.0	41.1	131.2	0.762	39.3	2.28	1.108	51.7	1	530	5.58	
		500.0	80.7	32.6	48.1	145.9	0.685	42.0	3.50	1.139	45.6	1	543	1.04 ¹	
		600.0	89.1	34.7	54.5			44.5	5.11		40.6				

(c) $L = 400 \text{ mm}$ $d = 27 \text{ mm}$

No.	H_o	W	t_w	t_b	dt	τ	f	Nu	Gr	Ra	Pr	n	fH^2/ν	G_{rH}^*	
19	0.1	50.0	32.9	20.5	12.38	32.2	3.11 ⁻²	24.5	1.344 ¹	2.03	110.7	2	27.6	4.79 ⁵	
		100.0	42.3	22.2	20.1	46.3	2.16	30.1	3.26	1.727	91.4	3	23.6	1.78 ⁶	
		150.0	52.9	25.3	27.6	40.4	2.48	32.9	7.10	2.49	73.3	3	33.9	5.14	
		200.0	63.0	27.4	35.6	33.0	3.03	34.1	1.339 ⁵	3.69	61.2	3	49.0	1.15 ⁷	
		250.0	71.6	31.4	40.2	33.6	2.98	37.7	2.16	4.33	51.7	3	57.0	2.37	
		300.0	80.5	35.2	45.3	41.6	2.40	40.1	3.37	4.11	44.4	3	53.8	4.54	
		350.0	88.3	37.9	50.4	42.0	2.38	42.1	4.79	4.60	39.6	3	57.0	7.64	
		400.0					44.4	2.25			4.36				
			96.2	40.7	55.5	52.3	1.912	43.6	6.61	4.13	35.7	2	54.3	1.22 ⁸	
20	0.2	50.0	37.2	22.7	14.48	82.8	1.208	20.9	1.949 ⁴	0.889	98.9	3	47.8	5.30 ⁶	
		100.0	46.2	23.6	22.6	58.1	1.721	26.8	4.42	1.510	83.6	2	81.8	1.82 ⁷	
		150.0	55.6	24.8	30.8	51.2	1.953	29.5	8.51	2.04	70.9	2	110	4.49	
		200.0	64.1	26.2	37.9	50.9	1.965	32.0	1.422 ⁵	2.39	61.3	2	126	9.05	
		250.0	71.2	27.7	43.5	49.7	2.01	34.8	2.09	2.76	54.6	1	146	1.61 ⁸	
		300.0	78.1	30.5	47.6	58.7	1.708	38.2	2.97	2.67	48.3	1	140	2.82	
		350.0	86.8	33.5	53.3	57.5	1.739	39.8	4.43	3.15	42.1	1	164	4.95	
		400.0	94.4	37.0	57.3	77.9	1.284	42.2	6.09	2.62	37.6	1	137	8.18	
21	0.4	50.0	37.2	22.7	14.48	93.1	1.074	20.9	1.989 ⁴	0.790	98.9		172	4.48 ⁷	
						82.4	1.214		4.05	0.893				172	4.48 ⁸
		100.0	45.1	23.2	21.9	137.9	0.725	27.6	7.69	0.619	85.9		225	1.36	
		150.0	54.0	23.4	30.6	102.4	0.977	29.7	1.245 ⁵	0.971	74.2		158	3.23	
		200.0	61.9	24.3	37.5	94.3	1.060	32.3	1.837	1.212	65.0		241	6.26	
		250.0	69.0	25.1	43.9	82.8	1.208	34.5	2.63	1.550	58.3		290	1.08	
		300.0	75.9	26.7	49.2	90.8	1.101	36.9	3.56	1.594	52.0	1	374	1.85	
		350.0	82.4	28.0	53.8	91.8	1.089	39.4	5.07	1.759	46.9	1	376	2.93	
400.0	90.4	31.0	59.4	95.3	1.049	40.8	50.7	1.920	41.7	1	422	4.82			
22	0.6	50.0	32.7	20.8	11.91	141.0	0.709 ⁻²	25.4	1.315 ⁴	0.464	110.7		227	1.04 ⁸	
						65.6	1.524			0.997			489	1.04	
		100.0	42.5	22.0	20.6	49.5	2.02	29.5	3.41	1.615	91.4		800	3.86	
		150.0	52.0	23.4	28.6	42.4	2.36	31.8	6.87	2.27	76.6		1120	9.83	
		200.0	60.1	24.8	35.3	41.2	2.43	34.3	1.155 ⁵	2.72	66.3		1320	1.98 ⁹	
						52.2	1.916			2.15				752	1.98
		250.0	68.5	26.7	41.8	79.1	1.264	36.2	1.868	1.651	57.3		792	3.88	
		300.0	75.9	28.1	47.8	310.	0.323	38.0	2.74	0.476	51.0	1	228	6.58	
350.0	82.8	29.3	53.5	265.	0.377	39.6	3.78	0.617	46.3	1	295	1.03 ¹⁰			
400.0	89.6	30.5	59.1	105.6	0.947	41.0	5.08	1.707	42.3	1	810	1.56			

終りにあたり、種々御助言を頂いた九州大学生産研藤井哲教授ならびに上原春男助手に謝意を表す。また、実験は本学の原田孝二、当時の学生伊達昭二、井手正明、西里博人の諸君の協力によってなされた。あわせて謝意を表す。

文 献

1) Bishop, E. H. ほか: Proc. 1966 Heat Trans,

and Fluid Mech. Inst. p. 63~

2) Liu, C. Y. ほか: Paper in Inst. Devel. Heat Trans. Engg. Chem. Fund. (1963) 1, 200~

3) 伊藤ほか: 日本機械学会 700-21 講演論文集 (70-11月), 41~

4) Forstrom ほか: Int. J. Heat Mass. Trans. 10 (1967), 321~

5) 藤井ほか: 九大生研報告, 33号 (1962), 38号 (1964).