

## 2個の正方形介在物の干渉における 介在物角部の応力拡大係数の解析

(平成10年11月21日 原稿受付)

九州工業大学工学部機械知能工学科 野 田 尚 昭  
九州工業大学工学部機械知能工学科 高 瀬 康 康  
九州工業大学工学部設計生産工学科 奥 田 泰 康

### Analysis of Interaction between Two Square inclusions

by Nao-Aki NODA  
Yasushi TAKASE  
Yasumichi OKUDA

#### Abstract

This paper deals with an interaction problem of two square inclusions under longitudinal tension. The body force method is used to formulate the problem as a system of singular integral equations with Cauchy-type or logarithmic-type singularities, where the unknown functions are the densities of body forces distributed in infinite plates having the same elastic constants as those of the matrix and inclusions. In order to analyze the problem accurately, the unknown functions are expressed as piecewise smooth functions using two types of fundamental densities and power series, where the fundamental densities are chosen to represent the symmetric stress singularity of  $1/r^{1-\lambda_1}$  and the skew-symmetric stress singularity of  $1/r^{1-\lambda_2}$ . Then, generalized stress intensity factors at the end of inclusions are systematically calculated for various locations, spacings and elastic modulus of two rectangular inclusions in a plate subjected to longitudinal tension. The present method is found to be useful for accurate and efficient analysis of rectangular inclusions.

#### 1. 結 言

正方形介在物や長方形介在物の問題は構造材料や複合材料中に含まれる介在物、強化繊維や強化粒子の2次元モデルとして重要である。これまで、1個の菱形介在物<sup>(1)</sup>や正方形介在物、および長方形介在物<sup>(2)</sup>が遠方で一様な引張荷重を受ける問題が解析され、その角部の特異応力場の強さが議論されている。また、著者らも、2個の正方形および長方形介在物(図1)が、y軸に対称に配置している問題<sup>(3)</sup>を、体積力法の特異積分方程式で表現し、その高精度の数値解析法を、さきの研究で考察した。また、3次元円柱状介在物<sup>(4)</sup>の問題に応用して、2次元と3次元モデルの結果の違いを考察した。このほか、任意個の1列菱形介在物の問題<sup>(5)</sup>も解析し干渉効果を考察した。しかし、実際の繊維の干渉を考える場合には複数個の介在物のx, y方向の相対的な位置が種々に変化する場合も考察する必要があると考えられる。

そこで、本研究では、まず、基本的なモデルとして、

図1に示すような無限板中に等大2個の正方形介在物が任意の位置で存在する場合を解析モデルとしてその干渉

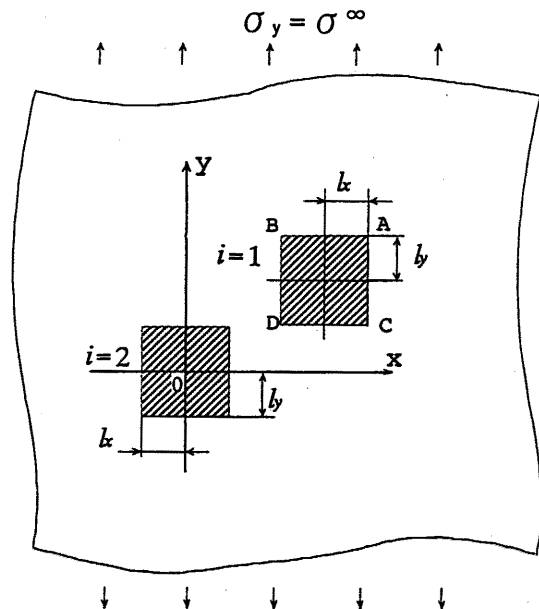


図1 無限板における2個の正方形介在物

効果を考察する。そして複合材料の強度評価を力学的側面から行うために重要な、正方形介在物角部の特異応力場の強さが他の介在物の干渉によってどのように影響するか、母材と介在物の剛性比や、介在物の形状、距離を変化させて明らかにする。解析には、境界条件を満足すべき界面をいくつかの基本区間に分割し、各区間での未知関数である体積力密度を、基本密度関数と多項式で近似する、さきに提案した方法<sup>(3)</sup>を用いる。

2. 体積力法の特異積分方程式の数値解析法

図1に示すような二個の正方形介在物を有する無限板の問題を例にとり解析方法を説明する。ここで、 $l_x, l_y$ は介在物寸法(本解析では $l_x = l_y$ )、 $dx, dy$ は距離のパラメータ、 $\sigma_x^\infty, \sigma_y^\infty, \tau_{xy}^\infty$ は無限遠での応力である。また、母材と介在物のそれぞれの横弾性定数、ポアソン比を $G_M, \nu_M$ および $G_I, \nu_I$ とする。この問題は重ね合わせの原理に基づく体積力法の考え方により、無限板中の1点に集中力が働くときの任意の点の応力場の解と変位場の解を用いて解くことができる。このとき問題は、母材と同じ弾性定数をもつ無限板 $M$ ならびに介在物と同じ弾性定数をもつ無限板 $I$ に分布させた体積力密度を未知関数とする特異積分方程式(1)、(2)で表現される。

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2}F_{nM}(s_i) - \frac{1}{2}F_{nI}(s_i) + \sum_{k=1}^2 \left[ \int_{L_k} h_{nn}^{F_{nm}}(r_k, s_i) F_{nM}(r_k) dr_k \right. \\
 & + \int_{L_k} h_{nn}^{F_{im}}(r_k, s_i) F_{IM}(r_k) dr_k - \int_{L_k} h_{nn}^{F_{ni}}(r_k, s_i) F_{nI}(r_k) dr_k \\
 & \left. - \int_{L_k} h_{nn}^{F_{ii}}(r_k, s_i) F_{II}(r_k) dr_k \right] = -\sigma_{nm}^\infty(s_i) + \sigma_{ni}^\infty(s_i) \\
 & -\frac{1}{2}F_{tM}(s_i) - \frac{1}{2}F_{tI}(s_i) + \sum_{k=1}^2 \left[ \int_{L_k} h_{nt}^{F_{nm}}(r_k, s_i) F_{nM}(r_k) dr_k \right. \\
 & + \int_{L_k} h_{nt}^{F_{im}}(r_k, s_i) F_{IM}(r_k) dr_k - \int_{L_k} h_{nt}^{F_{ni}}(r_k, s_i) F_{nI}(r_k) dr_k \\
 & \left. - \int_{L_k} h_{nt}^{F_{ii}}(r_k, s_i) F_{II}(r_k) dr_k \right] = -\tau_{ntM}^\infty(s_i) + \tau_{ntI}^\infty(s_i) \\
 & \hspace{15em} (i = 1, 2) \dots (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^2 \left[ \int_{L_k} h_{uu}^{F_{im}}(r_k, s_i) F_{nM}(r_k) dr_k \right. \\
 & + \int_{L_k} h_{uu}^{F_{im}}(r_k, s_i) F_{IM}(r_k) dr_k - \int_{L_k} h_{uu}^{F_{ni}}(r_k, s_i) F_{nI}(r_k) dr_k \\
 & \left. - \int_{L_k} h_{uu}^{F_{ii}}(r_k, s_i) F_{II}(r_k) dr_k \right] = -u_{M,i}^\infty + u_{I,i}^\infty \\
 & \sum_{k=1}^2 \left[ \int_{L_k} h_{vv}^{F_{im}}(r_k, s_i) F_{nM}(r_k) dr_k \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{L_k} h_{vv}^{F_{im}}(r_k, s_i) F_{IM}(r_k) dr_k - \int_{L_k} h_{vv}^{F_{ni}}(r_k, s_i) F_{nI}(r_k) dr_k \\
 & \left. - \int_{L_k} h_{vv}^{F_{ii}}(r_k, s_i) F_{II}(r_k) dr_k \right] = -v_{M,i}^\infty + v_{I,i}^\infty \\
 & \hspace{15em} (i = 1, 2) \dots (2)
 \end{aligned}$$

ここで $F_{nm}, F_{im}$ ならびに $F_{ni}, F_{ii}$  ( $i = 1, 2$ )は無限板 $M$ または無限板 $I$ に分布させた法線方向および接線方向の体積力密度である。いま、図1の母材となるべき領域(正方形孔を有する無限板)の境界上の変位と表面力を $(U_M, V_M), (\sigma_{nM}, \tau_{ntM})$ とし、正方形介在物となるべき領域の境界上の変位と表面力を $(U_I, V_I), (\sigma_{nI}, \tau_{ntI})$ とすると、式(1)、(2)は境界条件式 $(\sigma_{nM} - \sigma_{nI} = 0, \tau_{ntM} - \tau_{ntI} = 0, U_M - U_I = 0, V_M - V_I = 0)$ を表す。ここで、 $\sum_{k=1}^2$ はそれぞれの正方形孔および正方形介在物となるべき仮想境界についての総和を意味する。また、 $\int_{L_k}$ は $k$ 番目の正方形孔(無限板 $M$ のとき)または正方形介在物(無限板 $I$ のとき)となる境界上において体積力を積分することを意味する。右辺の $\sigma_{nm}^\infty(s_i), \tau_{ntM}^\infty(s_i)$ 等は無限板 $M$ の $i$ 番目の正方形孔(または無限板 $I$ の $i$ 番目の正方形介在物)となるべき仮想境界上に生じる遠方荷重による応力および変位である(母材と介在物の角点の位置を一致させるため無限板 $I$ にも遠方荷重を作用させる)。また $h_{nn}^{F_{nm}}(\gamma_k, s_i)$ 等は無限板 $M$ の $k$ 番目の正方形孔となるべき仮想境界上の点 $\gamma_k$ に法線方向または接線方向の単位強さの集中力が作用するとき、 $i$ 番目の正方形孔となるべき仮想境界上の任意の選点 $s_i$ に生じる応力および変位である。

式(1)、(2)の離散化数値解析のため、正方形孔または正

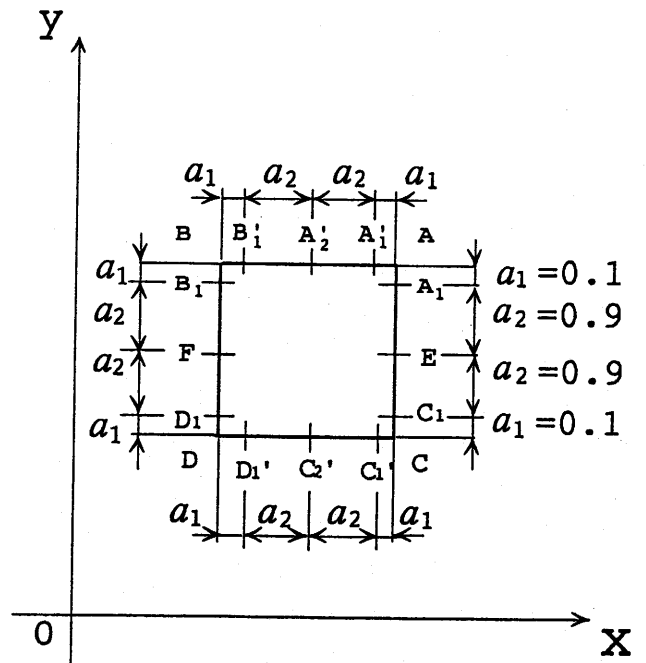


図2 境界上に分布させる体積力

方形介在物となるべき境界をいくつかの基本区間に分けた例を図2に示す。角部 A, B, C, D 近傍では、一般にモード I とモード II の2種類の変形が生じるので、仮想境界上に分布させるべき体積力  $F_n$  と  $F_i$  に対して対称形 (モード I) と逆対称形 (モード II) の2種類の分布形式を採用する。図2の境界上に分布させる体積力を以下に示すように基本密度関数 ( $r_A^{\lambda_1-1}$ ,  $r_A^{\lambda_2-1}$ : 角部に対して対称および逆対称変形を表現する分布密度) と重み関数  $W_{nM}^I \sim W_{nM}^{II}$  等で近似する。以下では、 $r_A$  を角部 A からの距離として、角部 A 近傍の離散化を例として示せば以下のようなになる (角部 B, C, D 近傍の離散化方法も同様である)。

$$\begin{aligned}
 F_{nM}(r_A) &= F_{nM}^I(r_A) + F_{nM}^{II}(r_A) \\
 &= W_{nM}^I(r_A) r_A^{\lambda_1-1} + W_{nM}^{II}(r_A) r_A^{\lambda_1-1} \\
 F_{iM}(r_A) &= F_{iM}^I(r_A) + F_{iM}^{II}(r_A) \\
 &= W_{iM}^I(r_A) r_A^{\lambda_1-1} + W_{iM}^{II}(r_A) r_A^{\lambda_1-1} \\
 F_{ni}(r_A) &= F_{ni}^I(r_A) + F_{ni}^{II}(r_A) \\
 &= W_{ni}^I(r_A) r_A^{\lambda_1-1} + W_{ni}^{II}(r_A) r_A^{\lambda_1-1} \\
 F_{ui}(r_A) &= F_{ui}^I(r_A) + F_{ui}^{II}(r_A) \\
 &= W_{ui}^I(r_A) r_A^{\lambda_1-1} + W_{ui}^{II}(r_A) r_A^{\lambda_1-1} \quad \dots(3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W_{nM}^I(r_A) &= \sum_{n=1}^M a_n r_A^{n-1}, \quad W_{iM}^I(r_A) = \sum_{n=1}^M b_n r_A^{n-1} \\
 W_{nM}^{II}(r_A) &= \sum_{n=1}^M c_n r_A^{n-1}, \quad W_{iM}^{II}(r_A) = \sum_{n=1}^M d_n r_A^{n-1} \\
 W_{ni}^I(r_A) &= \sum_{n=1}^M e_n r_A^{n-1}, \quad W_{ui}^I(r_A) = \sum_{n=1}^M f_n r_A^{n-1} \\
 W_{ni}^{II}(r_A) &= \sum_{n=1}^M g_n r_A^{n-1}, \quad W_{ui}^{II}(r_A) = \sum_{n=1}^M h_n r_A^{n-1} \quad \dots(4)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\lambda_1, \lambda_2$  は、幾何条件と材料条件より得られる特性方程式の根(1)である。式(3)に含まれる基本密度関数  $r_A^{\lambda_1-1}$ ,  $r_A^{\lambda_2-1}$  は角部先端近傍について体積力密度の分布を精度良く表現するための関数で、それぞれ対称形 (モード I) と逆対称形 (モード II) の変形を表現する。また、角部 B, C, D に分布させる体積力も同様の手法によって離散化を行う。以上のような離散化手法により、境界上に適当に選んだ点での境界条件から式(4)  $a_n \sim h_n$  の係数を決定すれば、特異積分方程式(1), (2)の解が得られる。そして、介在物の角部に関して定義された応力拡大係数  $K_{I,\lambda_1}$ ,  $K_{II,\lambda_2}$  は角部先端での重み関数の値  $W_n^I(0)$ ,  $W_n^{II}(0)$ ,  $W_i^I(0)$ ,  $W_i^{II}(0)$  から求められる。

### 3. 解析結果および考察

図3に示す無限板中の2個の正方形介在物の干渉問題において、介在物1の位置と寸法  $lx (= ly)$  および介在物の剛性率  $G_I/G_M$  を系統的に変えて角部の応力拡大係数  $K_{I,\lambda_1}$ ,  $K_{II,\lambda_2}$  の解析を行った。以下での議論では、平面ひずみ状態を仮定し式(5)の無次元値を用いた。

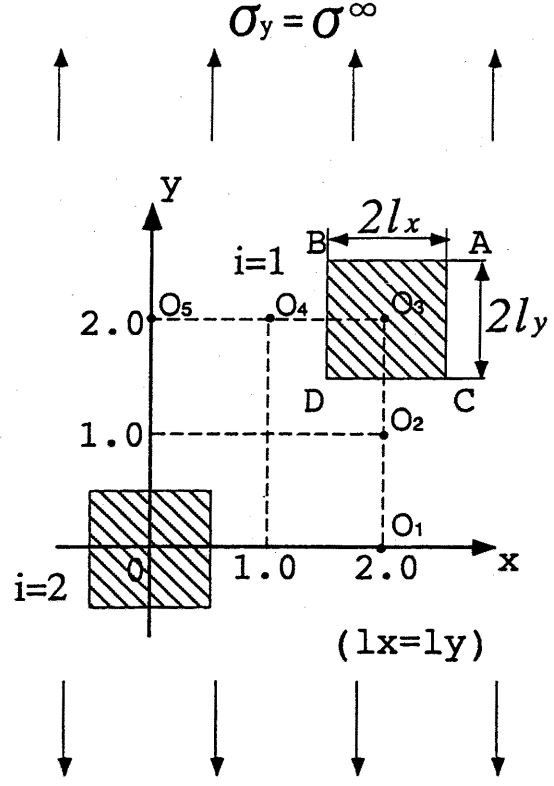


図3 無限板中の2個の介在物の位置と寸法

$$F_{I,\lambda_1} = K_{I,\lambda_1} / \sigma^\infty \sqrt{\pi} l_x^{1-\lambda_1}, \quad F_{II,\lambda_2} = K_{II,\lambda_2} / \sigma^\infty \sqrt{\pi} l_x^{1-\lambda_2} \quad \dots(5)$$

表1~3に  $F_{I,\lambda_1}$ ,  $F_{II,\lambda_2}$  の収束の例を示す。これらの結果は図3に示す2個の正方形介在物の y 方向引張問題の角部 D での結果である。計算に用いた境界の基本区間を図2(b)に示す。表1~3の結果は、 $W_n^I(0)$ ,  $W_n^{II}(0)$  から求めた値がその平均値 (表中 Average) と比較すると約1%程度以内で一致し良好な収束性を示している。また、各基本区間の選点数  $M = 4 \sim 6$  程度で t 方向

表1 図3において介在物1の中心が  $O_2$  にあるとき角部 D における  $F_{I,\lambda_1}$  と  $F_{II,\lambda_2}$  の収束性 ( $lx=1/3$ ,  $ly=lx$ ,  $G_I/G_M=10^3$ , plane strain  $\nu_I = \nu_M=0.3$ )

| M | $F_{I,\lambda_1} (\lambda_1=0.7594644)$ |                    |         | $F_{II,\lambda_2} (\lambda_2=0.5979375)$ |                    |         |
|---|---|--------------------|---------|--|--------------------|---------|
|   | from $W_n^I(0)$                         | from $W_n^{II}(0)$ | Average | from $W_n^I(0)$                          | from $W_n^{II}(0)$ | Average |
| 3 | 0.2096                                  | 0.1935             | 0.2015  | 0.3838                                   | 0.3834             | 0.3836  |
| 4 | 0.2053                                  | 0.1934             | 0.1993  | 0.3843                                   | 0.3839             | 0.3841  |
| 5 | 0.2041                                  | 0.1941             | 0.1990  | 0.3863                                   | 0.3819             | 0.3841  |
| 6 | 0.2074                                  | 0.1906             | 0.1992  | 0.3864                                   | 0.3816             | 0.3840  |

表2 図3において介在物1の中心がO<sub>2</sub>にあるとき角部DにおけるF<sub>I,λ<sub>1</sub></sub>とF<sub>II,λ<sub>2</sub></sub>の収束性  
(lx=1/2, ly=lx, G<sub>I</sub>/G<sub>M</sub>=10<sup>1</sup>, plane strain ν<sub>I</sub>=ν<sub>M</sub>=0.3)

| M | F <sub>I,λ<sub>1</sub></sub> (λ <sub>1</sub> =0.7981112) |                                      |         | F <sub>II,λ<sub>2</sub></sub> (λ <sub>2</sub> =0.78565474) |                                       |         |
|---|--|--------------------------------------|---------|--|---------------------------------------|---------|
|   | from W <sub>I</sub> <sup>I</sup> (0)                     | from W <sub>n</sub> <sup>I</sup> (0) | Average | from W <sub>I</sub> <sup>II</sup> (0)                      | from W <sub>n</sub> <sup>II</sup> (0) | Average |
| 3 | 0.2934   | 0.2701                               | 0.2817  | 0.5286   | 0.5293                                | 0.5290  |
| 4 | 0.2903   | 0.2720                               | 0.2811  | 0.5291   | 0.5294                                | 0.5292  |
| 5 | 0.2896   | 0.2721                               | 0.2816  | 0.5336   | 0.5238                                | 0.5287  |
| 6 | 0.2884   | 0.2819                               | 0.2820  | 0.5323   | 0.5270                                | 0.5294  |

表3 図3において介在物1の中心がO<sub>2</sub>にあるとき角部DにおけるF<sub>I,λ<sub>1</sub></sub>とF<sub>II,λ<sub>2</sub></sub>の収束性  
(lx=2/3, ly=lx, G<sub>I</sub>/G<sub>M</sub>=10<sup>-5</sup>, plane strain ν<sub>I</sub>=ν<sub>M</sub>=0.3)

| M | F <sub>I,λ<sub>1</sub></sub> (λ <sub>1</sub> =0.54448375) |                                      |         | F <sub>II,λ<sub>2</sub></sub> (λ <sub>2</sub> =0.90852919) |                                       |         |
|---|---|--------------------------------------|---------|--|---------------------------------------|---------|
|   | from W <sub>I</sub> <sup>I</sup> (0)                      | from W <sub>n</sub> <sup>I</sup> (0) | Average | from W <sub>I</sub> <sup>II</sup> (0)                      | from W <sub>n</sub> <sup>II</sup> (0) | Average |
| 3 | 0.6032  | 0.6034                               | 0.6033  | 2.9391   | 2.9374                                | 2.9382  |
| 4 | 0.6038  | 0.6037                               | 0.6037  | 2.9432   | 2.9418                                | 2.9425  |
| 5 | 0.6041  | 0.6040                               | 0.6040  | 2.9441   | 2.9412                                | 2.9430  |
| 6 | 0.6041  | 0.6041                               | 0.6041  | 2.9443   | 2.9415                                | 2.9429  |

表4 様々な位置状態において角部における2個の正方形介在物のF<sub>I,λ<sub>1</sub></sub>とF<sub>II,λ<sub>2</sub></sub>  
(plane strain ν<sub>I</sub>=ν<sub>M</sub>=0.3, l<sub>y</sub>=l<sub>x</sub>)

| G <sub>I</sub> /G <sub>M</sub>  | I <sub>x</sub> /d <sub>x</sub> |                  | F <sub>I,λ<sub>1</sub></sub> (F <sub>I,λ<sub>1</sub></sub> /F <sub>I,λ<sub>1</sub></sub>   <sub>lx=0</sub> ) |                  |                  |                  |                  | F <sub>II,λ<sub>2</sub></sub> (F <sub>II,λ<sub>2</sub></sub> /F <sub>II,λ<sub>2</sub></sub>   <sub>lx=0</sub> ) |                   |                   |                   |                   |
|---|--------------------------------|------------------|--|------------------|------------------|------------------|------------------|---|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|   |                                |                  | O1   | O2               | O3               | O4               | O5               | O1  | O2                | O3                | O4                | O5                |
| 10 <sup>3</sup><br>λ <sub>1</sub> =0.7594644<br>λ <sub>2</sub> =0.5979375 | →0                             | A~D              | 0.225<br>(1.000)   | 0.225<br>(1.000) | 0.225<br>(1.000) | 0.225<br>(1.000) | 0.225<br>(1.000) | ±0.382<br>(1.000)   | ±0.382<br>(1.000) | ±0.382<br>(1.000) | ±0.382<br>(1.000) | ±0.382<br>(1.000) |
|   | 1/3                            | A                | 0.212<br>(0.942)   | 0.217<br>(0.964) | 0.227<br>(1.009) | 0.238<br>(1.058) | 0.239<br>(1.058) | 0.393<br>(1.029)  | 0.376<br>(0.984)  | 0.375<br>(0.982)  | 0.380<br>(0.995)  | 0.402<br>(1.052)  |
|   |                                | B                | 0.222<br>(0.987)   | 0.225<br>(1.000) | 0.218<br>(0.969) | 0.218<br>(0.969) | 0.239<br>(1.062) | -0.387<br>(1.013)   | -0.270<br>(0.707) | -0.378<br>(0.990) | -0.396<br>(1.037) | 0.402<br>(1.052)  |
|   |                                | C                | 0.212<br>(0.942)   | 0.227<br>(1.009) | 0.226<br>(1.004) | 0.214<br>(0.951) | 0.223<br>(0.991) | -0.393<br>(1.029)   | -0.390<br>(1.021) | -0.377<br>(0.987) | -0.374<br>(0.979) | -0.401<br>(1.050) |
|   |                                | D                | 0.222<br>(0.987)   | 0.199<br>(0.884) | 0.229<br>(1.018) | 0.223<br>(0.951) | 0.223<br>(0.991) | 0.387<br>(1.013)  | 0.384<br>(1.005)  | 0.377<br>(0.987)  | 0.392<br>(1.026)  | 0.401<br>(1.050)  |
|   | 1/2                            | A                | 0.200<br>(0.889)   | 0.212<br>(0.942) | 0.229<br>(1.018) | 0.249<br>(1.107) | 0.256<br>(1.138) | 0.403<br>(1.055)  | 0.366<br>(0.958)  | 0.366<br>(0.958)  | 0.373<br>(0.976)  | 0.416<br>(1.052)  |
|   |                                | B                | 0.224<br>(0.996)   | 0.220<br>(0.978) | 0.211<br>(0.938) | 0.211<br>(0.938) | 0.256<br>(1.138) | -0.368<br>(0.963)   | -0.350<br>(0.916) | -0.376<br>(0.984) | -0.419<br>(1.097) | 0.416<br>(1.050)  |
|   |                                | C                | 0.200<br>(0.889)   | 0.224<br>(0.996) | 0.227<br>(1.009) | 0.227<br>(1.009) | 0.208<br>(0.924) | -0.403<br>(1.055)   | -0.402<br>(1.052) | -0.371<br>(0.971) | -0.355<br>(0.929) | -0.401<br>(1.050) |
|   |                                | D                | 0.224<br>(0.996)   | 0.159<br>(0.707) | 0.238<br>(1.058) | 0.215<br>(0.915) | 0.208<br>(0.924) | 0.368<br>(0.963)  | 0.390<br>(1.021)  | 0.371<br>(0.971)  | 0.416<br>(1.089)  | 0.401<br>(1.050)  |
|   | 2/3                            | A                | 0.190<br>(0.844)   | 0.208<br>(0.924) | 0.232<br>(1.031) | 0.263<br>(1.169) | 0.276<br>(1.227) | 0.410<br>(1.073)  | 0.353<br>(0.924)  | 0.356<br>(0.932)  | 0.365<br>(0.955)  | 0.441<br>(1.154)  |
|   |                                | B                | 0.213<br>(0.947)   | 0.208<br>(0.924) | 0.204<br>(0.907) | 0.236<br>(1.049) | 0.276<br>(1.227) | -0.309<br>(0.809)   | -0.323<br>(0.846) | -0.381<br>(0.997) | -0.460<br>(1.204) | -0.441<br>(1.154) |
|   |                                | C                | 0.190<br>(0.884)   | 0.213<br>(0.947) | 0.228<br>(1.013) | 0.194<br>(0.862) | 0.189<br>(0.840) | -0.410<br>(1.073)   | -0.426<br>(1.115) | -0.367<br>(0.961) | -0.317<br>(0.830) | -0.365<br>(0.955) |
| D   |                                | 0.213<br>(0.947) | 0.132<br>(0.587)   | 0.261<br>(1.160) | 0.253<br>(1.059) | 0.189<br>(0.840) | 0.309<br>(0.809) | 0.405<br>(1.060)  | 0.374<br>(0.979)  | 0.458<br>(1.199)  | 0.365<br>(0.955)  |                   |

表5 様々な位置状態において角部における2個の正方形介在物のF<sub>I,λ<sub>1</sub></sub>とF<sub>II,λ<sub>2</sub></sub>  
(plane strain ν<sub>I</sub>=ν<sub>M</sub>=0.3, l<sub>y</sub>=l<sub>x</sub>)

| G <sub>I</sub> /G <sub>M</sub>  | I <sub>x</sub> /d <sub>x</sub> |                  | F <sub>I,λ<sub>1</sub></sub> (F <sub>I,λ<sub>1</sub></sub> /F <sub>I,λ<sub>1</sub></sub>   <sub>lx=0</sub> ) |                  |                  |                  |                  | F <sub>II,λ<sub>2</sub></sub> (F <sub>II,λ<sub>2</sub></sub> /F <sub>II,λ<sub>2</sub></sub>   <sub>lx=0</sub> ) |                   |                   |                   |                   |
|---|--------------------------------|------------------|--|------------------|------------------|------------------|------------------|---|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|   |                                |                  | O1   | O2               | O3               | O4               | O5               | O1  | O2                | O3                | O4                | O5                |
| 10 <sup>2</sup><br>λ <sub>1</sub> =0.7632349<br>λ <sub>2</sub> =0.6218440 | →0                             | A~D              | 0.224<br>(1.000)   | 0.224<br>(1.000) | 0.224<br>(1.000) | 0.224<br>(1.000) | 0.224<br>(1.000) | ±0.385<br>(1.000)   | ±0.385<br>(1.000) | ±0.385<br>(1.000) | ±0.385<br>(1.000) | ±0.385<br>(1.000) |
|   | 1/3                            | A                | 0.212<br>(0.946)   | 0.216<br>(0.964) | 0.226<br>(1.009) | 0.237<br>(1.058) | 0.237<br>(1.058) | 0.395<br>(1.026)  | 0.377<br>(0.979)  | 0.377<br>(0.979)  | 0.380<br>(0.987)  | 0.404<br>(1.052)  |
|   |                                | B                | 0.220<br>(0.982)   | 0.225<br>(1.004) | 0.218<br>(0.973) | 0.218<br>(0.973) | 0.237<br>(1.058) | -0.390<br>(1.013)   | -0.370<br>(0.961) | -0.379<br>(0.984) | -0.395<br>(1.026) | 0.404<br>(1.052)  |
|   |                                | C                | 0.212<br>(0.946)   | 0.226<br>(1.009) | 0.224<br>(1.000) | 0.213<br>(0.951) | 0.222<br>(0.991) | -0.395<br>(1.026)   | -0.389<br>(1.010) | -0.377<br>(0.979) | -0.373<br>(0.969) | -0.403<br>(1.047) |
|   |                                | D                | 0.220<br>(0.982)   | 0.199<br>(0.888) | 0.228<br>(1.018) | 0.260<br>(1.067) | 0.222<br>(0.991) | 0.390<br>(1.013)  | 0.383<br>(0.995)  | 0.377<br>(0.979)  | 0.393<br>(1.021)  | 0.403<br>(1.047)  |
|   | 1/2                            | A                | 0.200<br>(0.893)   | 0.212<br>(0.946) | 0.228<br>(1.018) | 0.248<br>(1.107) | 0.254<br>(1.134) | 0.404<br>(1.049)  | 0.368<br>(0.956)  | 0.369<br>(0.958)  | 0.375<br>(0.974)  | 0.421<br>(1.094)  |
|   |                                | B                | 0.222<br>(0.991)   | 0.220<br>(0.982) | 0.212<br>(0.946) | 0.221<br>(0.987) | 0.254<br>(1.134) | -0.372<br>(0.966)   | -0.351<br>(0.912) | -0.377<br>(0.979) | -0.418<br>(1.086) | 0.421<br>(1.094)  |
|   |                                | C                | 0.200<br>(0.893)   | 0.222<br>(0.991) | 0.225<br>(1.004) | 0.203<br>(0.906) | 0.207<br>(0.924) | -0.404<br>(1.049)   | -0.401<br>(1.042) | -0.372<br>(0.966) | -0.354<br>(0.919) | -0.405<br>(1.052) |
|   |                                | D                | 0.222<br>(0.991)   | 0.159<br>(0.710) | 0.236<br>(1.054) | 0.310<br>(1.084) | 0.207<br>(0.924) | 0.372<br>(0.966)  | 0.389<br>(1.010)  | 0.369<br>(0.958)  | 0.416<br>(1.081)  | 0.405<br>(1.052)  |
|   | 2/3                            | A                | 0.189<br>(0.844)   | 0.209<br>(0.933) | 0.231<br>(1.031) | 0.259<br>(1.156) | 0.273<br>(1.219) | 0.411<br>(1.068)  | 0.356<br>(0.925)  | 0.359<br>(0.932)  | 0.368<br>(0.956)  | 0.441<br>(1.145)  |
|   |                                | B                | 0.212<br>(0.946)   | 0.211<br>(0.942) | 0.206<br>(0.920) | 0.235<br>(1.049) | 0.273<br>(1.219) | -0.313<br>(0.813)   | -0.332<br>(0.862) | -0.382<br>(0.992) | -0.456<br>(1.184) | -0.441<br>(1.145) |
|   |                                | C                | 0.189<br>(0.844)   | 0.210<br>(0.938) | 0.225<br>(1.004) | 0.191<br>(0.853) | 0.188<br>(0.839) | -0.411<br>(1.068)   | -0.422<br>(1.096) | -0.368<br>(0.956) | -0.323<br>(0.839) | -0.371<br>(0.964) |
| D   |                                | 0.212<br>(0.946) | 0.125<br>(0.558)   | 0.257<br>(1.147) | 0.355<br>(1.185) | 0.188<br>(0.839) | 0.313<br>(0.813) | 0.395<br>(1.026)  | 0.369<br>(0.958)  | 0.453<br>(1.177)  | 0.371<br>(0.964)  |                   |

と  $n$  方向の重みから得られた  $F_{I,\lambda_1}$ ,  $F_{II,\lambda_2}$  の値が有効数字3桁程度まで一致し収束しており, 良好な結果が得られることが確認された。以下では, このように求めた角部 A, B, C, D の応力拡大係数の値を, 正方形介在物の寸法, 剛性比, 位置を系統的に変化させて示す。

表4~9に  $y$  方向引張の荷重下での介在物1の端部 A, B, C, D の応力拡大係数の値をまとめて示す。これらの表では1個の正方形介在物の値との比を括弧で示している。また, それぞれの問題で  $F_{I,\lambda_1}$ ,  $F_{II,\lambda_2}$  の最大値を網掛けで示している。これらから以下のことがわかる。

(1) 応力拡大係数  $F_{I,\lambda_1}$  の最大値は剛性比  $G_I/G_M$  にかかわらず介在物1の中心が O 4つまり2個の介在物が縦に並んだ位置からわずかにずれた位置で, 点 D において最大値をとる。

(2) 応力拡大係数  $F_{II,\lambda_2}$  は剛性比  $G_I/G_M > 1$  の場合に介在物が縦に並ぶ場合(介在物1の中心が O 5の位置)の点 A, B で最大値をとる。しかし, 介在物の距離が近づいたときは O 4の位置の点 D で最大値をとる。剛性比  $G_I/G_M < 1$  の場合,  $F_{II,\lambda_2}$  は多くの場合介在物1の中心が O 3の位置で, 点 D において最大値をとる。

表6 様々な位置状態において角部における2個の正方形介在物の  $F_{I,\lambda_1}$  と  $F_{II,\lambda_2}$   
(plane strain  $\nu_I = \nu_M = 0.3, l_y = l_x$ )

| $G_I/G_M$  | $I_x/d_x$ |                  | $F_{I,\lambda_1} (F_{I,\lambda_1}/F_{I,\lambda_1} _{x=0})$ |                  |                  |                  |                  | $F_{II,\lambda_2} (F_{II,\lambda_2}/F_{II,\lambda_2} _{x=0})$ |                   |                   |                   |                   |
|--|-----------|------------------|--|------------------|------------------|------------------|------------------|---|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|  |           |                  | O1   | O2               | O3               | O4               | O5               | O1  | O2                | O3                | O4                | O5                |
| $10^1$<br>$\lambda_1 = 0.7981112$<br>$\lambda_2 = 0.7856547$ | →0        | A~D              | 0.213<br>(1.000)   | 0.213<br>(1.000) | 0.213<br>(1.000) | 0.213<br>(1.000) | 0.213<br>(1.000) | ±0.493<br>(1.000)   | ±0.493<br>(1.000) | ±0.493<br>(1.000) | ±0.493<br>(1.000) | ±0.493<br>(1.000) |
|  |           | A                | 0.204<br>(0.958)   | 0.208<br>(0.977) | 0.215<br>(1.009) | 0.224<br>(1.052) | 0.224<br>(1.052) | 0.503<br>(1.020)  | 0.486<br>(0.986)  | 0.486<br>(0.986)  | 0.489<br>(0.992)  | 0.512<br>(1.039)  |
|  | 1/3       | B                | 0.211<br>(0.991)   | 0.214<br>(1.005) | 0.209<br>(0.981) | 0.209<br>(0.981) | 0.224<br>(1.052) | -0.499<br>(1.012)   | -0.478<br>(0.970) | -0.487<br>(0.988) | -0.504<br>(1.022) | -0.512<br>(1.039) |
|  |           | C                | 0.204<br>(0.958)   | 0.214<br>(1.005) | 0.214<br>(1.005) | 0.205<br>(0.962) | 0.211<br>(0.991) | -0.503<br>(1.020)   | -0.961<br>(0.994) | -0.485<br>(0.984) | -0.482<br>(0.978) | 0.514<br>(1.043)  |
|  |           | D                | 0.211<br>(0.991)   | 0.194<br>(0.911) | 0.217<br>(1.019) | 0.240<br>(1.127) | 0.211<br>(0.991) | 0.499<br>(1.012)  | 0.486<br>(0.986)  | 0.484<br>(0.982)  | 0.500<br>(1.014)  | 0.514<br>(1.043)  |
|  | 1/2       | A                | 0.195<br>(0.915)   | 0.204<br>(0.958) | 0.217<br>(1.019) | 0.233<br>(1.094) | 0.238<br>(1.117) | 0.510<br>(1.034)  | 0.477<br>(0.968)  | 0.477<br>(0.968)  | 0.484<br>(0.982)  | 0.529<br>(1.073)  |
|  |           | B                | 0.213<br>(1.000)   | 0.210<br>(0.986) | 0.204<br>(0.958) | 0.211<br>(0.991) | 0.238<br>(1.117) | -0.481<br>(0.976)   | -0.458<br>(0.929) | -0.486<br>(0.986) | -0.526<br>(1.067) | -0.529<br>(1.073) |
|  |           | C                | 0.195<br>(0.915)   | 0.213<br>(1.000) | 0.215<br>(1.009) | 0.196<br>(0.920) | 0.198<br>(0.930) | -0.510<br>(1.034)   | -0.512<br>(1.039) | -0.479<br>(0.972) | -0.461<br>(0.935) | -0.518<br>(1.051) |
|  |           | D                | 0.213<br>(1.000)   | 0.164<br>(0.770) | 0.224<br>(1.052) | 0.282<br>(1.324) | 0.198<br>(0.930) | 0.481<br>(0.976)  | 0.495<br>(1.004)  | 0.474<br>(0.961)  | 0.529<br>(1.073)  | 0.518<br>(1.051)  |
|  | 2/3       | A                | 0.185<br>(0.869)   | 0.201<br>(0.944) | 0.220<br>(1.033) | 0.242<br>(1.136) | 0.253<br>(1.188) | 0.517<br>(1.049)  | 0.466<br>(0.945)  | 0.468<br>(0.949)  | 0.477<br>(0.968)  | 0.547<br>(1.110)  |
|  |           | B                | 0.207<br>(0.972)   | 0.200<br>(0.939) | 0.199<br>(0.934) | 0.221<br>(1.038) | 0.253<br>(1.188) | -0.421<br>(0.854)   | -0.441<br>(0.895) | -0.492<br>(0.998) | -0.561<br>(1.138) | -0.547<br>(1.110) |
|  |           | C                | 0.185<br>(0.869)   | 0.204<br>(0.958) | 0.216<br>(1.014) | 0.192<br>(0.901) | 0.179<br>(0.840) | -0.517<br>(1.049)   | -0.527<br>(1.069) | -0.474<br>(0.961) | -0.432<br>(0.876) | -0.485<br>(0.984) |
| D  |           | 0.207<br>(0.972) | 0.135<br>(0.634)   | 0.241<br>(1.131) | 0.320<br>(1.502) | 0.179<br>(0.840) | 0.421<br>(0.854) | 0.502<br>(1.018)  | 0.465<br>(0.943)  | 0.570<br>(1.270)  | 0.485<br>(0.984)  |                   |

表7 様々な位置状態において角部における2個の正方形介在物の  $F_{I,\lambda_1}$  と  $F_{II,\lambda_2}$   
(plane strain  $\nu_I = \nu_M = 0.3, l_y = l_x$ )

| $G_I/G_M$   | $I_x/d_x$ |                  | $F_{I,\lambda_1} (F_{I,\lambda_1}/F_{I,\lambda_1} _{x=0})$ |                  |                  |                  |                  | $F_{II,\lambda_2} (F_{II,\lambda_2}/F_{II,\lambda_2} _{x=0})$ |                   |                   |                   |                   |
|---|-----------|------------------|--|------------------|------------------|------------------|------------------|---|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|   |           |                  | O1   | O2               | O3               | O4               | O5               | O1  | O2                | O3                | O4                | O5                |
| $10^{-1}$<br>$\lambda_1 = 0.6601418$<br>$\lambda_2 = 0.9355639$ | →0        | A~D              | 0.327<br>(1.000)   | 0.327<br>(1.000) | 0.327<br>(1.000) | 0.327<br>(1.000) | 0.327<br>(1.000) | ±2.361<br>(1.000)   | ±2.361<br>(1.000) | ±2.361<br>(1.000) | ±2.361<br>(1.000) | ±2.361<br>(1.000) |
|   |           | A                | 0.335<br>(1.024)   | 0.326<br>(0.997) | 0.333<br>(1.018) | 0.343<br>(1.049) | 0.324<br>(0.991) | 2.350<br>(0.995)  | 2.406<br>(1.019)  | 2.399<br>(1.016)  | 2.375<br>(1.006)  | 2.265<br>(0.959)  |
|   | 1/3       | B                | 0.355<br>(1.086)   | 0.333<br>(1.018) | 0.313<br>(0.957) | 0.294<br>(0.899) | 0.324<br>(0.991) | 2.332<br>(0.988)  | 2.465<br>(1.044)  | 2.397<br>(1.015)  | 2.295<br>(0.972)  | 2.265<br>(0.959)  |
|   |           | C                | 0.335<br>(1.024)   | 0.346<br>(1.058) | 0.326<br>(0.997) | 0.298<br>(0.911) | 0.288<br>(0.881) | 2.350<br>(0.995)  | 2.340<br>(0.991)  | 2.412<br>(1.022)  | 2.415<br>(1.023)  | 2.161<br>(0.915)  |
|   |           | D                | 0.355<br>(1.086)   | 0.321<br>(0.982) | 0.335<br>(1.024) | 0.356<br>(1.089) | 0.288<br>(0.881) | 2.332<br>(0.988)  | 2.433<br>(1.030)  | 2.452<br>(1.039)  | 2.284<br>(0.967)  | 2.161<br>(0.915)  |
|   | 1/2       | A                | 0.343<br>(1.049)   | 0.329<br>(1.006) | 0.338<br>(1.034) | 0.356<br>(1.089) | 0.326<br>(0.997) | 2.371<br>(1.004)  | 2.448<br>(1.037)  | 2.432<br>(1.030)  | 2.399<br>(1.016)  | 2.226<br>(0.943)  |
|   |           | B                | 0.388<br>(1.187)   | 0.320<br>(0.979) | 0.290<br>(0.887) | 0.263<br>(0.804) | 0.326<br>(0.997) | 2.407<br>(1.019)  | 2.588<br>(1.096)  | 2.405<br>(1.019)  | 2.189<br>(0.927)  | 2.226<br>(0.943)  |
|   |           | C                | 0.343<br>(1.049)   | 0.366<br>(1.119) | 0.337<br>(1.031) | 0.291<br>(0.890) | 0.226<br>(0.691) | 2.371<br>(1.004)  | 2.360<br>(1.000)  | 2.460<br>(1.042)  | 2.585<br>(1.095)  | 2.045<br>(0.866)  |
|   |           | D                | 0.388<br>(1.187)   | 0.327<br>(1.000) | 0.350<br>(1.070) | 0.392<br>(1.214) | 0.226<br>(0.691) | 2.407<br>(1.019)  | 2.494<br>(1.056)  | 2.526<br>(1.072)  | 2.158<br>(0.914)  | 2.045<br>(0.866)  |
|   | 2/3       | A                | 0.355<br>(1.086)   | 0.337<br>(1.031) | 0.346<br>(1.058) | 0.370<br>(1.131) | 0.328<br>(1.003) | 2.411<br>(1.021)  | 2.491<br>(1.055)  | 2.465<br>(1.044)  | 2.430<br>(1.029)  | 2.217<br>(0.939)  |
|   |           | B                | 0.410<br>(1.254)   | 0.277<br>(0.847) | 0.255<br>(0.780) | 0.229<br>(0.700) | 0.328<br>(1.003) | 2.572<br>(1.089)  | 2.661<br>(1.127)  | 2.365<br>(1.002)  | 2.044<br>(0.866)  | 2.217<br>(0.939)  |
|   |           | C                | 0.355<br>(1.086)   | 0.388<br>(1.187) | 0.357<br>(1.092) | 0.314<br>(0.960) | 0.159<br>(0.486) | 2.411<br>(1.021)  | 2.363<br>(1.001)  | 2.478<br>(1.050)  | 2.693<br>(1.141)  | 2.036<br>(0.862)  |
| D   |           | 0.410<br>(1.254) | 0.375<br>(1.147)   | 0.375<br>(1.147) | 0.433<br>(1.324) | 0.159<br>(0.486) | 2.572<br>(1.089) | 2.630<br>(1.114)  | 2.969<br>(1.258)  | 1.690<br>(0.716)  | 2.036<br>(0.862)  |                   |

表8 様々な位置状態において角部における2個の正方形介在物の  $F_{I,\lambda_1}$  と  $F_{II,\lambda_2}$   
(plane strain  $\nu_I = \nu_M = 0.3, l_y = l_x$ )

| $G_I/G_M$   | $I_x/d_x$ |                  | $F_{I,\lambda_1} (F_{I,\lambda_1}/F_{I,\lambda_1} _{l_x=0})$ |                  |                  |                  |                  | $F_{II,\lambda_2} (F_{II,\lambda_2}/F_{II,\lambda_2} _{l_x=0})$ |                   |                   |                   |                   |
|---|-----------|------------------|--|------------------|------------------|------------------|------------------|---|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|   |           |                  | O1   | O2               | O3               | O4               | O5               | O1  | O2                | O3                | O4                | O5                |
| $10^{-2}$<br>$\lambda_1 = 0.5583162$<br>$\lambda_2 = 0.9116800$ | →0        | A~D              | 0.476<br>(1.000)   | 0.476<br>(1.000) | 0.476<br>(1.000) | 0.476<br>(1.000) | 0.476<br>(1.000) | ±2.159<br>(1.000)   | ±2.159<br>(1.000) | ±2.159<br>(1.000) | ±2.159<br>(1.000) | ±2.159<br>(1.000) |
|   |           |                  |  |                  |                  |                  |                  |   |                   |                   |                   |                   |
|   | 1/3       | A                | 0.494<br>(1.038)   | 0.478<br>(1.004) | 0.487<br>(1.023) | 0.506<br>(1.063) | 0.468<br>(0.983) | 2.157<br>(0.999)  | 2.213<br>(1.025)  | 2.202<br>(1.020)  | 2.173<br>(1.006)  | 2.046<br>(0.948)  |
|   |           | B                | 0.522<br>(1.097)   | 0.487<br>(1.023) | 0.450<br>(0.945) | 0.415<br>(0.872) | 0.468<br>(0.983) | 2.141<br>(0.992)  | 2.281<br>(1.057)  | 2.199<br>(1.019)  | 2.078<br>(0.962)  | 2.046<br>(0.948)  |
|   |           | C                | 0.494<br>(1.038)   | 0.509<br>(1.069) | 0.474<br>(0.996) | 0.422<br>(0.887) | 0.409<br>(0.859) | 2.157<br>(0.999)  | 2.173<br>(1.006)  | 2.225<br>(1.031)  | 2.258<br>(1.046)  | 1.912<br>(0.886)  |
|   |           | D                | 0.522<br>(1.097)   | 0.472<br>(0.992) | 0.494<br>(1.038) | 0.530<br>(1.117) | 0.409<br>(0.859) | 2.141<br>(0.992)  | 2.239<br>(1.037)  | 2.270<br>(1.053)  | 2.100<br>(0.973)  | 1.912<br>(0.886)  |
|   | 1/2       | A                | 0.513<br>(1.078)   | 0.487<br>(1.023) | 0.500<br>(1.050) | 0.534<br>(1.122) | 0.468<br>(0.983) | 2.191<br>(1.015)  | 2.260<br>(1.047)  | 2.236<br>(1.036)  | 2.201<br>(1.019)  | 2.009<br>(0.931)  |
|   |           | B                | 0.571<br>(1.200)   | 0.467<br>(0.981) | 0.411<br>(0.863) | 0.356<br>(0.748) | 0.468<br>(0.983) | 2.241<br>(1.038)  | 2.426<br>(1.124)  | 2.208<br>(1.023)  | 1.946<br>(0.901)  | 2.009<br>(0.931)  |
|   |           | C                | 0.513<br>(1.078)   | 0.544<br>(1.143) | 0.489<br>(1.027) | 0.407<br>(0.855) | 0.308<br>(0.647) | 2.191<br>(1.015)  | 2.165<br>(1.033)  | 2.280<br>(1.056)  | 2.437<br>(1.129)  | 1.765<br>(0.818)  |
|   |           | D                | 0.571<br>(1.200)   | 0.486<br>(1.021) | 0.521<br>(1.095) | 0.567<br>(1.296) | 0.308<br>(0.647) | 2.241<br>(1.038)  | 2.323<br>(1.076)  | 2.323<br>(1.056)  | 1.937<br>(0.937)  | 1.765<br>(0.818)  |
|   | 2/3       | A                | 0.543<br>(1.141)   | 0.508<br>(1.067) | 0.516<br>(1.084) | 0.569<br>(1.195) | 0.467<br>(0.981) | 2.244<br>(1.039)  | 2.306<br>(1.068)  | 2.271<br>(1.052)  | 2.236<br>(1.036)  | 2.006<br>(0.929)  |
|   |           | B                | 0.602<br>(1.265)   | 0.400<br>(0.840) | 0.348<br>(0.731) | 0.284<br>(0.597) | 0.467<br>(0.981) | 2.427<br>(1.124)  | 2.521<br>(1.168)  | 2.162<br>(1.001)  | 1.743<br>(0.807)  | 2.006<br>(0.929)  |
| C   |           | 0.543<br>(1.141) | 0.580<br>(1.218)   | 0.523<br>(1.099) | 0.457<br>(0.960) | 0.203<br>(0.426) | 2.244<br>(1.039) | 2.170<br>(1.005)  | 2.231<br>(1.033)  | 2.563<br>(1.187)  | 1.736<br>(0.804)  |                   |
| D   |           | 0.602<br>(1.265) | 0.580<br>(1.218)   | 0.566<br>(1.189) | 0.743<br>(1.540) | 0.203<br>(0.426) | 2.427<br>(1.124) | 2.586<br>(1.198)  | 2.940<br>(1.362)  | 1.322<br>(0.612)  | 1.736<br>(0.804)  |                   |

表9 様々な位置状態において角部における2個の正方形介在物の  $F_{I,\lambda_1}$  と  $F_{II,\lambda_2}$   
(plane strain  $\nu_I = \nu_M = 0.3, l_y = l_x$ )

| $G_I/G_M$   | $I_x/d_x$ |                  | $F_{I,\lambda_1} (F_{I,\lambda_1}/F_{I,\lambda_1} _{l_x=0})$ |                  |                  |                  |                  | $F_{II,\lambda_2} (F_{II,\lambda_2}/F_{II,\lambda_2} _{l_x=0})$ |                   |                   |                   |                   |
|---|-----------|------------------|--|------------------|------------------|------------------|------------------|---|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
|   |           |                  | O1   | O2               | O3               | O4               | O5               | O1  | O2                | O3                | O4                | O5                |
| $10^{-5}$<br>$\lambda_1 = 0.5444838$<br>$\lambda_2 = 0.9085292$ | →0        | A~D              | 0.505<br>(1.000)   | 0.505<br>(1.000) | 0.505<br>(1.000) | 0.505<br>(1.000) | 0.505<br>(1.000) | ±2.139<br>(1.000)   | ±2.139<br>(1.000) | ±2.139<br>(1.000) | ±2.139<br>(1.000) | ±2.139<br>(1.000) |
|   |           |                  |  |                  |                  |                  |                  |   |                   |                   |                   |                   |
|   | 1/3       | A                | 0.525<br>(1.040)   | 0.508<br>(1.006) | 0.518<br>(1.026) | 0.538<br>(1.065) | 0.496<br>(0.982) | 2.139<br>(1.000)  | 2.194<br>(1.026)  | 2.182<br>(1.020)  | 2.154<br>(1.007)  | 2.025<br>(0.947)  |
|   |           | B                | 0.555<br>(1.099)   | 0.517<br>(1.024) | 0.477<br>(0.945) | 0.439<br>(0.869) | 0.496<br>(0.982) | 2.124<br>(0.993)  | 2.264<br>(1.058)  | 2.181<br>(1.020)  | 2.056<br>(0.961)  | 2.025<br>(0.947)  |
|   |           | C                | 0.525<br>(1.040)   | 0.541<br>(1.071) | 0.503<br>(0.996) | 0.447<br>(0.885) | 0.433<br>(0.857) | 2.139<br>(1.000)  | 2.158<br>(1.009)  | 2.208<br>(1.032)  | 2.243<br>(1.049)  | 1.885<br>(0.881)  |
|   |           | D                | 0.555<br>(1.099)   | 0.502<br>(0.994) | 0.525<br>(1.040) | 0.564<br>(1.147) | 0.433<br>(0.857) | 2.124<br>(0.993)  | 2.224<br>(1.040)  | 2.253<br>(1.053)  | 2.080<br>(0.972)  | 1.885<br>(0.881)  |
|   | 1/2       | A                | 0.547<br>(1.083)   | 0.518<br>(1.026) | 0.532<br>(1.053) | 0.569<br>(1.127) | 0.495<br>(0.980) | 2.174<br>(1.016)  | 2.242<br>(1.048)  | 2.217<br>(1.036)  | 2.183<br>(1.021)  | 1.987<br>(0.929)  |
|   |           | B                | 0.606<br>(1.200)   | 0.496<br>(0.982) | 0.435<br>(0.861) | 0.374<br>(0.741) | 0.495<br>(0.980) | 2.228<br>(1.042)  | 2.412<br>(1.128)  | 2.189<br>(1.023)  | 1.921<br>(0.898)  | 1.987<br>(0.929)  |
|   |           | C                | 0.547<br>(1.083)   | 0.577<br>(1.143) | 0.518<br>(1.026) | 0.429<br>(0.850) | 0.324<br>(0.642) | 2.174<br>(1.016)  | 2.152<br>(1.006)  | 2.265<br>(1.059)  | 2.425<br>(1.134)  | 1.734<br>(0.811)  |
|   |           | D                | 0.606<br>(1.200)   | 0.517<br>(1.024) | 0.554<br>(1.097) | 0.566<br>(1.147) | 0.324<br>(0.642) | 2.228<br>(1.042)  | 2.312<br>(1.081)  | 2.471<br>(1.155)  | 1.916<br>(0.896)  | 1.734<br>(0.811)  |
|   | 2/3       | A                | 0.580<br>(1.149)   | 0.543<br>(1.075) | 0.550<br>(1.089) | 0.609<br>(1.206) | 0.494<br>(0.978) | 2.223<br>(1.039)  | 2.289<br>(1.070)  | 2.252<br>(1.053)  | 2.218<br>(1.037)  | 1.986<br>(0.928)  |
|   |           | B                | 0.639<br>(1.265)   | 0.425<br>(0.842) | 0.367<br>(0.727) | 0.294<br>(0.582) | 0.494<br>(0.978) | 2.418<br>(1.130)  | 2.511<br>(1.174)  | 2.142<br>(1.001)  | 1.707<br>(0.798)  | 1.986<br>(0.928)  |
| C   |           | 0.580<br>(1.149) | 0.618<br>(1.224)   | 0.555<br>(1.099) | 0.485<br>(0.960) | 0.212<br>(0.420) | 2.223<br>(1.039) | 2.161<br>(1.010)  | 2.293<br>(1.072)  | 2.557<br>(1.195)  | 1.702<br>(0.796)  |                   |
| D   |           | 0.639<br>(1.265) | 0.622<br>(1.232)   | 0.604<br>(1.196) | 0.795<br>(1.574) | 0.212<br>(0.420) | 2.418<br>(1.130) | 2.594<br>(1.213)  | 2.943<br>(1.376)  | 1.275<br>(0.596)  | 1.702<br>(0.796)  |                   |

4. 結 言

本研究では、図3に示すような2個の正方形介在物の応力拡大係数  $F_{I,\lambda_1}$ 、 $F_{II,\lambda_2}$  の干渉効果を介在物の剛性比、距離を変化させ解析し、得られた結果を図表にまとめたほか以下のような知見が得られた。

(1) 体積力法の特異積分方程式の数値解析として、境界をいくつかの基本区間に分割し、それぞれの基本区間で体積力密度(未知関数)を基本密度関数と級数の積で近似する離散化手法を検討した。その結果、解析した範囲で各基本区間の選点数  $M = 4, 6$  程度で、有効数字3桁程度収束した結果が得られ、解法の有効性が確認され

た(表1~3)。

(2) 応力拡大係数  $F_{I,\lambda_1}$  の最大値は剛性比  $G_I/G_M$  にかかわらず介在物1の中心がO4つまり2個の介在物が縦に並んだ位置からわずかにずれた位置で、点Dにおいて最大値をとる。

(3) 応力拡大係数  $F_{II,\lambda_2}$  は剛性比  $G_I/G_M > 1$  の場合に介在物が縦に並ぶ場合(介在物1の中心がO5の位置)の点A、Bで最大値をとる。しかし、介在物の距離が近づいたときはO4の位置の点Dで最大値をとる。剛性比  $G_I/G_M < 1$  の場合、 $F_{II,\lambda_2}$  は多くの場合介在物1の中心がO3の位置で、点Dにおいて最大値をとる。

## 文 献

- (1) 陳耽珩・西谷弘信, 接合異材角部の特異応力場について, 日本機械学会論文集, 57-542, A (1991), 2509-2515.
- (2) 陳耽珩・西谷弘信, 短繊維端における特異応力場の強さ解析(第一報, 解析方法), 日本機械学会論文集, 58-554, A (1992), 1834-1838.
- (3) 野田尚昭・王清・上村仁誉・川島裕二, 特異積分方程式による長方形介在物の干渉効果の解析, 日本機械学会論文集, 63-612, A (1997), 1663-1668.
- (4) 野田尚昭・王清・諸富貴光, 円柱状介在物端部の特異応力場の強さ解析, 日本機械学会論文集, 63-612, A (1997), 1701-1706.
- (5) 野田尚昭・川島裕二・森山伸也・小田和広, 任意個の一系列菱形介在物の干渉効果の解析, 日本機械学会論文集, 62-600, A (1996), 1870-1876.