

## ラジアルボール盤の静・動剛性解析

(昭和56年5月30日 原稿受付)

|        |   |   |   |   |
|--------|---|---|---|---|
| 機械工学教室 | 池 | 崎 | 八 | 生 |
| 機械工学教室 | 竹 | 内 | 芳 | 美 |
| 機械工学教室 | 坂 | 本 | 正 | 史 |

Analysis of Static and Dynamic Rigidity  
on a Radial-Arm Drilling Machineby Yatsuo IKEZAKI  
Yoshimi TAKEUCHI  
Masafumi SAKAMOTO

## Abstract

It is required for a radial-arm drilling machine to perform a machining with efficiency, while to maintain high working accuracy. Judging from the mechanical viewpoint, however, a radial-arm drilling machine is constructed in the unbalanced state. As a result, it is apt to cause the static and dynamic deformation. It becomes an important subject to analyze and predict those behaviors, not only in designing a new radial-arm drilling machine with high rigidity, but also in improving the working accuracy of the machine. Therefore, the analysis program was developed to evaluate the static and dynamic behaviors of a radial-arm drilling machine by use of a personal computer. It is shown that calculated results have fairly good agreement with experimental ones.

## 1. 緒言

ラジアルボール盤は、穴あけ・中ぐり加工などを行なう工作機械であり、大型あるいは大重量の工作物の加工に用いる。工作物を移動し、主軸の真下にあげようとする穴の中心を持って来るかわりに、ボール盤の主軸を移動して位置決めを行なう。そのため構造は図-1に示すようにベース上の支柱(コラム)とその外周に軸受を介して支持されたコラムスリーブを中心として施回する長い腕(アーム)を持つ。アームはスリーブ上を上下に移動し任意の位置にクランプされる。さらにアームには水平方向に動くことのできる主軸頭があり、ドリルまたは中ぐりバイトを取り付けて加工を行なう。

近年、ラジアルボール盤は加工時間の短縮から強力切削加工も行なわれ、またフライス加工や治具ボーラの機能も必要となり、高い加工精度を保つと同時に能率よく加工することが要求されてきている。しかし、ラジアル

ボール盤は、力学的にきわめて不均衡な形態がとられており、構造からも分かるようにアーム上の主軸頭重量のため、無負荷状態においても変形を生じ、また負荷がかかると同方向に変形を生じる。さらに加工条件によっては振動するなど、静変形・動変形を生じやすい。

これらの変形を解析・予測することは高剛性のラジアルボール盤を設計する上でも、また加工精度向上を図る上でも非常に重要なことである。このためにマイクロコンピュータを用いて、静変形・動変形を手軽にシミュレーションできる解析プログラムを開発した。さらに、この解析プログラムの有効性が実験においても確認されたので、その概要を報告する。

## 2. ラジアルボール盤の変形原因について

ラジアルボール盤は、無負荷の場合にもアーム上の主軸頭の自重によって変形し、主軸頭の位置により、その変形状態も変化する。また加工中においては切削抵抗に

よるトルクと送り抵抗(スラスト力)を受けて変形する。図-2にドリル加工をしたときのスラスト力及びトルクの変化を示す。この図より切削条件によっては、かなりの負荷がかかっていることがわかる。このような大きな負荷は穴の平行度あるいは基準面に対する直角度などの誤差を引き起こす原因となるので、これらの負荷による変形に注目することは加工精度向上の面から当然必要になってくる。

以上は平均的なトルク・スラスト力であるが、ラジアル

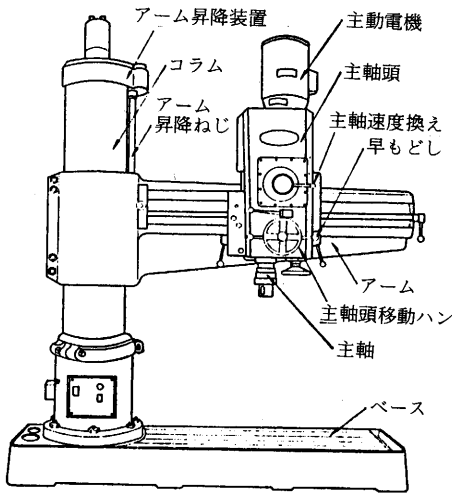


図-1 ラジアルボール盤の構造

ルボール盤による加工過程を思い浮かべてもわかるように時間の推移とともに、かなりの負荷変動が起こると考えられる。そこでスラスト力の時間的変化の様子を示したものが図-3である。切削開始より切削終了までに大きく変動していることがわかる。このように変動する負荷においては当然のことながら、機械の振動が問題になってくる。例えば、変動周期が機械構造の固有振動周期と共振すると正しい加工が不可能になり、極端な場合には工具の破損にもつながる。

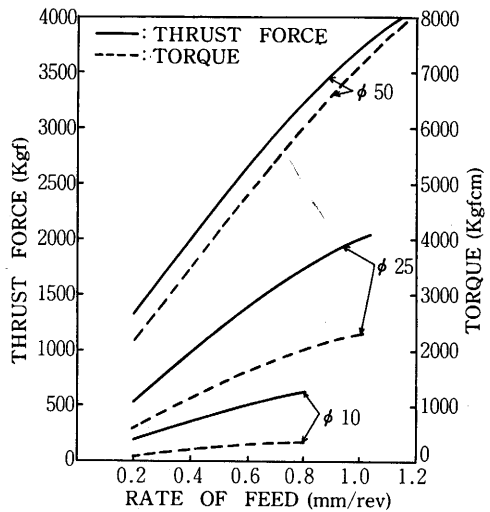


図-2 (b)炭素鋼ドリル加工のトルク・スラスト力

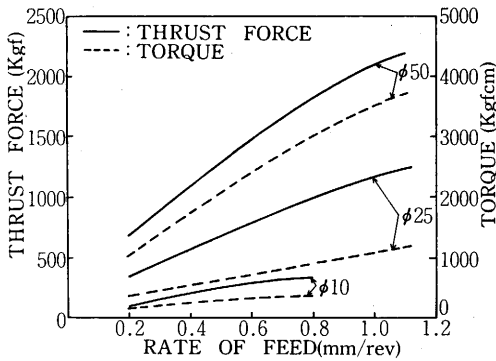


図-2 (a) 鋳鉄ドリル加工のトルク・スラスト力

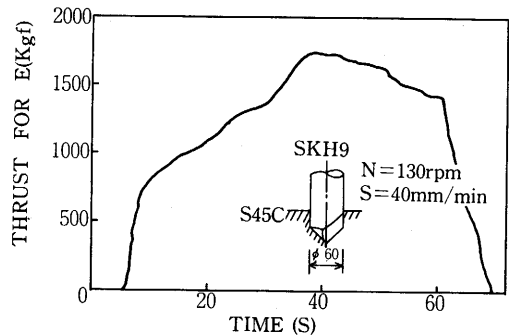


図-3 ドリル加工におけるスラスト力の時間的変化

### 3. ラジアルボール盤の剛性解析プログラム

上述の観点からマイクロコンピューターを使用してラジアルボール盤の静変形・動変形を解析するプログラムを作成する。解析には、はり要素を用いた有限要素法<sup>1)</sup>を利用し、ラジアルボール盤を平面ラーメン構造として近似する。解析に用いる平面ラーメン要素を図-4に示すように定義すると、要素の部材座標系に関する剛性方程式は次式のように表わすことができる。

$$\begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \\ M_{zi} \\ X_j \\ Y_j \\ M_{zj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{l^3} & \frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & \frac{4EI_z}{l} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{2EI_z}{l} & 0 \\ \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & -\frac{6EI_z}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_{zi} \\ u_j \\ v_j \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

SYM

$E$ : ヤング率,  $A$ : 断面積,  $l$ : 部材長さ,  $I_z$ : 断面2次モーメント

ここで、変位と荷重を結びつけるマトリックス  $[K]^e$  を要素の剛性マトリックスと呼ぶ。

静変動の場合、要素の変位ベクトルと荷重ベクトル、さらに剛性マトリックスを構造全体に構成したものをそれぞれ  $\{\delta\}$ ,  $\{f\}$ ,  $[K]$  で表わすと次式ようになる。

$$\{f\} = [K]\{\delta\} \quad (2)$$

式(2)において、荷重ベクトルが既知であるので境界条件を処理して式(2)の左から  $[K]$  の逆行列をかけると変位が求まる。

動変形においては、荷重ベクトルの代わりに d'Alembert

の原理を用いることによって慣性力を導入すれば静的な問題に帰着できる。すなわち、

$$\{f\}^e = -[M]^e\{\ddot{\delta}\}^e$$

$$= \frac{\gamma A l}{g} \times \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13}{35} & \frac{11}{210}l & 0 & \frac{9}{70} & -\frac{13}{420}l \\ 0 & \frac{\ell^2}{105} & 0 & \frac{13}{420}l & -\frac{\ell^2}{140} & 0 \\ \text{SYM} & & & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{13}{35} & -\frac{11}{210}l \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\ell^2}{105} & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$A$ : 断面積,  $\gamma$ : 密度,  $l$ : 部材長さ,  $g$ : 重力加速度, ここに、 $[M]^e$  は要素の質量マトリックスと呼ばれるものである。

外力の作用しない非減衰振動を考えると  $[M]$  を系全体の質量マトリックスとして次式のような関係が成り立つ。

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{0\} \quad (4)$$

自由振動では系のすべての点は同位相で運動するので

$$\{\delta\} = \{\delta_0\} \sin \omega t \quad (5)$$

と置くと、式(4)は結局、次式のようになり、固有値問題になる。

$$([K] - \omega^2[M])\{\delta_0\} = \{0\} \quad (6)$$

式(6)を解けば、固有値すなわち固有振動数が導かれると同時に、それに対する相対的な振幅である固有ベクトルが求まる<sup>2)</sup>

図-5に解析プログラムのフローチャートを示す。

フローチャートに従って簡単に説明すると、始めにラジアルボール盤の構造データをマイクロコンピューターのキーボードから対話型で入力する。次に要素ごとに質量マトリックス・剛性マトリックスを組立て、それから系全体の剛性マトリックスを組立てる。さらに静変形のシミュレーションのために剛性マトリックスの逆行列を計算する。逆行列作成には、コレスキー分解法<sup>3)</sup>を用いることによって計算時間の短縮を計っている。

構造全体の変形は、主軸に加えられる荷重ベクトルを剛性マトリックスの逆行列にかけあわせて求めることができる。また、動変形では質量マトリックス、剛性マト

リックスから、外力の作用しない非減衰の自由振動の固有問題として、ラジアルボール盤の固有振動数と固有ベクトルを求める。

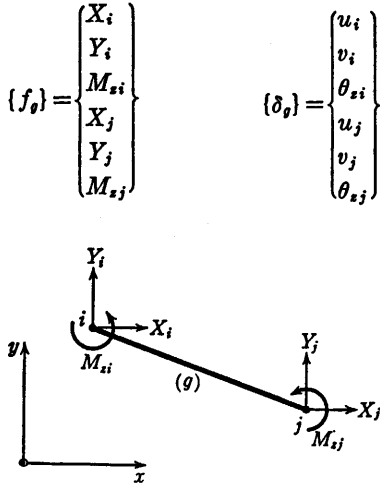


図-4 平面ラーメン要素とその節点力・変位ベクトル

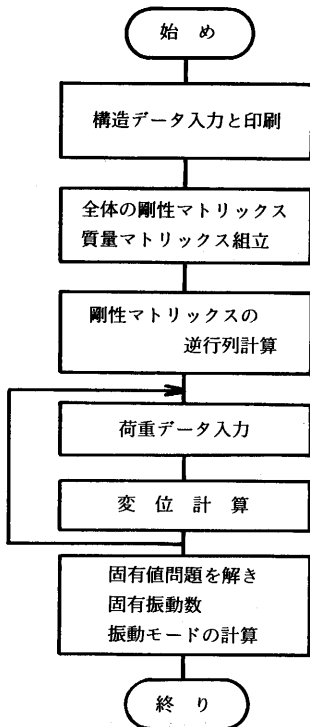


図-5 解析プログラムのフローチャート

解析プログラムは、コンパイラ形 BASIC で記述された4つのサブプログラムからなり、ミニフロッピーディスクを介してデータの転送・格納を行っている。使用したマイクロコンピュータは、SORD. M223 MARK II で64 KB を持ち、これにより節点数は15まで解析可能である。

#### 4. シミュレーションと実験結果

計算においては図-6に示すように、ラジアルボール盤を要素数5、節点数6のはり要素で近似する。また表-1は解析に使用した部材の断面形状および断面積、断面2次モーメントである。ここでベースとコラム、コラムとアームは完全固定であると仮定して計算した。計算に要する時間はこの分割で静変形を求めるのに5分、振動数とそのモードを求めるのに約10分という手軽さである。

実験は静変形の場合についてのみ行なった。主軸頭にはスラスト力のみが作用するとし、スラスト力としては、バネを主軸先端に取り付け、圧縮することによって発生する反力を代用する。測定はアーム先端の上方向の変位置とコラムの変位置を外部の不動点からマイクロメータをあてて測定した。

図-7はアームをコラムベースから測って1183 mmの高さに、主軸頭をコラム中心線より435 mmのアーム上に固定し、主軸頭に200 kgf から1000 kgf まで200 kgf づつ荷重を加えて測定したアームの上方向の変位置とコラムの変位置である。アームの上方向の変位においては荷重が小さい所では比較的計算値と測定値が一致しているが荷重が大きくなるにつれてそのずれが著しくなっている。計算値と測定値が一致なくなる原因としては、実際のラジアルボール盤では荷重の加わる主軸頭中心がアームの中心よりずれていたり、主軸頭とアーム部の接合部分の遊びやアーム部とスリーブ、コラムの接合部分の遊びなどの非線形的な特性をもつ箇所が大きな影響を及ぼすために生じたものと考えられる。これは図において計算値が線形構造で重ね合わせの原理により直線として求められているのに対して、測定値が曲線であることからわかる。コラムの変位置は計算値と測定値がほぼ一致している。ここでは上述のような非線形的な特性をもつ箇所の影響があまり現われなかったと考えられる。しかしながら、主軸頭をコラムより795 mm離れた位置に固定して、同じ条件で実験した場合、図-8のようにコラムの変位においてもかなり非線形的な特徴を

示している。

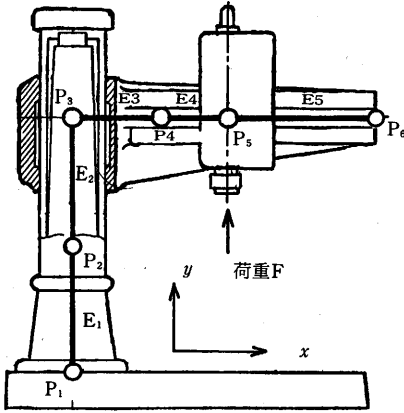


図-6 ラジアルボール盤の要素分割

| 部 材                          | E <sub>1</sub> , E <sub>2</sub> | E <sub>3</sub>     | E <sub>4</sub>     | E <sub>5</sub>     |
|------------------------------|---------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 断面形状                         |                                 |                    |                    |                    |
| 断面積 (mm <sup>2</sup> )       | $1.31 \times 10^4$              | $0.60 \times 10^4$ | $0.52 \times 10^4$ | $0.45 \times 10^4$ |
| 断面2次モーメント (mm <sup>4</sup> ) | $0.73 \times 10^8$              | $0.61 \times 10^8$ | $0.25 \times 10^8$ | $0.12 \times 10^8$ |

表-1 分割要素の断面形状

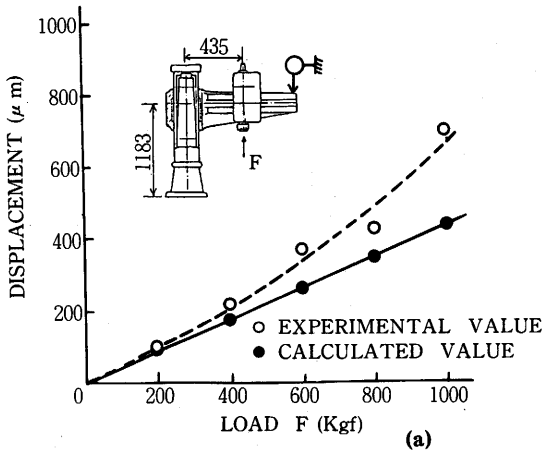


図-7 ラジアルボール盤の  
アーム・コラム変位量

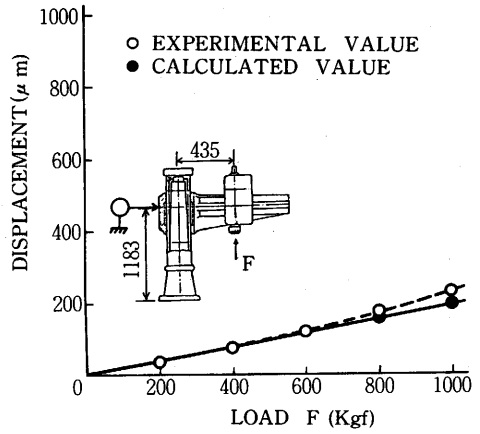


図-7 (b)

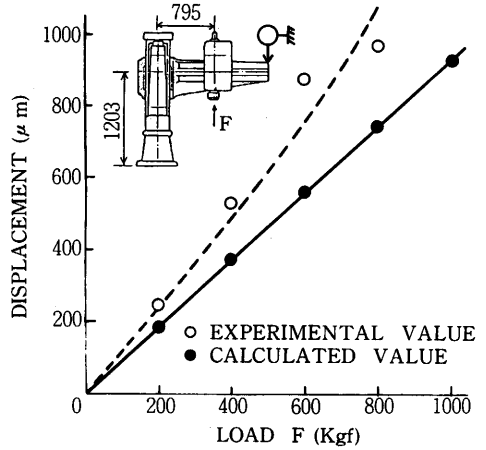


図-8 ラジアルボール盤の  
アーム・コラム変位量

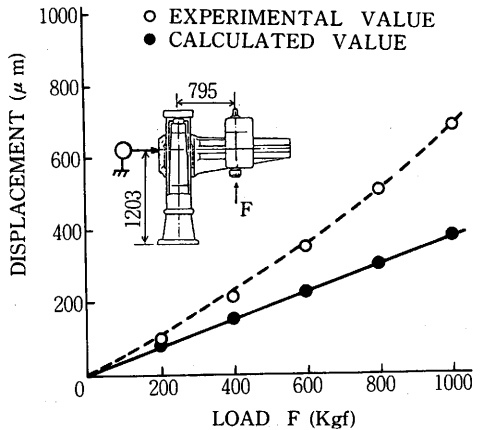


図-8 (b)

これらのことから予想されるように、コラムやアーム部の剛性を低下させない加工をするには、主軸頭をコラムになるべく近づけて、主軸頭がコラムから離れないようにしたり、送りを小さくしてスラスト力を減少させるなどを考慮する必要がある。さらに、これらの図よりコラム・主軸頭間距離一定の条件のもとで加工する場合、加工精度を低下させずにすむ、適切な加工条件（例えば、送り速度）を推測できると考えられる。

また、測定値と計算値のずれ原因の1つとして、解析プログラムで用いている剛性マトリックスの影響が考えられる。すなわち、剛性マトリックスを作成する時点において、各要素の断面積や断面2次モーメントが必要になるが、詳細な図面がある場合はともかく、既存のものから計算しようとするとは何かの近似をせざるをえず、その近似の割合によって剛性マトリックス自身が影響を受けることになる。本計算においては要素数5のはり要素近似とした訳であるが、実際のラジアルボール盤ではアームだけを見ても、その断面積は徐々に変化して行き当然のことながら断面2次モーメントも変化するので近似の仕方によって剛性マトリックスの要素の値が変わり、その結果、計算値を結んだ直線の傾きが変化する。図において、計算値は測定値より下にずれているが、これは計算に用いたデータの剛性が実際に実験に使用したラジアルボール盤の剛性よりも高いことを示している。

図-9は図中に示した節点に荷重を加えた場合のラジアルボール盤全体の変形を示す。荷重の増加とともにアームは上方向にそりかえり、コラムは片持ち梁の曲げのような変形を生じていることが理解できる。△印は測定値であるが計算値と少しずれているのは、前述のように、コラムスリーブとアームの接合部の存在や要素の近似による影響によって現われたものと思われる。

図-10は動変形解析の為に求めた固有振動モードを1次モードから4次モードまでを示している。1次モードは静変形の場合に起る曲げ変形状態とよく似ていることがわかる。これらの固有振動数と加工することによって発生する振動の周期が一致することになれば、共振により振幅が増大し、加工精度は明らかに低下してしまうと考えられる。加工中に発生する振動として、切削工具の切刃の食い付きによって発生する周期的な変動外力や、送りや回転数などによる周期的な変動があげられる。これらの振動数と固有振動数が共振する可能性は大いにあ

ると思われる。それを避けるには、予め切削条件を考えた構造を設計段階で考慮するなり、あるいはまたその逆に、固有振動数と共振を起す恐れのある切削条件域は避ければよい。

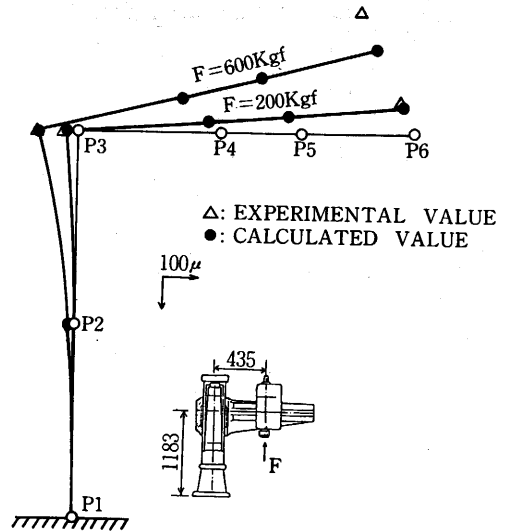


図-9 ラジアルボール盤の変形 (a)

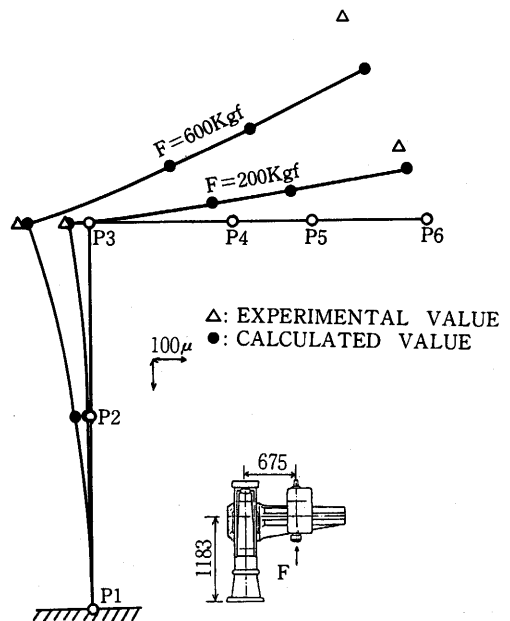


図-9 (b)

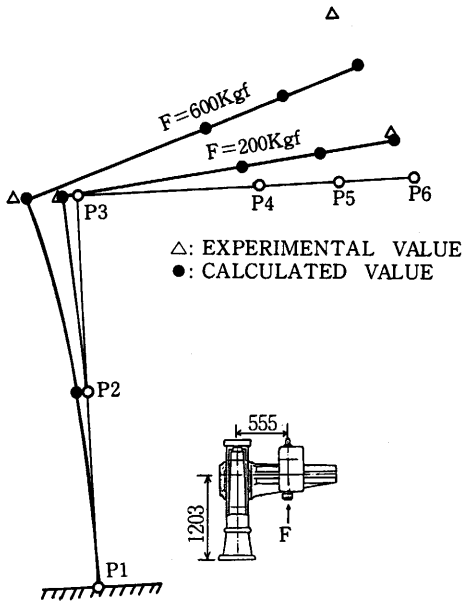


図-9 (c)

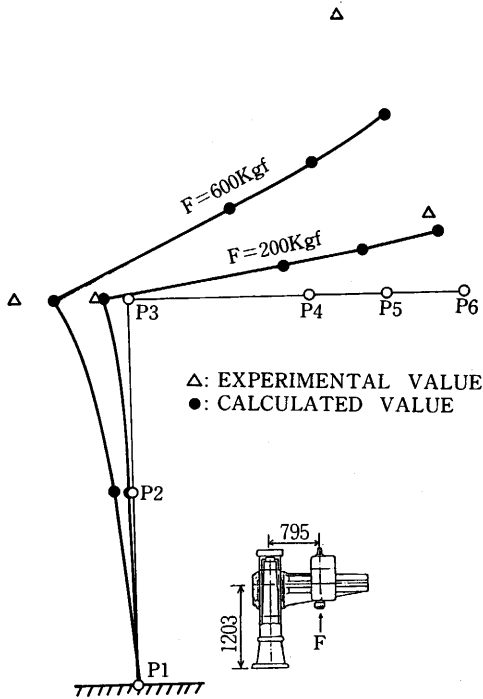


図-9 (d)

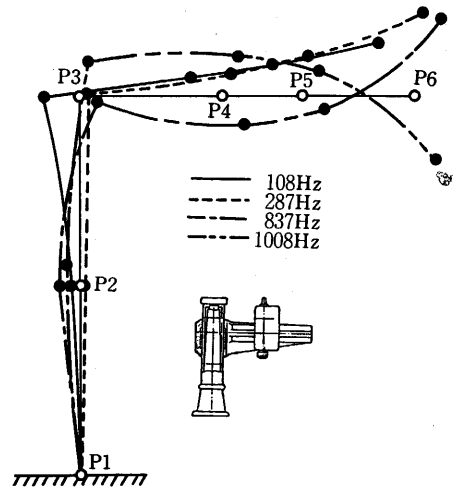


図-10 ラジアルボール盤の固有振動モード

次に、固有振動数は通常、数十 Hz と考えられるが本計算においては少し高めになっている。これは計算を簡単にするため、アームに取り付けられている主軸頭の質量を考慮していないことから生じたものと思われるので、今後は静変形のデータより主軸頭質量を予測し、動変形解析のデータとなるようプログラムを改良し(付録)、さらに、減衰項をも考慮して実験的に確かめたいと考えている。

### 5. 結 言

本研究で得られた結果をまとめると次のようになる。

- (1) ラジアルボール盤の静剛性、動剛性を手軽に解析できるマイクロコンピュータ用プログラムを開発し、比較的精度よく解析できることを実験的に確認した。
- (2) この解析プログラムを用いることによって、設計段階、あるいは加工前に加工条件を考えて、変形状態を容易にシミュレートできる。
- (3) 使用者は、加工条件とそれによって得られる加工精度に関する評価基準が得られ、加工精度向上に役立てることができる。

本稿を準備するにあたり協力された浅尾晃通技官に感謝します。

## 参 考 文 献

- 1) 三本木茂夫, 吉村信敏: 有限要素法による構造解析プログラム, 培風館 (1976) 47.
- 2) プレンティス・レキー, 加川幸雄訳: マトリクス機械振動解析入門, プレイン図書出版 (1974)
- 3) 戸川隼人: マトリクスの数値計算, オーム社 (1971) 56.
- 4) M. Weck, K. Teipel 著, 稲崎一郎, 吉田嘉太郎, 龍江義孝, 大久保信行訳: 工作機械動特性の測定と評価, マシニスト出版 (1980) 95.

## 付 録

主軸頭重量  $W$  を予測するには, 式(2)を利用する。すなわち, ある節点  $m$  に位置している主軸頭が節点  $n$  に移動したとする。その時, 節点  $i$  にて変位を測定していると考えると, 主軸頭の移動によって変位が  $\delta_i$  から  $\delta'_i$  に変化するので, 次式が成立する。

$$[K] \begin{Bmatrix} \vdots \\ \delta_i \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ W \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} m \quad (2-1)$$

$$[K] \begin{Bmatrix} \vdots \\ \delta'_i \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ W \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} n \quad (2-2)$$

両辺に  $[K]^{-1}$  をかけ, 式(2-1)から式(2-2)を減ざると,

$$\begin{Bmatrix} \vdots \\ \delta_i - \delta'_i \\ \vdots \end{Bmatrix} = [K]^{-1} \begin{Bmatrix} 0 \\ W \\ 0 \\ -W \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{matrix} m \\ n \end{matrix} \quad (2-3)$$

式(2-3)の  $i$  行に注目すれば,

$$\delta_i - \delta'_i = \{ (K^{-1})_{i,m} - (K^{-1})_{i,n} \} W \quad (2-4)$$

$i$  点での変位の変化分は, 測定されているから, 主軸頭の重量予測値  $W$  は

$$W = \frac{\delta_i - \delta'_i}{K_{i,m}^{-1} - K_{i,n}^{-1}}$$

で与えられる。