

相関に基づく特徴抽出について

(昭和54年10月31日 原稿受付)

情報工学教室 玉 木 明 和

Study of Feature Extraction by Correlation

by Akikazu TAMAKI

Abstract

Pattern recognition model consists of the feature extraction part and the recognition part.

The author suggest the feature extraction method by means of correlation-transform and the recognition mechanism by correlation.

The correlation-transform covers Fourier-transform and so on. The recognition model described in this report, is resemble to the perceptron and the human brain. The simulation of the recognition model by the digital computer is reported.

1. まえがき

パターン認識モデルは特徴抽出機構と認識機構から構成される。画像処理等の二次元パターンの特徴抽出には直交関数系による変換である Fourier 変換, Hadamard 変換, Haar 変換等が知られている。これらの変換は超関数の理論を基礎としており、一般化すると非直交関数系の超関数による変換が考えられる。ある関数系の相関による変換 (超関数となり、相関変換と呼ぶ。) を行い、さらに、相関に基いた認識方式によって変換された特徴からパターンの認識を行うことができる。

本報告では、相関に基づく特徴抽出と認識機構について論じ、パターン認識モデルを提案し、パーセプトロンや脳との類似性についても述べる。また、相関変換, Fourier変換, Hadamard変換, Haar変換による特徴抽出についての認識実験を行い、それらの比較を行う。

2. 相関変換の原理

R^2 の部分集合を X_1, X_2 とする。 X_1 の上に定義された関数の集合を H で表わす。 $(u, v) \in X_2 \subset R^2$ に対して (u, v) をパラメータ (インデックスと考えても良い。) とする X_1 の上に定義された関数 $g(x, y; u, v)$ の集合を G で表わす。 $h(x, y) \in H$ に対して、 X_2 上に定義域をもつ関数 $f(u, v)$ を

$$f(u, v) = \iint_{X_1} h(x, y) g(x, y; u, v) dx dy$$

と定義すると、関数の集合 G によって $f(u, v)$ が定まる。これを G による $h(x, y)$ の変換と呼ぶ。この変換は $g(x, y; u, v)$ による超関数と考えることができる。また、この変換をパターン認識の特徴抽出に利用することができる。 $h(x, y)$ をパターン関数と呼び、 $f(u, v)$ を特徴関数と呼び、 G を変換関数系と呼ぶことにする。

例えば、

$$g(x, y; u, v) = \exp[-i(xu + yv)]$$

とすれば、変換関数系 G による変換は Fourier 変換となる。

また、離散系の場合には、

$$(x, y) \rightarrow (i, j)$$

$$(u, v) \rightarrow (l, m)$$

として

$$f(l, m) = \sum_i \sum_j h(i, j) g(i, j; l, m)$$

となる。

例えば、 X_1, X_2 を 4 個の点から成る有限集合とし、二値パターンの場合を以下に示す。

変換関数系 G をつぎのようになる。

$$\begin{cases} g(0, 0; 0, 0) = 0 & g(0, 1; 0, 0) = 0 \\ g(1, 0; 0, 0) = 1 & g(1, 1; 0, 0) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} g(0, 0; 0, 1) = 0 & g(0, 1; 0, 1) = 0 \\ g(1, 0; 0, 1) = 1 & g(1, 1; 0, 1) = 0 \\ g(0, 0; 1, 0) = 0 & g(0, 1; 1, 0) = 1 \\ g(1, 0; 1, 0) = 0 & g(1, 1; 1, 0) = 1 \\ g(0, 0; 1, 1) = 0 & g(0, 1; 1, 1) = 1 \\ g(1, 0; 1, 1) = 1 & g(1, 1; 1, 1) = 1 \end{pmatrix}$$

パターン関数 H をつぎのようにとる。

$$\begin{pmatrix} h_0(0, 0) = 0 & h_0(0, 1) = 1 \\ h_0(1, 0) = 1 & h_0(1, 1) = 0 \\ h_1(0, 0) = 1 & h_1(0, 1) = 1 \\ h_1(1, 0) = 1 & h_1(1, 1) = 0 \\ h_2(0, 0) = 1 & h_2(0, 1) = 0 \\ h_2(1, 0) = 0 & h_2(1, 1) = 1 \\ h_3(0, 0) = 0 & h_3(0, 1) = 0 \\ h_3(1, 0) = 0 & h_3(1, 1) = 1 \end{pmatrix}$$

h_0 の変換関数系 G による変換 f_0 はつぎのようになる。

$$\begin{pmatrix} f_0(0, 0) = 1 & f_0(1, 0) = 1 \\ f_0(1, 0) = 1 & f_0(1, 1) = 2 \end{pmatrix}$$

同様に他のパターン関数について変換を行えば、図 1 に示す特徴関数が得られる。パターン関数 h_0 と h_1 は異

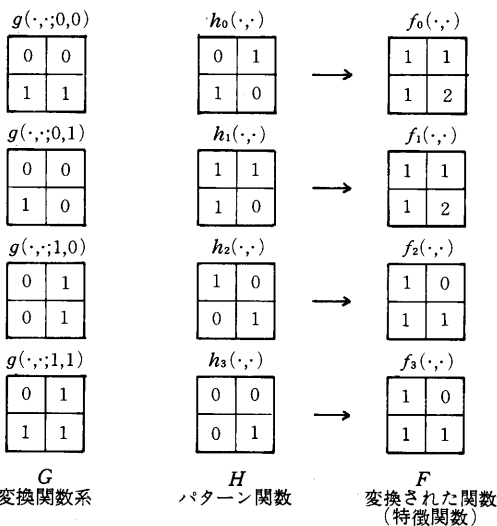


図-1 変換の例

なるが、それらの特徴関数 f_0, f_1 は同じである。これは変換関数系 G のすべての関数において、パターン関数 h_0 と h_1 が異なる (X_1 の) 点の値が 0 であるためである。

特徴関数からそのパターン関数に逆変換を行うことが考えられるが、これは変換関数系 G のとり方によって可能である。Fourier 変換のように変換関数系 G として Fourier 関数系をとれば逆変換も可能であるが、一般には不可能である。

また、適当な関数系を変換関数系に選ぶことによってパターンの認識に不用な情報を除いた特徴抽出が可能である。

3. 認識機構

変換による特徴抽出を行って未知パターンを二つのクラスのうちどちらに属するかを決定する方法について述べる。未知パターンを特徴空間上に変換し、特徴空間上の各クラスの代表パターンとの相関をとり、その値の大きい方のクラスを未知パターンの属するクラスとする。

クラス 1 の代表パターンを f_1 、クラス 2 のを f_2 とし、未知パターン f に対してつぎの計算を行う。

$$t_1(f) = \iint_{X_2} f(u, v) f_1(u, v) du dv$$

$$t_2(f) = \iint_{X_2} f(u, v) f_2(u, v) du dv$$

すなわち、未知パターンと各クラスの代表パターンとの内積を求め、

$$t_1(f) > t_2(f) \text{ ならば}$$

未知パターン f はクラス 1 に属する。

$$t_1(f) < t_2(f) \text{ ならば}$$

未知パターン f はクラス 2 に属する。

とする。

各クラスの代表パターンはつぎの統計量をトレーニングパターンセットから計算して決定する。

$m_i(u, v)$: クラス i に属するパターンの特徴空間上の点 (u, v) における平均。 $i = 1, 2$

$\sigma_i(u, v)$: クラス i に属するパターンの特徴空間上の点 (u, v) における分散。 $i = 1, 2$

クラス 1 の代表パターン $f_1(u, v)$ 、クラス 2 の代表パターン $f_2(u, v)$ をつぎのように定義する。

$$f_1(u, v) = \{m_1(u, v) - m_2(u, v)\} \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12} + \delta_1(u, v)}$$

$$f_2(u, v) = \{m_2(u, v) - m_1(u, v)\} \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{22} + \delta_2(u, v)}$$

ここで、 $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{21}, \alpha_{22}$ は正の定数である。

以上により、つぎのことが明らかである。

$$t_1(f_1) = \iint_{X_2} f_1(u, v) f_1(u, v) du dv$$

$$= \iint_{X_2} \{m_1(u, v) - m_2(u, v)\}^2 \left\{ \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12} + \delta_1(u, v)} \right\}^2 \cdot du dv \geq 0$$

$$t_1(f_2) = t_2(f_1)$$

$$= \iint_{X_2} f_1(u, v) f_2(u, v) du dv$$

$$= \iint_{X_2} \{m_1(u, v) - m_2(u, v)\} \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12} + \delta_1(u, v)}$$

$$\cdot \{m_2(u, v) - m_1(u, v)\} \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{22} + \delta_2(u, v)} du dv$$

$$= - \iint_{X_2} \{m_1(u, v) - m_2(u, v)\}^2$$

$$\cdot \frac{\alpha_{11}}{\alpha_{12} + \delta_1(u, v)} \cdot \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{22} + \delta_2(u, v)} du dv \leq 0$$

$$t_2(f_2) = \iint_{X_2} f_2(u, v) f_2(u, v) du dv$$

$$= \iint_{X_2} \{m_2(u, v) - m_1(u, v)\}^2$$

$$\cdot \left\{ \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{22} + \delta_2(u, v)} \right\}^2 du dv \geq 0$$

まとめると

- (1) $t_1(f_1) \geq 0$
- (2) $t_1(f_2) = t_2(f_1) \leq 0$
- (3) $t_2(f_2) \geq 0$

となる。したがって、未知パターンとして各クラスの代表パターンをとった場合、矛盾なく上で述べた認識機構

が適用できる。また、各クラスの分散を分母にもつ項(すなわち、 $\alpha_{11}/(\alpha_{12} + \delta_1(u, v))$, $\alpha_{21}/(\alpha_{22} + \delta_2(u, v))$)を掛けているのは、分散の大きい成分の影響を小さくするためである。

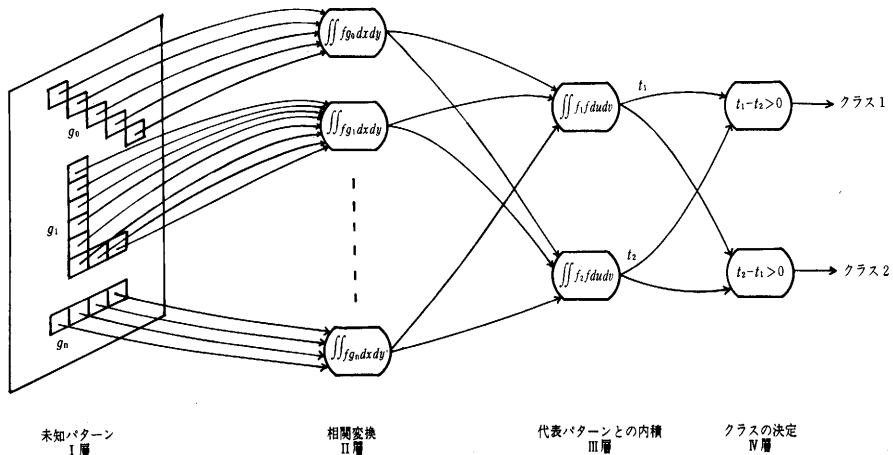
今まで述べた識別機構を特徴抽出も含めて図示すると図2のようになる。変換関数系 G の要素である関数 $g_1, g_2 \dots g_n$ は I 層では図のように、パターン関数として表わされ、I 層から II 層への重みは変換関数 g の I 層における各点の値となる。

この図から明らかなように、パーセプトロンや現在考えられている脳の構造と非常によく似ていることが解る。また、特徴抽出で述べたように、超関数に基づく関数変換が脳の中でも可能なことが解る。すなわち、Fourier 変換等に相当する特徴抽出が可能であろうと推察できる。このモデルは通常の代数演算を用いており、パーセプトロンや、脳の機能のような、しきい値演算を行っていない。

4. 実験モデル

実験モデルを図3に示す。コンピュータによるシミュレーション実験のため離散系を用い、 8×8 のマトリクス状の有限個の点に定義された2値関数(パターン)について行った。前述した R^2 の部分集合 X_1, X_2 を 8×8 の有限個から成る集合とするのである。

認識実験はつぎの三つの段階から構成される。



図一 相関による認識モデル

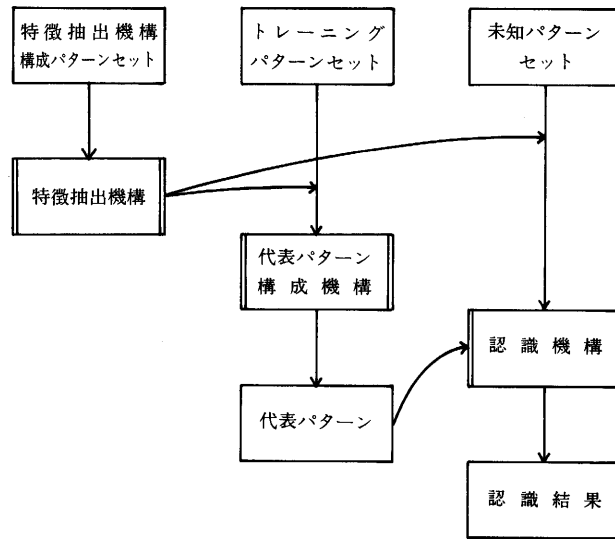


図-3 実験モデル

1. 特徴抽出機構の構成

パターン関数を特徴空間へ写像する変換関数系 G を構成する。図2においてI層からII層への重み $g_1, g_2 \dots g_n$ を決定することに相当する。実際には、ある関数の集合（特徴抽出機構構成パターンセットと呼ぶ。）を与え、それを変換関数系 G とする。変換関数系の関数の数は最大64個である。

2. 代表パターンの構成

トレーニングパターンセットを与えて、そのパターンを1で構成した特徴抽出機構により特徴空間上に写し、特徴空間上で各クラスの各要素についての平均と分散の統計量を計算する。それらを基にして、クラス1とクラス2の代表パターンを決定する。図2において、II層からIII層への重みを決定することになる。

3. 認識

未知パターン h が与えられるとそのパターンを特徴空間上へ変換し、未知パターンの特徴 f を得る。得られた特徴関数 f と各クラスの代表パターンとの内積を計算し、 $t_1(f)$ と $t_2(f)$ の大小の比較により、未知パターンの属するクラスを決定する。

明らかに、この認識モデルは特徴抽出機構構成パターンセットとトレーニングパターンセットの影響を受ける。

5. 実験結果

よく知られている変換に Fourier 変換, Hadamard 変換, Haar 変換があり、これらの変換との比較を行った。代表パターンの計算における定数 $\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{21}, \alpha_{22}$ はすべて1とした。実験に用いた二種類のパターンセットを図4, 図5に示す。これらのパターンは、マトリックス上の位置によって1の出現確率の異なるものである。

パターンセット I をトレーニングパターンセットとし、パターンセット II を未知パターンセットとした場合 (図6) と

パターンセット II を未知パターンセットとした場合 (図7)

について、Fourier 変換, Hadamard 変換, Haar 変換, 相関変換による特徴抽出を行い、代表パターンとの内積を計算し、 $t_1(f)$ を横軸に、 $t_2(f)$ を縦軸にとったグラフを図6, 図7に示す。

本論で述べた相関による認識方式では、他の変換によるものと較べてバラツキが多少大きいですが、この相関変換による特徴抽出でも他の変換と同様に正しく認識できることがわかる。

0.86
0.83
0.8
0
0
0
0
0

図-4-a パターンセット I のクラス 1 の出現確率

0
0
0
0
0
0.8
0.83
0.86

図-4-b パターンセット I のクラス 2 の出現確率

11111111	11111111	11111011	11111111	11111101
11111110	11111111	11011111	01111111	11111111
01111110	11111111	01110011	11011111	01101011
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
01111111	01110101	11111101	11110111	11111011
11101110	11001010	11111111	11111111	01111111
01111111	11100111	10111111	10101111	01110101
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000

図-4-c パターンセット I のクラス 1 のパターンの一部

00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
11110111	10011111	10011111	01110111	11111011
11101111	11111110	10111111	11110011	11011111
11111111	11111101	11111101	10111110	11110111
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
10111011	10111011	11101110	11100111	00110101
10111011	00001101	11111111	11110111	10111011
11101110	11101110	11101100	11111101	11011001

図-4-d パターンセット I のクラス 2 のパターンの一部

図-4 パターンセット I

0.86
0.83
0.8
0.5
0.5
0.29
0.17
0

図-5-a パターンセット II のクラス 1 の出現確率

0
0.17
0.29
0.5
0.5
0.8
0.83
0.86

図-5-b パターンセット II のクラス 2 の出現確率

11111111	11111111	11111011	11111111	11111101
11111110	11111111	11011111	01111111	11111111
01111110	11111111	01110011	11011111	01101011
01100111	11110110	01001001	10001101	10011011
01110110	00110000	10101111	00101100	100110001
10000110	01010000	10000000	11000001	00000001
00011000	00110000	10110000	10000010	01000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
01111111	01110101	11111101	11110111	11111011
11101110	11001010	11111111	11111111	01111111
01111111	11100111	10111111	10101111	01110101
00011101	11010001	01100111	01111000	10011011
00011000	00100010	11001100	01111001	00000001
11010010	10000000	01000110	00000000	10000000
01000000	00001000	10100110	10000110	10000000
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000

図-5-c パターンセット II のクラス 1 のパターンの一部

00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00000110	10001000	00000010	10000000	00101010
01010000	10110100	01010000	01100100	10100000
10110000	01110000	00111110	10010010	11111011
00111000	01110010	10001101	01110000	00011100
11111110	10110110	11101110	11111111	11100011
11101111	11111111	11111111	01111111	00111111
11011111	11111101	11011111	11111111	11111111
00000000	00000000	00000000	00000000	00000000
00110000	00010001	00001000	01000000	10000011
10101010	01001000	00100011	00100010	11010000
00101100	00001101	11110011	01101011	01011110
01100110	10010000	01011110	11010001	00001100
11111111	11111001	10111101	10011111	11110110
10101111	01011101	11101111	11100110	11111011
11011111	11111111	11010111	11011111	11111111

図-5-d パターンセット II のクラス 2 のパターンの一部

図-5 パターンセット II

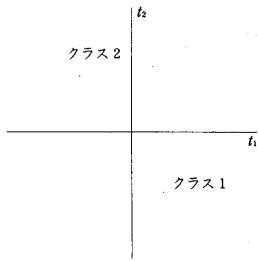


図-6-a Haar 変換

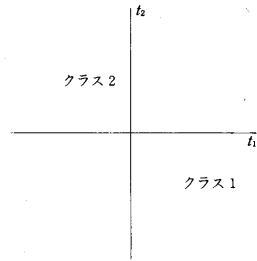


図-6-b Fourier 変換

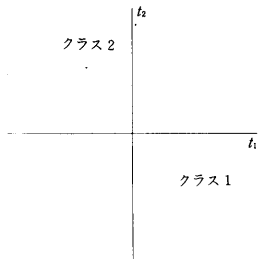


図-6-c Hadamard 変換

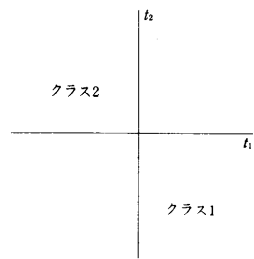


図-6-d 相関変換

図-6 未知パターンにパターンセット I を用いた場合

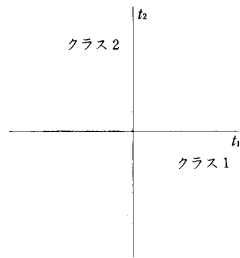


図-7-a Haar 変換

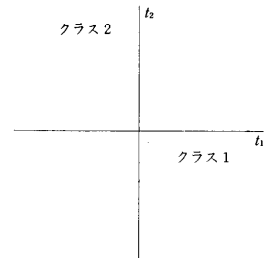


図-7-b Fourier 変換

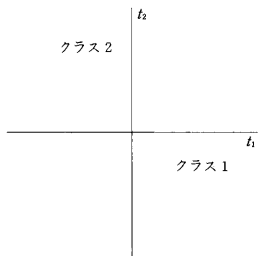


図-7-c Hadamard 変換

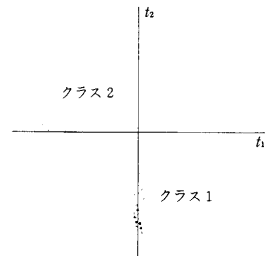


図-7-d 相関変換

図-7 未知パターンにパターンセット II を用いた場合

6. あとがき

本論では相関による特徴抽出を行い、さらに相関による認識実験の結果を示した。実験に用いたパターンが非常に簡単なものであるため、今後は複雑なパターンについての実験が課題となる。例えば、本実験で用いたパターンは位置の変化によるものであり、パターンの表わす形の変化に対する実験は行っていない。また、このモデルをさらに多層化したモデルや、普通の四則演算以外の演算を用いたモデルも興味ある課題である。前に述べたように、このモデルは脳の構造とよく似ているため、生物の脳の機能の解明に役立つ可能性もあると思われる。

最後に、日頃、御指導いただき吉永恭一博士ならびに加藤清史教授に深謝する。

参 考 文 献

- W.K.Pratt“Digital Image Processing”
H.H. Schaefer “Topological Vector Spaces”
L. シュワルツ著, 岩村他訳「超関数の理論」, 岩波書店
L. シュワルツ著, 吉田他訳「物理数学の方法」, 岩波書店
上坂吉則「パターン認識と学習の理論」, 総合図書
甘利俊一「神経回路網の数理」, 産業図書。