

状態推定精度の判定関数とその電力系統への応用

(昭和54年10月5日 原稿受付)

情報工学教室	高	田	等
情報工学教室大学院	内	野	英治夫
電気工学教室	高	田	茂夫

A Judging Function of the State-Estimation Accuracy and Its Application to the Electric Power System

by Hitoshi TAKATA
Eiji UCHINO
Shigeo TAKATA

ABSTRACT

We need the accurate estimates of all the state variables to perform the optimal control policies. A great number of papers have been presented on the state estimation problems for that purpose, however there are quite few on judgement of accuracy for the resulting estimated values. Therefore, we present in this paper the judging function which judges whether the estimated values are close enough to the true values or not.

The remainder of the paper is devoted to the accuracy problem of the transient state estimation of a synchronous machine system with an infinite bus. We have obtained the splendid results by the computer simulations.

1. 序論

システムを最適制御するためには、すべての状態量ができるだけ正確に知らなければならない。そのための状態推定法としては、数多くの論文が提出されている。しかし、その結果の推定精度判定に関する研究は、ほとんど見うけられない。

そこで、本稿では、状態推定の精度判定において、その規範となるような関数、言い換えれば、推定値が真値に十分近くなったと判断するための基準となる判定関数を提案し、それについて考究した。

最後に、例題として、一機無限大母線系統の過渡状態推定問題に本判定関数を適用した。その結果は十分に満足のゆくものであり、これにより本判定関数の有効性が実証された。

2. 推定精度の判定関数

連続力学系が、

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), t) \quad (1)$$

及び、離散形観測系が

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t_k)) \quad (2)$$

で与えられるシステムについて考察する。

ここで、 \mathbf{x} は n 次元状態ベクトル、 \mathbf{y} は m 次元観測ベクトル、 \mathbf{f} 、 \mathbf{h} はそれぞれ、 n 次元及び m 次元ベクトル値関数である。観測は t_1, \dots, t_k, \dots の時刻で行なわれ、 t_k における状態値は $\mathbf{x}(t_k) = \mathbf{x}_k$ で、観測値は \mathbf{y}_k である。

さて、一般に

“ $x = x'$ ならば、任意の関数 G に対して $G(x) = G(x')$ ” でなければならない。

そこで特に、任意の c^1 級の関数 $\mathbf{g}(\mathbf{x}(t))$

$$\mathbf{g} : R^n \longrightarrow R^l \quad (1 \leq l < \infty)$$

を導入すれば、

$$\frac{d}{dt} \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) \quad (3)$$

である。ここで、(3)式の両辺の積分の差を $G(\mathbf{x}_k)$ と定義すれば、

$$G(\mathbf{x}_k) \triangleq \mathbf{g}(\mathbf{x}_k) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_{k-1}) - \int_{t_{k-1}}^{t_k} \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) dt = 0$$

である。よって推定値 $\hat{\mathbf{x}}_k$ に関し、 $\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{x}_k$ であれば少なくとも、

$$G(\hat{\mathbf{x}}_k) = 0$$

が成立する。即ち、 $\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{x}_k$ であるための必要条件は任意のノルム $\|\cdot\|$ に関して、

$$J_{ud}(k) = \frac{\left\| \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k) - \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}) - \int_{t_{k-1}}^{t_k} \frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}^T} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, t) dt \right\|^2}{\varepsilon + \|\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k)\|^2 + \|\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1})\|^2 + \left\| \int_{t_{k-1}}^{t_k} \frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}})}{\partial \hat{\mathbf{x}}^T} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}, t) dt \right\|^2} + \frac{\|\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k\|^2}{\varepsilon + \|\mathbf{y}_k\|^2 + \|\hat{\mathbf{y}}_k\|^2}$$

を、判定関数と定義しよう。もちろん判定関数は2乗和に限定されるものではない。なお、 ε は正定数 ($\varepsilon > 0$) であり、 ε が精度判定の大きさを決め、しかも判定関数の分母が零になることによる計算機の悪条件 (ill-condition) を防ぐものである。

従って、

$$J_{ud}(k) = 0$$

が $\hat{\mathbf{x}}_k = \mathbf{x}_k$ の必要条件であり、 $J_{ud}(k)$ が十分0に近づいた時をもって推定値が真値に十分近づいたと判断するのである。

なお、関数 $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ の選び方や十分条件に関しては、今後に残された課題である。

3. 電力系統への応用例

ここでは、例題として同期発電機の過渡状態推定問題を取り扱う。無限大母線に直結した一機の発電機の動揺特性は、 δ を負荷角とすると、

$$M\ddot{\delta}(t) + D\dot{\delta}(t) + P_{em}\sin\delta(t) = P_{in} \quad (6)$$

で与えられる。ここに、 M は慣性定数、 D は摩擦係数、 P_{em} は最大電気出力、 P_{in} は機械入力である。

観測量としては、速度成分

$$y = \dot{\delta}(t) \quad (7)$$

を選んだ。

定常状態では、 $\dot{\delta} = \delta = 0$ より

$$P_{em}\sin\delta_\infty = P_{in} \quad .$$

ここで、次のような2つの状態量

$$\|G(\hat{\mathbf{x}}_k)\| = 0 \quad (4)$$

となることである。なお、その際観測値に関する観測予測誤差についても、

$$\|\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k\| = 0 \quad (5)$$

でなければならない。このことから、(4)、(5)式が推定精度の判定に寄与することがわかる。

よって、次のように重みを付けた (正規化)、(4)、(5)式の2乗和の関数

$$x_1(t) = \delta(t) - \delta_\infty, \quad x_2(t) = \dot{\delta}(t)$$

を定義すると、(6)、(7)式は

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -\frac{P_{em}}{M}\sin(x_1(t) + \delta_\infty) - \frac{D}{M}x_2(t) + \frac{P_{in}}{M} \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{観測系 } y_k = x_2(t_k) \quad (9)$$

となる。

ただし、 y_k は観測周期を T とした時の時刻 $t_k = kT$ での観測量である。

ここで用いた定数は単位法 (p. u.) 表示で

$$M = 2H/\omega = 0.0265 \quad (H = 5) \quad (\text{p. u.})$$

$$D = 0.005 \quad (\text{p. u.})$$

$$P_{em} = 1.0 \quad (\text{p. u.})$$

$$P_{in} = 0.8 \quad (\text{p. u.})$$

$$T = 1/60 \quad (\text{sec})$$

である。

(8)、(9)式のシステムに対し拡張線形オブザーバー^{(2),(3)}を合成したときの推定問題に対し、関数 $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ が次の場合の判定関数 $J_{ud}(k)$ について考究した。(付録参照)

$$1) \quad \mathbf{g}_1(\mathbf{x}) = x_1 + x_2$$

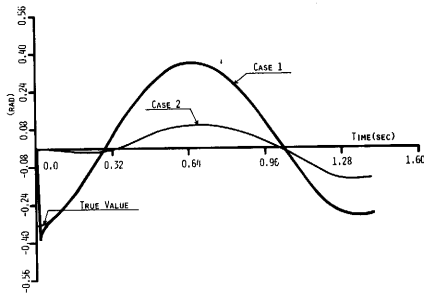
$$2) \quad \mathbf{g}_2(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2$$

$$3) \quad \mathbf{g}_3(\mathbf{x}) = x_1 + x_2 + x_1^2 + x_2^2$$

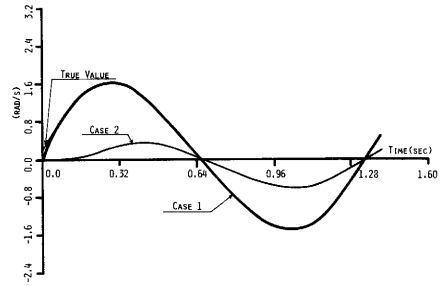
$$4) \quad \mathbf{g}_4(\mathbf{x}) = \log(1 + x_1^2 + x_2^2)$$

$$5) \quad \mathbf{g}_5(\mathbf{x}) = \sin x_1 + \cos x_2$$

$$6) \quad \mathbf{g}_6(\mathbf{x}) = \exp(x_1^2 + x_2^2)$$



Estimation of $x_1(t)$



Estimation of $x_2(t)$

Fig. 1 Estimation of $x(t)$ in Hunting Region, Case 1 and Case 2.

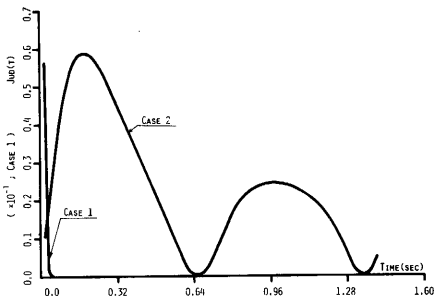


Fig. 1-1 $g_1(x)$.

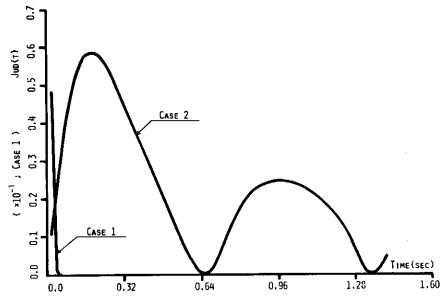


Fig. 1-2 $g_2(x)$.

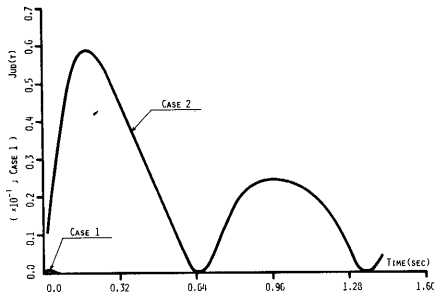


Fig. 1-3 $g_3(x)$.

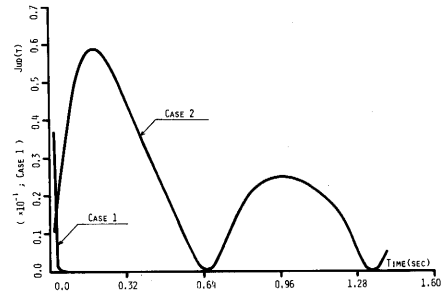


Fig. 1-4 $g_4(x)$.

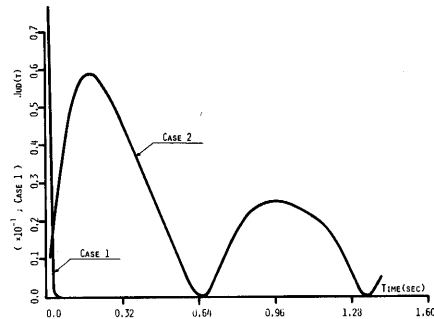


Fig. 1-5 $g_5(x)$.

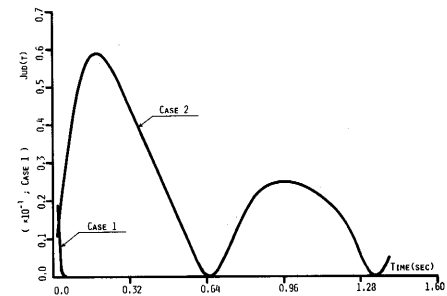
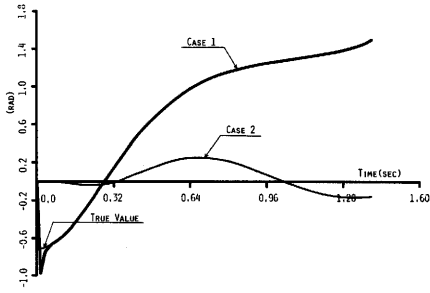
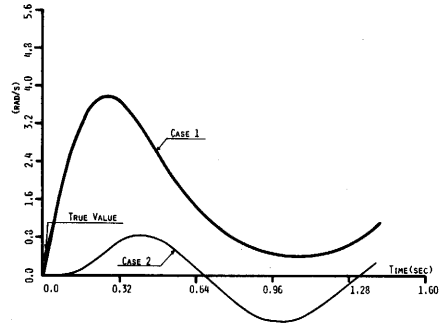


Fig. 1-6 $g_6(x)$.



Estimation of $x_1(t)$



Estimation of $x_2(t)$

Fig. 2 Estimation of $x(t)$ in Step-Out Region, Case 1 and Case 2.

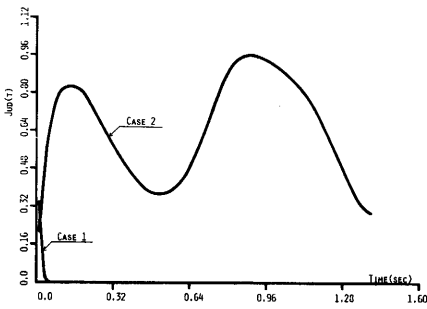


Fig. 2-1 $g_1(x)$.

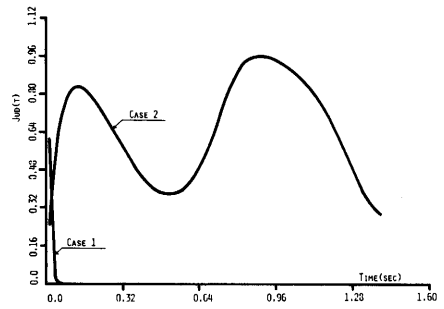


Fig. 2-2 $g_2(x)$.

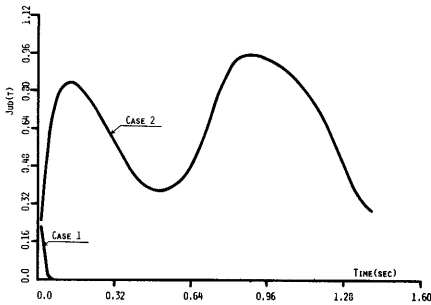


Fig. 2-3 $g_3(x)$.

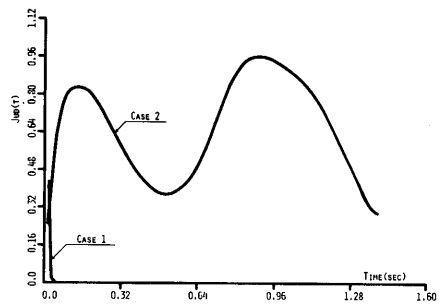


Fig. 2-4 $g_4(x)$.

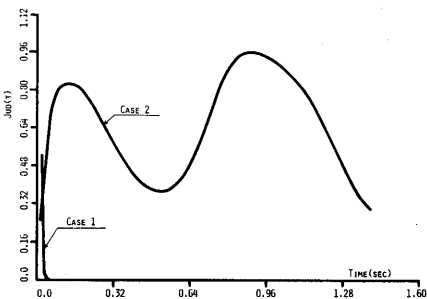


Fig. 2-5 $g_5(x)$.

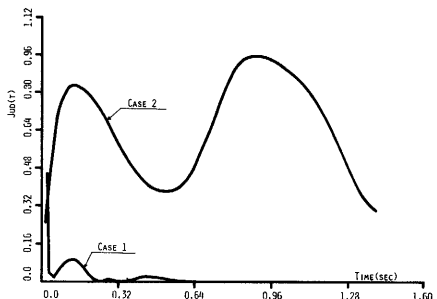


Fig. 2-6 $g_6(x)$.

〈Hunting Region〉

システムの初期真値及びオブザーバーの初期値は、

$$\begin{aligned} x_1(0) &= -0.327, & x_2(0) &= 0.200 \\ \hat{x}_{1,0|0} &= 0.0, & \hat{x}_{2,0|0} &= 0.0 \end{aligned}$$

とし、オブザーバーゲインの決定に当たり、正定値対称行列 $C_{0|0}$ 、 V_k は次の2組を採用した。

$$\text{Case 1: } C_{0|0} = 0.1I, V_k = 10^{-5}$$

$$\text{Case 2: } C_{0|0} = 0.1I, V_k = 10^2$$

ただし、 I は 2×2 単位行列である。

Case 1 は高い推定精度が得られる場合の例であり、Case 2 は、ほとんど得られない場合の例である。判定関数の ε としては、 $\varepsilon = 1.0$ を選び、積分としては最も簡単な台形公式を採用した。また、ノルムとしては、関数 $g(x)$ がスカラー関数であるため、絶対値ノルムを採用した。

〈Step-Out Region〉

システムの初期真値は、

$$x_1(0) = -0.722, \quad x_2(0) = 0.205$$

であり、他の値は Hunting Region の場合と同じものを選んだ。

以下に、Case 1, Case 2 の各場合において、関数 $g_1(x) \sim g_6(x)$ を使った時の $J_{ud}(t)$ のグラフを推定状況と共に示す。Hunting Region Case 1 の $J_{ud}(t)$ のスケールが Case 2 のその、($\times 10^{-1}$) になっていることに注意。

4. 結論

判定関数 $Jud(k)$ の分母のノルムが 0 に近くなった場合には、推定が進んだにもかかわらず、 $Jud(k)$ の値がかなり大きくなることも予想される。そのような現象を防ぐためにも ε は必要である。あるいは、関数 $g(x)$ の選び方によっては、 ε は不要になるかも知れない。また、3 節の実験データによれば $Jud(k)$ の曲線は $g(x)$ の種類にはほとんど影響を受けていない。このことは、本手法を現実の問題に適用する場合には、簡単な関数 (例えば、 $g(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2(t)$) で十分であることを示している。

いずれにしても、関数 $g(x)$ の最適な選択及び、 $Jud(k) = 0$ が $\hat{x}_k = x_k$ であるための十分条件などについての研究は今後待ちたい。

参考文献

- 1) 高田 (等), 内野, 磯, 高田 (茂) : 状態推定度の判定関数, 昭和54年電気四学会九州支部連合会大会, 527.
- 2) R. Ueda, H. Takata, S. Nakagaki, S. Takata, "On the Estimation of Transient State of Power System by Discrete Nonlinear Observer". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-94, No. 6, November/December 1975.
- 3) R. Ueda, H. Takata, S. Yoshimura, S. Takata, "Estimation of Transient State of Multi-Machine Power System by Extended Linear Observer", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, No.2, March/April 1977.

付 録

〔付録1〕

非線形連続系から線形離散形系への変換
次のような非線形連続系

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) \quad (\text{付-1})$$

が与えられた時, $\mathbf{x}(t_{k+1}) = \mathbf{x}(t_k + T)$ の2次までの Taylor 展開により, (付-1) 式は

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{x}(t_k) + T\dot{\mathbf{x}}(t_k) + \frac{T^2}{2!}\ddot{\mathbf{x}}(t_k) \\ &= \mathbf{x}_k + T\mathbf{f}(\mathbf{x}_k) + \frac{T^2}{2!} \cdot \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{x}_k^T} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}_k) \\ &\triangleq \mathbf{g}(\mathbf{x}_k) \end{aligned} \quad (\text{付-2})$$

と離散化される。

さらに, (付-2) 式は $\hat{\mathbf{x}}_k$ のまわりの Taylor 展開において, 1次まで考慮すれば,

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k) + \frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k)}{\partial \hat{\mathbf{x}}_k^T} (\mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k) \\ &= \frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k)}{\partial \hat{\mathbf{x}}_k^T} \mathbf{x}_k + \left[\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k) - \frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k)}{\partial \hat{\mathbf{x}}_k^T} \hat{\mathbf{x}}_k \right] \\ &\triangleq \mathbf{A}_k \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k \end{aligned} \quad (\text{付-3})$$

と, 線形離散形系へ変換できる。

非線形観測系

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{g}'(\mathbf{x}_k) \quad (\text{付-4})$$

も, (付-2) 式とまったく同様に

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{h}_k \quad (\text{付-5})$$

と, 線形化できる。

本文中の例題, (8), (9)式に対する \mathbf{A}_k , \mathbf{B}_k , \mathbf{H}_k , \mathbf{h}_k の計算値は次のようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}_k) \\ &= \mathbf{x}_k + T \left[\begin{array}{c} x_{2,k} \\ -\frac{D}{M}x_{2,k} - \frac{P_{em}}{M}\sin(x_{1,k} + \delta_\infty) + \frac{P_{in}}{M} \end{array} \right] \\ &\quad + \frac{T^2}{2} \left[\begin{array}{c} -\frac{D}{M}x_{2,k} - \frac{P_{em}}{M}\sin(x_{1,k} + \delta_\infty) + \frac{P_{in}}{M} \\ -\frac{P_{em}}{M}x_{2,k}\cos(x_{1,k} + \delta_\infty) + \frac{D^2}{M^2}x_{2,k} \\ +\frac{D \cdot P_{em}}{M^2}\sin(x_{1,k} + \delta_\infty) - \frac{D \cdot P_{in}}{M^2} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (\text{付-6})$$

$$\mathbf{A}_k = \frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k)}{\partial \hat{\mathbf{x}}_k^T} = \left[\begin{array}{cc} 1 - \frac{T^2}{2} \cdot \frac{P_{em}}{M} \cos(\hat{x}_{1,k} + \delta_\infty) & T - \frac{T^2}{2} \cdot \frac{D}{M} \\ \frac{T^2}{2} \cdot \frac{P_{em}}{M} \hat{x}_{2,k} \sin(\hat{x}_{1,k} + \delta_\infty) & 1 - T \cdot \frac{D}{M} + \frac{T^2}{2} \cdot \frac{D^2}{M^2} \\ -T \cdot \frac{P_{em}}{M} \cos(\hat{x}_{1,k} + \delta_\infty) + \frac{T^2}{2} \cdot \frac{D \cdot P_{em}}{M^2} \cos(\hat{x}_{1,k} + \delta_\infty) & -\frac{T^2}{2} \cdot \frac{P_{em}}{M} \cos(\hat{x}_{1,k} + \delta_\infty) \end{array} \right] \quad (\text{付-7})$$

\mathbf{B}_k は (付-6), (付-7) 式から

$$\mathbf{B}_k = \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k) - \frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}}_k)}{\partial \hat{\mathbf{x}}_k^T} \cdot \hat{\mathbf{x}}_k$$

として計算できる。

$$\mathbf{H}_k = [0 \quad 1], \quad \mathbf{h}_k = 0$$

〔付録2〕

カルマンフィルタ—形ゲインを用いたオブザーバー
アルゴリズム

次のように記述されるシステム

$$\Phi_{K+1} = \mathbf{A}_K \cdot \Phi_K + \mathbf{B}_K$$

$$\mathbf{y}_K = \mathbf{H}_K \Phi_K + \mathbf{h}_K$$

に対するアルゴリズムは,

(0) 先験値 $\hat{\Phi}_{1|0}$, $\mathbf{C}_{1|0}$ を与える。

(i) \mathbf{V}_K を与える。

(ii) $\mathbf{K}_K = \mathbf{C}_{K|K-1} \cdot \mathbf{H}_K^T [(\mathbf{H}_K \mathbf{C}_{K|K-1} \mathbf{H}_K^T + \mathbf{V}_K)^{-1}]^{-1}$

(iii) $\hat{\Phi}_{K|K} = \hat{\Phi}_{K|K-1} + \mathbf{K}_K (\mathbf{y}_K - \mathbf{H}_K \hat{\Phi}_{K|K-1} - \mathbf{h}_K)$

(iv) $\mathbf{C}_{K|K} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_K \cdot \mathbf{H}_K] \mathbf{C}_{K|K-1}$

(v) $\hat{\Phi}_{K+1|K} = \mathbf{A}_K \hat{\Phi}_{K|K} + \mathbf{B}_K$

(vi) $\mathbf{C}_{K+1|K} = \mathbf{A}_K \mathbf{C}_{K|K} \mathbf{A}_K^T$

(vii) $K = K + 1$ として (i) へ帰る。

$\mathbf{C}_{1|0}$ と \mathbf{V}_K は任意の正定値対称行列である。