

簡便な内歯車歯形測定法の研究

(その原理と理論誤差について)

(昭和53年5月31日 原稿受付)

機械工学教室 中 村 平
能 野 謙 介
坂 本 正 史

On a Handy Internal Gear Tooth Profile Tester (Principle of This Method and the Theoretical Errors of This Equipment)

by Taira NAKAMURA
Kensuke NOUNO
Masafumi SAKAMOTO

A new method for the measurement of tooth profile of internal gear is developed. Some errors of the tester are considered and its theoretical accuracy is discussed. The involute curve of the internal gear tooth profile is compared with a circle of the pitch point curvature of tooth profile. Positioning accuracy of the pitch point curvature center (R) must be as accurate as possible.

To measure the tooth profile error within $1\mu\text{m}$, setting accuracy of the point (R) must be within 0.01 mm.

1. まえがき

近年、大、中形の内歯車が、その掘付空間が狭く、比較的減速比が大きくとれることから、遊星歯車減速機として、船や大形の陸上機器の一部に搭載することが進められている。この遊星歯車減速機に組込まれる内歯車は、外歯車と組合わさって、中心間距離を小さくできる、かみ合率が大きくとれる、すべり率が小さくなる、また外歯車に比較して歯の曲げ強さが大きいことから、歯形を小さく設計できる、等々外歯車の組合せにない長所がある。一方その精度が悪いと荷重分布が一様でなくなり、騒音、振動が発生したり種々のトラブルを起す。これが高精度の大、中形内歯車が要求される所以である。しかし後述の理由から精度の良い測定器が製作されていないために、内歯車の歯形は測定が困難な状況である。

そこで大、中形内歯車の歯形を測定するために、円弧近似歯形測定による内歯車歯形測定器を試作し、測定器の精度とその適応性を検討してみた。その結果簡易型で

あっても、試作する測定器は十分注意して高精度に製作すれば、内歯車用歯形測定器として使用できることが分った。

2. 本測定法と他測定法の比較

現在用いられている外歯車の歯形測定法は、(a)光学測定器により歯形をX-Y座標で測定する方式と、(b)基礎円板による歯形測定方式とがある。(a)は歯車が大形になると、その取り扱いが困難であると共に、回転中心に対する歯形誤差の測定が困難である。(b)は大形の基礎円板や、これを取り付ける大形の測定器が精度よく製作されていない、などいずれも問題がある。そこで次のように考えた。

一般に歯車は歯数が多くなり、大径になると歯形はラックに近づき、その歯形曲線は直線に近づくので、これを利用して直線近似による歯形測定法を試みた。

しかし $m \neq 1, z = 80$ 程度の内歯車にこの方法を適用すると歯形の曲率が大きく、使用されるあらきメータでは倍

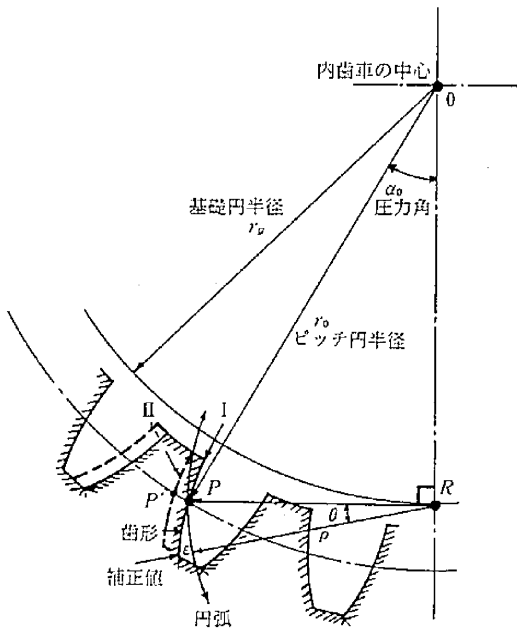
率を大きくした測定が困難であることが分った。これを改善するには歯形曲線に近い曲線が測定に使用できればよいわけであるから、考えられる曲線のなかから工作精度と測定子の動作の再現性を考慮して、歯形を円弧で近似する方法を用いた。¹⁾

歯形を円弧と直線で近似した場合、理論インボリュート曲線との差を求めてみると、測定に用いた $m4, z=80$ の歯車では、歯先でその差は直線近似で $150\ \mu\text{m}$ 、円弧近似で $14\ \mu\text{m}$ である。従って円弧近似の方が近似度が高い。またこの測定法は歯の倒れや歯形の変化を検出することも容易である。

このように大、中形の内歯車の歯形測定では、(a)(b)測定法と比較して円弧近似歯形測定法は、測定が円弧状に回転する測定子のみで行なわれることから、円弧の中心を正確に位置決めできれば、歯形誤差を検出する方法として、測定器の製作も、測定法も共に容易で、しかも精度が良くなることが考えられる。

3. 測定器の原理と歯形曲線の補正

図1のように基礎円半径 r_b 、ピッチ円半径 r_o の内歯車が中心 O で回転できるように支えられ、点 O, R, P が図のような関係位置にあるとする。



図一 測定器の原理

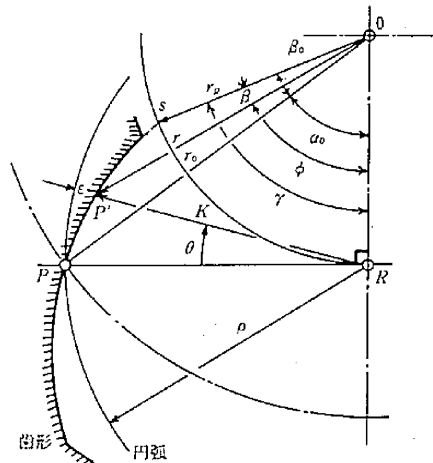
円弧近似歯形測定法による歯形の測定は、この R を中心に持つアームの先端に測定子（針）を取り付け、アームを回転させて歯形 I の誤差を求めようとするものである。そのアーム、即ち回転半径 ρ は圧力角を α_0 とすると、

$$\rho = r_o \sin \alpha_0 \quad (1)$$

であらわされる。

このアームの先端に取り付けられた測定子は、あらかじめ P 点でメータの針が 0 目盛を指すように検定されている。従って内歯車の歯形を測定するには、水平に調整されたアームの先端の測定子を歯溝に挿入し、 P' 点の歯形 II を P 点の歯形 I に近づけ、 P 点でメータの目盛が 0 目盛を指すようにする必要がある。0 目盛を指せば P 点を中心にアームを上下に回転させて歯形誤差が求められる。

この測定法を用いて歯形を測定するためには、内歯車の基礎円上に図1に示す R 点を正確に求める必要がある。この R 点は外歯車では歯車の中心軸を基準にして求められるのであるが、内歯車では内径から測定に必要な中心軸を設定しにくい。従って内歯車の減速機本体への組込みを考慮して、歯車の外径を基準にして R 点を求めた。歯形 I の正しいインボリュート曲線とこの R 点を中心にした基準円弧との差を ϵ とし、これを補正值とする。この補正值を測定値から差引くことによって、本測定法では歯形誤差が求められるわけである。図2よりこの補正值を ϵ を計算する。



図二 $\epsilon = \rho - K$

$$\rho \sin \Delta\gamma = \delta_1 + r_g(1 - \cos \beta) \quad (5)$$

$$\delta_2 + \rho(1 - \cos \Delta\gamma) = r_g \sin \beta \quad (6)$$

$$(5) \text{より} \quad \rho \sin \Delta\gamma - \delta_1 - r_g = r_g \cos \beta \quad (7)$$

(7)²+(6)²より β を消去して、

$$\{\delta_2 + \rho(1 - \cos \Delta\gamma)\}^2 + (\rho \sin \Delta\gamma - \delta_1 - r_g)^2 = r_g^2$$

これを展開して整理すると、

$$\rho(\delta_2 + \rho) \cdot \Delta\gamma^2 - 2\Delta\gamma \cdot \rho(r_g + \delta_1) + \delta_1^2 + \delta_2^2 + 2\delta_1 r_g = 0 \quad (8)$$

ここで $\delta_1 = \delta_2 = 0$ のとき、 $\Delta\gamma = 0$ になるから

$$\text{故に} \quad \Delta\gamma = \frac{1}{2\rho} \left\{ \frac{\delta_1^2}{(r_g + \delta_1)} + \frac{\delta_2^2}{(r_g + \delta_1)} + \delta_1 \right\} + 2\delta_1 r_g / (r_g + \delta_1) \quad (9)$$

となる。

図5に示すように R_2 を極、 X を始線として K を導くと、 $R_3 (r_1, \theta_0)$ を中心とする半径 ρ の円の極方程式は、

$$\rho^2 = K^2 + r_1^2 - 2Kr_1 \cos(\pi - \theta - \theta_0) \quad (10)$$

ここで

$$\begin{cases} r_1 = \sqrt{(\rho \sin \Delta\gamma)^2 + \rho^2(1 - \cos \Delta\gamma)^2} \\ \theta_0 = \frac{\pi}{2} + \frac{\Delta\gamma}{2} \end{cases} \quad (11)$$

であるから、これらを(10)、(11)式に代入して整理すると、 K は負となることがないので、

$$K = \frac{\sqrt{2} \rho (1 - \cos \Delta\gamma)^{1/2} \sin\left(\theta + \frac{\Delta\gamma}{2}\right) + \sqrt{2\rho^2 \sin^2(\theta + \Delta\gamma/2)}}{-2\rho^2 \cos \Delta\gamma \sin^2(\theta + \Delta\gamma/2) + 2\rho^2 \cos \Delta\gamma + \rho^2}$$

ここで $K = A + \sqrt{B}$ とし、

$$B \approx \rho^2(1 - \Delta\gamma^2), \quad A \approx \rho \cdot \Delta\gamma(\theta + \Delta\gamma/2)$$

と近似すると、

$$\begin{aligned} K &= A + \sqrt{B} \text{ は、} \\ K &\approx \rho \Delta\gamma(\theta + \Delta\gamma/2) + \sqrt{\rho(1 - \Delta\gamma^2)} \\ &\approx \rho \cdot \Delta\gamma \cdot \theta + \rho \end{aligned} \quad (12)$$

となる。よって測定誤差 ε_1 は、

$$\varepsilon_1 = \rho - K = -\rho \cdot \Delta\gamma \cdot \theta \quad (13)$$

よって(9)と(13)式から ε_1 は

$$\varepsilon_1 = -1/2 \left\{ \frac{\delta_1^2}{(r_g + \delta_1)} + \frac{\delta_2^2}{(r_g + \delta_1)} + 2\delta_1 r_g / (r_g + \delta_1) \right\} \cdot \theta \quad (14)$$

であらわすことができる。

この式に種々の測定中心誤差やローラの誤差を代入し、歯形誤差への影響を調べる。

(a) R 点に $\delta_1 = 1 \text{ mm}$, $\delta_2 = 0$ の位置誤差がある場合

ここで $\delta_1^2 / (r_g + \delta_1) \ll 2\delta_1 r_g / (r_g + \delta_1)$ と考えると、

$$\Delta\gamma = 1/\rho \cdot \delta_1 \cdot r_g / (r_g + \delta_1)$$

よって(14)式より誤差 ε_1 は、

$$\varepsilon_1 = -\delta_1 \cdot r_g / (r_g + \delta_1) \cdot \theta$$

となる。これに数値を代入してみる。その誤差は被測定歯車の歯の歯末で最大になる。 $m4$, $z = 80$ の歯車では

$r_g = 150.3508 \text{ mm}$, $\theta = \left| \frac{6}{78} \right|$ となるから、 $\delta_1 = \pm 1 \text{ mm}$, 0.5 mm について計算すると次のようになる。

$$\begin{array}{ll} \delta_1 = \pm 1 \text{ mm} & \delta_1 = \pm 0.5 \text{ mm} \\ \varepsilon_1 = -76.4 \mu\text{m} & \varepsilon_1 = -38.3 \mu\text{m} \end{array}$$

この図6(b)(c)と比較するために、図6(a)に $\delta_1 = 0$ のときの誤差曲線を示す。この場合の誤差は歯末から歯元に向かって歯形曲線の傾きとなって現れるのが特長である。これは又内歯車歯切り用定位置ホブ²⁾による歯切りの際、切込み誤差がある場合の歯形曲線の傾きと同様である。また δ_1 の誤差があると得られる歯形曲線は右と左で傾きが異なる。

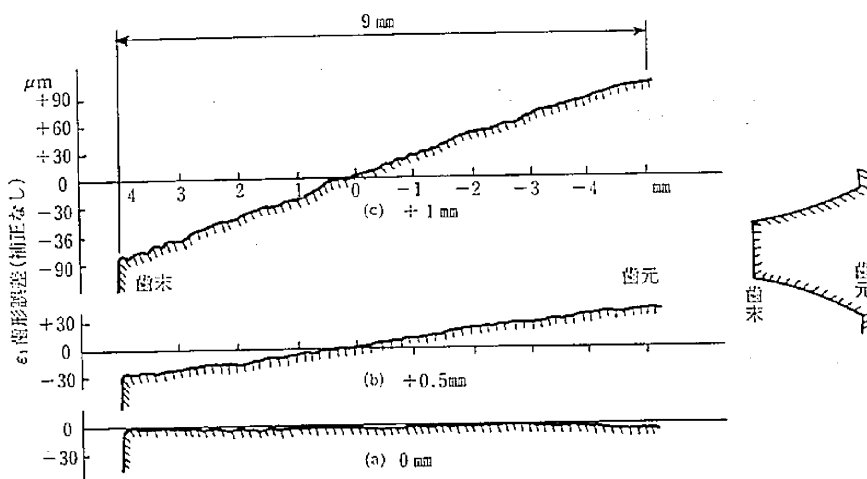
これらの曲線からわかるように測定中心に $\delta_1 = 1$, 0.5 mm , $\delta_2 = 0$ の誤差があると、その歯形誤差は δ_1 の量に対して約 $1/6$ に縮小された誤差として影響する。従って測定器の δ_1 の誤差を $10 \mu\text{m}$ 程度以内に製作できれば、 $\varepsilon_1 = 1 \mu\text{m}$ 程度におさえることができる。これは十分に可能であろう。

(c) R に $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = \pm 1 \text{ mm}$ の位置誤差がある場合

この場合は図4に示すように、回転中心 R が水平方向にのみ $\delta_2 = \pm 1 \text{ mm}$ の誤差をもつ場合で、次のように求められる。

$$(9) \text{式より、} \Delta\gamma = 1/2\rho(\delta_2^2/r_g) = 1/2\rho \times 6.6 \times 10^{-3}$$

$$(14) \text{式より、} \varepsilon_1 = -0.25 \mu\text{m} \quad \left(\theta = \left| \frac{6}{78} \right| \right)$$



図一六 R点に垂直方向の誤差がある場合の歯形曲線

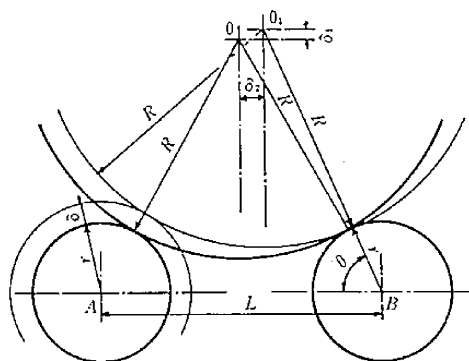
この値は非常に小さい。したがってあまり神経質に加工精度を上げる必要はない。要は δ_1 をできるだけ小さくすること、即ち $\delta_1 = 0$ であれば最も精度よく歯形測定ができることを示している。

4.2. ローラ径に図7に示すように誤差がある場合

この場合は、図7から分かるようにローラの上に乗っている歯車の中心 O は O_1 (垂直方向 δ_1 、水平方向 δ_2) 方向へ移動する。

この誤差を図より求めてみると、角度 θ は $\angle O_1BA$ であるから、

$$\cos \theta = \{L^2 + \{-2\delta(R+r) - \delta^2\} / 2L(R+r)\}$$



図一七 ローラに誤差がある場合のO点の移動

ここで製作した測定器において、 $R+r=L$ と設計したのでこれを代入して、

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \{L^2 - 2\delta L - \delta^2\} / 2L^2 \\ &= 1/2 \{1 - 2\delta/L - (\delta/L)^2\} \end{aligned}$$

$(\delta/L) \approx 0$ とすれば

$$\delta_2 = (R+r) \cos \theta - L/2 = -\delta \quad (15)$$

$$\delta_1 = (R+r) \sin \theta - \sqrt{3}/2 \cdot L = \delta/\sqrt{3} \quad (16)$$

となる。ここで(15)、(16)式を(9)式に代入して $\Delta\gamma$ を導くと、

$$\begin{aligned} \Delta\gamma &= 1/2\rho \left[\left(\frac{\delta}{\sqrt{3}} \right)^2 / \left\{ r_k + \frac{\delta}{\sqrt{3}} \right\} \right. \\ &\quad \left. + (-\delta)^2 / \left\{ r_k + \delta/\sqrt{3} \right\} + 2\delta/\sqrt{3} \cdot r_k / \left\{ r_k + \delta/\sqrt{3} \right\} \right] \end{aligned}$$

これに $\delta = 1.15 \text{ mm}$ を代入して $\Delta\gamma$ を求めると、

$$\Delta\gamma = 1/2\rho \cdot 1.333$$

になる。この $\Delta\gamma$ を(9)式に代入すると、

$$\varepsilon_1 = -0.666 \cdot \theta$$

となる。ここで $\theta = \left| \frac{6}{78} \right|$ では、 $\varepsilon_1 = -51.3 \mu\text{m}$ となる。この計算結果を図8に示す。この誤差を数 μm 以内にするには δ を $2/100 \text{ mm}$ 以内に工作する必要がある。これは十分可能な精度である。

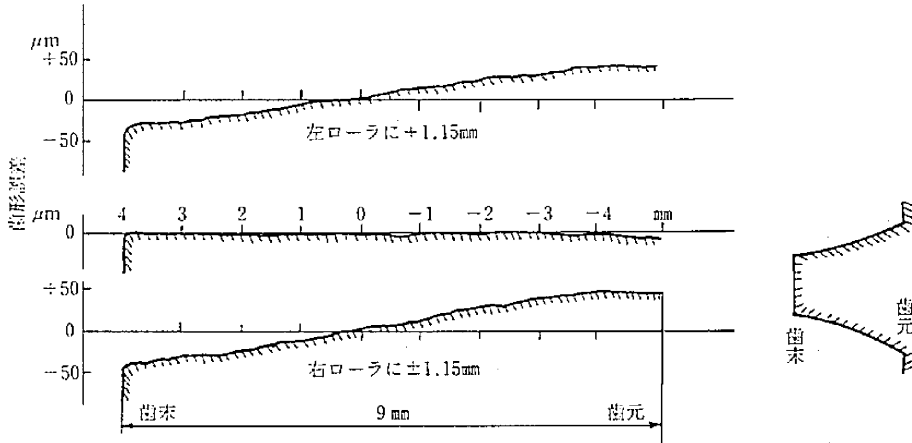


図-8 ローラの直径に誤差がある場合の歯形曲線

4.3. アームの水平誤差

図9に示すようにアームの水平が狂って $\Delta\theta$ の誤差を生じた場合、 P 点にあった正しい位置の歯形が P'' 点まで微動させられ、そのとき測定子は P_1 点で歯形と接触し、メータは0目盛を指していたことになる。この状態から測定を始めると、アームが水平になる P 点の測定値に $\overline{PP'}$ 相当の数値が加算されることになる。しかも歯形と円弧の交叉角が小さくなる。したがって誤差曲線の傾きは、 R 点に δ_1, δ_2 の誤差がある場合のそれと逆になる。これを修正するには正しい位置に歯形を戻し、 $\Delta\theta = 0$ の近傍で4~5回歯形を測定し、歯形誤差の曲線がほぼ直線になることを確かめるべきである。さらに ρ と同じ長さで反対側にダイヤルゲージを取付け、 $\Delta\theta = 0$ になる高さを定盤からの高さとして記録しておくようにすれば、繰り返し測定誤差を小さくすることができる。

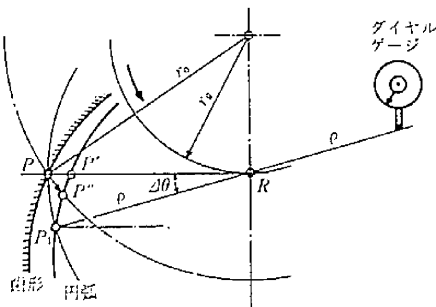


図-9 アームの水平誤差

4.4. アームの長さ ρ に誤差 $\Delta\rho$ のある場合

この場合の接触状態の変化は、4.2.で述べたようにアームの中心 R 点の位置誤差は0で、 $\delta_2 = \Delta\delta$ の場合に相当する。この場合は測定誤差にほとんど影響しなかった。これに対して $\delta_1 = 0$ で、アームに $\Delta\rho$ の誤差があった場合の歯形誤差は図10より、

$$\rho^2 = \Delta\rho^2 + K^2 - 2\Delta\rho \cdot K \cos(\pi - \theta)$$

$$\rho^2 = \Delta\rho^2 + K^2 - 2\Delta\rho \cdot K \cos \theta$$

$$\therefore K = \frac{-\Delta\rho \cos \theta \pm \sqrt{\Delta\rho^2 \cos^2 \theta - \Delta\rho^2 + \rho^2}}{-\Delta\rho \cos \theta + \rho}$$

となる。これを(3)式に代入すると、歯形誤差 ϵ_1 は、

$$\epsilon_1 \approx -\Delta\rho \cdot \frac{1}{2} \theta^2$$

となる。

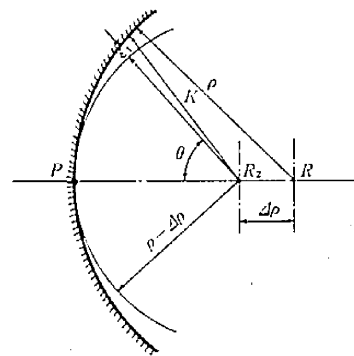
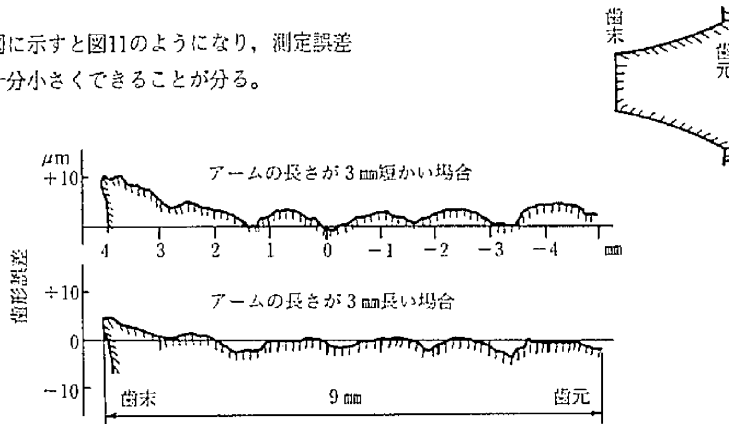


図-10 アームの長さ誤差がある場合

この $\Delta\rho$ にあり得ないような大きな誤差 $\pm 3\text{ mm}$ を与えてみると、

$$\epsilon_1 = \pm 9 \mu\text{m} \quad \left(\theta = \left| \frac{6}{78} \right| \right)$$

となる。これを図に示すと図11のようになり、測定誤差に対する影響を十分小さくできることが分る。



図一11 アームの長さに誤差がある場合の歯形曲線

5. まとめ

大、中形の内歯車を容易に、しかも精度よく測定するために、円弧基準方式の内歯車歯形測定器を考察設計した。

本測定器は内歯車用材が内外径を同心に同時に加工されていることに着目し、この外径を規準にして基礎円上の R 点を正確に位置決めし、 R 点を中心に回転半径 ρ を持った測定子で歯形を測定するものである。したがって測定器の主要部分の誤差が直接歯形へ影響するのでこれを調べた。その結果、工作精度を各々 $10 \mu\text{m}$ 以下におさえれば、内歯車の歯形測定器として、本測定器が十分使用できることが分った。

参考文献

- 1) 会田俊夫, 精密機械20-8, (昭29-8), 285
- 2) 坂本, 中村他2名, 九州工大研究報告, 27号 (昭48-6) 37.