

WIENER フィルターを利用したデジタル 画像復元に関する一考察

(昭和54年5月30日 原稿受付)

電子工学教室	近	藤	浩
同 (大学院)	山	健	二
電子工学教室	高	城	洋
			明

Considerations in Digital Image Restoration by Using a Discrete Wiener Filter

by Hiroshi KONDO
Kenji YAMAGATA
Hiroaki TAKAJHO

Abstract

When we use a discrete Wiener filter in digital image restoration, we need a priori knowledges of the power spectrum of the ideal image and the noise. This is the difficulty that we encounter in using this filter in digital image restoration.

In this paper we estimate these quantities from the blurred image by a new method which is based on Constrained Least Squares Estimation proposed by B. R. Hunt. Thus, a discrete Wiener filter will be utilized more easily in digital image restoration. Indeed, when we apply this filter to the image restoration, all that we require is only the information of the point spread function of the imaging system. The resulting restored image is not inferior to that restored by the other filters.

We also consider to make use of the Modulation Transfer Function of human visual sense in this Wiener filter.

The resulting filter produces rather more sharp-cut edges in the restored image than a usual Wiener filter.

An example of the restoration method implemented on a digital image is shown.

1. まえがき

一般に定常系に於いて平均自乗誤差を最小にするという意味で最適なウィナーフィルターは最もよく知られたフィルターの一つであるが、その前もって必要とする情報量が多いために画像復元問題に対してはあまり用いられてはいない。また、従来このフィルターを画像復元に適用すると復元された画像はかなり平滑化されるという報告もある。

本論文では、まず必要な情報量を点拡がり関数だけにし、附加的なランダムノイズと画像信号のパワースペクトル

を劣化画像から推定する方法について述べ、次にその復元画像について、他のフィルターと比較検討してみた。この結果復元された画像の画質はかなり優れたものであり、十分実用になると確信する事ができた。

さらに対象となる画像によってはよりシャープなエッジが望まれる事もしばしばあり、その時には視覚の空間周波数特性を応用してエッジシャープニングを行う方法についても検討を試みたのでここに報告する。

2. 画像モデル

ここで取り扱う画像復元問題に対する基礎的なモデル

は空間不変系であり、次式で表わされるものとする。

$$g(x, y) = \int_0^x \int_0^y h(x-x_1, y-y_1) f(x_1, y_1) dx_1 dy_1 + \epsilon(x, y) \quad (1)$$

ここに g は劣化画像、 h は画像を構成する系の点拡がり関数、 f は理想画像、 ϵ はランダムノイズとする。

(1)式は連続量であるので、デジタル処理を行うためディスクリート表示をすると³⁾

$$g(j, k) = \sum_{m=0}^j \sum_{n=0}^k h(j-m, k-n) f(m, n) + \epsilon(j, k) \quad (2)$$

となる。

ここで g, h, f 及び ϵ はそれぞれに対応する関数をサンプリングする事によって得られた $(M+J-1) \times (N+K-1)$, $J \times K$, $M \times N$, $(M+J-1) \times (N+K-1)$ のマトリクスである。

ここで言うデジタル画像復元とは g と h が与えられた時に、理想画像 f を推定する事である。ウィナーフィルターを使用するに当っては f と ϵ はガウシアン過程に従う事が仮定されるが一般に f がガウス分布しているという事は殆んどない。しかし期待値がガウス過程に対し最適であれば任意の像に対してもある程度有効であろうと予想される。又 f と ϵ は空間的な定常確率過程で互いに独立であると仮定する。

3. パワースペクトルの推定

(2)式の形をより簡単に次のように書く。

$$g(j, k) = f_h(j, k) + \epsilon(j, k) \quad (3)$$

$$\text{ここで、} f_h(j, k) = \sum_{m=0}^j \sum_{n=0}^k h(j-m, k-n) f(m, n) \quad (4)$$

g, h, ϵ は各々 $(M+J-1) \times (N+K-1)$ のマトリクスとなっているが次に相関をとる必要上、零をつけ加えて拡張した $U \times V$ のサイズとする。ここに

$$U \geq 2(M+J)-3, V \geq 2(N+K)-3$$

即ち、

$$g_i(j, k) = \begin{cases} g(j, k) : \begin{cases} 0 \leq j \leq M+J-1 \\ 0 \leq k \leq N+K-1 \end{cases} \\ 0 & \begin{cases} M+J \leq j \leq U-1 \\ N+K \leq k \leq V-1 \end{cases} \end{cases}$$

以下 $f_{h_i}(j, k)$, $\epsilon_i(j, k)$ も同様である。

3.1 空間的自己相関関数

劣下画像 g_i の空間的自己相関関数 $R(n, \ell)$ は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} R(n, \ell) &= E_i\{g_i(j, k) \cdot g_i(j-n, k-\ell)\} \\ &= E_i\{f_{h_i}(j, k) \cdot f_{h_i}(j-n, k-\ell)\} \\ &\quad + E_i\{\epsilon_i(j, k) \cdot f_{h_i}(j-n, k-\ell)\} \\ &\quad + E_i\{f_{h_i}(j, k) \cdot \epsilon_i(j-n, k-\ell)\} \\ &\quad + E_i\{\epsilon_i(j, k) \cdot \epsilon_i(j-n, k-\ell)\} \end{aligned} \quad (5)$$

但し E_i は期待値演算子で

$$\begin{aligned} E_i\{g_i(j, k) \cdot g_i(j-n, k-\ell)\} \\ = \sum_{j=0}^{M+J-1} \sum_{k=0}^{N+K-1} g_i(j, k) \cdot g_i(j-n, k-\ell) \end{aligned} \quad (6)$$

ここに n, ℓ は整数でそれぞれ

$$\begin{aligned} -(M+J)+1 \leq n \leq M+J-1, \\ -(N+K)+1 \leq \ell \leq N+K-1 \end{aligned}$$

(5)式の第1項は理想画像に点拡がり関数がたたみ込まれた関数の空間的自己相関関数、第2、第3項は f_{h_i} とノイズ ϵ_i との空間的相互相関関数、最後の項はノイズの空間的自己相関関数である。ここで第2、第3項は f と ϵ が統計的に独立であるという仮定から零とされる。(実際的には劣化画像 g から求めるのであるから、零となり得ないが g のサンプル点のある程度 (例えば 128×128) 以上にすれば第1、第4項に比較してかなり小さな値となる事が確かめられたので、その項は無視しても差しつかえないと思われる。) 一般に画像の自己相関関数は指数関数的に減少する事が分っているので、(5)式の第1項は大略この形に従うなめらかな関数となる事が予想される。

ところで、画像を統計的に処理する場合、劣下画像 g はランダム過程の母集団から抽出された一つの標本値として処理される事が多い。この場合、理想画像やノイズは一般に各々のランダム過程から抽出された標本値としてとり扱われるが理想画像の自己相関や共分散関数は前述の様に単調減少の指数関数近似を行う場合が多いようである。一方、ノイズについてはそれが白色性のもでも空間的な自己相関関数の形は標本値が有限サンプル点の為、完全に無相関になる事はない。これは有限開口を持ったレンズによる結像系の様に物体強度関数に矩形波関数がかけられる効果によるものであろう。いわゆるウ

インドニング効果である。又、サンプル点が少なくなればなる程、本来の統計量とは異なった性質を持つようになり統計的に処理する事が無意味になる場合もある。

一般にノイズに関しても前もってその統計量が既知とされる事が多く、従って従来の Wiener フィルターには殆んどアプリオリな情報のみを使用していたようである。

我々が今回試みた限りでは劣化画像が有限サンプル点である以上ノイズも劣化画像から空間的に求めた相関関数(或いはパワースペクトル)を用いた方が Wiener フィルターに関しては、すぐれた復元画像を得た。これは空間的に求めた統計量の方がその標本値自体のもつ特徴をよく表現し得るからであろうか。

従って、本論では、必要な情報はすべて劣化画像から空間平均的にもとめたものを使用する事にする。これは Maximum likelihood estimator による自己相関関数の推定に他ならない。

ここでノイズの空間的な自己相関関数、即ち(5)式の第4項を次式で表わす。

$$\begin{aligned} E_i\{\epsilon_i(j, k) \cdot \epsilon_i(j-n, k-l)\} \\ = \varphi_n(n, l) = \varphi_n(0, 0) + \varphi_n(n, l)_{n \neq 0, l \neq 0} \\ = A\delta(n, l) + \psi_n(n, l) \end{aligned} \quad (7)$$

ここに $\delta(n, l)$ は 2 次元ユニットサンプル数列で、次の様に定義される。

$$\delta(n, l) = \begin{cases} 1 : n = l = 0 \\ 0 : \text{上記以外の任意の } n, l \end{cases} \quad (8)$$

又 A は定数でノイズの総エネルギーを表わし、 $\psi_n(n, l)$ は

$$\psi_n(n, l) = \begin{cases} \varphi_n(n, l) : n = l = 0 \text{ 以外の任意の } n, l \\ 0 : n = l = 0 \end{cases}$$

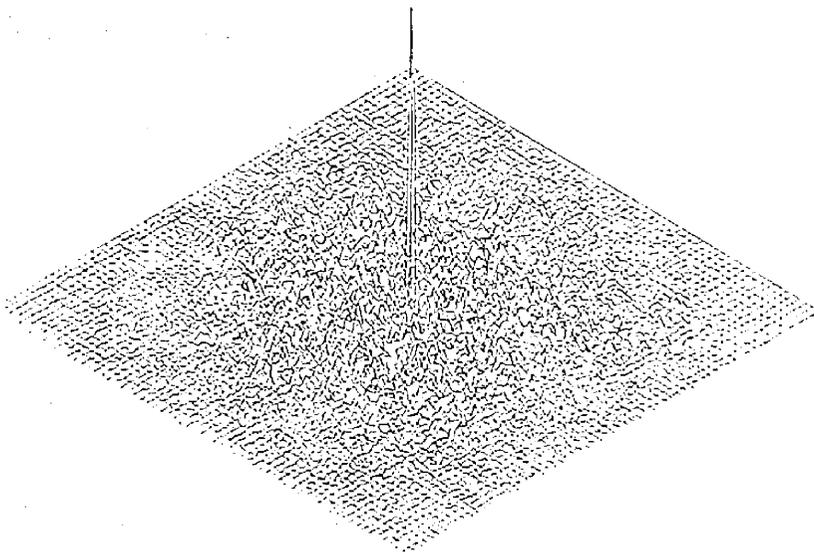
図(1)はサンプル点 (64×64) の白色性ノイズの空間的自己相関関数をプロッターを用いて示したものである。

$n = l = 0$ (中央突起部分) はこのノイズの総エネルギーを表わし、その周辺部分は全くランダムな振動を示している。サンプル点数が多くなればなる程この中央部にエネルギーが集中し、相対的に周辺の振巾は減少していくが、この中央部の振巾の自乗と周辺部の振巾の自乗総和には後に示すように興味ある関係がある。

3.2. 内挿によるノイズの総エネルギー推定

(7)式の右辺第1項 $\varphi_n(0, 0)$ はノイズの総エネルギー ($\sum_{j=0}^{63} \sum_{k=0}^{63} \epsilon^2(i, k)$) を表わしている。この量は後で必要となるのでここで推定しておく。

(5)式に於いて右辺第2, 第3項を無視し(7)式を代入す



図一 1 白色性ノイズの空間的自己相関関数 (64×64サンプル)

Fig. 1 Spatial Autocorrelation function of a white noise (64×64samples)

れば

$$\begin{aligned} R(n, \ell) &= E_i\{g_i(j, k) \cdot g_i(j-n, k-\ell)\} \\ &= E_i\{f_{n1}(j, k) \cdot f_{n1}(j-n, k-\ell)\} + A\delta(n, \ell) \\ &\quad + \psi_n(n, \ell) \\ &= Q(n, \ell) + A\delta(n, \ell) + \psi_n(n, \ell) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{ここに, } Q(n, \ell) = E_i\{f_{n1}(j, k) \cdot f_{n1}(j-n, k-\ell)\} \quad (11)$$

(10)式に於いて $n = \ell = 0$ 付近 (以下, 中心近傍と呼ぶ) では一般に

$$Q(n, \ell) \gg A \gg \psi_n(n, \ell) \quad n, \ell = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (12)$$

が成り立つ。これは理想画像の総エネルギーがノイズのそれよりかなり大きいとする仮定にもとづいたものである。これより中心近傍では(10)式は次の様に近似できる。

$$R(n, \ell) = Q(n, \ell) + A\delta(n, \ell) \quad (13)$$

さてここで一般的な画像はその自己相関関数の中心を含んだ列 (或いは行) 方向の断面の形が $Ke^{-\alpha|n|^{1.62}}$ に従って減衰する特性を持つ事が分っている¹⁾ (但し τ は画素差, K, α は定数) 従って点拡がり関数がたたみ込まれた画像も大略似た形となる事が予想され, ここでは中心付近のみを近似できればよいので経験的に $Ke^{-\alpha|n|^{1.62}}$ としている。ここで δ は結像系の点拡がり関数をガウス形とした時の標準偏差で, この場合は0.62である。

(13)式の第1項 $Q(n, \ell)$ について中心を含む方向の断面を図示すると例えば図(2)となる。ここで

$$Q(n, 0) = Ke^{-\alpha|n|^{1.62}} \quad (14)$$

これより

$$\begin{aligned} Q(1, 0) &= K_1 e^{-\alpha}, & Q(2, 0) &= K_1 e^{-\alpha \cdot 2^{1.62}}, \\ Q(3, 0) &= K_1 e^{-\alpha \cdot 3^{1.62}} \end{aligned}$$

これらを K_1 について解くと,

$$K_1 \approx Q(1, 0) \cdot [Q(2, 0)/Q(3, 0)]^{0.35} \quad (15-1)$$

又, 中心を含む行方向の断面についても同様の操作をすると,

$$K_2 \approx Q(0, 1) [Q(0, 2)/Q(0, 3)]^{0.35} \quad (15-2)$$

これらの平均を K とすると

$$K = Q(0, 0) = \frac{1}{2}(K_1 + K_2) \quad (16)$$

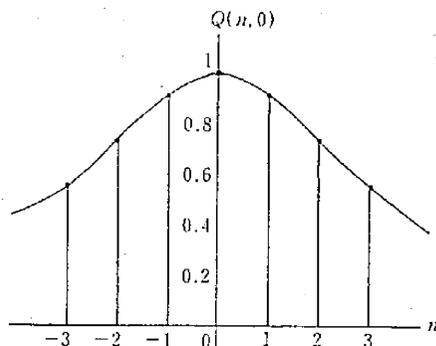


図-2 $Q(n, l)_{l=0}$ の断面図

$$\begin{aligned} \text{但し } Q(n, l)_{l=0} &= Ke^{-\alpha|n|^{1.62}} \\ &: K=1, \alpha=0.1 \\ &[K \text{ は } 1 \text{ に規格化している}] \end{aligned}$$

Fig. 2 A Cross section of $Q(n, l)_{l=0}$

$$\begin{aligned} \text{where } Q(n, l)_{l=0} &= Ke^{-\alpha|n|^{1.62}} \\ K &= 1, \alpha = 0.1 [K \text{ is normalized}] \end{aligned}$$

で近似できる。

$$(13)式より \quad R(0, 0) - Q(0, 0) = A \quad (17)$$

(16)式を(17)式に代入するとノイズの総エネルギー ($A = \sum_{j=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{L-1} \epsilon^2(j, k)$) が推定できる。

実際, シミュレーションの結果, 種々の画像に対して±3%以内の誤差で推定可能であった。

3.3. 理想画像とノイズのパワースペクトル推定

(10)式より

$$R(n, \ell) - A\delta(n, \ell) = Q(n, \ell) + \psi_n(n, \ell)$$

ここで

$$R(n, \ell) - A\delta(n, \ell) = p(n, \ell) \text{ とおくと} \quad (18-1)$$

$$P(n, \ell) = Q(n, \ell) + \psi_n(n, \ell) \quad (18-2)$$

$\psi_n(n, \ell)$ は図(1)の様に微小ではあるがランダムに激しく振動的である。 $Q(n, \ell)$ は $f_n(j, k)$ の空間的自己相関関数であるので一般になめらかな関数と予測される。これら二つの関数の和が $P(n, \ell)$ となる。

ここで, $\psi_n(n, \ell)$ は2次元配列の形をしているが, これを一行目から順に一つの列に並べた列ベクトル Ψ_n を作る。従って Ψ_n は $UV \times 1$ のベクトルとなる。同様に $P(n, \ell)$, $Q(n, \ell)$ を一列に並べた列ベクトルをそれぞれ

P, Q すると(20)式は次のベクトル式として書ける。

$$P = Q + \phi_n \quad (19)$$

ここで P を平滑化して Q の推定値を得る問題を考える。 Q の推定値を \hat{Q} とすると

$$\hat{Q}^T C^T C \hat{Q} \quad (\text{但し } ()^T \text{ は } () \text{ の転置を表わす。}) \quad (20)$$

を次の拘束条件に従って最小化する。

$$(P - \hat{Q})^T (P - \hat{Q}) = \phi_n^T \phi_n \quad (21)$$

これは条件付極値を求める問題であり、ラグランジェの未定係数を用いて簡単に解ける。

$$\hat{Q} = (\gamma C^T C + I)^{-1} P \quad (22)$$

ここに C は後述の様な形をした、なめらかさの度合を決定する $UV \times UV$ のブロックサーキュラント行列²¹⁾であり、 I は単位行列、 γ^{-1} はラグランジェ定数である。

これらの形は Hunt の提案した Constraint Least Square Estimation²¹⁾(以下 CLSE 法と略記する)の方法と同じである。元来 CLSE 法は第一種積分方程式のなめらかな解を得る目的で philip²¹⁾により考えられたもので、Hunt が2次元化を行い画像復元に応用したものである。

CLSE 法は我々が試みた限りでは SN 比が悪くなるにつれ解をアブレージングする傾向が強まり、画像復元問題に対しては、de-convolution のなめらかな解を得る手段とするよりむしろ単なる条件付極値を求める一つの平滑化法とみなした方が良いように思われる。実際、Hunt も点拡がり関数がデルタ関数である時 CLSE 法は非常によく画像を復元する事を述べている。

ここで(22)式を空間周波面で表現すると次式となる事が分る²⁾

$$|\hat{\mathcal{F}}_n(m, n)|^2 = \frac{1}{\gamma |\mathcal{C}(m, n)|^2 + 1} |\mathcal{F}_n(m, n)|^2 \quad (23)$$

但し $|\hat{\mathcal{F}}_n(m, n)|^2$ は $\hat{Q}(n, \ell)$ の2次元フーリエ変換である。 $|\mathcal{F}_n(m, n)|^2$ は $P(n, \ell)$ の2次元フーリエ変換であるが(18-1)式から分る様に $R(n, \ell)$ から $A \delta(n, \ell)$ を差し引いているため高周波域で負値となる恐れもある。パワースペクトルは負値はとらないので、この場合その周波数成分は零とするか $A \delta(n, \ell)$ を差し引かない

時の値で補正する必要がある。ここでは後者を採用している。又 $\mathcal{C}(m, n)$ はなめらかさの度合を決定する行列 $C(j, k)$ の2次元フーリエ変換であるが Hunt の論文[3]ではラプラシアンのような2階差分の行列を変換したものである。ここでは推定値への点拡がり関数の影響を考慮して空間周波数面で次の様に表わされるものを使用する。

$$\mathcal{C}(m, n) = \frac{D(m, n)}{\mathcal{F}_1(m, n)} \quad (24)$$

ここに $D(m, n)$ は $U \times V$ 行列のラプラシアンの2次元フーリエ変換である。これは同じノイズが加えられた画像の点拡がり関数がデルタ関数とそうでない場合について、除去したノイズの量が等しいという仮定から導かれるが本質的でないので省略する。

次に γ の決定であるが、これは(22)式で推定された \hat{Q} が(21)式を満たすように決定されなければならない。

ここで

$$\phi_n^T \phi_n = \sum_{n=0}^{U-1} \sum_{\ell=0}^{V-1} (\phi_n(n, \ell))^2 \quad (25)$$

ノイズがホワイトーガウシアン型である時(25)式と総エネルギー $(A = \sum_{i=0}^{U-1} \sum_{j=0}^{V-1} \epsilon^2(i, j))$ とは非常に興味ある関係があり、(25)式の値を B^2 とおくとほぼ

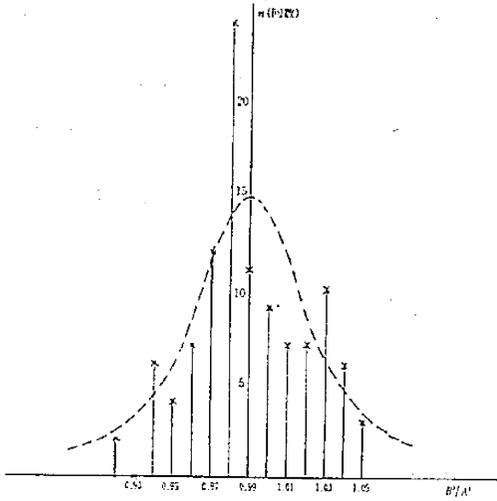
$$A^2/B^2 = 1/0.99 \quad (26)$$

が成り立つ。これは異なるホワイトーガウシアンノイズを100個ほど発生させ A^2 と B^2 の比を決定した結果から決定した実験式である。(図(3))はそのヒストグラムとガウシアン近似を示す。この比の値が 0.99 ± 0.05 の範囲内であれば(26)式が成り立つと仮定すると危険率4.36%となる。このグラフはサンプル点が 64×64 のものであるが $128 \times 128, 32 \times 32$ でも殆んど同様の結果が得られた。又、ホワイトーユニホーム型のランダムノイズに対しても非常に近い値となる事が確かめられた。

(22)式の推定値の性質上(23)式の値は厳密さを極めるものではなく、ここでは $A^2 = B^2$ としている。

従って(21)式の右辺 $\phi_n^T \phi_n$ の値は A^2 を用いる。

γ 決定のステップは文献(6)と同じで、(22)式左辺を Parseval の定理より空間周波数で表示するとすべて空間周波数面にて行える。詳細は紙面の都合上、文献(6)を参照し



.....はガウシアン近似 標準偏差 $S = 0.029$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)$$

平均値 $\bar{x} = 0.992$

図-3 B^2/A^2 の分布ヒストグラム
 Fig. 3 The Distribution Histogram of B^2/A^2
 Dashed curve is a gaussian approximation of this histogram.
 S (standard-deviation) = 0.029
 \bar{x} (average) = 0.992

ていただきたい。

(4)式の2次元フーリエ変換より

$$\mathcal{F}_{R_1}(m, n) = \mathcal{R}_1^*(m, n) \cdot \mathcal{F}_1(m, n) \tag{27}$$

以上より(28)式に(24), (27)式を代入すると

$$|\mathcal{F}_1(m, n)|^2 = \frac{1}{\gamma |D(m, n)|^2 + |\mathcal{R}_1^*(m, n)|^2} |\mathcal{R}_1(m, n)|^2 \tag{28}$$

又(28)式の両辺を2次元フーリエ変換すると

$$|\mathcal{R}_1(m, n)|^2 = |\mathcal{R}_1(m, n) \cdot \mathcal{F}_1(m, n)|^2 + |\mathcal{E}_1(m, n)|^2 \tag{29}$$

ここで $|\mathcal{R}_1(m, n)|^2$, $|\mathcal{E}_1(m, n)|^2$ は各々劣下画像の自己相関 R とノイズの自己相関 φ_n の2次元フーリエ変換である。

(28)式と(29)式より

$$|\mathcal{E}_1(m, n)|^2 = |\mathcal{R}_1(m, n)|^2 - |\mathcal{R}_1^*(m, n) \mathcal{F}_1(m, n)|^2 \tag{30}$$

(28), (30)式で Wiener フィルターに必要な情報がすべて得られ、理想画像の推定値のフーリエ変換は、次の様になる

$$\mathcal{F}_1(m, n) = \frac{\overline{\mathcal{R}_1(m, n)}}{|\mathcal{R}_1^*(m, n)|^2 + |\mathcal{E}_1(m, n)|^2 / |\mathcal{F}_1(m, n)|^2} \cdot \mathcal{R}_1(m, n) \tag{31}$$

実際には maximum likelyfood estimator から得られた自己共分散関数は漸近的にのみ真の共分散関数に等しくなるものであり、又そのフーリエ変換は真のパワースペクトルの推定値ではなくて、いわゆるペリオドグラムに他ならない。しかしながら復元されるべき理想画像がノイズと結像系のボケにより劣化画像となったと仮定すれば、この劣化画像の中にうもれている理想画像を復元できれば良い事になる。こういった観点から見ればペリオドグラムで十分なはずである。

これはある意味では決定論的にパワースペクトルを推定する事に相当しているが、有限サンプルの画像処理に対しては、このようにして求めたパワースペクトルを使用した方が、アプリアリな情報（例えば、画像の共分散関数は減少指数関数、等々）をすべての画像に適応して処理するよりも優れた結果を得るようである。

4. エッジシャープニング

画像復元に於いて対象となる画像は種々雑多であり、ノイズよりもむしろボケを抑えて分解能力を上げたい場合もある。例えば IC マスクの写真でラインとラインとの間隔を測定する時などは出来る限りラインのシャープネスを要求しよう。この様な場合は(31)式に示すような単なる復元フィルターよりもエッジシャープニングフィルターの方が都合がよい場合が多い。ここではシャープニングとして人間の視覚特性をウィナーフィルターに応用する事を考えてみる。視覚系の空間周波数特性 (MTF) は測定するパターンにより異なり、いわゆる正弦波 MTF と方形波 MTF とがある。本論ではエッジのシャープネスと関係があると思われる方形波 MTF を用いる。これは図(4)の様な特性曲線であり、ここではこれを(31)式で近似している。

$$|\mathcal{H}_c(f)|^2 = (1+0.0025f^2)\exp[-(f/50.0)^2] \\ 0 \leq f \leq 100 \text{ cycles/unit distance} \quad (32)$$

これはある一定の距離から見た時のカットオフ周波数を100 Cpd と正規化したものである。

今、図(5)の様な輝度パターンを人間がみた場合、図(6)の様なパターンとして受けとる事が分っている¹⁰⁾これはエッジを強調する効果(Craik-O'brien 効果)¹¹⁾であり、これを利用するとよりシャープなエッジが得られるものと思われる。そこで劣化画像が(2)式で与えられた時、理想画像のみに視覚特性を作用させた画像 g_e を考えると、

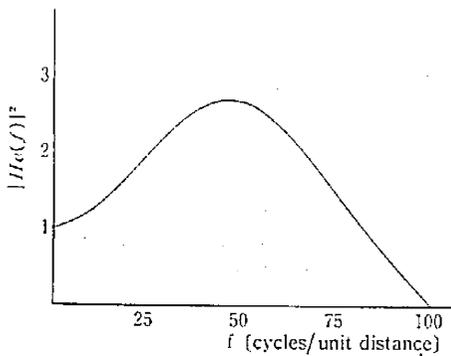


図-4 眼の周波数応答特性 [方形波 MTF]

Fig. 4 Frequency response of the eye. [rectangular MTF]

(信学技研報告 IE77-68参照)

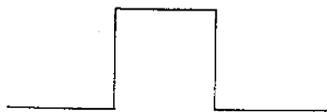


図-5 輝度パターン

Fig. 5 Intensity pattern

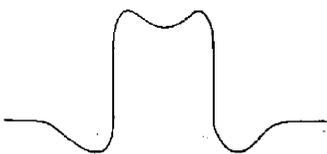


図-6 応答パターン

Fig. 6 Response pattern

$$g_e(i, \ell) = \sum_{j=0}^i \sum_{k=0}^{\ell} \sum_{n=0}^i \sum_{m=0}^k f(m, n) h(j-m, k-n) \\ \cdot h_c(i-j, \ell-k) + \varepsilon(i, \ell) \quad (33)$$

ここに h_c は視覚の方形波応答関数(32式の $\mathcal{H}_c(f)$ を逆変換したもの)で $T' \times K'$ のマトリクスとする。

ここで和の順序を交換し変数変換すると

$$g_e(m, n) = \sum_{k=0}^m \sum_{\ell=0}^n f_{hc}(k, \ell) \cdot h(m-k, n-\ell) \\ + \varepsilon(m, n) \quad (34)$$

ここに

$$f_{hc}(k, \ell) = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^{\ell} f(i, j) \cdot h_c(k-i, \ell-j) \quad (35)$$

この(35)式は理想画像を眼で見た時の画像でありエッジがかなりシャープになっているものと思われる。(34)式は(2)式と全く同じ形であり、従って Wiener フィルターを導く過程に於いて、形式的に f のかわりに f_{hc} とおけば、結局次の様になる。但しこの場合、数学的取扱の易さの為 f_{hc} が定常ガウス過程に従うものとされる。

$$\hat{\mathcal{F}}_c(m, n) = \frac{\overline{\mathcal{F}}(m, n) \cdot \mathcal{H}_c(m, n)}{|\mathcal{H}_c(m, n)|^2 + |\overline{\mathcal{E}}(m, n)|^2 / |\hat{\mathcal{F}}(m, n)|^2 + |\mathcal{H}_c(m, n)|^2} \quad (36)$$

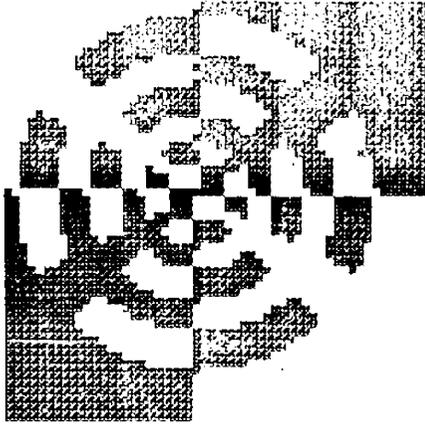
実際には $|\mathcal{H}_c(f)|^2$ の逆漸空間周波数(応答が零となる周波数)を画像サンプルの最高空間周波数に一致するようにし、それ故復元された画像もその距離だけ離れてみるようにするとよい。

5. 復元画像の評価

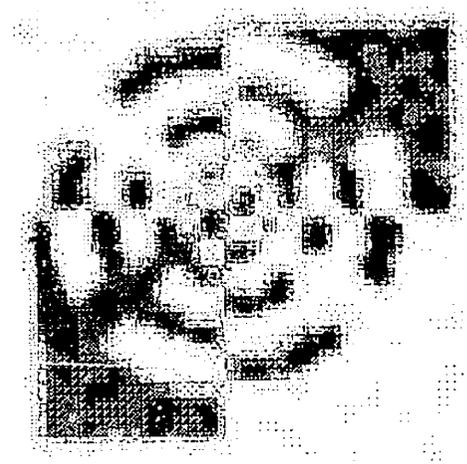
図(7)に3種類の復元画像例を示す。図(7-a)は理想画像、図(7-b)は劣化画像で 64×64 サンプルであり SN 比は10 dB である。図(7-c)は Hunt の方法による CLSE 法を用いて復元した画像である。この方法は SN 比がよい時は問題ないが SN 比が悪くなるとアレイジング効果が顕著になる。中心付近の解像度がかなり落ちていた事が図(7-c)から明らかであろう。図(7-d)は本文(3)式に示した Wiener フィルターによる復元画像である。ボケもノイズも適度に除去された事が劣化画像と比較すると明瞭である。Wiener フィルターでは必要

とする情報量がやや多いがそれらを正確に推定すればかなり優れた画像を復元してくれるように思われる。図(7-e)は本文(8)式に示すシャープニングフィルターであ

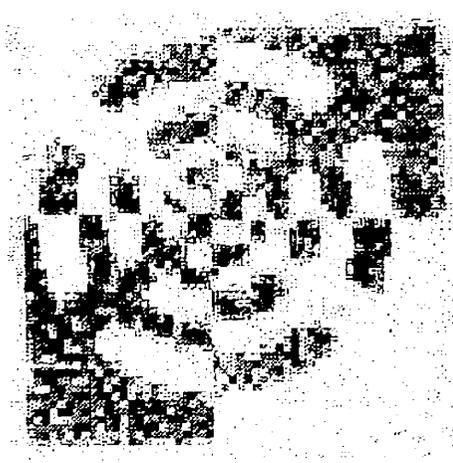
る。ノイズは図(7-d)より若干ふえるがエッジの切れ込みがより鋭くなっている事が分る。シャープネスを要求する画像の復元には適していると言えよう。



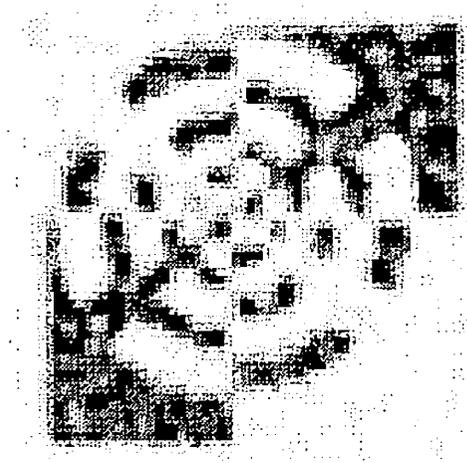
図(7-a) 理想画像 [dot プリンター出力]
Fig. (7-a) Ideal Image



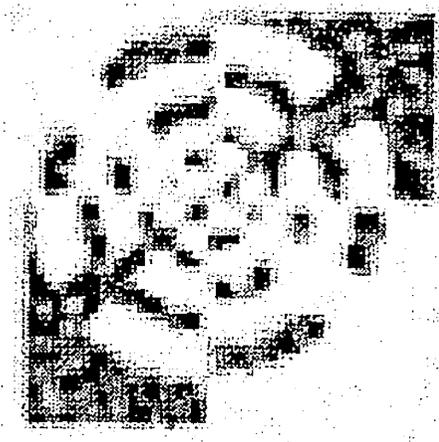
図(7-c) CLSE 法による復元画像
Fig. (7-c) The Image restored by CLSE method



図(7-b) 劣下画像
Fig. (7-b) Blurred Image



図(7-d) Wiener フィルター(本文(3)式)による復元画像
Fig. (7-d) The image restored by Wiener filter in Eq. (3) of this paper



図(7-e) シャープニングフィルタ(本文(36)式)による復元画像

Fig. (7-e) The Image restored by the sharpening filter in Eq. (36) of this paper

6. むすび

Wiener フィルタに必要な情報である理想画像とノイズのパワースペクトルを劣化画像から推定し、このフィルタを画像復元フィルタとして、より使い易くした。この結果、他の復元フィルタと比較しても決して劣らない画質を再現し実用上十分である事が確かめられた。線形空間不変系の画像復元フィルタとして、Wiener フィルタは今後も中心的存在であろうが、今後は結像系の点拡がり関数を推定する問題、更には位相を含めた空間周波数面での復元処理問題へと進展していくであろう。

おわりに本研究を進めるにあたって、終始協力してくれた大学院生、富崎幹雄君に深く感謝する。

参考文献

- 1) "画像の情報処理(1, 2, 3, 7章)" 榎本肇著コロナ社。
- 2) "Digital Image processing" B. R. Hunt, Proceedings of the IEEE Volume 63 No. 4 APRIL 1975 pp. 693-708.
- 3) "The Application of Constrained Least Squares Estimation to Image Restoration by Digital Computer" B. R. Hunt, IEEE Trans on Comp. volume C-22 No. 9 SEPT 1973 pp. 805-812.
- 4) "光学情報処理" 辻内, 村田, 朝倉書店 pp. 171-238.
- 5) "A Technique for the Numerical Solution of Certain Integral Equations of the First Kind" DAVILL. PHILLIPS, J. Ass. Comput. Math., volume. 9, 1962, pp. 97-101.
- 6) "Constrained Least Squares Estimation 法による画像復元について" 高城, 近藤, 隈本, 永田, 信学論, volume. 59-A No. 11, 1976, pp. 1020-1021.
- 7) "Digital Signal Processing" Alan V. Oppenheim & Ronald W. Schafer, PRENTICE-HALL, INC., Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.
- 8) "Improved Methods of Maximum a Posteriori Restoration" H. J. TRUSSELL & B. R. Hunt, IEEE Trans. on Comput. Volume C-27, No. 1, JANUARY 1979, pp. 57-62.
- 9) "視覚の空間周波数特性とクレイク・オブライエン効果" 磯野春彦, 信学技研報告, Volume IE-77, No. 68, Feb. 1978, pp. 27-35.
- 10) "感覚と工学(エンジニアリング・サイエンス講座3)" 樋渡清二, 共立出版, 1976, p. 81.