

# 適応観測器を用いたモデル規範形 離散値適応制御系の一設計

(昭和55年10月22日 原稿受付)

制御工学教室 大 川 不 二 夫  
広島大学工学部 米 澤 洋

## Design of Discrete Model Reference Adaptive Control System using Adaptive Observer

by Fujio OHKAWA  
Yoo YONEZAWA

### Abstract

In this paper, a designing method of the discrete model reference adaptive control system (MRACS) using adaptive observer is proposed based on the Lyapunov's direct method. A object plant is single-input, single-output discrete system which controlled input's amplitude is constrained for the sake of practicality and guarantee the boundness of amplitude of the plant input and output signals. It is shown that the proposed adaptive algorithms guarantee the stability of the MRACS and convergency of plant's output to reference model's response though plant's parameters are not completely identified by adaptive observer. Furthermore, introducing auxiliary system, is proposed the stable adaptive algorithms for the plant with dead-time. Finally, the validity of the proposed adaptive algorithms is demonstrated by numerical examples.

### 1. まえがき

未知あるいは変動パラメータを含む系の制御, いわゆる適応制御には, 基本的に, 同定と制御の二重の問題が存在する。従来, それらは, 同定と制御を分離して議論されて来た。しかし, それらを結合したとき, 同定にかなりの労力を要すること, あるいは制御系全体の安定解析が複雑となることなど, 必ずしも満足いくものではなかった。

近年, 安定理論に基づくモデル規範形適応制御系(MRACS)の設計例が数多く提案されている<sup>1)</sup>。この設計手法はモデルとプラントの出力誤差が漸近収束するため

の条件を安定理論に基づいて誘導し, その条件を満足するようにプラントに調節を加えるものである。MRACSは同定という煩わしい問題を回避し, しかも系全体の安定性が常に保証されるという優れた特徴を有し, 実用性を考慮したとき, 有効な手法と考えられている。しかし, 直接検出可能な信号のみでMRACSを構成するとき, その構成あるいは適応アルゴリズムは複雑となり, さらに, プラントにむだ時間が存在する場合には一層煩雑となる<sup>2),3)</sup>。また, プラントの入出力の有界性が問題となる場合があり<sup>4)</sup>, 例えば, モデル入力に十分一般的な場合にはその有界性が立証されている<sup>5)</sup>が, 一般の入力に対しては非常に困難と考えられる。

筆者らは、先に1入出力離散値系に対して、比較的簡潔な構成で、しかもプラントパラメータの事前情報を全く必要としない適応アルゴリズムで実現可能なMRACSの設計例を提案した<sup>6)</sup>。さらに、プラント入力により実際的な振幅制限条件が存在する場合について検討し、プラント入出力信号の有界性が保証されるが、このとき安定なMRACSが設計できるための条件を誘導した<sup>7)</sup>。

一方、MRACSと相対な問題として、適応観測器の設計問題があり、MRACS同様数多くの研究が発表されている<sup>8),9)</sup>。適応観測器は状態推定とパラメータ同定を同時に行い、しかも、MRACSと比較して、より簡潔な適応アルゴリズムで実現できる。この適応観測器を導入したMRACSは同定を行わないMRACSと比較して、より簡潔な形式で設計できると考えられる。しかしながら、それらに関する研究は少ない。このことは、プラントの入出力信号の有界性の保証が困難で、適応制御系全体の安定性が立証できないことに起因している<sup>8),10)</sup>。

本論文では、適応観測器を用いたMRACSの設計例をLyapunovの安定理論に基づいて提案する。対象とする未知プラントは1入出力離散値系とする。また、制御入力には実用性の考慮とプラント入出力の有界性を保証するために振幅制限が存在する場合を考える。提案したMRACSは比較的簡潔な構成とアルゴリズムで実現でき、しかも系全体の安定性が保証されていることを示す。つぎに、プラントにむだ時間が存在する場合にも、補助システムを導入することにより、同様に安定なMRACSの設計が可能であることを明らかにする。最後に、数値計算例により、提案したMRACSの有用性を裏付ける。

## 2. 適応制御系の設計

対象とする未知プラントは1入出力系で、入出力関係は

$$\frac{y_k}{r_k} = \frac{\sum_{j=1}^m b^j p^{-j}}{1 - \sum_{j=1}^m a^j p^{-j}} \quad (2.1)$$

$$m: \text{known} \quad b^1 \neq 0$$

$$py_k = y_{k+1}$$

で表現されるとする。また、適応制御装置が不安定極によりプラントの零点を相殺することがないようにするために、プラントの零点は全て単位円内に存在するとする。

ここで、出力方程式は(2.1)より

$$y_{k+1} = \sum_{j=1}^m (a^j y_{k+1-j} + b^j r_{k+1-j}) \quad (2.2)$$

となる。また、入力 $r_k$ は飽和限界で制限され

$$|r_k| \leq R \quad R > 0 \quad (2.3)$$

とする。

### 2.1 適応観測器

(2.2)のプラントに対する適応観測器を次式で構成する。

$$x_{k+1} = \sum_{j=1}^m \{ (c^j - \hat{a}_k^j) e_{k+1-j} + \hat{a}_k^j x_{k+1-j} + \hat{b}_k^j r_{k+1-j} \} \quad (2.4)$$

$$e_k \equiv x_k - y_k$$

(2.2)と(2.4)より適応観測器による誤差方程式は次式となる。

$$e_{k+1} = \sum_{j=1}^m \{ c^j e_{k+1-j} + (\hat{a}_k^j - a^j) y_{k+1-j} + (\hat{b}_k^j - b^j) r_{k+1-j} \} \quad (2.5)$$

ここで、

$$\varepsilon_{k+1} \equiv e_{k+1} - \sum_{j=1}^m c^j e_{k+1-j}$$

$$\Phi_k \triangleq [\hat{a}_k^1 - a^1 \cdots \hat{a}_k^m - a^m \hat{b}_k^1 - b^1 \cdots \hat{b}_k^m - b^m] \Phi_k \in R^{1 \times 2m}$$

$$\omega_k \triangleq [y_k \cdots y_{k+1-m} r_k \cdots r_{k+1-m}]^T \quad \omega_k \in R^{2m} \quad (2.6)$$

を定義すると(2.5)より次式を得る。

$$\varepsilon_{k+1} = \Phi_k \omega_k \quad (2.7)$$

(2.7)の $\varepsilon_k$ が0に収束するための適応アルゴリズムをLyapunovの安定理論を用いて誘導する。まず、Lyapunov関数を

$$V_k = \Phi_k \Phi_k^T \quad (2.8)$$

として、 $\Phi_k$ の適応アルゴリズムを

$$\Phi_{k+1} = \Phi_k + \theta_k \cdot \omega_k^T \quad (2.9)$$

とすると次式を得る。

$$\Delta V_k = V_{k+1} - V_k$$

$$= \omega_k^T \omega_k \left( \theta_k + \frac{\Phi_k \omega_k}{\omega_k^T \omega_k} \right)^2 - \frac{(\Phi_k \omega_k)^2}{\omega_k^T \omega_k} \quad (2.10)$$

ここで、

$$\theta_k = - \frac{\Phi_k \omega_k}{\omega_k^T \omega_k} = - \frac{\varepsilon_{k+1}}{\omega_k^T \omega_k} \quad (2.11)$$

と選べば、すなわち適応アルゴリズムを

$$\left. \begin{aligned} \hat{a}_{k+1}^j &= \hat{a}_k^j + \theta_k y_{k+1-j} \\ \hat{b}_{k+1}^j &= \hat{b}_k^j + \theta_k r_{k+1-j} \end{aligned} \right\} (j = 1, \dots, m) \quad (2.12)$$

とすれば、(2.10)は

$$\Delta V_k = -\frac{(\Phi_k \omega_k)^2}{\omega_k^2 \omega_k} \leq 0 \quad (2.13)$$

となり、 $\Phi_k \omega_k$  あるいは  $\varepsilon_k$  の 0 への収束性が保証される。また、入力  $r_k$  が十分に一般的であれば、 $\Phi_k$  の 0 への収束性も保証される<sup>11)</sup>。しかし、一般には  $\varepsilon_k$  が 0 に収束すると (2.12) より明らかなように、 $\hat{a}_k^j$  と  $\hat{b}_k^j$  の修正が停止し、 $\Phi_k$  は必ずしも 0 に収束せず、一定値にとどまる。

$\varepsilon_k$  の 0 への収束性が保証されると、(2.6) より  $c^j$  をもつ系を安定に設定すれば、 $e_k^1$  の 0 への収束性も保証される。

## 2.2 制御入力

ここで、(2.1) のプラントに対して次式で記述される規範モデルを考える。

$$\hat{x}_k = \frac{\sum_{j=1}^m \hat{b}^j p^{-j}}{1 - \sum_{j=1}^m \hat{a}^j p^{-j}} \hat{r}_k \quad (2.14)$$

モデルは安定とし、規範入力  $\hat{r}_k$  は有界とする。 $\hat{x}_k$  がモデル出力で、プラント出力  $y_k$  が規範すべき応答である。

いま、もし入力  $r_k$  に制限がないとすると

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} &= x_{k+1} \\ &= \sum_{j=1}^m \hat{a}_k^j y_{k+1-j} + \hat{b}_k^1 r_k + \sum_{j=2}^m \hat{b}_k^j r_{k+1-j} \end{aligned} \quad (2.15)$$

を満足する入力  $r_k$ 、すなわち

$$r_k = \frac{1}{\hat{b}_k^1} \left( \hat{x}_{k+1} - \sum_{j=1}^m \hat{a}_k^j y_{k+1-j} - \sum_{j=2}^m \hat{b}_k^j r_{k+1-j} \right) \quad (2.16)$$

を用いることにより

$$\begin{aligned} e_{k+1} &\equiv \hat{x}_{k+1} - y_{k+1} \\ &= (\hat{x}_{k+1} - x_{k+1}) + (x_{k+1} - y_{k+1}) = e_{k+1}^1 \end{aligned} \quad (2.17)$$

を得る。従って、(2.16) の  $r_k$  が有界であれば、適応観測器により  $e_k^1$  が 0 に収束するにしたがって、プラント出力  $r_k$  は規範応答  $\hat{x}_k$  に追従することが保証される。

しかし、(2.16) より決定される  $r_k$  が、例えば  $\hat{b}_k^1$  が過渡的にでも 0 近傍の値をとると、 $r_k$  は有界でなくなる可能性がある。その結果  $e_k^1$  の 0 への収束性も保証されなくなる。

そこで、つぎに入力  $r_k$  に (2.3) の振幅制限が存在する場合について考察する。このとき、(2.16) の  $r_k$  が (2.3) の条件を満足するとは限らない。従って、(2.16) を制御入力として使用できるとは限らず、制御誤差

$$e_{k+1}^2 \equiv \hat{x}_{k+1} - x_{k+1} \quad (2.18)$$

を常に 0 とすることはできない。その結果、(2.17) より

明らかなように、適応観測器により  $e_k^1$  が 0 に収束しても、 $e_k$  の 0 への収束性は保証されない。

いま、(2.16) を満足する  $r_k$  を仮想入力  $u_k$  とし、 $r_k$  と区別して

$$u_k = \frac{1}{\hat{b}_k^1} \left( \hat{x}_{k+1} - \sum_{j=1}^m \hat{a}_k^j y_{k+1-j} - \sum_{j=2}^m \hat{b}_k^j r_{k+1-j} \right) \quad (2.19)$$

とする。

ここで、 $u_k$  と  $r_k$  とは (2.3) の条件より

$$r_k = \begin{cases} u_k \cdots \cdots \cdots |u_k| \leq R \\ R \operatorname{sgn}(u_k) \cdots \cdots |u_k| > R \end{cases} \quad (2.20)$$

の関係にある。

すなわち、 $r_k$  が実際に用いられる入力であり、 $u_k$  が振幅制限のない場合の入力である。

つぎに、

$$y_{k+1} = \hat{x}_{k+1} \quad (2.21)$$

を満足するプラントの理想 (最適) 入力

$$\begin{aligned} r_k^0 &= \frac{1}{\hat{b}_k^1} \left( \hat{x}_{k+1} - \sum_{j=1}^m \hat{a}_k^j y_{k+1-j} - \sum_{j=2}^m \hat{b}_k^j r_{k+1-j} \right) \\ |r_k^0| &\leq R \end{aligned} \quad (2.22)$$

は右辺に未知パラメータを含むので、実現できないが、いま、その存在を仮定する。この仮定を設定すると、(2.19) の  $u_k$  が (2.22) の  $r_k^0$  に収束することが保証されれば、 $|u_k| \leq R$  となり、(2.20) より  $r_k$  は  $u_k$ 、すなわち  $r_k^0$  になるので、先の問題点は解決される。

(2.19) と (2.22) より

$$\begin{aligned} r_k^0 - u_k &= \left( \frac{1}{\hat{b}_k^1} - \frac{1}{\hat{b}_k^1} \right) \hat{x}_{k+1} - \sum_{j=1}^m \left( \frac{\hat{a}_k^j}{\hat{b}_k^1} - \frac{\hat{a}_k^j}{\hat{b}_k^1} \right) y_{k+1-j} \\ &\quad - \sum_{j=2}^m \left( \frac{\hat{b}_k^j}{\hat{b}_k^1} - \frac{\hat{b}_k^j}{\hat{b}_k^1} \right) r_{k+1-j} \\ &= \left( \frac{1}{\hat{b}_k^1} - \frac{1}{\hat{b}_k^1} \right) \left( \hat{x}_{k+1} - \sum_{j=1}^m \hat{a}_k^j y_{k+1-j} - \sum_{j=2}^m \hat{b}_k^j r_{k+1-j} \right) \\ &\quad - \sum_{j=1}^m \left( \frac{\hat{a}_k^j}{\hat{b}_k^1} - \frac{\hat{a}_k^j}{\hat{b}_k^1} \right) y_{k+1-j} - \sum_{j=2}^m \left( \frac{\hat{b}_k^j}{\hat{b}_k^1} - \frac{\hat{b}_k^j}{\hat{b}_k^1} \right) r_{k+1-j} \\ &= \left( \frac{1}{\hat{b}_k^1} - \frac{1}{\hat{b}_k^1} \right) \hat{b}_k^1 u_k - \sum_{j=1}^m \left( \frac{\hat{a}_k^j}{\hat{b}_k^1} - \frac{\hat{a}_k^j}{\hat{b}_k^1} \right) y_{k+1-j} \\ &\quad - \sum_{j=2}^m \left( \frac{\hat{b}_k^j}{\hat{b}_k^1} - \frac{\hat{b}_k^j}{\hat{b}_k^1} \right) r_{k+1-j} \\ &= \frac{1}{\hat{b}_k^1} \left\{ \sum_{j=1}^m (\hat{a}_k^j - \hat{a}_k^j) y_{k+1-j} + \sum_{j=2}^m (\hat{b}_k^j - \hat{b}_k^j) r_{k+1-j} \right. \\ &\quad \left. + (\hat{b}_k^1 - \hat{b}_k^1) u_k \right\} \\ &= \frac{1}{\hat{b}_k^1} \{ e_{k+1}^1 + (\hat{b}_k^1 - \hat{b}_k^1) (u_k - r_k) \} \end{aligned} \quad (2.23)$$

となる。ここで、もし  $|u_k| \leq R$  であれば、(2.20) より (2.23) の右辺第 2 項は 0 となり

$$r_k^0 - u_k = \frac{1}{b^1} e_{k+1}^0 \quad (2.24)$$

となるので、 $e_k^0 \rightarrow 0$  につれて  $r_k$  すなわち  $r_k$  は  $r_k^0$  に収束する。

しかし、 $|u_k| > R$  のときには、 $e_k$  が 0 に収束しても

$$r_k^0 - u_k = \frac{1}{b^1} (\hat{b}_k - b^1) (u_k - r_k) \quad (2.25)$$

となり、 $\hat{b}_k$  の  $b^1$  への収束性に依存する。従って、観測器により  $\hat{b}_k$  が  $b^1$  に収束すれば、 $u_k \rightarrow r_k^0$  が保証される。しかし、前述のように、パラメータ同定の収束性は入力特性に依存し、必ずしも真値に収束しなく、バイアスを生じることがある。

(2.25) より

$$r_k^0 - r_k = \frac{\hat{b}_k}{b^1} (u_k - r_k) \quad (2.26)$$

となるので、 $|u_k| > R$  のときには (2.26) は次式となる。

$$r_k^0 - R \operatorname{sgn}(u_k) = \frac{\hat{b}_k}{b^1} (u_k - R \operatorname{sgn}(u_k)) \quad (2.27)$$

ここで、 $|r_k^0| \leq R$  を考慮すると

$$\left. \begin{aligned} r_k^0 - R \operatorname{sgn}(u_k) \leq 0 \\ u_k - R \operatorname{sgn}(u_k) > 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots u_k > 0$$

$$\left. \begin{aligned} r_k^0 - R \operatorname{sgn}(u_k) \geq 0 \\ u_k - R \operatorname{sgn}(u_k) < 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots u_k < 0 \quad (2.28)$$

となるので、(2.27) が成り立つためには

$$\frac{\hat{b}_k}{b^1} \leq 0 \quad (2.29)$$

でなければならない。従って、もし  $\hat{b}_k/b^1 > 0$  であれば

(2.23) より得られる

$$r_k^0 - r_k = \frac{\hat{b}_k}{b^1} (u_k - r_k) + \frac{1}{b^1} e_{k+1}^0 \quad (2.30)$$

が、 $|r_k^0| \leq R$  と  $e_{k+1}^0 \rightarrow 0$  に対して成立するためには、同様の議論より、 $|u_k| \leq R$  でなければならない。すなわち、観測器により、 $b^1$  がある程度同定されれば (符号が判別できれば)、 $|r_k^0| \leq R$  のとき、 $e_{k+1}^0 \rightarrow 0$  につれて  $|u_k| \leq R$  となり、 $r_k = u_k \rightarrow r_k^0$  が満足される。その結果、 $e_k \rightarrow 0$  が保証される。

### 2.3 検 討

(2.22) を満足する  $r_k^0$  が存在することを仮定したが、このことは「 $y_{k+1}$  を 1 回の制御で  $\hat{x}_{k+1}$  に一致させることができる  $|r_k^0| \leq R$  なる  $r_k^0$  が存在すること」を要求している。しかし、 $u_k$  の  $r_k^0$  への収束性の証明過程で明らか

かなように、 $|r_k^0| \leq R$  を満足する (2.22) の  $r_k^0$  が常に存在する、換言すれば、1 回の制御  $r_k^0$  で  $y_{k+1}$  を  $\hat{x}_{k+1}$  に一致させる必要はなく、 $r_k^0$  が漸近的に  $|r_k^0| \leq R$  なる領域に収束することが要求される。従って、プラントあるいは規範応答としてはつぎの仮定が満足されればよい。

〈仮定〉

$|r_{k+1-j}| \leq R$  ( $j=1, 2, \dots, k-1$ ) なる任意の入力で稼働中のプラントの出力  $y_{k+1}$  を  $\hat{x}_{k+1}$  に一致可能な入力  $r_k^0$  は  $|r_k^0| \leq R$  なる領域に収束する。

この〈仮定〉は、現実的に妥当と考えられる。換言すれば、このような〈仮定〉を満足する規範応答に対して、プラント出力が追従できると考えられる。

以上の考察より以下の結論が得られる。

プラント入力  $r_k$  を (2.3) の条件のもとに (2.16) により決定すれば、 $e_k \rightarrow 0$  ( $k \rightarrow \infty$ ) が保証される。ただし、〈仮定〉が満足される必要があり、 $e_k$  の 0 への収束性は観測器による  $e_k$  の 0 への収束性と  $\hat{b}_k$  の  $b^1$  へのある程度の収束性 (符号が判別可能) に依存する。

### 3. むだ時間を含む系

ここでは、未知プラントにむだ時間が存在する場合について、前章の手法の拡張を試みる。ただし、むだ時間の大きさは既知とする。

なお、ここで提案する MARACS の構成 (要素と状態変数) は Fig. 1 に図示する。

プラントの入出力関係は次式で表現され、安定であり、また零点は全て単位円内に存在するものとする。

$$\frac{y_k}{r_k} = \frac{\sum_{j=1}^m b^j p^{-j}}{1 - \sum_{j=1}^m a^j p^{-j}} \cdot p^{-l} \quad (3.1)$$

$$b^1 \neq 0 \quad m, l: \text{known}$$

プラント入力には前章と同一の振幅制限 (2.3) が存在するとする。

(3.1) より出力方程式は次式となる。

$$y_{k+1} = \sum_{j=1}^m (a^j y_{k+1-j} + b^j r_{k+1-l-j}) \quad (3.2)$$

ここで、 $y_k$  のむだ時間先の情報を

$$v_k = y_{k+l} \quad (3.3)$$

とすると、 $v_k$  に関して次式を得る。

$$v_{k+1} = \sum_{j=1}^m (a^j v_{k+1-j} + b^j r_{k+1-j}) \quad (3.4)$$

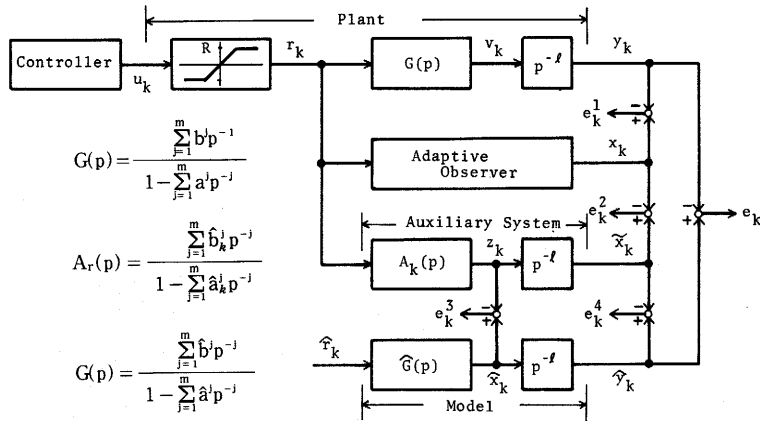


Fig. 1 Configuration of the MRACS using Adaptive Observer

### 3.1 適応観測器

まず, (3.2) のプラントに対する適応観測器を次とする。

$$x_{k+1} = \sum_{j=1}^m \{ (c^j - \hat{a}_k^j) e_{k+1-j}^1 + \hat{a}_k^j x_{k+1-j} + \hat{b}_k^j r_{k+1-l-j} \} \quad (3.5)$$

$$e_k^1 \equiv x_k - y_k$$

(3.2) と (3.5) より誤差方程式は次式となる。

$$e_{k+1}^1 = \sum_{j=1}^m \{ c^j e_{k+1-j}^1 + (\hat{a}_k^j - a^j) y_{k+1-j} + (\hat{b}_k^j - b^j) r_{k+1-l-j} \} \quad (3.6)$$

ここで,

$$\varepsilon_{k+1} \equiv e_{k+1}^1 - \sum_{j=1}^m c^j e_{k+1-j}^1$$

$$\Phi_k \triangleq [ \hat{a}_k^1 - a^1 \cdots \hat{a}_k^m - a^m \hat{b}_k^1 - b^1 \cdots \hat{b}_k^m - b^m ] \quad (3.7)$$

$$\omega_k \triangleq [ y_k \cdots y_{k+1-m} r_{k-l} \cdots r_{k+1-l-m} ]^T$$

$$\Phi_k \in R^{1 \times 2m} \quad \omega_k \in R^{2m}$$

を定義すると (3.6) より次式を得る。

$$\varepsilon_{k+1} = \Phi_k \omega_k \quad (3.8)$$

(3.8) に対して Lyapunov の安定理論を適用すると, (2.12) を誘導したと同一の手順により, パラメータ適応アルゴリズムを

$$\left. \begin{aligned} \hat{a}_{k+1}^j &= \hat{a}_k^j + \theta_k y_{k+1-j} \\ \hat{b}_{k+1}^j &= \hat{b}_k^j + \theta_k r_{k+1-l-j} \end{aligned} \right\} \quad (j=1, \dots, m) \quad (3.9)$$

$$\theta_k \equiv -\frac{\varepsilon_{k+1}}{\omega_k^T \omega_k}$$

とすれば,  $\varepsilon_k$  の 0 への収束性が保証される。従って,  $c^j$  をもつ系を安定に設定すれば,  $e_k^1$  の 0 への収束性が保

証される。

### 3.2 補助システム

いま, 適応観測器の補助システムを

$$z_{k+1} = \sum_{j=1}^m (\hat{a}_{k-l}^j z_{k+1-j} + \hat{b}_{k-l}^j r_{k+1-j}) \quad (3.10)$$

$$\tilde{x}_{k+1} \equiv z_{k+1-l}$$

$$= \sum_{j=1}^m (\hat{a}_{k-l}^j \tilde{x}_{k+1-j} + \hat{b}_{k-l}^j r_{k+1-l-j}) \quad (3.11)$$

とすると (3.5) と (3.11) より次式を得る。

$$e_{k+1}^2 \equiv \tilde{x}_{k+1} - x_{k+1}$$

$$= \sum_{j=1}^m \{ \hat{a}_{k-l}^j e_{k+1-j}^2 + (\hat{a}_{k-l}^j - \hat{a}_k^j) x_{k+1-j} + (\hat{b}_{k-l}^j - \hat{b}_k^j) r_{k+1-l-j} - (c^j - \hat{a}_k^j) e_{k+1-j}^1 \} \quad (3.12)$$

ここで, 適応観測器により  $e_k^1$  の 0 への収束性と  $\hat{a}_k^j$ ,  $\hat{b}_k^j$  のある一定値への収束性が保証されている。さらに,  $r_k$  と  $x_k$  が有界であり,  $\hat{a}_k^j$  をもつ系は安定な系に収束する (未知プラントに収束する) ので,  $e_k^2$  の 0 への収束性が保証される。従って,  $\tilde{x}_k$  は  $y_k$  に収束し, その結果,  $z_k$  の  $\nu_k$  への収束性も保証される。

### 3.3 制御入力

いま, 規範モデルを前章と同様に安定で

$$\hat{y}_k = \hat{x}_{k-l} \quad (3.13)$$

$$\hat{x}_k = \frac{\sum_{j=1}^m \hat{b}^j p^{-j}}{1 - \sum_{j=1}^m \hat{a}^j p^{-j}} \hat{r}_k \quad (3.14)$$

とする。  $\hat{y}_k$  がプラント出力  $y_k$  が規範すべき応答で,  $\hat{x}_k$  は  $\nu_k$  が規範すべき応答である。

ここで

$$e_k^3 \equiv \hat{x}_k - z_k \quad (3.15)$$

の0への収束性を考える。

前章と同様にして、 $r_k^0, u_k$  と  $r_k$  をそれぞれ

$$r_k^0 = \frac{1}{b^1} \left( \hat{x}_{k+1} - \sum_{j=1}^m a^j v_{k+1-j} - \sum_{j=2}^m b^j r_{k+1-j} \right) \quad (3.16)$$

$$u_k = \frac{1}{\hat{b}_k} \left( \hat{x}_{k+1} - \sum_{j=1}^m \hat{a}_k^j z_{k+1-j} - \sum_{j=2}^m \hat{b}_k^j r_{k+1-j} \right) \quad (3.17)$$

$$r_k = \begin{cases} u_k \cdots \cdots |u_k| \leq R \\ R \operatorname{sgn}(u_k) \cdots \cdots |u_k| > R \end{cases} \quad (3.18)$$

とすると、(2.23)を誘導したと同様の手順により、

(3.16)と(3.17)より次式を得る。

$$\begin{aligned} r_k^0 - u_k &= \frac{1}{b^1} \{ (\hat{b}_k - b^1) (u_k - r_k) + z_{k+1} - v_{k+1} \} \\ &= \frac{1}{b^1} \{ (\hat{b}_k - b^1) (u_k - r_k) + e_{k+1}^1 + e_{k+1}^2 \} \end{aligned} \quad (3.19)$$

ここで、 $e_k^1$  と  $e_k^2$  の0への収束性が保証されているので、前章と同様の議論より、〈仮定〉が満足されれば、 $\gamma_k \rightarrow \gamma_k^0$  が保証される。その結果、 $e_k^3$  と

$$e_k^4 \equiv \hat{y}_k - \hat{x}_k \quad (3.20)$$

$$= \hat{x}_{k+1} - z_{k+1} = e_{k+1}^2$$

の0への収束性も保証される。従って、

$$\begin{aligned} e_k &= \hat{y}_k - y_k \\ &= (\hat{y}_k - \hat{x}_k) + (\hat{x}_k - x_k) + (x_k - y_k) \\ &= e_k^4 + e_k^2 + e_k^1 \end{aligned}$$

より、プラント出力の規範応答への収束性が保証される。

### 3.4 検 討

むだ時間が存在する場合、ここでは補助システムを導入した。この目的は制御入力を決定的に、(3.16)と(3.17)から明らかなように、むだ時間を含まない部分(むだ時間だけ先の時点)の状態  $v_k$  の情報、実際的には  $v_k$  に収束する変数  $z_k$  の情報を必要とするからである。この情報は(3.5)の適応観測器のみでは実現不可能であり、ここでは補助システムを導入して実現した。換言すれば、適応観測器と補助システムを合わせて、一つの適応観測器の働きをしている。

従って、むだ時間が存在しない2章の場合には、明らかに補助システムを導入する必要はなく、その構成はFig.1において補助システムを削除したものとなり、より簡潔である。

### 4. 数値計算例

ここでは、提案した適応アルゴリズムを用いて数値計算した結果について考察する。

未知プラントとモデルがそれぞれ

$$\frac{y_k}{r_k} = \frac{0.3p^{-1} + 0.1p^{-2} + 0.05p^{-3}}{1 - 0.1p^{-1} - 0.4p^{-2} - 0.2p^{-3}} \cdot p^{-1}$$

$$\hat{x}_k = \frac{0.2p^{-1} + 0.3p^{-2} + 0.1p^{-3}}{1 - 0.4p^{-1} - 0.2p^{-2} - 0.1p^{-3}} \hat{r}_k$$

$$\hat{y}_k = \hat{x}_{k-1}$$

の場合について、適応観測器を

$$\hat{a}_i^0 = 0 \quad (i = 1, 2, 3)$$

$$\hat{b}_0^1 = 1 \quad \hat{b}_0^2 = \hat{b}_0^3 = 0$$

$$c^i = 0.1 \quad (i = 1, 2, 3)$$

とした。

〈例1〉モデルの入力  $\hat{r}_k$  を

$$\hat{r}_k = \sin k$$

とした結果がFig.2である。Fig.2(a)は  $\hat{x}_k$  と  $\hat{y}_k$  を、一方、Fig.2(b)は  $r_k^0$  と  $r_k$  を図示した。両者とも  $k$  が20までにはほぼ一致しており、優れた収束特性を示し、適応アルゴリズムの有用性を裏付けている。

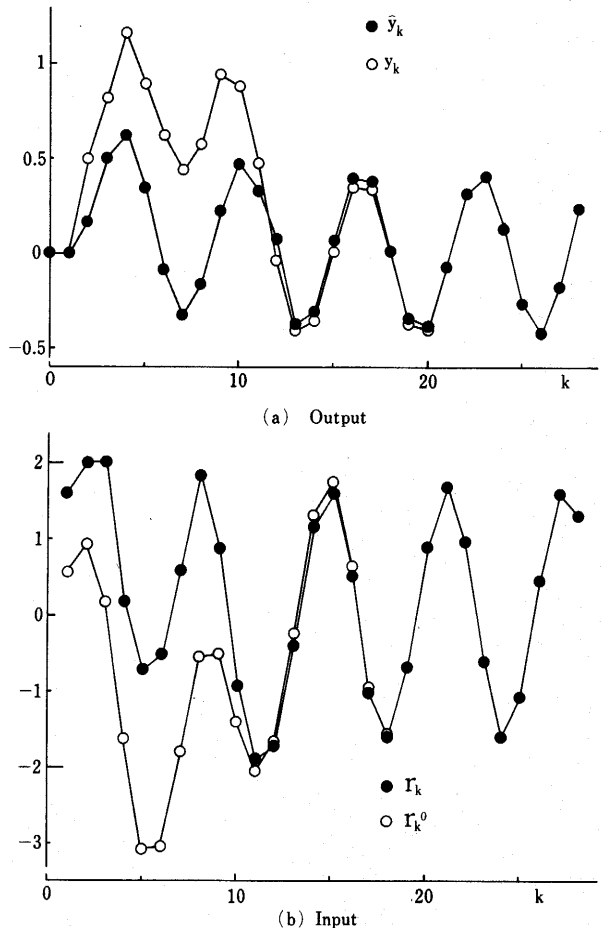
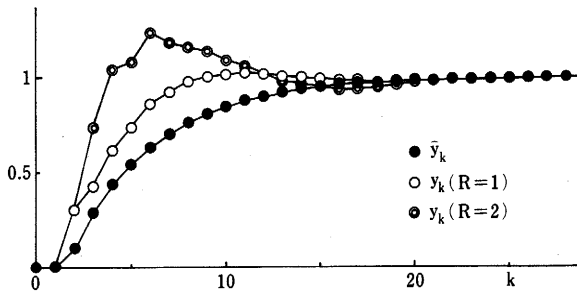
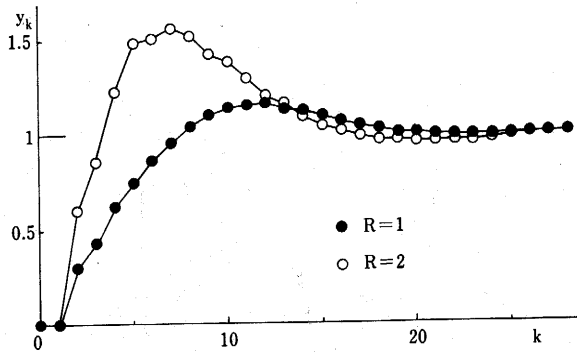


Fig. 2 Digital simulation result ( $r_k = \sin k, R = 2$ )

Fig. 3 Digital simulation result ( $\bar{r}_k=0.5$ )Fig. 4 Digital simulation result ( $\bar{r}_k=1$ )

〈例2〉モデルの入力  $\bar{r}_k$  を

$$\bar{r}_k = 0.5$$

とした結果が Fig. 3 である。R としては 1 と 2 の場合について図示した。両者とも  $k=20$  付近で収束している。また、当然のことながら、R が小さい方が行き過ぎ量が抑制されている。

〈例3〉規範応答を  $\bar{r}_k=1$  とした結果が Fig. 4 である。R が 1 と 2 の場合を図示したが、〈例2〉と同様な応答特性を示している。

〈考察〉数値計算結果全体より結論づけられることは、振幅制限とともに補助システムが緩衝的な働きをすることによって、過振動を抑制しているが、その結果収束性がやや緩慢となっている。

なお、明らかに、適応観測器の初期値によってはさらに優れた応答が期待でき、数値計算からも確かめられた。

また、ステップ応答のように、出力変動が少ない場合には、一般に適応観測器によるパラメータ同定の収束性は緩慢である。しかし、ここで提案した手法では、出力誤差の収束性に依存する適応アルゴリズムとなっているため、〈例2〉と〈例3〉も〈例1〉同様に良好な収束性を示している。

## 5. あとがき

適応観測器を用いて、適応制御系を設計した結果つぎのことが明らかとなった。

- 1) 直接検出可能な信号のみを用いた、プラントにむだ時間が存在する場合にも有効な適応アルゴリズムが誘導できた。
- 2) プラントの制御入力に実際的な振幅制限を付加することにより、系の安定性が保証されることが明らかとなった。
- 3) 適応制御系を構成し、プラント入力の十分の一般性が保証されず、適応観測器によりプラントのパラメータが完全に同定されない場合にも、観測器とプラントの出力誤差の 0 への収束性と  $b_k^1$  の  $b^1$  への程度の収束性(符号が判別可能)が保証されれば、プラント出力の規範応答への収束性が保証される。
- 4) 数値計算例からは、優れた応答特性が得られ、提案した適応制御系の有用性が裏付けられた。

## 参考文献

- 1) 小林：モデル規範形適応制御系，計測と制御，Vol. 17, No. 8, 602/612 (1978).
- 2) R. V. Monopoli: Model Reference Adaptive Control with an Augmented Error Signal: IEEE Trans. on Automatic Control, AC-19, 474/484 (1974).
- 3) 鈴木・高島：超安定離散時間モデル規範形適応制御系の設計，計測自動制御学会論文集，Vol. 13, No. 5, 433/438 (1977).
- 4) A. Feuer, B. R. Barmish and A. S. Morse: An Unstable Dynamical System Associated with Model Reference Adaptive Control, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-23, 499/500 (1978).
- 5) 鈴木・中村：離散時間モデル規範形適応制御系の漸近安定性，計測自動制御学会論文集，Vol. 16, No. 1, 130/136 (1980).
- 6) 米澤・大川：Lyapunov の安定理論に基づくモデル規範形離散値適応制御系の一設計，計測自動制御学会論文集，Vol. 16, No. 6, (1980).
- 7) 大川・米澤：入力振幅に制限のあるモデル規範形離散値適応制御系の設計，第 6 回システムシンポジウム講演論文集，329/334 (1980).
- 8) 鈴木：適応観測器，計測と制御，Vol. 19, No. 2, 195/205 (1980).
- 9) 米澤・大川：Lyapunov の安定理論に基づく離散形適応観測器の一設計，計測自動制御学会論文集，Vol. 15, No. 2, 141/146 (1979).
- 10) K. S. Narendra and L. S. Volavani: Stable Adaptive Observer and Controllers, Proc. IEEE, Vol. 64, No. 8, 1198/1208 (1976).
- 11) P. Kudva and K. S. Narendra: A Identification Procedure for Discrete Multivariable System, IEEE Trans. on Automatic Control, AC-19, 549/555 (1974).