

相関変換によって抽出された特徴からの パターン再生の一手法について

(昭和58年11月30日 原稿受付)

情報工学教室 玉 木 明 和

A Method of Pattern-Reconstruction from the Feature Extracted by Correlation Transform

by Akikazu TAMAKI

Abstract

The author has proposed Correlation Transform which is available for the feature extraction in the pattern recognition. The Transform is linear transform by means of a matrix which is not necessary orthogonal. In this report, he reconstructs the patterns from the features extracted by Correlation Transform. The reconstructed pattern is not identical with the original pattern, but an approximation. He describes of the relationship among a pattern space, a feature space, an original pattern, a feature vector and a reconstructed pattern. He reconstructs the patterns from the features of the sample pattern set, and discusses the influence of the change of feature dimension on the reconstructed patterns.

1. はじめに

著者はパターン認識における特徴抽出法として、相関変換を提案した。(文献1)これは、認識対象となるパターンと相関のあるパターンベクトルを行ベクトルとする行列によって線形変換を行うものである。変換としては直交変換がよく使われるが、相関変換は行列の直交性は要求していない。直交変換としては、Fourier 変換や Karhunen-Loève 変換が知られている。後者は、変換の対象となるパターン集合の統計的性質から行列が算出されるが、前者の行列は、パターン集合によらず固定したものである。これらの直交変換によって抽出された特徴から、もとのパターンを再生することができる。相関変換(すなわち、直交性をもたない行列による変換)によって抽出された特徴からパターンの再生を行う。再生法は、正規直交行列の場合と同じ方法を用いる。これは、もとのパターンと同一には再生できないが、近似したパターンに再生可能である。

本報告では、パターン空間、特徴空間、もとのパターン、特徴ベクトル、再生パターンの関係について述べ、パターンの再生法を述べる。また、相関変換を行う行列

の構成法の一手法を示し、それを使って実験を行った。 8×8 のマトリックスに表現された8個のパターン集合に対して、特徴抽出を行い、特徴ベクトルから再生パターンを算出した。特徴空間の次元の変化が再生パターンに及ぼす影響を調べ、また、もとのパターンとの誤差の評価を行った。

2. 相関変換の概略

相関変換を簡単に述べる。詳しくは文献1を参照のこと。パターン空間を X 、特徴空間を Y で表わし、それぞれ、 M 次元のベクトル空間とする。パターン $x(\in X)$ からの特徴抽出を特徴ベクトル $y(\in Y)$ への写像と考え、線形写像であれば、行列 A によって、つぎのように表現できる。

$$y^T = Ax^T \quad (1)$$

ここで

$$y = (y^1, \dots, y^N) \quad (2)$$

$$x = (x^1, \dots, x^M) \quad (3)$$

A : $N \times M$ 行列

相関変換は、対象とするパターンと相関のあるパターン(ベクトル)の集合によって行列 A をつくる。すなわち

それらのパターン集合を行ベクトルとする行列である。そのパターン集合を変換ベクトル系と呼び、その行列を変換行列と呼ぶ。変換行列 A は M 次元ベクトル空間 X を N 次元ベクトル空間 Y に写像する。変換ベクトル系を $\{a_1, \dots, a_N\}$ で表わすと、変換行列 A は

$$A = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix} \quad (4)$$

となり、(1)式は、

$$y^T = \begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix} x^T \quad (5)$$

となる。特徴ベクトル y の i 番目の要素 y^i は

$$y^i = \langle a_i, x \rangle = a_i x^T \quad (6)$$

と表わすことができる。すなわち、相関変換は、変換ベクトル系の各ベクトルとパターンベクトルの内積（相関）を特徴ベクトルとするものである。相関変換は、対象とするパターンベクトルと相関のあるベクトル系で、変換行列を構成することを要求するが、その直交性は要求しない。変換ベクトル系が直交している変換は、種々の方法が提案されている。たとえば、Karhunen-Loève 変換は、パターンの性質をよく表わす主成分を特徴として変換するように変換行列 A を構成するものである。

3. 特徴ベクトルからのパターンの再生

特徴ベクトルからパターンベクトルを再生することを考える。特徴ベクトルの次元は N 、パターンベクトルの次元は M であり、一般に $M > N$ である。したがって、再生パターンベクトルは、もとのパターンベクトルではなく近似したものとなる。ここでは、 $M=N$ の場合の簡単な再生法を論じ、それを $M > N$ の場合に適用する方法で再生を行う。

変換行列が、正規直交行列すなわち $A^T A = I$ の場合について論ずる。この場合は、

$$x^T = I x^T = A^T A x^T = A^T y \quad (7)$$

が成立する。(7)式より、特徴ベクトルに、変換行列の転置行列を掛けることで、パターンベクトルの再生ができる。再生パターンベクトルを \hat{x} と書くと、

$$\hat{x}^T = A^T y \quad (8)$$

となり、その k 成分 \hat{x}^k は、

$$\hat{x}^k = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N a_i^k a_j^i x^j \quad (\text{注2}) \quad (9)$$

(注1) $\langle a, b \rangle$ は a と b の内積を表わす。

(注2) a_i^k は変換ベクトル a_i の k 番目の要素を表わす。

と表わすことができる。行列 A は正規直交行列のため、

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N a_i^k a_j^i = \begin{cases} 1 & k=j \\ 0 & k \neq j \end{cases} \quad (10)$$

であり、 $\hat{x}^k = x^k$ となる。よって、

$$\hat{x} = x \quad (11)$$

(10)式より、行列 A が正規直交行列の場合は \hat{x} と x が一致する。(9)式を変形すると、

$$\begin{aligned} \hat{x}^k &= \sum_{i=1}^M a_i^k \sum_{j=1}^N a_j^i x^j \\ &= \sum_{i=1}^N a_i^k \langle a_i, x \rangle \end{aligned} \quad (12)$$

となり、ベクトルで表現すると、

$$\hat{x} = \sum_{i=1}^N \langle a_i, x \rangle a_i \quad (13)$$

となる。すなわち、パターンベクトルと変換ベクトルの内積の値に、その変換ベクトルを掛けたものの総和という形で表現できる。

一般に、相関変換においては、変換行列の直交性の性質はないが、(13)式で示される再生法を用いることにする。これは、もとのパターンベクトルに近似したベクトルを再生することができる。

さて、パターン空間 X の次元 M が、特徴空間 Y の次元 N より大きい場合は、 Y は X の部分空間と考えることができる。特徴空間 Y のベースは、変換行列 A を構成する変換ベクトル系となり、ベクトルの集合 $\{a_1, \dots, a_N\}$ の張る部分空間となる。すなわち、パターンベクトルの再生は、パターン空間 X のパターンベクトルを、その部分空間（特徴空間） Y 上で近似することである。

例

図-1に示すように、パターン空間 X を3次元（ベースを e_1, e_2, e_3 とする）、変換ベクトル系を $\{a_1, a_2\}$ とする。特徴空間 Y は、 $\{a_1, a_2\}$ で決定される平面となり、2次元部分空間となる。特徴空間 Y は e_1-e_2 平面との交線 Op を、 e_2-e_3 平面との交線 Oq をもつ。図-2にパターン x が特徴空間 Y 上で再生される様子を示す。再生パターンベクトル \hat{x} は

$$\hat{x} = \langle a_1, x \rangle a_1 + \langle a_2, x \rangle a_2 \quad (14)$$

と表わされるから、ベクトル a_1 を a_1 と x の内積の値倍したものとベクトル a_2 を a_2 と x の内積の値倍したものと和で表わすことになる。 $\langle a_1, x \rangle a_1$ と $\langle a_2, x \rangle a_2$ は特徴空間 Y 上にあり、パターン x の再生パターンベクトル \hat{x} も Y 上にある。

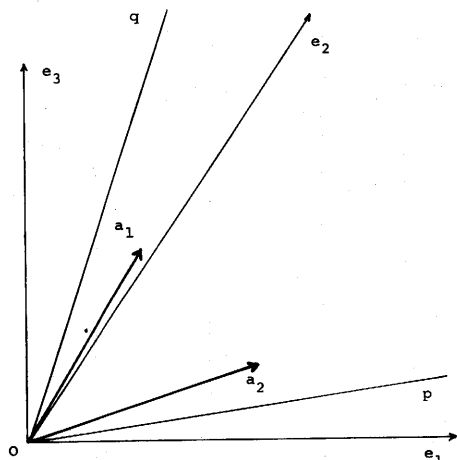


図-1 パターン空間と特徴空間

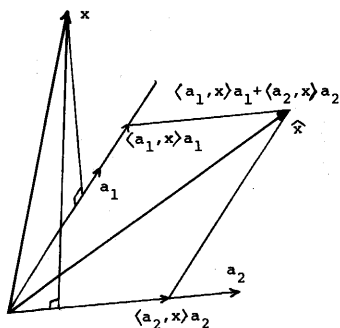


図-2 特徴空間と再生パターンベクトル

4. 変換行列の構成法

人間は、過去の経験から知識を得て学習する。変換行列も過去の経験をもとに構成する。(対象となるパターンは過去に経験したパターンと相関をもつものとする。)

$S = \{s_1, \dots, s_l\}$ を過去の経験として与えられるパターンの集合とする。変換ベクトル系 A (注3) を次の条件が成立するように構成する。

条件

ある固定した実数 ξ を決める。任意の $s \in S$ に対して $d(s, a) > \xi$ (15)

を満たす $a \in A$ が存在する。

ここで

$$d(s, a) = \frac{\langle s, a \rangle}{\sqrt{\langle s, s \rangle \langle a, a \rangle}} \quad (16)$$

(注3) A は変換行列を表わすが、それを構成する変換ベクトル系を表わすのにも用いる。

$d(s, a)$ は、ベクトル s, a をノルムで正規化を行い、相関をとったものである。 S, A の各ベクトルをノルムで正規化したものを \tilde{S}, \tilde{A} で表わす。すなわち、

$$\tilde{S} = \left\{ \frac{s}{\sqrt{\langle s, s \rangle}} : s \in S \right\} \quad (17)$$

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{a}{\sqrt{\langle a, a \rangle}} : a \in A \right\} \quad (18)$$

この構成法は、 \tilde{A} の要素と \tilde{S} の要素の相関値が ξ 以上になるように、 \tilde{S} および S に網を張るものである。 ξ の値を大きくすれば、変換ベクトル系 A を構成するベクトルの数は増加し、特徴空間 Y の次元も増加する。また、変換ベクトル系の各ベクトルは、 S の要素のいくつかの平均ベクトルとして構成される。

5. 実験結果

変換行列を構成するための過去の経験パターン集合 S と特徴抽出され再生される対象パターン集合に同一のものをを用いた。実験に用いたパターン集合を図3に示す。パターン空間の次元は64であり、 8×8 のマトリックス上に表現され、 $-1, 0, 1$ の値をもつ。図3では、マトリックス上の各要素の最大値と最小値の差を16等分し、その16レベルを擬似的な濃淡で表わす。濃い部分が大きい値を、淡い部分が小さい値を表わす。以下同様である。

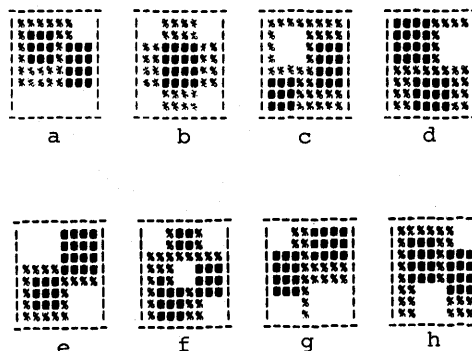


図-3 実験に用いたパターン

経験パターン集合 S に張る網の目の大きさを変える定数 ξ を適当に変え、特徴空間 Y の次元を2次元から8次元まで変化させた。特徴空間のベースは変換ベクトル系であり、そのベースを構成する各々は S のいくつかの平均ベクトルである。図4に、ベースを構成するベクトルをつくる S のベクトルの集合を示す。たとえば、特徴空間が3次元の場合は、 $\{a, b, g, h\}$ (図3で示したものに同じ) の平均ベクトル、ベクトル $d, \{c, e, f\}$ の

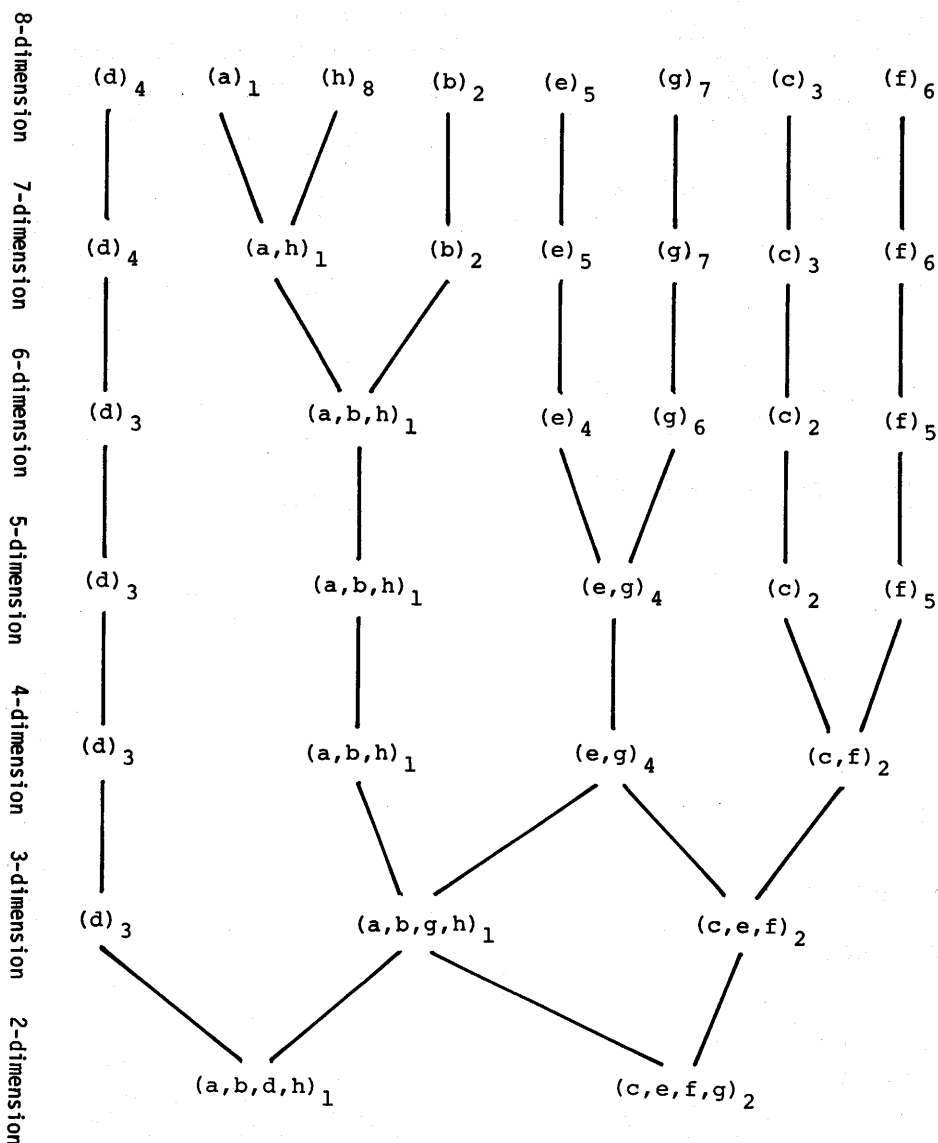


図-4 特徴空間のベースを構成するパターンベクトル

平均ベクトルがベースをつくることを示し、カッコの右下の数字はベース番号と呼び、それぞれを、ベース1、ベース2、ベース3と呼ぶことにする。特徴空間のベースを濃淡表示したものを図5に示す。

相関変換によって、図3に示すパターンから特徴抽出された結果を表1に示す。特徴空間が5次元の場合、ベースは5個のベクトルから構成され、パターン a の特徴ベクトルは (11.87, -1.00, -0.54, 1.29, 2.56) で示す5次元ベクトルとして表現される。本実験におい

て、ベースを構成する各ベクトルは、それ自身との内積の値が10になるように正規化を行った。

特徴ベクトルから再生した再生パターンともとのパターンを図6に示す。特徴空間が4次元の場合、 a の特徴ベクトルから、つぎのようにして再生パターン \hat{a} が計算される。表1より、パターン a の特徴ベクトルは、(11.87, 1.39, -0.54, 1.29) である。図5の4次元の欄から、ベース1の11.87倍、ベース2の1.39倍、ベース3の-0.54倍、ベース4の1.29倍の和として計算され

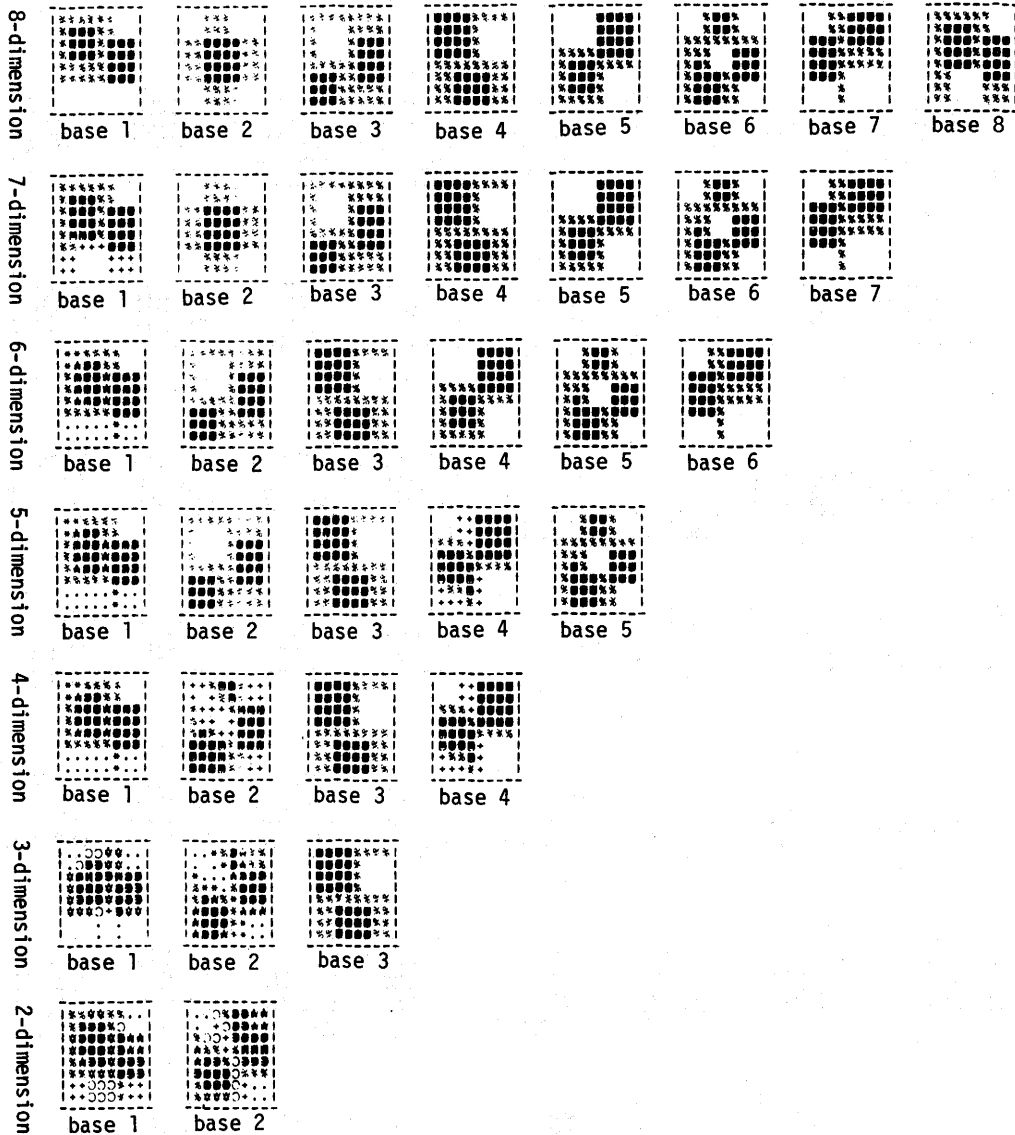


図-5 特徴空間のベースの濃淡表示

たものが、再生パターン \hat{a} である。図6より視覚的に、再生パターンの評価を行うと、特徴空間の次元が大きい程、より良い近似となっていることがわかる。

再生パターンともとのパターンの比較を定量的に行った。再生パターンともとのパターンのマトリックスの各要素は明らかに異なるので、つぎの正規化を行った。

(1)それぞれのマトリックスの各要素の最大値と最小値の

差が等しくなるように差で正規化した場合

(2)各要素の2乗和が等しくなるように、2乗和で正規化した場合

について、誤差の評価を行った。(1),(2)の場合について、絶対値誤差、2乗誤差と特徴空間の次元の関係を図7および図8に示す。特徴空間の増加とともに、誤差が減少することが、定量的に確認できる。

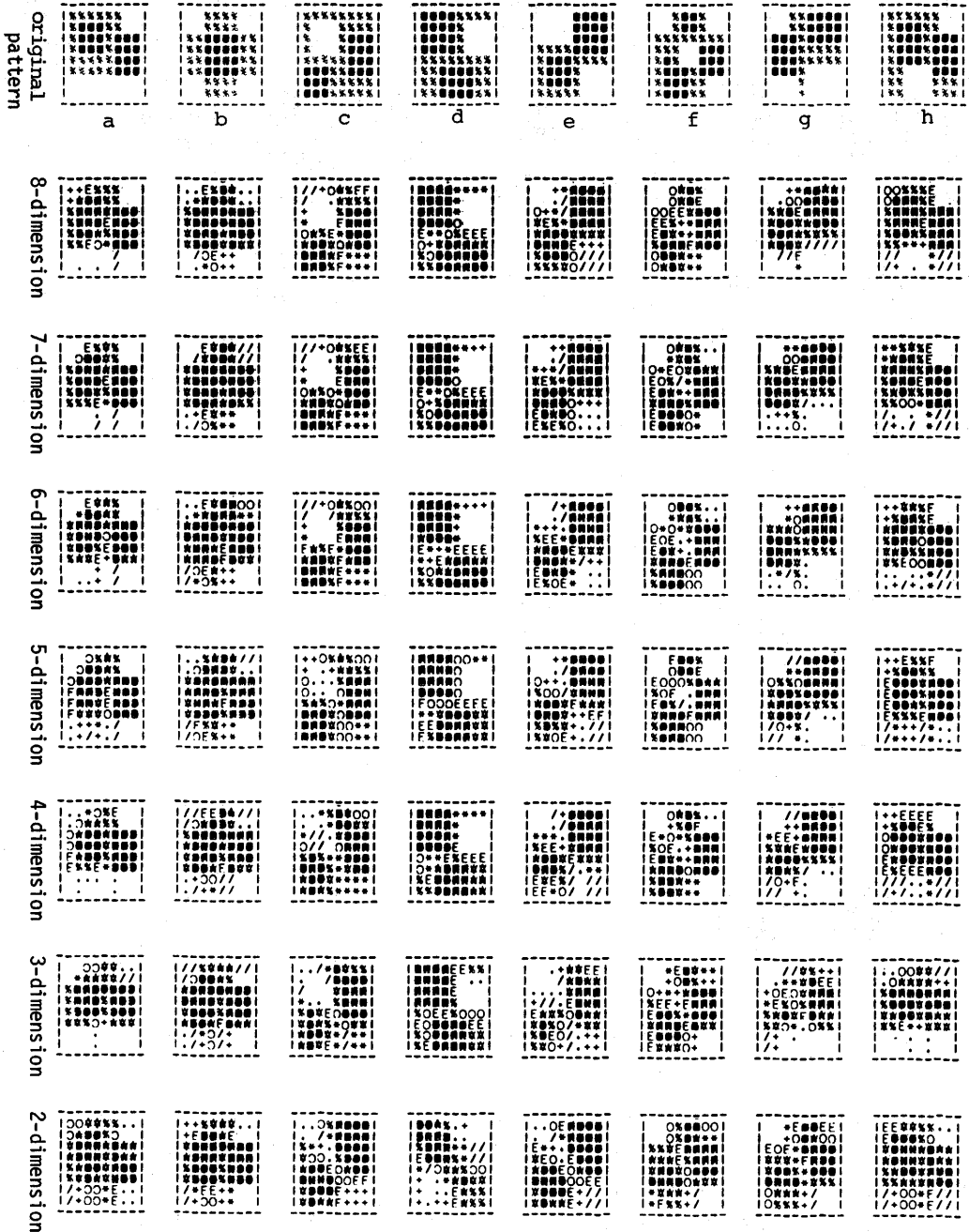


図-6 再生パターンの比較

表-1 特徴ベクトル

パターン ベース番号		a	b	c	d	e	f	g	h
8	1	10.00	4.63	- 0.73	- 0.49	0.98	2.44	3.17	7.56
	2	5.94	10.00	- 0.63	1.25	2.50	3.44	3.75	3.13
	3	- 1.00	- 0.67	10.00	- 3.67	4.33	5.33	- 2.00	0.00
	4	- 0.54	1.08	- 2.97	10.00	- 5.41	0.81	- 2.98	- 0.81
	5	- 0.87	1.74	2.83	- 4.35	10.00	1.96	5.22	- 1.74
	6	2.56	2.82	4.10	0.77	2.31	10.00	0.51	1.54
	7	2.83	2.61	- 1.30	- 2.39	5.22	0.44	10.00	1.09
	8	8.38	2.70	0.00	- 0.81	- 2.16	1.62	1.35	10.00
7	1	10.29	4.14	- 0.43	- 0.71	- 1.71	2.29	2.57	9.71
	2	5.94	10.00	- 0.63	1.25	2.50	3.44	3.75	3.13
	3	- 1.00	- 0.67	10.00	- 3.67	4.33	5.33	- 2.00	0.00
	4	- 0.54	1.08	- 2.97	10.00	- 5.41	0.81	- 2.97	- 0.81
	5	- 0.87	1.74	2.83	- 4.35	10.00	1.96	5.22	- 1.74
	6	2.56	2.82	4.10	0.77	2.31	10.00	0.51	1.54
	7	2.83	2.61	- 1.30	- 2.39	5.22	0.44	10.00	1.09
6	1	11.87	7.96	- 0.65	- 0.13	- 0.52	3.52	3.91	10.17
	2	- 1.00	- 0.67	10.00	- 3.67	4.33	5.33	- 2.00	0.00
	3	- 0.54	1.08	- 2.97	10.00	- 5.41	0.81	- 2.97	- 0.81
	4	- 0.87	1.74	2.83	- 4.35	10.00	1.96	5.22	- 1.74
	5	2.56	2.82	4.10	0.77	2.31	10.00	0.51	1.54
	6	2.83	2.61	- 1.30	- 2.39	5.22	0.44	10.00	1.09
5	1	11.87	7.96	- 0.65	- 0.13	- 0.52	3.52	3.91	10.17
	2	- 1.00	- 0.67	10.00	- 3.67	4.33	5.33	- 2.00	0.00
	3	- 0.54	1.08	- 2.97	10.00	- 5.41	0.81	- 2.97	- 0.81
	4	1.29	2.86	1.00	- 4.43	10.00	1.57	10.00	- 0.43
	5	2.56	2.82	4.10	0.77	2.31	10.00	0.51	1.54
4	1	11.87	7.96	- 0.65	- 0.13	- 0.52	3.52	3.91	10.17
	2	1.39	1.78	9.11	- 1.58	4.36	10.89	- 0.79	1.19
	3	- 0.54	1.08	- 2.97	10.00	- 5.41	0.81	- 2.97	- 0.81
	4	1.29	2.86	1.00	- 4.43	10.00	1.57	10.00	- 0.43
3	1	12.38	8.69	- 1.31	- 1.43	2.38	3.45	9.05	9.88
	2	0.47	2.67	9.27	- 4.40	10.68	10.05	3.14	- 0.31
	3	- 0.54	1.08	- 2.97	10.00	- 5.41	0.81	- 2.97	- 0.81
2	1	13.43	9.81	- 2.42	5.43	- 3.62	4.53	2.87	11.32
	2	2.31	4.19	7.65	- 5.63	13.29	9.53	9.53	0.43

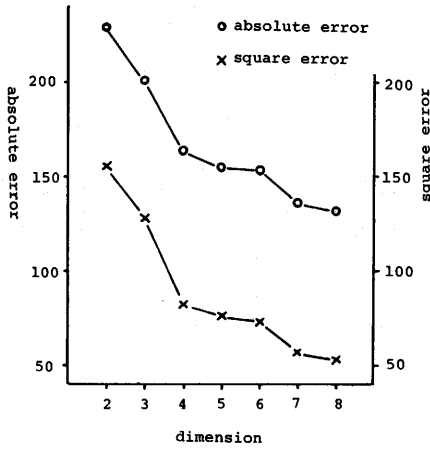


図-7 差で正規化した場合の誤差

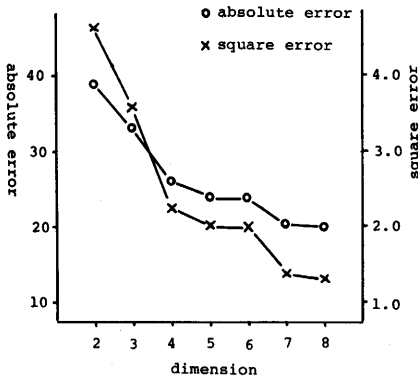


図-8 2乗和で正規化した場合の誤差

6. おわりに

シミュレーション実験であり、ひとつのケーススタディであることに注意しなければならないが、斜交変換である相関変換によって抽出された特徴からパターンの再生ができることがわかった。パターン空間の次元は64であり、特徴空間の次元は2~8であり、大きな開きがある。パターン空間の次元と特徴空間の次元が同程度の場合の再生について調べる必要がある。また、実験に用いたパターン集合は、実験用に作製したものであり、実際のパターン集合（たとえば、文字や絵など）に対して、実験を行う必要がある。

最後に、日頃、御指導いただく加藤清史教授に深謝する。

参 考 文 献

- 1) 玉木明和「相関に基づく特徴抽出について」、九州工業大学研究報告(工学)第40号, 昭55年
- 2) 玉木明和「直交変換との比較による相関を用いた特徴抽出の評価」、九州工業大学研究報告(工学)第45号, 昭57年
- 3) 竹内啓, 柳井晴夫共著「多変量解析の基礎」、東京経済新報社, 昭和47年
- 4) 中野馨著「アソシアトロン—連想記憶のモデルと知的情報処理—」、昭晃堂, 昭和54年
- 5) Kohonen, T. "Associative Memory" Springer-Verlag, 1977
- 6) Pratt, W.K. "Digital Image Processing" John Wiley & Sons, 1976
- 7) Rosenfeld, A., Kak, A. C. "Digital Picture Processing" 2nd ed., Academic Press, 1982