

内歯車の高精度加工法 (I)

(内歯車の特長と歯切り法の検討)

(昭和48年5月14日 原稿受理)

坂 本 正 史

Studies on Precision Internal Gear Cutting (I)

(The features of the internal gear and comparison of its cutting methods)

by Masafumi SAKAMOTO

High precision internal gears, especially large gears are very difficult to manufacture. So in spite of the fact that internal gears have very good nature of meshing, they have not used widely for reduction gears and others.

If teeth could be cut continuously with a hob by mounting a simple attachment to the hob head of the hobbing machine, internal gear with an accurate pitch would be cut efficiently and internal gears would be used more widely.

1. 緒 言

中型ディーゼル用減速装置をはじめ、種々の減速装置に内歯車を用いる試みが最近特に多い。これは内歯車のもっている多くの優れた長所を生かし、コンパクトで高出力の減速装置を得たいためである。

内歯車は優れた多くの特長をもっているにもかかわらず、現在まで減速装置その他のものあまり使用されなかったのは、内歯車の高精度加工法が特殊なものを除けばほとんどなかったからである。もし高精度の内歯車が容易に得られるようになるならば、遊星歯車装置その他にどんどん使われるようになるであろう。

本研究は内歯車の特性を検討し、更に内歯車加工法にはどのようなものがあり、その加工法にはそれぞれどのような特長があるのか、また高精度内歯車を容易に得るためにはどのような加工法が適当かを比較検討したものである。

2. 内歯車の特長と高精度内歯車の必要性

内歯車の長所としては次のようなことが考えられる。

a) 許容接触応力が大きい。

内歯車の歯面接触は凹面と凸面の接触であるから、接触面圧は小さい。外歯車を円筒と円筒の接触と考え、円筒と内円筒との接触に相当する内歯車の場合とを比較してみると、外歯車の接触応力 σ_{ce} は次式のようにになる。

$$\sigma_{ce} = 0.589 \sqrt{pE \frac{Z_2 \sin \alpha_{e2} + Z_1 \sin \alpha_{e1}}{Z_1 Z_2 \sin \alpha_{e1} \sin \alpha_{e2}}} \quad \dots (1)$$

$$\sigma_{ci} = 0.589 \sqrt{pE \frac{Z_2 \sin \alpha_{i2} - Z_1 \sin \alpha_{i1}}{Z_1 Z_2 \sin \alpha_{i1} \sin \alpha_{i2}}} \quad \dots (2)$$

ただし外歯車と内歯車は歯数が等しい標準歯形の歯車と考えている。 Z_1, Z_2 : ピニオンとギヤの歯数。 α_{e1}, α_{e2} : 外歯車の嚙合点での圧力角。 α_{i1}, α_{i2} : 内歯車の嚙合点での圧力角。 E : 弾性係数。

σ_{ce} と σ_{ci} との比は

$$\frac{\sigma_{ce}}{\sigma_{ci}} = \sqrt{\frac{Z_2 \sin \alpha_{e2} + Z_1 \sin \alpha_{e1}}{Z_2 \sin \alpha_{i2} - Z_1 \sin \alpha_{i1}} \times \frac{\sin \alpha_{i1} \cdot \sin \alpha_{i2}}{\sin \alpha_{e1} \cdot \sin \alpha_{e2}}} \quad \dots (3)$$

ピッチ点においては

$\alpha_{e1} = \alpha_{e2} = \alpha_{i1} = \alpha_{i2}$ であるから $i = \frac{Z_2}{Z_1}$ と

すると,

$$\frac{\sigma_{ce}}{\sigma_{ci}} = \sqrt{\frac{z_2+z_1}{z_2-z_1}} = \frac{\sqrt{i^2-1}}{i-1} \dots\dots (3')$$

(3') 式を計算すると図1のようになる。即ち $i=2$ のときは、内歯車を採用すると外歯車の1.7倍の面圧を加えることが出来る。

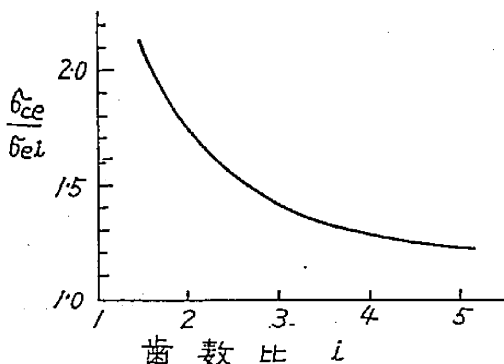


図1 外歯車と内歯車の接触応力の比較

勿論外歯車にも凹凸面の接触で面圧を低くしようとする試みがなされており、例えばノビコフ歯車などがその例である。しかしこのノビコフ歯車は騒音が大きい、製作が難しい等の理由で現在それほど使われていない。

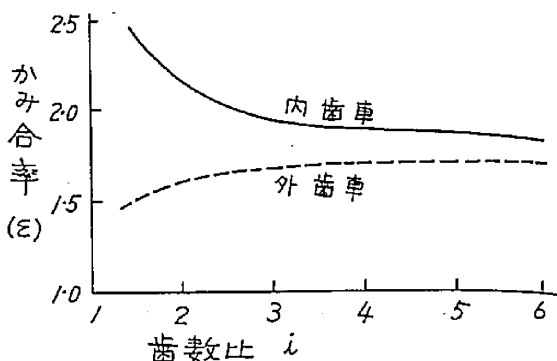
b) かみ合率が大きい。

内・外歯車とも標準平歯車で圧力角 α_0 、歯数 Z も等しいものとする、外歯車、内歯車のかみ合率 ϵ_e, ϵ_i はそれぞれ次式で求められる。

$$\begin{aligned} \epsilon_e = \frac{z_1}{2\pi \cos \alpha_0} & \left\{ \sqrt{\left(1 + \frac{2}{z_1}\right)^2 - (\cos \alpha_0)^2} \right. \\ & \left. + \sqrt{\left(i + \frac{2}{z_1}\right)^2 - (i \cos \alpha_0)^2} - (i+1) \sin \alpha_0 \right\} \dots\dots (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_i = \frac{z_1}{2\pi \cos \alpha_0} & \left\{ \sqrt{\left(1 + \frac{2}{z_1}\right)^2 - (\cos \alpha_0)^2} \right. \\ & \left. + \sqrt{\left(i - \frac{2}{z_1}\right)^2 - (i \cos \alpha_0)^2} + (i-1) \sin \alpha_0 \right\} \dots\dots (5) \end{aligned}$$

$\alpha_0 = 20^\circ$, $Z_1 = 20$ 枚として計算したのが図2である。 $i=2$ とすると、内歯車の噛合率は外歯車



$\pi_0 = \text{オン}$: $\alpha_0 = 20^\circ$, $Z_1 = 20$ 枚, 標準歯車

図2 外歯車と内歯車のかみ合率

より3割以上大きいことがわかる。

噛合率が大きいということは、同時に荷重を受ける歯数が多いことになり好都合ではあるが、精度が悪ければかみ合がなめらかにならずかえってかみ合状態は悪くなる。かみ合率の大きい内歯車の特長を発揮させるためには、内歯車はできるだけ高精度に作らなければならない。

c) 中心間距離が小さい。

外・内歯車の中心間距離 C_e, C_i はそれぞれ

$$C_e = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) \dots\dots (6)$$

$$C_i = \frac{m}{2} (z_2 - z_1) \dots\dots (7)$$

したがって

$$\frac{C_e}{C_i} = \frac{z_1 + z_2}{z_2 - z_1} = 1 + \frac{2}{i-1} \dots\dots (8)$$

今 $i=2$ とすると、図3のように外歯車の1/3の大きさとなり装置が大変コンパクトに設計でき

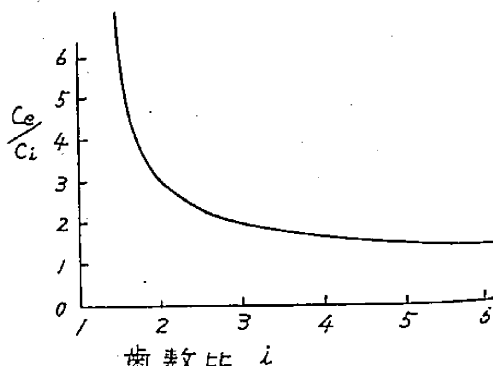


図3 外歯車と内歯車の中心間距離の比較

る。

d) すべり率

曲率半径は外歯車のギヤの歯先で次式のように表わされる。

$$\rho_{e1} = m\sqrt{(1+z_2)^2 - (z_2 \cos \alpha_0)^2} \approx m(z_2 \sin \alpha_0 + \frac{1}{\sin \alpha_0}) = \frac{m}{\sin \alpha_0} (z_2 \sin^2 \alpha_0 + 1) \quad \dots\dots (9)$$

$$\rho_{e1} = m\sqrt{(z_1-1)^2 - (z_1 \cos \alpha_0)^2} \approx m(z_1 \sin \alpha_0 - \frac{1}{\sin \alpha_0}) = \frac{m}{\sin \alpha_0} (z_1 \sin^2 \alpha_0 - 1) \quad \dots\dots (10)$$

内歯車のギヤの歯末では

$$\rho_{i1} = m\sqrt{(z_2-1)^2 - (z_2 \cos \alpha_0)^2} \approx m(z_2 \sin \alpha_0 - \frac{1}{\sin \alpha_0}) = \frac{m}{\sin \alpha_0} (z_2 \sin^2 \alpha_0 - 1) \quad \dots\dots (11)$$

$$\rho_{i1} = m\sqrt{(z_1-1)^2 - (z_1 \cos \alpha_0)^2} \approx m(z_1 \sin \alpha_0 - \frac{1}{\sin \alpha_0}) = \frac{m}{\sin \alpha_0} (z_1 \sin^2 \alpha_0 - 1) \quad \dots\dots (12)$$

したがってすべり率は

$$\sigma_{1e} = \frac{z_1(z_2 \sin^2 \alpha_0 + 1) - z_2(z_1 \sin^2 \alpha_0 - 1)}{z_2(z_1 \sin^2 \alpha_0 - 1)} = \frac{z_1 + z_2}{z_2(z_1 \sin^2 \alpha_0 - 1)} \quad \dots\dots (13)$$

$$\sigma_{2e} = \frac{-(z_2 + z_1)}{z_1(z_2 \sin^2 \alpha_0 + 1)} \quad \dots\dots (14)$$

$$\sigma_{1i} = \frac{z_2 - z_1}{z_2(z_1 \sin^2 \alpha_0 - 1)} \quad \dots\dots (15)$$

$$\sigma_{2i} = \frac{-(z_2 - z_1)}{z_1(z_2 \sin^2 \alpha_0 - 1)} \quad \dots\dots (16)$$

但し σ_{1e}, σ_{2e} は外歯車のピニオンとギヤの歯先におけるすべり率, σ_{1i}, σ_{2i} は内歯車の歯末におけるすべり率である。

$z_1=40, z_2=80, \alpha_0=20$ とすれば, $\sigma_{1e}=0.41, \sigma_{2e}=0.29, \sigma_{1i}=0.14, \sigma_{2i}=0.12$ となる。

すなわち, すべり率が外歯車に対してかなり小さくなる。したがって高速駆動歯車に対しては大変好都合である。

e) その他曲げ強度も内歯車は大である。

内歯車の短所としては次のことがらが考えられる。

a) 高精度内歯車が得られにくい。

内歯車は工具を歯車の内側に入れて加工しなければならないので, 歯切装置の構造が制限され, 高精度内歯車加工機がなかなか普及していない。更に測定もむつかしく, また熱処理を行うとその変形も一般に大きくなる¹⁾。このために内歯車は精度が悪いのである。

b) 干渉と歯数制限²⁾

内歯車は外歯車の実質部とを入れかえた形をしているので, 外歯車と異つたいろいろな干渉が起こる。

①内歯車の歯先円 r_{k2} より基礎円 r_{r2} は小さくなければならない。

h_{k2} を内歯車の歯末の丈とすると

$mz_2 - 2h_{k2} \geq mz_2 \cos \alpha_0$ したがって

$$z_2 \geq \frac{2\left(\frac{h_{k2}}{m}\right)}{1 - \cos \alpha_0} \quad \dots\dots (17)$$

$h_{k2}=m, \alpha_0=20^\circ$ とすると $z_2 \geq 34$, すなわち外歯車より大きな歯数の歯車しか作れないことになる。

②インボリュート干渉

これは外歯車で起こる切下げ (アンダカット) の逆の現象で, 刃元干渉とも呼ばれる。この限界の歯数は

$$z_2 \geq \frac{z_1^2 \sin^2 \alpha_0 - 4(h_{k2}/m)^2}{2z_1 \sin^2 \alpha_0 - 4(h_{k2}/m)} \quad \dots\dots (18)$$

③トロコイド干渉

いったん噛合の終つたピニオンの歯先がトロコイド曲線を描いて再び内歯車の歯先歯面にくい込む現象である。内歯車とピニオンの歯数差が少ないときに起こる。トロコイド干渉が起こらないためには, 歯数差が次式より大きくなるように選ばばよい。

$$(z_2 - z_1) \geq \frac{h_{k1} + h_{k2}}{m} \operatorname{cosec}^2 \delta \quad \dots\dots (20)$$

$$\frac{2\delta - \sin 2\delta}{1 - \cos 2\delta} = \tan \alpha_0$$

$\alpha_0=20^\circ$, $h_{k1}=h_{k2}=m$ とすれば $z_2-z_1 \geq 16$ となる。

⑤ すみ肉干渉

例えば歯切りに使ったピニオンカッタより、歯数の多いピニオンと内歯車をかみ合わせた場合などに、内歯車のすみ肉部で干渉を起こすことがある。

図4は $\alpha_0=20^\circ$ の標準内歯車の場合について計算したものである。内歯車の歯切り法として最も一般的なピニオンカッタによる形削り法では、インボリュート干渉とトリミング干渉にかこまれる内側の領域でしか歯切りできない。ピニオンを軸方向からはめて減速装置を組立てれば、トロコイド干渉の線まで領域が拡大される。

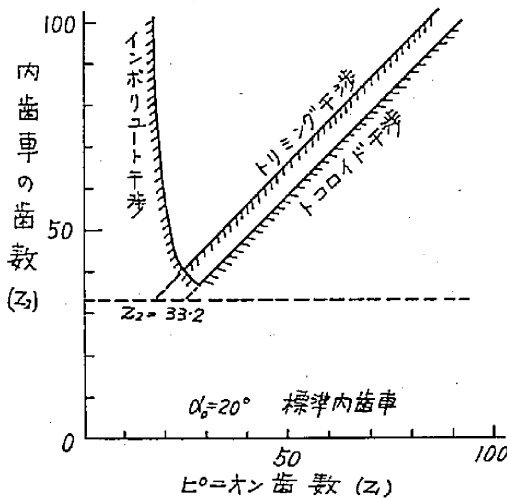


図4 内歯車の干渉²⁾

以上の内歯車の特長から考えると、内歯車が現在まであまり使われなかったのはその工作法に問題があったためであることがわかる。特にかみ合率が大きくなると、内歯車の精度を高めなければならない。また遊星歯車装置では、遊星歯車の荷重分担を均一化するために是非高精度内歯車が必要になってくる。即ち内歯車の特長を十分發揮させるためには外歯車以上にその精度が重要になってくる。したがって内歯車を使用した装置がどんどん実用化されるかどうかは、高精度内歯車の加工法の開発にかかっているといつてよい。

3. 各種内歯車加工法の比較

3-1. ピニオンカッタによる形削り法³⁾

現在歯切りされている内歯車のほとんどはピニオンカッタによって形削りされたものである。この歯切り法はピニオン形のカッタが歯筋方向に往復運動を行なって1つの仮想歯車を作り出し、この仮想歯車と内歯車材とが正しくかみ合うような理想運動を両者の間に強制的に与えて、仮想歯車がかみ合運動の邪魔になる部分を内歯車材から削り取り、内歯車を創成歯切りする方法である。カッタの外周および側面には逃げ角がつけてあるので、砥ぎ直しを繰返すと外径の小さな仮想ピニオンとなる。しかし新しいカッタと砥ぎ古したカッタのあらかず仮想ピニオンとは正、負転位歯車の関係があり、したがって共に同じ性質の内歯車を歯切りできる。

ピニオンカッタによる形削りでは、1つの切刃が1つの歯形を創成するのであるから、もしカッタにピッチ誤差があればそれがそのまま歯切りされる内歯車のピッチ誤差として移り、しかもこれに歯切盤の創成運動誤差が追加される。

ここで問題なのはカッタのピッチ誤差によって内歯車のピッチ精度が左右されることである。カッタはたえず取はずし、とぎ直し、取付けねばならないので、取付の際偏心になる恐れもありピッチ精度を悪くする機会も多い。これに対して後述のホブ切り歯車のピッチ精度は、使用したホブ盤の親ウォーム歯車のピッチ精度だけに依存する。したがって初めにピッチの正しい親ウォーム歯車を取りつけておけば良いのである。このためにピニオンカッタによる歯切りでは、ホブ切りに比べ歯形精度を上げるのは比較的容易であるが、ピッチ精度をあげるのはなかなかむづかしいのである。

この切削法の第二の問題点は往復運動による形削りであることである。カッタ軸は片持で長いものになり易い。しかもカッタの戻り行程の際、ワークテーブルをカッタに対して逃がしてやる必要があるので、機構的にもきや車になり易い。このために非常に大きな径の内歯車をぐんぐん削ることは少々むづかしい。また前述の干渉にも注意し

なければならぬ。

3-2. 内歯車のスカイピング歯切り

図5ははずばピニオンカッタに似たカッタを用いて、平内歯車をスカイピング歯切りしている図である。カッタ軸と内歯車中心軸は $\beta=30\sim 45^\circ$ 交叉させており、カッタ及び内歯車はそれぞれの軸中心に回転する。その間にカッタを内歯車のはずじ方向にゆっくり送ると、すぐば内歯車が削り出される。この歯切り法は往復運動を行なう形削法とは異なり回転運動で切削を行なうので、なめらかな切削が行なわれる。

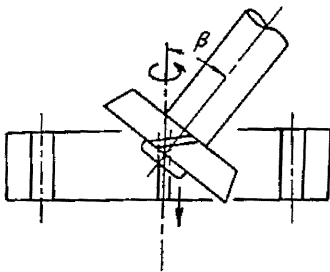


図5 内歯車のスカイピング

最大の長所は歯切り能率が非常に高く、形削りの2~5倍の生産能率であるといわれる⁴⁾。切削速度 V_s は今カッタが周速 V_u でまわっているとすれば

$$V_s = V_u \sin \beta$$

β はカッタ軸と内歯車材の交叉角である。被削内歯車の周速 V_w は

$$V_w = V_u \cos \alpha$$

したがって切削速度 V_s に対する内歯車材の回転数は $V_w/V_s = \cot \beta$ となる。即ち切削速度の $\cot \beta$ 倍で内歯車材を回転させなければならない ($\beta=30^\circ$ とすると $\cot \beta=1.73$)。 V_s を大きくするためには β を大きくしたいのであるが、実際上はカッタ軸の剛性を増すために軸まわりが太くなって内歯車材と干渉するようになる。そのために β は 30° にとることが多い。

第一の問題点は内歯車材の回転即ち割出ウォームギヤの速度が高くなることである。高精度を維持したい親ウォームギヤを高速で回転することになる。ウォームギヤの回転を上げられないときは切削速度を犠牲にすることになる。しかし切削速

度が遅いと、切削抵抗は非常に大きくなり高精度加工を目的とすればその点不利である。大きな切削抵抗に耐えるようにカッタ軸まわりの剛性を上げると、前述のようにカッタ軸と被削内歯車材の縁が接触する恐れが生ずる。

第二の問題点は歯形精度を出しにくく、カッタの製作が非常にむづかしいことである。カッタ交叉角が大きいので、歯車の形削りに用いるピニオンカッタをそのまま用いたのでは干渉のため正しいインポリュート歯形には仕上がらず、特にリーディング側の歯面が大きく狂ってくる。このために、ピニオンカッタの歯形を中高に修正して内歯車の歯形を補正している。カッタの修正を正しく行なえば DIN 8級 (JIS 4級) の歯形が得られるといわれるが、このカッタ修正量の計算は大変複雑で IBM 360-40 でも計算に 10 min かかる⁴⁾。しかも成形カッタであるから被削内歯車が変わるたびに計算しなければならない。歯形誤差はこの他にカッタと内歯車材のセッティング誤差が加わる。したがって正しい歯形精度を得るためにはかなりの準備作業が必要となる。

第3の問題点はピッチ精度である。ピニオンカッタによる形削りと同様に被削内歯車の割出が噛み合運動に依存しているので、歯切り盤の割出精度と同時にカッタのピッチ精度がそのまま内歯車に転写される。さらにテーブルを高速で回さなければならぬで、どうしても親ウォーム歯車のピッチ精度維持が難かしくなる。このために割出法も特別な工夫が必要である。また非常に薄い切くずを出して切削するので、切込時の切刃のすべり等で工具損耗が多いものと思われる。

3-3. その他の加工法

ブローチ加工やサイドトリミング法といって被削内歯車と同じ歯数、歯形で歯厚だけを薄くしたピニオンカッタを作り、荒削りされた内歯車の中にはめ込んでカッタに往復切削運動を与えながら、カッタと内歯車材とを円周方向にわずかにずらせて削る加工法がある。いずれもクラッチ用すぐば内歯車の量産を目的とした加工法で一般的ではない。

大形内歯車を歯切りするのにフライス削りも行われている。ホブ盤に内歯車用フライスヘッドを

とりつけ、総形フライスで一歯ずつ割出しながら加工している。しかし精密割出に時間がかかり能率的ではない。

3-4. 内歯車のシェービング加工

インボリュート歯形をもつねじ歯車は、軸角が変化してもあるいは二軸が近ずいても離れても二つの歯車の歯直角法線ピッチが等しければ正しくかみ合う。このねじ歯車の性質を加工に利用したのがシェービング仕上げである。勿論このシェービング仕上げは内歯車の仕上げにも用いられる。しかし外歯車と内歯車の異なる点は、内筒面に円筒形のカットが傾いて入ると、カットと内歯車のかみあいは緑で接触することになる。このため、ねじれ角が大きいときや歯数が比較的少ないときには、カットの刃形はインボリュートと異なる特殊なものにしなければならなくなる。内歯車シェービングカットは一般にクラウンングを与えて⁵⁾、この問題を解決している。

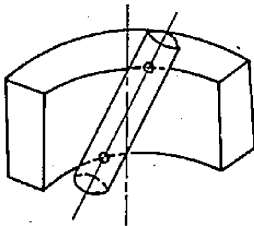


図6 円筒が内筒面と接したときの干渉

高精度内歯車は現在ほとんどが歯切り後シェービング加工がほどこされているが、どんな精度の内歯車でもシェービング仕上げをすれば高精度になるのではない。シェービング仕上げは、わずかな仕上げ代を残して相当高い精度に前加工した歯車の歯面にシェービングカットを軽く押付けて回わし、歯車の歯面をさらえ仕上げする方法である⁶⁾。カットと歯車材とのかみ合には模範となるような回転運動を外部から強制的に与えるわけではなく、互のかみ合運動がそのまま創成運動になるのである。したがって削られる歯車の精度が狂っておればかみ合運動は不正確になり、正しい歯車には仕上げられない。即ちシェービング仕上げする内歯車であればなおのこと高精度歯切り特にピッチ精度の正しい歯切り法の開発が必要になってくる。

4. 内歯車ホブ切り法

表1は代表的な2つの内歯車歯切法を外歯車のホブ切り法と比較したものである。内歯車をホブ切りするためには、ホブやホブヘッドの設計等内歯車を歯切りするための固有の問題点もあるが、これらを別に考えれば高精度の内歯車特にピッチ精度の良い内歯車を得るためにはホブ切りが有利である。特に歯車の製作において、歯形精度を上げるのは比較的容易であるがピッチ精度の良いものはなかなか製作しにくい点を考えると、高精度内歯車を得るためには是非ホブ切りしたいのである。

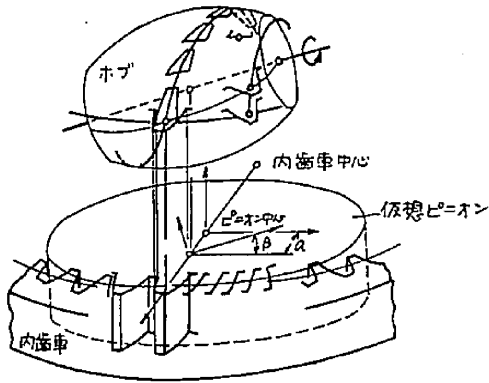
表1 内歯車歯切法とホブ切り法の比較

	精 度		加 工 性	
	歯形	ピッチ	切削速度	能率
ピニオンカットによる内歯車形削法	◎	△	○	○
内歯車スカイピング法	×	△	×	◎
(ホブ切り法)	○	◎	○	○

◎ 非常に良い △ 少々問題である
○ 良い × 問題である

ホブ切り法はホブねじ筋のリード角があまり大きくないときは、近似的に次のように考えることが出来る。ホブはラック形工具をねじ筋上にならべたもので、これをホブ軸上で回転させるとホブが最も深く歯車材に切込んで歯を仕上げるいわゆる創成仕上げ中に、ホブの回転にしたがってねじ筋の少しずつ進んだ刃が次々に現われる。このラックと理想的にかみ合うような回転を歯車材に与えると、ここに歯車が削り出されるのである。したがってねじ筋上にならんでいる多くの切刃が各自の固有位置で回転しながら、1条ホブであればホブ1回転ごとに各切刃の協力で1つの歯溝を削り出す。全歯溝がどれも同じ条件で仕上げられるのであるから、創成される歯車の歯形はどれもそろった形のものに仕上がりが、ピッチは使用したホブ盤の割出精度によって決定される。

内歯車は円筒内面に歯があるから、外歯車の場合のように媒介歯車としてラックを考慮することができない。そこでホブの回転につれて創成仕上げ中にホブの切刃が順次あらわれて、ピニオンカッ



7図 内歯車用ホブのあらわす仮想ピニオン

タがゆるやかに回わるのと同じ作用をさせる。この仮想のピニオンカッタと理想的にかみ合うような回転を歯車材に与え、ホブには歯筋方向の送り

を与えれば、ここに内歯車を削り出すことができる。

内歯車をホブ切りするためにはまず内歯車用ホブを開発しなければならない。そこで内歯車用ホブを解析し試作した⁷⁾⁸⁾⁹⁾。

註

- 1) 石川：機械要素(2)，(昭47)，183，コロナ社
- 2) たとえば歯車便覧，(昭39)，232，日刊工業新聞
- 3) 新荘：マシンリー，20-9(昭32)，1148
- 4) J. Loomann：VDI-Z，113-2(1971)，113
- 5) 仙波：歯車8巻，(昭40)，3389，日刊工業新聞
- 6) 新荘：機械と工具，3-12(昭34-12)，63
- 7) 寺島，上野，坂本：機械学会論文集，38-312(昭47-8)
- 8) T. Ueno, K. Terashima & M. Sakamoto：ASME publication, 72-PTG-54 ('72-10)
- 9) 寺島，上野，坂本：機械学会論文集投稿中