

# 変動圧力測定用制動管の動特性

(昭和50年10月31日 原稿受理)

機 械 工 学 教 室 松 永 成 徳  
二 部 機 械 工 学 教 室 西 道 弘  
機械工学教室 (大学院) 竹 中 厚 二

## The Dynamic Response of a Pressure Sensing System with Damping Tube

by Shigenori MATSUNAGA  
Michihiro NISHI  
Koji TAKENAKA

The theoretical and experimental study on the dynamic response of pressure sensing systems with pressure lead of small diameter containing damping oil.

The dynamic gain of the system depends on the geometrical configuration and on the viscosity of damping oil. The theoretical form of the dynamic response is described in a nondimensional formula.

The experimental values agree approximately with the calculated results of the theoretical formula. It is applicable to deduce the dynamic response of the system for measurement of the instantaneous pressure of liquid flow.

### 1. ま え が き

今日流体工学でとり扱われる現象は非定常である場合が多い。測定に際しては最近のエレクトロニクス技術の発展を反映して、圧力変換器をもちいた電気計測がかなり多くもちいられるようになった。しかしながら一般には点測定の必要性から導圧管径は極めて小さなものとなり圧力変換器を付加した場合は異径管系となる。したがって系は共振点利得の増大や位相差による測定誤差の要因となることがある。これを避けるために導圧管内に適当な粘度の油を封入した制動管が使用される<sup>1)2)</sup>。

そこで本研究は、制動管系に関する一つの資料として一次元的にモデル化された共軸異径制動管系についての理論解析結果と実験結果との比較を示したものである。

### 2. 記 号

$A$  : 運動方程式の係数 式 (2)  
 $A'$  : 運動方程式の係数 式 (2)  
 $A_0$  : 係数 式 (9)  
 $A_2$  : 係数 式 (9)  
 $A_3$  : 係数 式 (9)  
 $A_4$  : 係数 式 (9)

$B$  : 運動方程式の係数 式 (2)  
 $D$  : 式 (2)  
 $EXP$  : 理論計算打ち切り誤差  
 $F$  : 関数 式 (1)  
 $G$  : 関数  
 $G_{an}$  : 共振周波数利得  
 $H$  : 判別式の値 式 (13)  
 $M$  : 運動方程式の係数 式 (2)  
 $M_p$  : 固体運動部分の質量  
 $X$  : 振幅  
 $X_1$  : 理論計算における仮想振幅  
 $X_2$  : 理論計算における仮想振幅  
 $X_A$  : 図 5  
 $X_0$  : 受圧膜の静的変位  
 $a$  : 管の断面積  
 $b_0$  : 定在偏位 式 (5)  
 $f_0$  : 共振周波数  
 $k$  : バネ定数  
 $l$  : 管の長さ  
 $n$  : 異径部の数  
 $p_t$  : 強制振動圧力振幅  
 $t$  : 時間

- $x$ : 変位  
 $\alpha$ : 方程式の根 式(12)  
 $\beta$ : 方程式の根 式(12)  
 $\varphi$ : 位相遅れ 式(6)  
 $\rho$ : 流体の密度  
 $\nu$ : 動粘性係数  
 $\omega$ : 角振動数  
 $\omega_n$ : 自由角振動数  
 $\omega_0$ : 共振角振動数

添字

$j$ : 異径管番号

### 3. 共軸異径管をもつ圧力変換系の圧力伝達理論

#### 3.1. 運動方程式

図1に示すように、 $n$ 個の連続した異径制動管系において一端を開放し、他端をバネを有する受圧膜とし、開放端に強制振動圧力を加えた場合の内部液柱の軸方向振動を考える。仮定として、

- (1) 管は剛体である。
- (2) 各管内の流速は一樣で、各流体要素はピストンのように運動する。
- (3) エネルギーの消散は層流抵抗のみによる。
- (4) 内部流体は非圧縮性流体である。

とすると、開放端に強制振動圧力  $p_i \sin \omega t$  が作用したとき、振動方程式は式(1)で表わされ、諸係数は式(2)で与えられる<sup>3)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{x}_n + F(\dot{x}_n) + kx_n \\ = a_n p_i \sin \omega t \\ F(\dot{x}_n) = \left\{ B - \left[ \frac{A}{A'} \right] |\dot{x}_n| \right\} \dot{x}_n \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} M &= \rho a_n^2 \sum_{j=1}^n (l_j/a_j) + M_p \\ B &= 8\pi\rho\nu a_n^2 \sum_{j=1}^n (l_j/a_j) \\ A &= \rho a_n^2 \{D - 1/(2a_1^2)\} \\ A' &= \rho a_n^2 D \\ D &= \sum_{j=1}^{n-1} \{1/a_j^2 - 1/(a_j a_{j+1})\} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

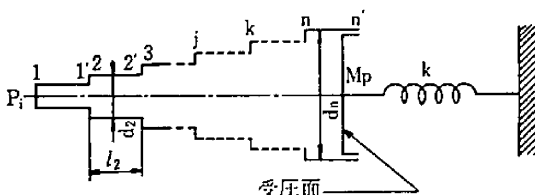


図1 共軸異径管系の1次元モデルと記号

ただし、式(1)の[ ]内は  $\dot{x} \leq 0$  に応じて上および下の値をとる。

式(1)は次の解、式(3)~(6)を持つ。

$$x_n(t) = b_0 + X \sin(\omega t - \varphi) \quad (3)$$

$$kX = M\omega^2 X \pm [(a_n p_i)^2 - \{B\omega X - (A + A')4\omega^2 \times X^2/(3\pi)\}^2]^{1/2} \quad (4)$$

$$b_0 = (A - A')\omega^2 X^2/(4k) \quad (5)$$

$$\sin \varphi = \{B\omega X - (A + A')4 \times X^2/(3\pi)\}/(a_n p_i) \quad (6)$$

また、自由角振動数  $\omega_n$  は式(7)で与えられる。

$$\omega_n = (k/M)^{1/2}$$

#### 3.2. 解の安定判別

式(3)~(6)より瞬時変位は求められるが、振幅  $X$  は式(4)より明らかなように4次方程式の根となり一般には根が4個存在し、物理的に意味のある解を決定するため、根の適否を判定する安定条件を導入する。その方法として、ラウス・フルビッツの判別法<sup>4)</sup>をもちいた。その結果、安定であるための条件は式(8)となった。

$$\left\{ \begin{aligned} &[3\pi\{B - (B^2 - 8\{M(\omega_n^2 - \omega^2)/\omega\}^2)^{1/2}\}]/ \\ &[16\omega(A + A')]\} < X < [3\pi\{B + (B^2 - 8\{M(\omega_n^2 - \omega^2)/\omega\}^2)^{1/2}\}]/[16\omega(A + A')] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

### 4. 理論計算

式(4)を整理すると式(9)となる。諸係数は式(10)で表わされる。

$$A_4 X^4 - A_3 X^3 + A_2 X^2 - A_0 = 0 \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{aligned} A_4 &= 16(A + A')^2 \omega^4 / (9\pi^2) \\ A_3 &= 8B(A + A') \omega^3 / (3\pi) \\ A_2 &= B^2 \omega^2 + (k - M^2 \omega^2) \\ A_0 &= (a_n p_i)^2 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(9)の左辺を  $G(X)$  とおき、 $X$  についての微分をとると式(11)が導かれる。

$$\left\{ \begin{aligned} G'(X) &= 4A_4 X^3 - 3A_3 X^2 + 2A_2 X \\ &= 4A_4 X(X - \alpha)(X - \beta) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ここに、

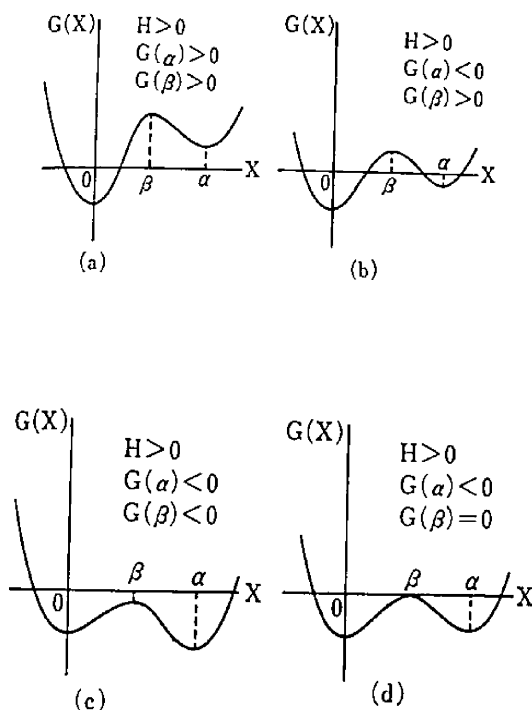
$$\left\{ \begin{aligned} \alpha &= \{3A_2 + (9A_3^2 - 32A_2 A_4)^{1/2} / (8A_4)\} \\ \beta &= \{3A_2 - (9A_3^2 - 32A_2 A_4)^{1/2} / (8A_4)\} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

である。また、

$$H = 9A_3^2 - 32A_2 A_4 \quad (13)$$

とおき、 $H$  の値により次の2つの場合について考える。

(i)  $H > 0$  の場合: 関数  $G(X)$  は3個の極値を持ち

図2 方程式  $G(X)$  の形状

$G(\alpha)$ ,  $G(\beta)$  の値により図2 (a)~(e) の形状となる。

(ii)  $H \leq 0$  の場合: 関数  $G(X)$  は,  $X=0$  でのみ極値を取り, 形状は図2(f) となる。

以上より  $H$ ,  $G(\alpha)$ ,  $G(\beta)$  の正, 負を調べることで関数  $G(X)$  の形状が定まり, はさみうち法<sup>3)</sup> をもちいることにより根が求められる。図3および4はそのフローチャートである。

数値計算における打ち切り誤差は静的変位の  $(1/10^5)$  に設定した。また計算にもちいたバネ定数  $k$  は, あら

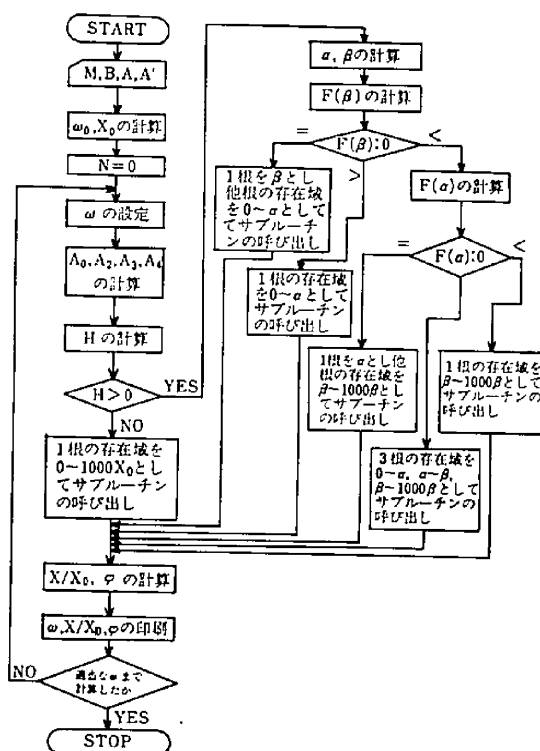


図3 周波数特性数値計算のメインプログラム

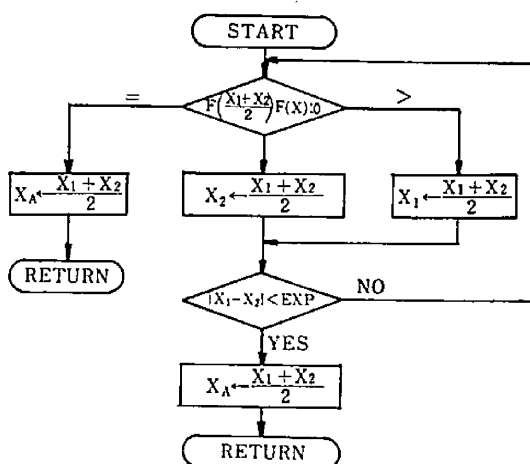


図4 周波数特性数値計算のサブルーチン・フローチャート

はじめおこなった実験より逆算した値,

$$k = 2.452 \times 10^6 \text{ (kg/cm)}$$

(2 kg/cm<sup>2</sup> 定格)

$$= 3.898 \times 10^6 \text{ (kg/cm)}$$

(5 kg/cm<sup>2</sup> 定格)

をもちいた。

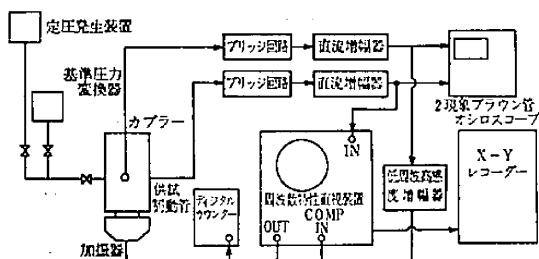
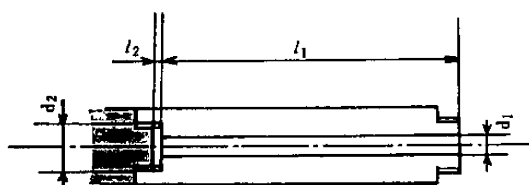


図5 実験装置系統図



〔単位 mm〕

制動管番号	$l_1$	$l_2$	$d_1$	$d_2$
1	30	2	0.4	4
2	50	2	0.4	4
3	100	2	0.4	4

図6 制動管諸寸法

### 5. 実験装置および実験方法

実験装置系統図を図5に、供試制動管およびその諸寸法を図6に示す。カプラー内の振動圧力は、2個の圧力変換器により抵抗変化に変換され、電橋回路により、電圧信号として出力される。出力信号の一方は供試制動管を介したもので、他方は基準出力である。電橋回路を出た電圧信号は増幅器を通り周波数特性直視装置に入力され、両信号の各周波数における相対比が周波数特性直視装置のブラウン管および、X-Yレコーダーに出力される。

波形の歪の観察、位相差および共振周波数の測定は2現象ブラウン管オシロスコープをもち、圧力変動周波数はデジタルカウンタにより測定した。実験にもちいた供試制動管内の油は、5, 59, 77 cst の3種類であり、圧力 2 mmHg のもとで24時間油中に放置することにより封入された。なお、増幅器の周波数特性は、1 V 出力時には、20 kHz で 0.05 V の誤差であり、実験にもちいた圧力変換器の固有振動数は双方とも 30 kHz である。

### 6. 理論計算および実験結果の比較

3本の異なった形状の制動管に対しそれぞれ3種類の

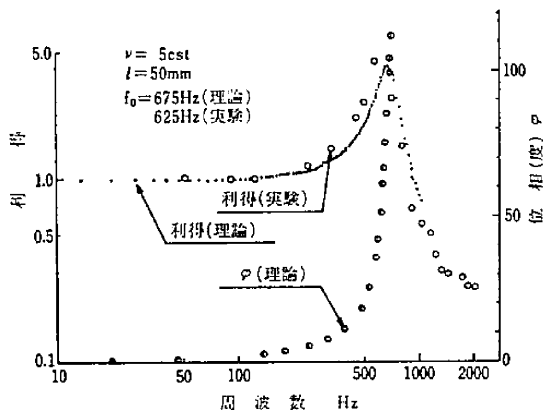


図7(a) 圧力測定系の周波数特性

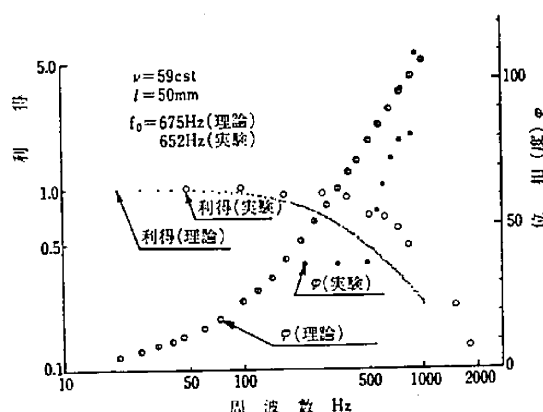


図7(b) 圧力測定系の周波数特性

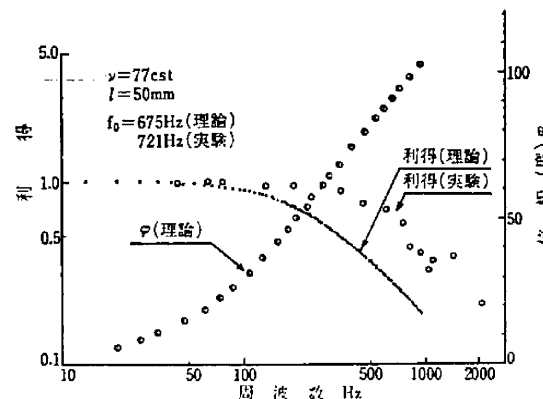


図7(c) 圧力測定系の周波数特性

粘度の油を封入した系統的なもの、より複雑な異径管について、実験および計算をおこなった。

図7(a) (b) (c) は結果の一例を示したもので、制動管長さ 50 mm、封入された油粘度 5, 59, 77 cst の

場合の理論計算および実験結果である。縦軸は利得および位相角、横軸は周波数で、実験結果は丸印、理論計算結果は点で示されている。

理論計算結果において共振点付近で、表1に示すように複数の根が算出されたが、安定領域式(8)を満たす値はそのうちの1個であり、曲線の傾向から見て適切な値であった。

定在偏位は共振点付近で現われるが、本研究の範囲では小さいので実際上問題にならないと思われる。

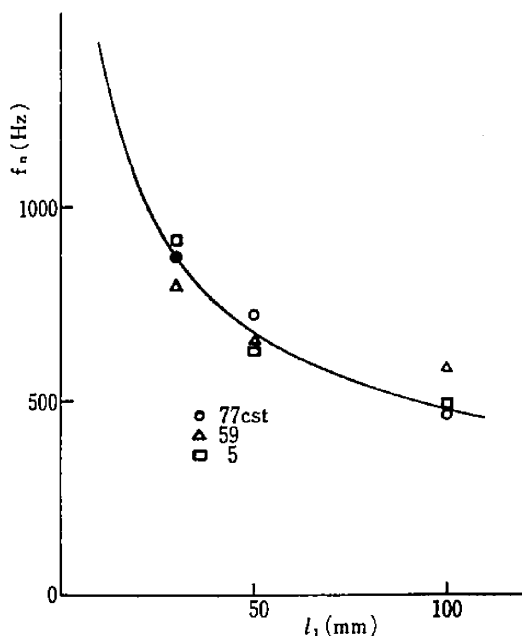


図8(a)  $l_1$  と共振周波数の関係

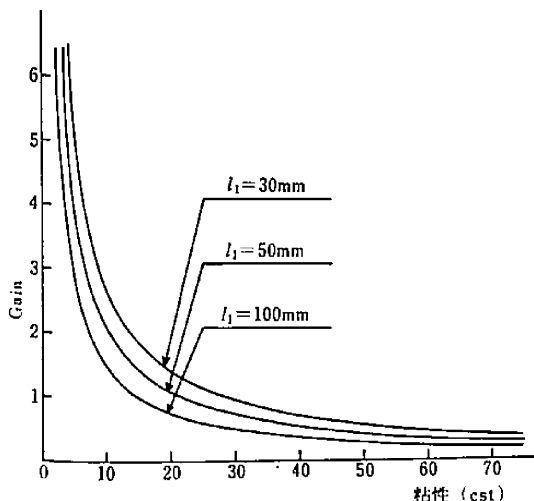


図8(b) 粘性 と共振点利得の関係

表1 振幅  $X$  と安定領域

制動管号	油粘度 (<st)	振幅 $X$ ( $\omega=\omega_n$ の時)	安定領域
2	5	$1.2 \times 10^{-2}$ $1.1 \times 10^{-2}$ $1.7 \times 10^{-4}$	$0 < X < 5.9 \times 10^{-3}$
	59	$1.5 \times 10^{-1}$ $1.4 \times 10^{-1}$ $1.5 \times 10^{-5}$	$0 < X < 7.1 \times 10^{-2}$
	77	$1.9 \times 10^{-1}$ $1.8 \times 10^{-1}$ $1.1 \times 10^{-5}$	$0 < X < 9.2 \times 10^{-2}$

図7(b)には周波数に対する位相の変化が示されており、利得については、500 Hz 付近で約 0.9 であるが、位相差は約  $60^\circ$  となっている。したがって使用目的に応じて周波数範囲を決定する必要がある。

図8(a)は制動管長  $l_1$  に対する共振周波数の変化を示したもので、実線は理論曲線である。すなわち、式(2)および式(7)より、 $n=2$ の制動管に対しては、

$$\omega_n(d_2/g)^{1/2} = \{[(d_2/d_1)^2(l_1/l_2)+1]\rho g a_2 l_2 / k d_2\}^{-1/2} \quad (14)$$

となり  $l_1$  以外の諸寸法を一定とし求めた。式(14)より共振周波数は  $l_1$  の平方根に逆比例し、 $l_1$  の増加とともに減小すると考えられる。実験結果と理論曲線の傾向は良好な一致を示している。

図8(b)は油粘度に対する共振点利得の変化が示されている。図より粘度を一定とすると制動管長さ  $l_1$  が長い程、また逆に長さ一定とすると油粘度の高い程、共振点利得は小さくなる。

図8(c)は制動管直径  $d_1$  と共振周波数との関係を示したもので、共振周波数は制動管直径  $d_1$  に対しほぼ

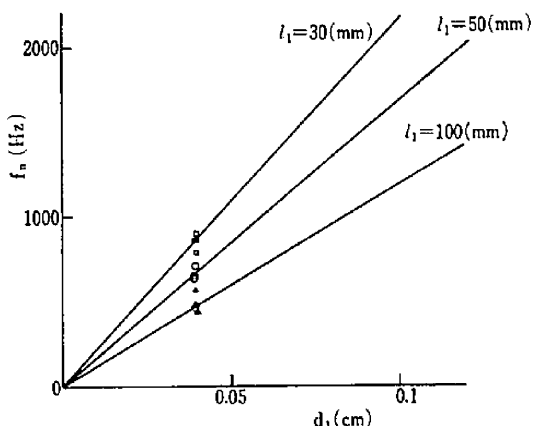


図8(c) 制動管径  $d_1$  と共振周波数の関係

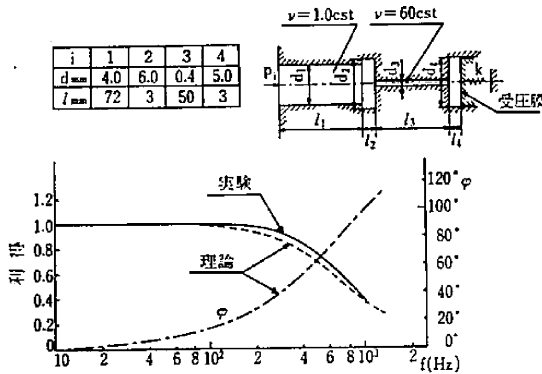


図9 複雑な制動管の例

比例する。これは今回の実験にもちいた制動管の直径比 ( $d_1/d_2$ ) の値が極めて小さなものとなるためであり、その曲線の勾配は  $l_1$  が大きな値となるにしたがい小さくなる。図中の丸、三角、四角印は実験の結果でありほぼそれぞれの曲線上にのっている。

本研究でおこなった実験の結果と理論結果は全般的に利得については、理論計算結果より実験結果が高めに出現している。これは理論の仮定 (2), (3) に関連しておりある粘度に対して速度勾配を過大に見積っていることが一因と考えられる。しかし、理論値と実験値の傾向はほぼ一致しており、本論文にもちいた理論は実際の制動管系の動特性に対し、良好な予測を与え得るものと思われる。

図9は各部の流体の粘度および断面積の異なった複雑な形状を有する制動管に対し、本理論計算を適用した結果である。実験および理論結果はかなりよく一致しており、本理論はこのような拡大縮小を有する複雑な形状のものにも適用できることが確かめられた。

## 7. あとがき

最近特に必要性が高くなった瞬時圧力測定の精度向上を目的として、圧力変換器をとり付けた制動管の動特性に対し、実験的および理論的な検討をおこなった。その結果を要約すると次のようになる。

- (i) 2, 3 の仮定による理論計算ではあるが、理論と実験の一致はほぼ良好である。
- (ii) 理論計算結果は実験結果よりやや制動効果が大きく推定される。

以上により、本理論は複雑な制動管の場合にも適用できると推定される。

最後に本研究を進めるにあたり、多数の卒論生の協力を得た。特に村上茂次氏は安定判別の計算をおこない、計算機プログラム作製にあたっては、西俊二、中山博愛両君の協力を得た。また実験装置製作は本研究室技官、三谷久平氏、数値計算は本学情報処理施設、OKITAC-4500 によるものである。以上各位に謝意を表する。

## 文 献

- 1) 松永, ほか2名: 九州工業大学 研究報告, 29, (昭49-6), 43
- 2) MATSUNAGA, S. et al.: Bulletin of the JSME, 18-122, (August, 1975), 834.
- 3) 松永, 国清: 日本機械学会論文集, 32-241, (昭41-9), 1365.
- 4) 亘理: 機械振動 (昭48-8), 175. (九善).
- 5) 吉沢: 岩波講座基礎工学4 数値解析II (1973-6), 178 (岩波).