

非線形システムの区分的線形化による 準最適制御とその電力系統への適用

(昭和63年11月30日 原稿受付)

電 気 工 学 科 高 田 等
田 口 祐 二
北九州工業試験場 田 上 真 人

A Suboptimal Control by Piecewise-Linearization of Nonlinear Systems and Its Application to Electric Power Systems

by Hitoshi TAKATA
Yuji TAGUCHI
Masato TAGAMI

Abstract

This paper presents a suboptimal control for nonlinear systems by using a technique of piecewise-linear modelling. The state space of the system is divided into some regions. In each region, one linearizes the system including terms with strong nonlinearity and uses the linear feedback control efficiently.

The suboptimal control presented here is applied to the stabilization of electric power system of a single machine-infinite bus. Digital simulation shows that it provides good results.

1. まえがき

電力系統の過渡状態は非線形システムとして記述される。一般に非線形システムを最適に制御する方法としては最大原理が有名である。しかしこれは計算の過程が複雑で、得られる制御が閉ループを構成しないなどの欠点があり、実用的に多くの問題点が残されている。一方、制御則がフィードバックの線形レギュレータは実用的に最も有用な手法の一つである。しかしこれはシステムが線形もしくは非線形でも定常点近傍の狭い線形化可能範囲においてのみ有効であり、よって非線形性の強いシステムに対しては適用できないという欠点がある。他方、Kumar 氏⁽¹⁾らや川畑氏⁽²⁾らは、非線形方程式を定常点を通るいくつかの線形方程式で近似し、これに線形レギュレータ理論を適用しつつ合成した準最適制御法を提案した。しかし、彼らの方法は関数近似の制度が悪く、

良好な結果が期待できない。

そこで本稿では、状態空間をいくつかの領域に分割し、それぞれの領域ごとに非線形方程式を線形近似する、いわゆる領域分割テーラー展開法による区分的線形近似式に、線形制御則をあてはめて合成した準最適制御法を提案した。本手法を負荷のある一機無限大母線系統の発電機の過渡安定度制御に適用した。その際、線形レギュレータ法や川畑氏らの手法との比較検討も行なった。これにより本手法の有効性が確かめられた。

2. 問題の設定

非線形システムの運動方程式が次式で与えられたとしよう。

$$\dot{X} = f(X) + BU \quad (1)$$

ただし、 X : n 次元状態ベクトル、 f : n 次元非線形ベ

クトル値 C^1 級関数, $B: n \times r$ 行列, $U: r$ 次元制御ベクトル, X_0 および $U_0: \dot{X}_0 = f(X_0) + BU_0 (= 0)$ なる X と U の定常値である。

まず, 状態空間をいくつかの領域 D_0, D_1, D_2, \dots に分割する。それぞれの領域内の点 X_0, X_1, X_2, \dots を選び, そのまわりでのテーラー展開一次近似により

$$\dot{X} = f(X_i) + \frac{\partial f(X_i)}{\partial X_i^T} (X - X_i) + BU \quad (i=0, 1, 2, \dots) \quad (2)$$

を得る。すなわち区分的線形化である。こうして得られた線形方程式は, それぞれの領域 D_0, D_1, D_2, \dots で有効な式となる。Fig. 1 に領域ごと区分的線形化方程式の概略図を示す。比較のため Fig. 2 に従来の川畑氏⁽²⁾らの定常的線形化方程式の概略図を示す。これらの図からも本手法の近似精度の良さが想像できるであろう。

評価としては定常値からの変動分 $x = X - X_0$, $u = U - U_0$ に関する二次形式

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (3)$$

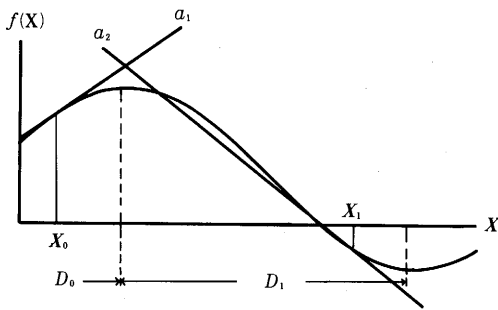


Fig. 1 Linear approximation of piecewise type

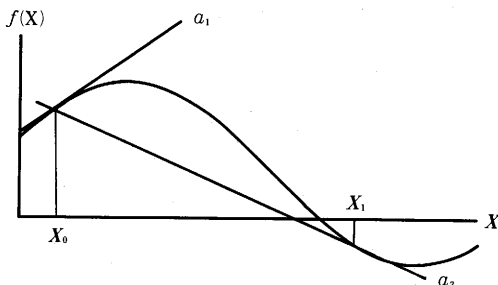


Fig. 2 Linear approximation of Kawabata's type

を設定する。ただし, $Q: n \times n$ 準正定値行列, $R: r \times r$ 正定値行列である。

(3)式を用いて, (2)式の各 i について線形最適制御則を導出し, 領域 D_i ごとに切り換えて適用する手法を提案しよう。3節で準最適制御則を導出し, 4節で負荷のある一機無限大母線系統の発電機の過渡安定度制御に適用する。

3. 線形近似による線形最適レギュレータ切り換え則

(2)式を x と u を用いて書き直すと

$$\dot{x} = A_i x + Bu + w_i \quad (4)$$

となる。ただし,

$$A_i = \frac{\partial f(X_i)}{\partial X_i^T}, \quad w_i = A_i (X_0 - X_i) + f(X_i) + BU_0$$

である。(3), (4)式に対する最適制御則は線形二次形式評価なので衆知の

$$u = u_i \triangleq -R^{-1} B^T (P_i x - \xi_i) \quad (5)$$

で与えられる。ただし, P_i は正定値対称行列であり, P_i と ξ_i は次の2式を満たす⁽³⁾。

$$P_i A_i + A_i^T P_i + Q - P_i B R^{-1} B^T P_i = 0 \quad (6)$$

$$\xi_i = [(A_i - B R^{-1} B^T P_i)^T]^{-1} P_i w_i \quad (7)$$

こうして, それぞれの線形近似システムに対する最適制御が得られた。 X の値が領域 D_i に含まれるとき, すなわち $D_i \ni X$ のとき, 制御 u としては $u = u_i$ を用いる。従って本手法は領域ごとに制御を切り換えて(1)式に適用する方法である。これにより非線形システムの極めて広い範囲での制御が可能となった。

4. 電力系統への適用

4.1 系統方程式

文献(1), (2)と全く同じ次の式で記述される, 負荷のある一機無限大母線系統に本手法を適用する。

$$\dot{X}_1 = -\frac{1}{k T_{d0}} X_1 + \frac{(X_d - X_d') V Y_{12}}{k} X_3 \cos(\theta_2 - X_2) + \frac{1}{k T_{d0}} U_1 \quad (8)$$

$$\dot{X}_2 = X_3 \quad (9)$$

$$\dot{X}_3 = -\frac{V Y_{12}}{M} X_1 \cos(\theta_2 - X_2) - \frac{Y_{11} \cos \theta_1}{M} X_1^2 - \frac{D}{M} X_3 + \frac{1}{M} X_4 \quad (10)$$

$$\dot{X}_1 = -\frac{1}{T_c} X_1 + \frac{1}{T_c} U_2 \quad (11)$$

$$(k=1+(X_d-X_d')Y_{11}\sin\theta_{11})$$

状態変数 X_1, X_2, X_3, X_4 はそれぞれ $E_t, \delta, d\delta/dt, P$ を表わし、制御変数 U_1, U_2 はそれぞれ E_{fd}, X_P を表わしている。ただし、 E_t : 内部誘起電圧、 δ : 負荷角、 P : タービン出力、 E_{fd} : 界磁電圧、 X_P : ガバナのバルブ位置である。

ここで最も非線形性の強いのは発電機出力式⁽¹⁾⁽²⁾なので、特に X_2 についてのみいくつかの区間に分割する。そして、領域 $D_i \subset R^4$ を $D_i = R \times [X_{2t_i}, X_{2t_{i+1}}] \times R^2$ とする。次に区間 $[X_{2t_i}, X_{2t_{i+1}}]$ 内の X_{2i} を成分に持ち他は定常点の $x_i = [X_{10} X_{2i} X_{30} X_{40}]^T$ のまわりで(1)式をテーラー展開一次近似し、領域 D_i で有効なものとする。このとき(4)式から A_i, B, w_i は次のようになる。

$$A_i = \begin{bmatrix} -\frac{1}{kT_{d0}} & 0 & -\frac{1}{M} |VY_{12}\cos(\theta_{12}-X_{2i}) + 2Y_{11}\cos\theta_{11} \cdot X_{10}| & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{VY_{12}}{M} X_{10}\sin(\theta_{12}-X_{2i}) & 0 \\ \frac{(X_d-X_d')VY_{12}}{k} X_{30}\cos(\theta_{12}-X_2) & 1 & -\frac{D}{M} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{M} & -\frac{1}{T_c} \end{bmatrix}^T$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{kT_{d0}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{T_c} \end{bmatrix}^T$$

$$w_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{VY_{12}}{M} X_{10} |\cos(\theta_{12}-X_{2i}) + \sin(\theta_{12}-X_{2i}) \cdot (X_{20}-X_{2i})| \\ -\frac{Y_{11}\cos\theta_{11}}{M} X_{10}^2 + \frac{1}{M} X_{40} & 0 \end{bmatrix}^T$$

($X_{30} = 0$ である。)

4.2 数値シミュレーション

系統定数ならびに定常運転状態を文献(2)と同じく次のように設定した。 $M = 0.06$ (p.u. sec/Hz), $D = 0.06$ (p.u./Hz), $X_d = 0.320$ (p.u.), $X_d' = 0.08$ (p.u.), $T_{d0} = 5.0$ (sec), $T_c = 0.3$ (sec), $E_{t0} = 1.428$ (p.u.), $P_0 = 1.511$ (p.u.), $\delta_0 = 25^\circ$, $Y_{11} = 1.553 \angle -80^\circ$, $Y_{12} = 1.095 \angle 80^\circ$ 。 X_2 について、区間 $[\theta_{12} - \pi, \theta_{12}]$ においては $X_{20} = 25^\circ$, および区間 $[\theta_{12}, \theta_{12} + \pi]$ においては $X_{21} = 195^\circ$ で線形化した。

Fig. 3 ~ 8 は、三相短絡事故で事故を除去した後、再

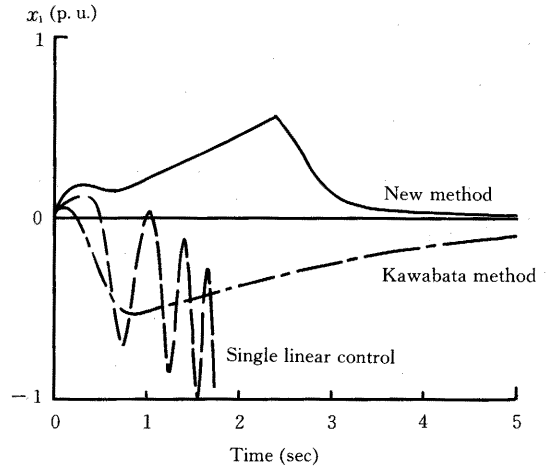


Fig. 3 Time response curve of x_1 ($t_c=0.3$ sec)

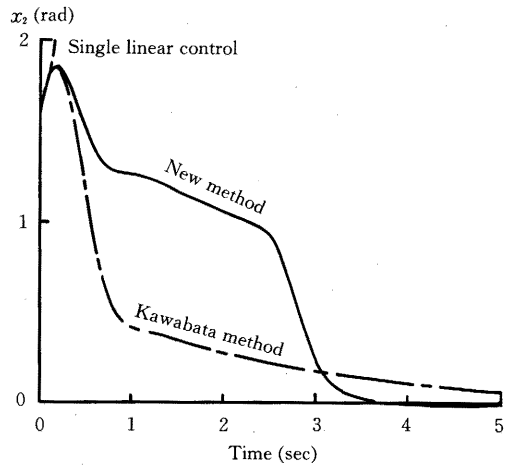


Fig. 4 Time response curve of x_2 ($t_c=0.3$ sec)

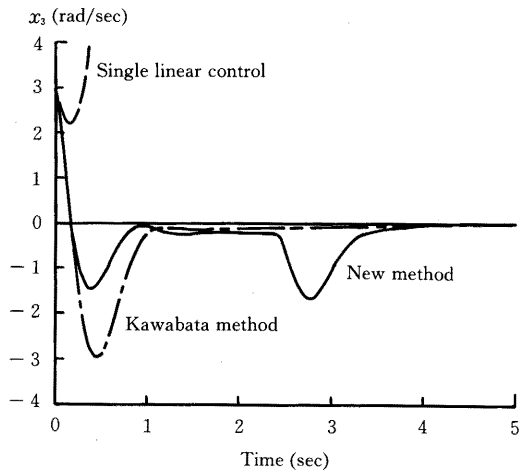


Fig. 5 Time response curve of x_3 ($t_c=0.3$ sec)

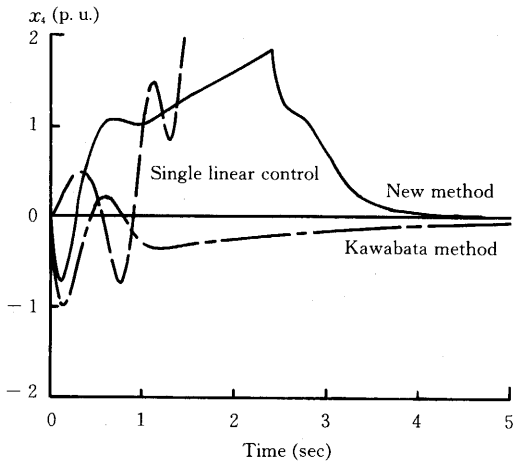


Fig. 6 Time response curve of x_4 ($t_c=0.3$ sec)

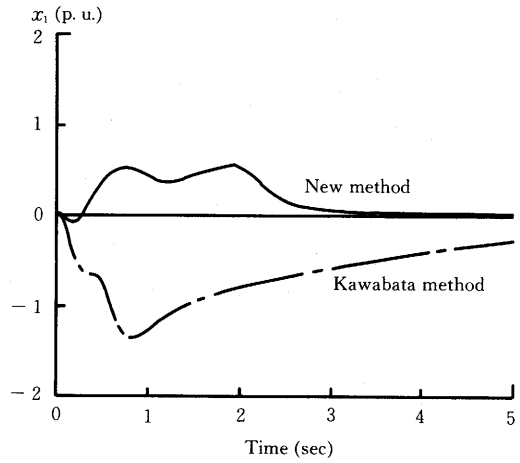


Fig. 9 Time response curve of x_1 ($t_c=0.5$ sec)

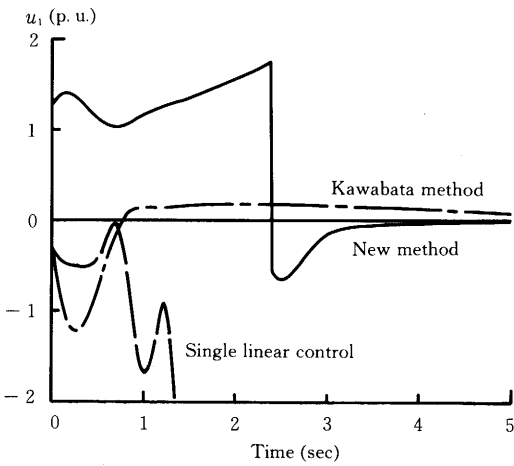


Fig. 7 Time response curve of u_1 ($t_c=0.3$ sec)

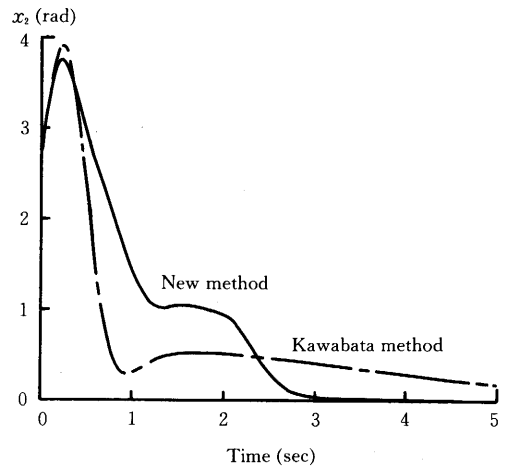


Fig. 10 Time response curve of x_2 ($t_c=0.5$ sec)

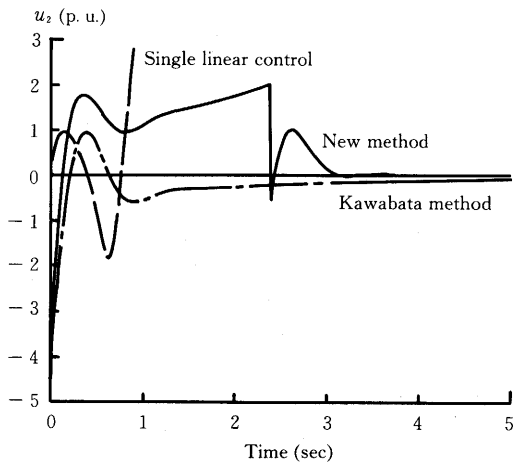


Fig. 8 Time response curve of u_2 ($t_c=0.3$ sec)

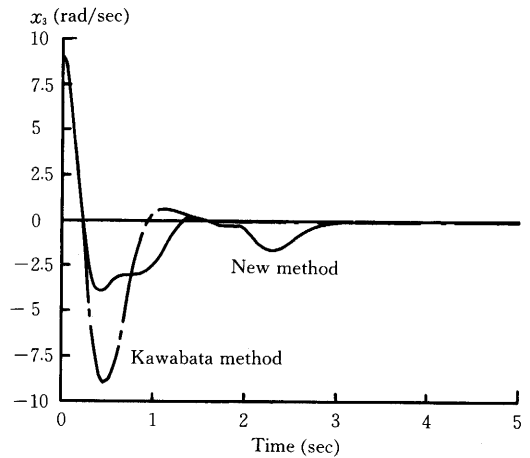
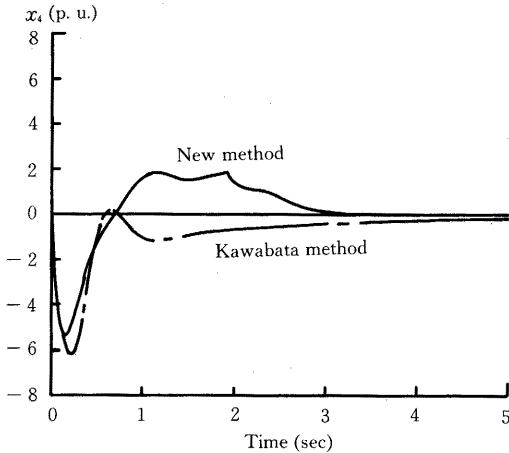
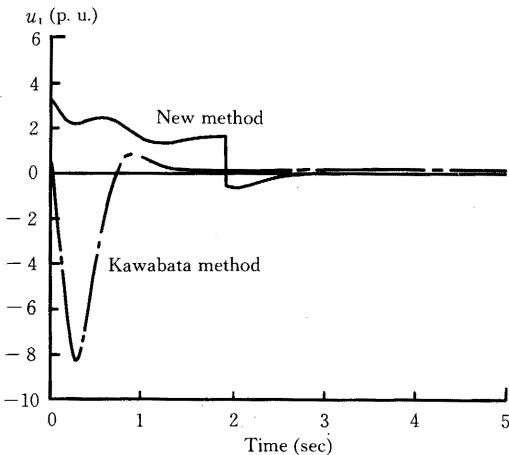
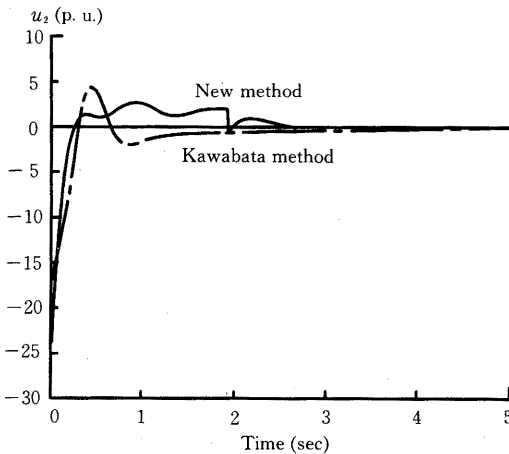


Fig. 11 Time response curve of x_3 ($t_c=0.5$ sec)

Fig. 12 Time response curve of x_4 ($t_c=0.5$ sec)Fig. 13 Time response curve of u_1 ($t_c=0.5$ sec)Fig. 14 Time response curve of u_2 ($t_c=0.5$ sec)

びしゃ断器を投入するまでの時間である再閉路時間 $t_c = 0.3$ 秒の近似値 $X(0) = [1.482 \ 2.0 \ 3.0 \ 1.511]^T$ を初期状態としたときのものである。比較のため、 X_0 点線形化のみの制御則による場合と川畑氏らの方法による場合も同時に示す。Fig. 9~14は、再閉路時間 $t_c = 0.5$ 秒の近似値 $X(0) = [1.482 \ 3.0 \ 9.0 \ 1.511]^T$ を初期状態とした場合のものである。

Fig. 3~8において X_0 点線形化のみの場合はいずれも定常点に収束せず発散した。これは X_0 点で線形化して求めた線形最適レギュレータの有効範囲を越えているためだと思われる。これに対して、非線形性を考慮した川畑氏らの方法と本手法は、システムを安定化している。なお、非線形性のより強い $t_c = 0.5$ 秒のとき、すなわち Fig. 9~14のとき本手法の方が川畑氏らの手法より速く定常点へ収束していくことが確かめられた。さらに t_c が大きくなった場合、本手法の効果がさらに発揮されるものと思われる。これらの数値シミュレーションにより本手法の有効性が確認された。

5. あとがき

本稿では非線形システムに線形最適レギュレータを応用した準最適制御を提案し、例として電力システムの過渡安定度制御への適用を行なった。ここで提案した手法は、適切な線形最適レギュレータを選択するために現在の状態がどの領域に含まれるかを知らなければならないが、非線形性の広い範囲に適用できる特長がある。なお本手法は電力システムの過渡安定度制御に限らず、他の非線形システムに対してもかなり実用的な方法だと思われる。

参考文献

- (1) A. B. R. Kumar, et al: "A Suboptimal Control Law to Improve the Transient Stability of Power Systems", IEEE Trans, PAS-95, No. 1, 1976
- (2) 川畑, 他: "電力システム過渡安定度制御に対する線形レギュレータの応用", システムと制御, 27-2, 1983
- (3) A. P. Sage et al.: "Optimum Systems Control", 2nd edition, Prentice-Hall, 1977
- (4) D. L. Kleinman: "On an Iterative Technique for Riccati Equation Computations", IEEE Trans. AC-13, 1968
- (5) 高田, 田口, 他: "区分的線形化による準最適制御と電力システムへの応用", 第6回計測自動制御学会九州支部学術講演会予稿集, No. 127, 1987
- (6) 高田, 田口, 他: "区分的線形化準最適制御による同期機過渡安定度制御の比較", 第41回電気関係学会九州支部連合大会講演論文集, No. 143, 1988