

パンチスルー・バラクタ・ダイオードを用いた周波数3通倍回路の解析

(昭和48年10月18日 原稿受理)

電子工学教室 清 水 俊 之
" 遠 山 尚 武

Analysis of Frequency Tripler Using Punch-Through Varactor Diode

By Toshiyuki SHIMIZU
Naotake TOHYAMA

The optimum conversion efficiency, input and output resistances of a frequency tripler using punch-through varactor diode have been calculated in terms of the characteristics of diode and circuit elements.

The result obtained give useful guid line for multiplier design.

1. まえがき

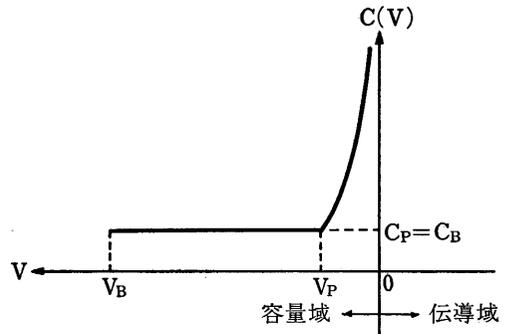
パンチスルー形の階段接合バラクタ・ダイオードを用いた電流励振形周波数3通倍回路の解析を行ない、計算機によって数値計算を行なった。ダイオードのパンチスルーの度合いとバイアス電圧を変数として、変換効率の最大値と、変換効率を最大にする入出力抵抗値を求めた。この解析と計算の結果から、ダイオードと通倍回路の設計のために有用な指針が得られた。

2. 理論解析

以下に述べる解析を行なうにあたり次の仮定おいた。

(1) ダイオードは抵抗 R_d と静電容量 $C(V)$ の直列等価回路で近似でき、かつ R_d は電荷 Q (電圧 V) に無関係に一定である。

(2) ダイオード電圧 V 対静電容量 $C(V)$ の静特性は第1図に示したように、 $V_B > V > V_P$ の範囲では $C(V) = C_p = \text{一定}$; $V_P > V > 0$ の範囲では $C(V) \propto V^{-\frac{1}{2}}$; $V < 0$ (伝導領域) では $C(V)$ は無限大である。ここで V_B, V_P はそれぞれブレイクダウン電圧およびパンチスルー電圧である。



第1図 ダイオードの C-V 特性

(3) ダイオードの接触電位差を無視する。

(4) 容量域 ($V > 0$) におけるダイオード電圧 V の最大瞬時値はブレイクダウン電圧 V_B に等しい。

2.1 ダイオード電荷 Q と電圧 V の関係式

よく知られているように、階段接合形ダイオードの空乏層容量 $C(V)$ と電圧 V 、および容量 C に蓄積される電荷 $Q(V)$ と電圧 V との間には、次式 (1.1), (1.2) で与えられる関係が成り立つ。ただし Q と V の符号は容量域で正、伝導域で負にとる。

$$C(V) = KV^{-\frac{1}{2}} \quad (1.1)$$

$$Q(V) = \int_0^V C(V) dV = 2KV^{\frac{1}{2}} \quad (1.2)$$

したがって $V=V_P$ における C と Q をそれぞれ C_P, Q_P と書くと

$$C_P = KV_P^{-\frac{1}{2}} \quad (1.3)$$

$$Q_P = 2KV_P^{\frac{1}{2}} = 2C_P V_P \quad (1.4)$$

また $V=V_B$ における Q を Q_B で表すと $V_B > V > V_P$, したがって $Q_B > Q > Q_P$ の範囲では

$$Q(V) = Q_P + C_P(V - V_P) \quad (1.5)$$

$$Q_B = Q_P + C_P(V_B - V_P) \quad (1.6)$$

ここで、パンチスルーの度合いを表す量として γ を定義する。

$$\gamma = Q_P / Q_B = 2C_P V_P / Q_B \quad (1.7)$$

式 (1.4) と (1.6) および (1.7) とから

$$V_B = \frac{2-\gamma}{2C_P} Q_B \quad (1.8)$$

さらに式 (1.7) と (1.8) とから

$$V_P = \frac{\gamma}{2-\gamma} V_B \quad (1.9)$$

したがって

$$\frac{Q}{Q_P} = \left(\frac{V}{V_P}\right)^{\frac{1}{2}};$$

$$\frac{V}{V_B} = \frac{1}{\gamma(2-\gamma)} \left(\frac{Q}{Q_B}\right)^2; \quad Q_P > Q > 0 \quad (1.10)$$

$$\frac{Q - Q_P}{Q_B - Q_P} = \frac{V - V_P}{V_B - V_P};$$

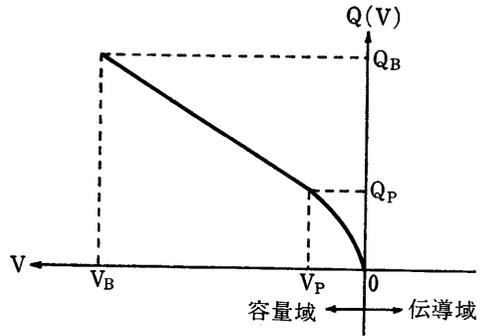
$$\frac{V}{V_B} = \frac{2}{2-\gamma} \frac{Q}{Q_B} - \frac{\gamma}{2-\gamma}; \quad Q_B > Q > Q_P \quad (1.11)$$

$$\frac{V}{V_B} = 0; \quad Q < 0 \quad (1.12)$$

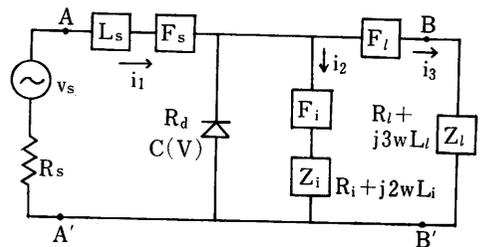
式 (1.10)~(1.12) で表される Q と V の関係を図示すると第2図のようになる。

2.2 電流励振形逡倍回路の構成とダイオード交流電圧、電流

電流励振形逡倍回路の構成を第3図に示してある。図中の F_s, F_i, F_t はそれぞれ入力、アイドラおよび出力各周波数に対する理想帯域フィルタで



第2図 ダイオードの $Q-V$ 特性



第3図 電流励振形逡倍回路

あり、 Z_i, Z_l はアイドラおよび出力回路のインピーダンス、また ω は角周波数である。

ダイオードに蓄積される電荷 Q は次式 (2.1) の形におくことができる。

$$Q = Q_0 + Q_1 \sin \omega t + Q_2 \sin(2\omega t + \theta_2) + Q_3 \sin(3\omega t + \theta_3) \quad (2.1)$$

ただし、 Q_0 は直流バイアス電荷、 Q_1, Q_2, Q_3 はそれぞれ入力、アイドラ、出力各周波数の電荷であり、また θ_2, θ_3 は Q_1 に対する Q_2, Q_3 の位相である。

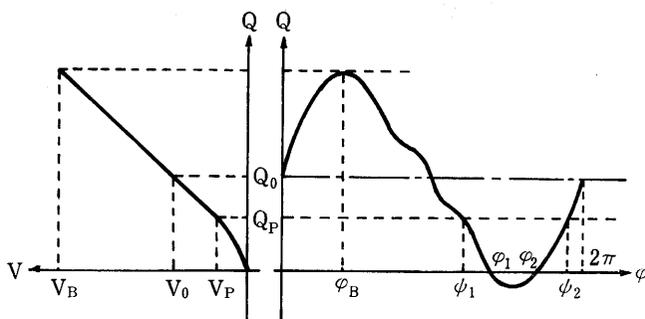
Q の波形の1例を第4図に示してある。

Q の瞬時値が常に容量域に限られる、いわゆるノミナルドライブ動作についての解析によれば、 $\theta_2 = \theta_3 = 0$ の時に変換効率が最大にたることが示されている¹⁾²⁾。したがって Q の瞬時値が伝導域にも振込まれるオーバードライブ動作の場合にも同じ位相関係が成立するものとして解析を進める。

まず Q を Q_B で規格化し

$$P = \frac{Q_0}{Q_B}, \quad a_1 = \frac{Q_1}{Q_B}, \quad x = \frac{Q_2}{Q_B} \frac{Q_B}{Q_1}, \quad y = \frac{Q_3}{Q_B} \frac{Q_B}{Q_1}$$

とおくと、式 (2.1) より



第4図 オーバードライブ動作時の電荷波形

$$\frac{Q}{Q_B} = F = P + q_1(\sin\varphi + x\sin 2\varphi + y\sin 3\varphi), \varphi = \omega t \quad (2.2)$$

$Q = Q_B$ の時には $F = 1, \frac{dQ}{d\varphi} = 0$ であるからこの時の φ を φ_B と書くと

$$\left. \begin{aligned} \cos\varphi_B + 2x\cos 2\varphi_B + 3y\cos 3\varphi_B &= 0 \\ 1 - P &= q_1(\sin\varphi_B + x\sin 2\varphi_B + y\sin 3\varphi_B) \end{aligned} \right\} (2.3)$$

したがって P, x, y が与えられると式 (2.3) を解いて φ_B と q_1 が求められる。

またダイオード電圧 V は式 (1.10)~(1.12) に式 (2.2) を代入することによって

$$\left. \begin{aligned} \frac{V}{V_B} &= \frac{2}{2-\gamma} F - \frac{\gamma}{2-\gamma}; & 0 < \varphi < \varphi_1, \varphi_2 < \varphi < 2\pi \\ \frac{V}{V_B} &= \frac{1}{\gamma(2-\gamma)} F^2; & \varphi_1 < \varphi < \varphi_1, \varphi_2 < \varphi < \varphi_2 \\ \frac{V}{V_B} &= 0 \end{aligned} \right\} (2.4)$$

ここで V を各周波数成分に分けると

$$\left. \begin{aligned} \frac{V}{V_B} &= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin n\varphi + b_n \cos n\varphi) = \frac{1}{V_B} (v_0 + v_1 + v_2 + v_3 + \dots) \\ \pi b_n &= \int_0^{\varphi_1} \left(\frac{2}{2-\gamma} F - \frac{\gamma}{2-\gamma} \right) \cos n\varphi \cdot d\varphi + \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{F^2}{\gamma(2-\gamma)} \cos n\varphi \cdot d\varphi \\ &+ \int_{\varphi_2}^{\varphi_2} \frac{F^2}{\gamma(2-\gamma)} \cos n\varphi \cdot d\varphi + \int_{\varphi_2}^{2\pi} \left(\frac{2}{2-\gamma} F - \frac{\gamma}{2-\gamma} \right) \cos n\varphi \cdot d\varphi \end{aligned} \right\} (2.5)$$

と表される。

一方、入力回路、アイドラ回路、出力回路を流れる電流成分 i_1, i_2, i_3 は Q_1, Q_2, Q_3 の時間微分をとることによって得られ、

$$i_1 = \omega Q_1 \cos\varphi, \quad i_2 = 2\omega Q_2 \cos 2\varphi, \quad i_3 = 3\omega Q_3 \cos 3\varphi \quad (2.6)$$

となる。

2.3 変換効率と入出力抵抗

2.2節で定義したダイオード電流 i および電圧 v を用い、第3図に示した回路について回路方程式をたてると

$$v_s = (R_d + R_s)i_1 + L_s \frac{di_1}{dt} + v_1 \quad (2.7)$$

$$0 = (R_l + R_d)i_2 + L_l \frac{di_2}{dt} + v_2 \quad (2.8)$$

$$0 = (R_l + R_d)i_3 + L_l \frac{di_3}{dt} + v_3 \quad (2.9)$$

さらに式 (2.6) を代入すると、ダイオード交流電圧の各周波数成分は

$$\begin{aligned} v_1 &= v_s + \omega^2 Q_1 L_s \sin\varphi - \omega Q_1 (R_s + R_d) \cos\varphi \\ &= a_1 V_B \sin\varphi + b_1 V_B \cos\varphi \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} v_2 &= 4\omega^2 Q_2 L_l \sin 2\varphi - 2\omega Q_2 (R_l + R_d) \cos 2\varphi \\ &= a_2 V_B \sin 2\varphi + b_2 V_B \cos 2\varphi \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} v_3 &= 9\omega^2 Q_3 L_l \sin 3\varphi - 3\omega Q_3 (R_l + R_d) \cos 3\varphi \\ &= a_3 V_B \sin 3\varphi + b_3 V_B \cos 3\varphi \end{aligned} \quad (2.12)$$

ここで、通倍器入力端子 $A-A'$ において整合を

とれば, $v_s = V_0 \cos \varphi$ とおけるから $A-A'$ 端子電圧を $V_{in} \cos \varphi$ と書く

$$V_{in} = V_0 - \omega Q_1 R_s \quad (2.13)$$

したがって, 式 (2.10)~(2.12) は

$$\left. \begin{aligned} \omega^2 Q_1 L_s &= a_1 V_B \\ V_{in} &= \omega Q_1 R_d + b_1 V_B \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

$$\left. \begin{aligned} 4\omega^2 Q_2 L_i &= a_2 V_B \\ -2\omega Q_2 (R_i + R_d) &= b_2 V_B \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

$$\left. \begin{aligned} 9\omega^2 Q_3 L_i &= a_3 V_B \\ -3\omega Q_3 (R_i + R_d) &= b_3 V_B \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

となる。

これらの関係式を用いて, 通倍器の変換効率 η , 入出力抵抗 R_{in} と R_i が計算できる。

さらにここで, ダイオード固有のパラメータである C_B, γ, R_d および動作周波数 ω 等と, η, R_{in}, R_i との関連を明らかにするために, ダイオードの良さを表す量として \bar{Q} を定義すると便利である。

$$\bar{Q} = \frac{1}{\omega C_B R_d} = \frac{1}{\omega C_P R_d} \quad (2.17)$$

これは式 (2.15) と (2.17) とから

$$\bar{Q} = - \left(1 + \frac{R_i}{R_d} \right) \frac{4qx_1}{b_2(2-\gamma)} \quad (2.18)$$

と書き換えられ, これを用いて式 (2.14) より入力抵抗 $R_{in} = V_{in} / \omega Q_1$ は

$$\frac{R_{in}}{R_d} = 1 + \frac{b_1(2-\gamma)}{2q_1} \bar{Q} = 1 - \frac{2b_1x}{b_2} \left(1 + \frac{R_i}{R_d} \right) \quad (2.19)$$

式 (2.16) から出力抵抗 R_i は

$$\frac{R_i}{R_d} = -1 - \frac{b_3(2-\gamma)}{6q_3y} \bar{Q} = -1 + \frac{2b_3x}{3b_2y} \left(1 + \frac{R_i}{R_d} \right) \quad (2.20)$$

変換効率 η は

$$\eta = \frac{\text{通倍出力電力}}{\text{入力電力}} = \frac{\frac{1}{2} (3\omega Q_3)^2 R_i}{\frac{1}{2} (\omega Q_1)^2 R_{in}} = 9y^2 \frac{R_i/R_d}{R_{in}/R_d} \quad (2.21)$$

と表される。

2.4 計算機による数値計算

式 (2.18)~(2.21) を用いて数値計算を行なっ

た。この時, パンチスルーの度合い γ , 直流バイアス P , アイドラ回路損失量 R_i/R_d を変数にとった。

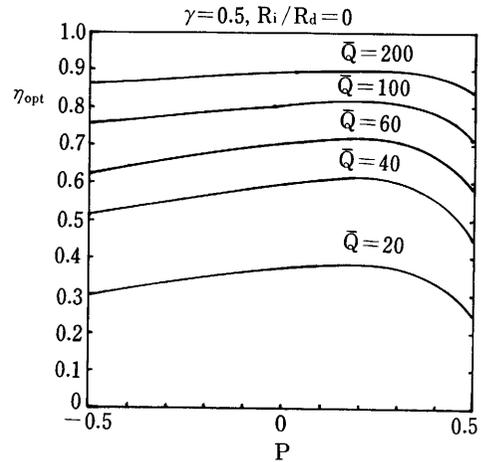
まず, x, y を適当に選んで式 (2.3) から φ_B, q_1 を, ついで式 (2.5) から b を, さらに式 (2.18)~(2.20) から $\bar{Q}, R_{in}/R_d, R_i/R_d$ を求め, 最後に η を式 (2.21) によって求める。

x, y を変えて同じ手順を繰返し, η の最大値 η_{opt} と η_{opt} に対応する $R_{in}/R_d, R_i/R_d$ などを決定する。

3. 計算結果および検討

3.1 変換効率

第5図に $\gamma=0.5, R_i/R_d=0$ の時の η_{opt} と P の関係を示してある。図示の効率 η_{opt} は P および Q の一定値に対して, $x=Q_2/Q_1, y=Q_3/Q_1$ を変えて得られる効率の最大値である。



第5図 $\eta_{opt}-P$ 特性

なお, 仮定 (4) に述べたように励振電荷 Q は Q_B までいっぱいにする。

図から明らかなように, 全ての \bar{Q} に対して $P=0.2 \sim 0.25$ で η_{opt} は最大になり, 最大変換効率 η_{max} が得られる。ここで $P=0.5$ は励振を全容量域いっぱいに限定する動作条件であるから, $Q < 0$ つまり伝導域にまで過励振した方が効率は大きくなるが, 過励振の度合いを大きくし過ぎると効率はしだいに低下することがわかる。

アイドラ回路の抵抗 R_i/R_d が大きいほど効率の

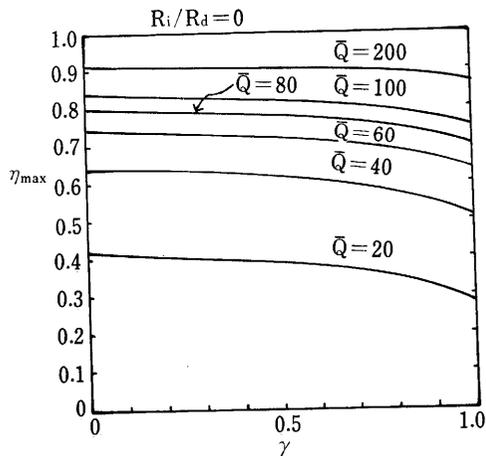
低下することは自明であるが、 η_{opt} と P の関係は第5図に示す曲線より平たんな特性になる。

また、 R_i/R_d を一定とした場合、 γ の値によって η_{opt} の最大となる P の値がどのように変化するかを第1表にかかげた。

第1表 γ と η_{opt} の最大となる P との関係

γ	1.0	0.8	0.5	0.25	0.01
P	0.25~0.3	0.2~0.25	0.2~0.25	0.15~0.2	0

η_{opt} の最大値 η_{max} と γ の関係を第6図に示してある。パンチスルーの度合い γ の値が小さくなるにつれて η_{max} は緩やかに増大するが、 R_i/R_d が2よりも大きくなると $\gamma < 0.5$ なる範囲の η_{max}

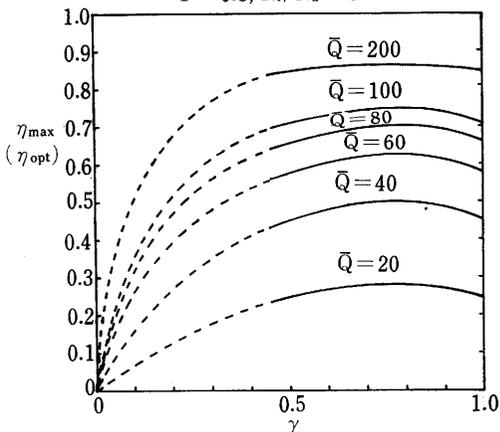


第6図 $\eta_{max}-\gamma$ 特性

第2表 特定動作点における Rin/Rd , Rl/Rd と \bar{Q} の式

	$\gamma=1.0, p=0.5$	$\gamma=0.5, p=0.5$	$\gamma=1.0, p=0$
b_1	$q_1^2 x(1+y)$	$\frac{2}{3} q_1^2 x(1+y)$	$\frac{1}{2} q_1^2 x(1+y)$
b_2	$-q_1^2(0.5-y)$	$-\frac{2}{3} q_1^2(0.5-y)$	$-\frac{1}{2} q_1^2(0.5-y)$
b_3	$-q_1^2 x$	$-\frac{2}{3} q_1^2 x$	$-\frac{1}{2} q_1^2 x$
Rin/Rd	$\frac{1}{2} q_1 x(1+y)\bar{Q}+1$	$\frac{1}{2} q_1 x(1+y)\bar{Q}+1$	$\frac{1}{4} q_1 x(1+y)\bar{Q}+1$
Rl/Rd	$\frac{q_1 x}{6y}\bar{Q}-1$	$\frac{q_1 x}{6y}\bar{Q}-1$	$\frac{q_1 x}{12y}\bar{Q}-1$
\bar{Q}	$\frac{4x(1+Ri/Rd)}{q_1(0.5-y)}$	$\frac{4x(1+Ri/Rd)}{q_1(0.5-y)}$	$\frac{8x(1+Ri/Rd)}{q_1(0.5-y)}$

$P=0.5, R_i/R_d=0$



第7図 ノミナルドライブ動作時の $\eta_{max}-\gamma$ 特性

はほぼ一定になる。したがってダイオードとしては $\gamma < 0.5$ となるように設計すればよいことになる。

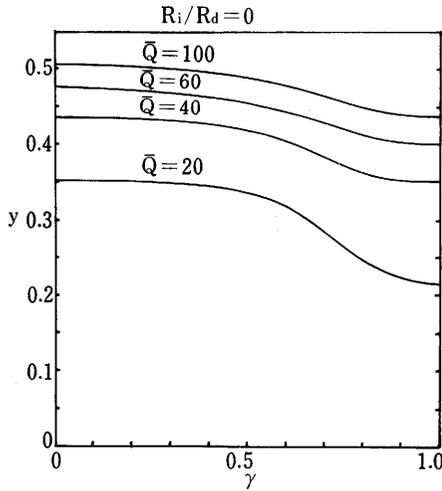
ここに得られた η_{max} と γ の曲線は Grazel が行なった2連倍回路解析の結果³⁾と同じ傾向を示している。

一方、ノミナルドライブ ($P=0.5$) における η_{max} と γ との関係を示したのが第7図である。この動作条件下では上述のオーバードライブの場合と異なり、 $\gamma=0.7\sim 0.8$ の間に η_{max} の最大点があって $\gamma < 0.5$ では効率は急激に低下する。Chao の行なった2連倍回路の解析でも同様の結果が得られている⁴⁾。

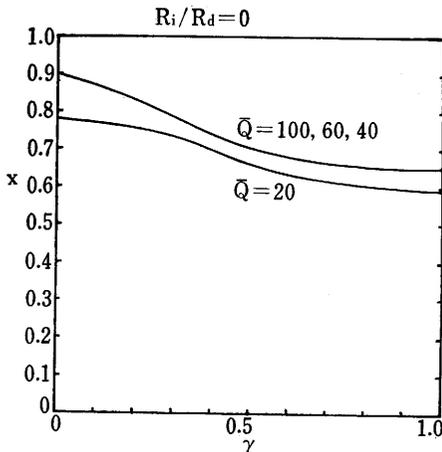
なお、 $P=0.5$ の場合には $r=0.5$ と $r=1.0$ に対しては式 (2.5) の積分が簡単に行なえて、第2表にかかげた式が求められる。第2表から明らかなく、表示の3つの動作条件では効率が等しくなることがわかり、 $r=0.7\sim 0.8$ の間に η_{max} の最大点が現れることがうなづける。

3.2 $\eta=\eta_{max}$ となるための x と y

第8図に η_{max} (第6図参照) を得るための y の値を、第9図に同じく x の値を示してあり。後図では $\bar{Q}=100, 60, 40$ に対する x の値が接近しているの1本の曲線で代表させてある。両図から \bar{Q} が大きく効率の高いほど η_{max} を与える x と



第8図 η_{max} を与える y と r の関係



第9図 η_{max} を与える x と r の関係

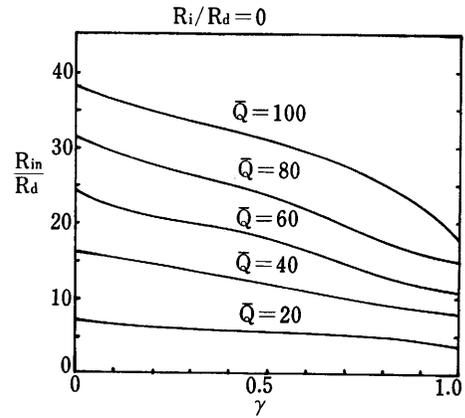
y の値が大きく、 \bar{Q} が極めて大きくなると y はほぼ 0.5 (第2表参考) になることがわかる。

3.3 入出力抵抗

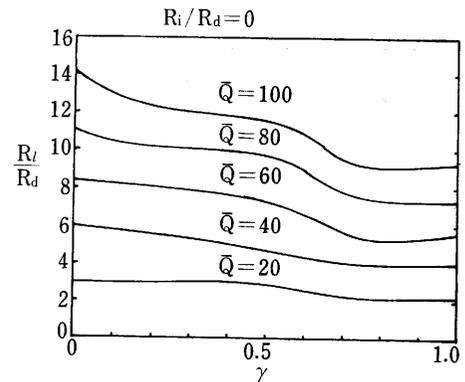
$R_{in}/R_d, R_i/R_d$ と r の関係を第10図および第11図に示してある。前節で示した x, y と同様に $R_{in}/R_d, R_i/R_d$ もまた効率が高いほど大きくなることがわかる。しかし、 R_{in} そのものに比例する量 $R_{in}/(R_d \bar{Q}) = R_{in} C_r \omega$ を計算してみると、入力抵抗 R_{in} は $20 < \bar{Q} < 300$ の範囲では \bar{Q} に無関係にほぼ一定となる。第3表に R_{in} が r によってどのように変化するかを示した。

第3表 r と $R_{in} C_p \omega$ の関係 ($R_i/R_d=0$)

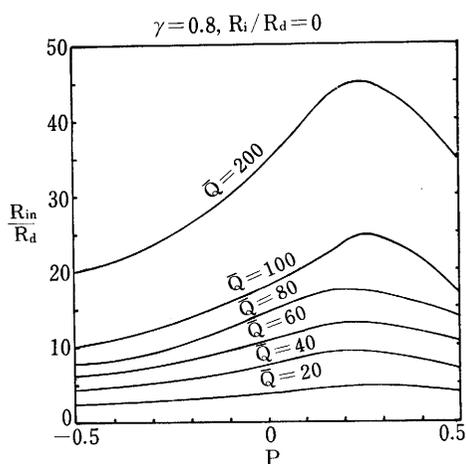
r	0.01	0.25	0.5	0.8	1.0
$R_{in} C_p \omega$	0.38~ 0.4	0.33~ 0.35	0.29~ 0.31	0.22~ 0.24	0.18~ 0.19



第10図 η_{max} を与える $\frac{R_{in}}{R_d}$ と r の関係



第11図 η_{max} を与える $\frac{R_i}{R_d}$ と r の関係



第12図 R_{in}/R_d-P 特性

また、 $R_i/(R_d\bar{Q}) = R_i C_p \omega \propto R_i$ の値も \bar{Q} の小さい範囲を除いてほぼ一定である。

見方を変えて、 P の値により R_{in}/R_d がどのようになるかを $\gamma=0.8$ の場合について第12図に示してある。この図からも η_{max} を与える P の点で R_{in}/R_d が最大になることがわかる。

R_i/R_d についても同様である。

4. 結 論

アイドラ回路をもつ電流励振形周波数3乗倍器に、階段接合形バラクタ・ダイオードを用いた回路解析と数値計算の結果から、以下の結論が得られた。

(1) パンチスルー・ダイオードはノンパンチ

スルー・ダイオードよりも変換効率を大きくする。

(2) オーバードライブによってノミナルドライブよりも変換効率を増大させることができる。

(3) ダイオードのパンチスルーの度合いを示す γ の値は0.5より小さくすればよい。

(4) 規格化入出力抵抗値は、変換効率の高いほど大きく、効率の最大点で最大となる。

(5) 入出力抵抗値の絶対値は \bar{Q} の広い範囲にわたってはほぼ一定であり、その数値は ωC_p と γ で定まる。

(6) 基本波電荷 Q_1 に対する高調波電荷 Q_2 , Q_3 の比である $x=Q_2/Q_1$ および $y=Q_3/Q_1$ についても(4)と同じことがいえる。

傾斜接合形ダイオードを用いた場合については触れなかったが、階段接合形ダイオードの場合と類似の結果が得られる。

最後に、本研究を行なうにあたり数値計算の労を煩わせた深尾志郎、小木戸宏（昭和46年本学学部卒）ならびに大橋健洋（昭和47年本学修士卒）の諸氏に感謝する。

参 考 文 献

- 1) 山崎晃洋 電子通信学会誌, 第49巻2号, p. 257 (1966)
- 2) 大橋健洋 昭和46年度九州工業大学工学研究科修士論文(電子工学)
- 3) A. I. GRAZEL I. E. E. E. MTT-17 p. 345 (1969)
- 4) C. L. CHAO I. E. E. E. MTT-14 p. 43 (1966)