日本機械学会論文集(A 編)
75 巻 757 号(2009-9)

論文 No. 09-0112

# ヒトの歯に生じたくさび状欠損修復後の咬合により生じる特異応力場の強さ*
## (コンポジットレジンの剛性の影響)

野田尚昭*1, 陳 克 恭*2, 田島清司*3
高瀬 康*4, 山口恭輔*5, 永野裕之*6

# Intensity of Singular Stress Field due to Wedge-Shaped Defect in Human Tooth after Restored with Composite Resins
## (Influence of the Stiffness of the Composite Resin)

Nao-Aki NODA*7, Ker-Kong CHEN, Kiyoshi TAJIMA,
Yasushi TAKASE, Kyosuke YAMAGUCHI and Hiroyuki NAGANO
*7 Department of Mechanical Engineering, Kyushu Institute of Technology,
1-1 Sensui-cho, Tobata-ku, Kitakyushu-shi, Fukuoka, 804-8550 Japan

Wedge-shaped defects are frequently observed on the cervical region of the human tooth. Previously, most studies explained that such defects are caused by improper toothbrushing. However, recent clinical observation suggested that the repeated stress originated from occlusal force may induce the formation of wedge-shaped defects. In this study, therefore, two-dimensional human tooth model after the wedge-shaped defect is restored with composite resin is analyzed by using the finite element method. To obtain the intensity of the singular stress accurately, a method of analysis is discussed for calculating generalized stress intensity factors, which control the singular stress around the tip of the defect. Finally, the relationships between the stress intensity and occlusion are discussed. It is found that large occlusal forces perpendicular to the tooth axis are harmful to the resin that is bonded to dentin.

*Key Words*: Elasticity, Biomechanics, Fracture Mechanics, Finite Element Method, Wedge-Shaped Defect, Human Tooth

## 1. 緒　　言

図1に示すように，ヒトの歯にくさび状欠損が形成されることは古くから報告されている.加齢とともに，その発生率が高くなることから，今後進行する高齢化社会においてその修復の必要性が増加すると考えられる．これまでの研究で，Millerはくさび状欠損は歯ブラシの過度な横磨きによって形成されるという歯ブラシ説を提唱(1)し，この歯ブラシ説が長い間受け入れられてきた．しかし，その後の研究 (1)～(4) から，くさび状欠損の原因を歯ブラシ説だけで解釈することは不十分であると考えられるようになってきた. Leeらは，臨床的にくさび状欠損を観察した結果，咬合力によって歯頚部に引張応力が集中し，アパタイト結晶間の結合が破壊され，くさび状欠損が生じるという咬合説を提唱した(5). 最近，陳らは咬合面に荷重を負荷すると，負荷した咬頭の反対側の歯面歯頚部に歯軸方向の引張ひずみが生じることを報告した (6)．また，著者らは，先に，ヒトの歯にこのようなくさび状欠損が存在する場合の特異応力場の強さを解析して，くさび状欠損の進展が生じにくい咬合力の位置と方向を議論した(7).

接着性ボンディングシステムの改良と向上に伴って，現在くさび状欠損の治療は，コンポジットレジンを用いて修復することがほとんどである．そこで，本研究では図1に示すようにヒトの歯に生じたくさび状欠損をコンポジットレジンで修復後の咬合によって生じる特異応力場の強さ(端部Aと角部B)を有限要素法で精度よく解析し，理想的な修復法を材料力学の立場から考察して提案することを目的とする．

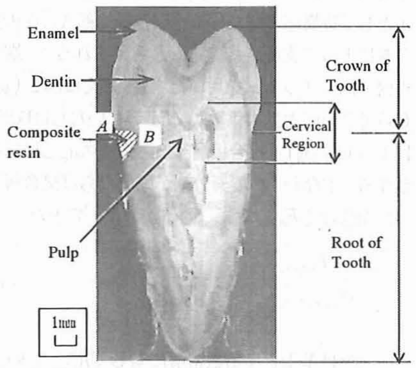



Fig. 1 Restoration of wedge-shaped defect of human tooth

* 原稿受付 2009年2月9日.
*1 正員，九州工業大学工学研究院(〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1).
*2 九州歯科大学歯科保存学第1講座(〒803-8580 北九州市小倉北区真鶴2-6-1).
*3 九州歯科大学生体材料分野.
*4 正員，九州工業大学工学部.
*5 九州工業大学大学院工学府.
*6 九州工業大学工学部.
E-mail : noda@mech.kyutech.ac.jp

## 2. 端部Aの特異応力場の解析方法

**2・1 端部Aの特異応力場について** 図1に示すような，ヒトの歯に生じたくさび状欠損は，コンポジットレジンで修復した後でも，端部Aから破壊が生じることが臨床的に多数確認されている．このため，本研究ではその原因と考えられる端部Aの特異応力場を正確に求める．ここでは，ヒトの歯の形状が複雑であることを考慮して，まず，このような2次元問題を応力場の相似性[8]に基づいて有限要素法(FEM)で精度よく解析する方法を検討する．ここで端部Aの形状は図2 (a)，(b) に示すように，2種類の異種材料がそれぞれ90°の角度で接合されているモデルで表されるものとする．ここで，図2 (b) の問題は体積力法の厳密解[9, 10]があるので有効に利用する．このような接合端部での特異応力場は，材料1 (図2 (b) 参照)の $\sigma_\theta$ を例とすると，一般化応力拡大係数 $K$ を用いて式(1)のように表される[10]．

$$\sigma_{\theta 1}=\frac{K}{r^{1-\lambda}}f_\theta(\theta) \tag{1}$$

$$\begin{aligned}f_\theta(\theta)=&2\lambda(1+\lambda)[-2\alpha\lambda(1+\lambda)+\beta(1+2\lambda(1+\lambda))\\&-\beta(1+2\lambda)\cos(\pi\lambda)]\sin\{\theta(-1+\lambda)\}\\&+4(1+\lambda)(-1+2\beta\lambda)\sin(\theta)\sin(\pi\lambda)\sin(\theta\lambda)\\&-2(-1+\lambda)[-2\alpha\lambda(1+\lambda)+\beta(1+2\lambda(1+\lambda))\\&-\beta(1+2\lambda)\cos(\pi\lambda)]\sin\{\theta(-1+\lambda)\}\end{aligned} \tag{2}$$

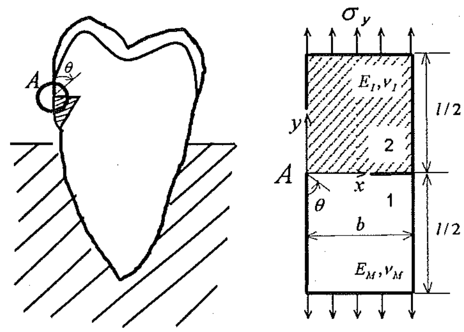
接合界面上の特異応力場を $\sigma_{\theta 1}|_{\theta=90^\circ}$ とし，次式で定義する $F_{\theta 1}$ を図2 (a)の議論で使用する．

$$\sigma_{\theta 1}|_{\theta=90^\circ}=\frac{K}{r^{1-\lambda}}f_\theta|_{\theta=90^\circ}=\frac{F_{\theta 1}}{r^{1-\lambda}} \tag{3}$$

**2・2 端部Aの解析方法** 図2 (b) のような問題をFEMで解析する際，その特異応力場を有限の要素分割で正確に求めることはできないが，その誤差は主として特異応力場が生じる接合板端部A近傍の要素分割によって支配されていると考えられる[8]．端部A近傍で同じメッシュを用いた場合，例えば図2 (a) と (b) で真の応力拡大係数 $F_{\theta 1,real}$ が等しいならばFEM解析によって得られる接合板端部の応力値 $\sigma_{\theta 1}|_{\theta=90^\circ}$ はほぼ一致する．すなわち，要素分割が同じならば接合板の長さに関係なく $F_{\theta 1,real}/\sigma_{\theta 1}|_{\theta=90^\circ}$ の値が常に一定となる．

$$\frac{F_{\theta 1,real}}{\sigma_{\theta 1,FEM}|_{\theta=90^\circ}}=\frac{F^*_{\theta 1,real}}{\sigma^*_{\theta 1,FEM}|_{\theta=90^\circ}} \tag{4}$$

ここで*は基準とする厳密解に対して用いる．いま図2 (b)の異なる $l/b$ に対して，式(4)が成立すると考えると，式(4)を式(5)で定義される無次元化応力拡大係数によって書き換え，整理すると式(6)が得られる．




(a) Problem considered (b)Bonded finite strips
Fig. 2 Singular stress field for the edge A

$$\begin{bmatrix}E_I=Young\ \ modulus\ \ of\ \ composite\ \ resin,\\E_M=Young\ \ modulus\ \ of\ \ dentin\end{bmatrix}$$

$$F_{\sigma,real}=\frac{F_{\theta 1,real}}{\sigma_y b^{1-\lambda}},\ F^*_{\sigma,real}=\frac{F^*_{\theta 1,real}}{\sigma^*_y b^{*1-\lambda}} \tag{5}$$

$$\frac{F_{\sigma,real}\sigma_y b^{1-\lambda}}{\sigma_{\theta 1,FEM}}=\frac{F^*_{\sigma,real}\sigma^*_y b^{*1-\lambda}}{\sigma^*_{\theta 1,FEM}} \tag{6}$$

ここで，$\sigma_y$ は部材に加える応力であり，$\lambda$ は異種接合材端部の角度と弾性係数から決まる特異性指数である．もし $F_{\theta 1,real}=F^*_{\theta 1,real}$ であるなら，次式が成立する．

$$\sigma_y=\sigma^*_y\times\frac{F^*_{\sigma,real}}{F_{\sigma,real}}\times\frac{b^{*1-\lambda}}{b^{1-\lambda}} \tag{7}$$

よって，厳密解が得られている図2 (b)の $l^*/b^*$ に対して，FEM解析しその解析値を式(8)に代入することで厳密解のない他の $l/b$ に対しても一般化応力拡大係数を得ることができる．

$$F_{\sigma,real}=\sigma_{\theta 1,FEM}\times\frac{F^*_{\sigma,real}}{\sigma^*_{\theta 1,FEM}}\times\frac{\sigma^*_y}{\sigma_y}\times\frac{b^{*1-\lambda}}{b^{1-\lambda}} \tag{8}$$

## 3 角部Bの特異応力場の解析方法

**3・1 角部Bの特異応力場について** ヒトの歯のくさび状欠損修復後の破損は端部Aからだけでなく角部Bからも生じることが確認されている．このためその原因と考えられる角部Bの特異応力場も正確に求める必要がある．ここで，角部Bでの形状は図1の写真より先端の角度 $\theta_B=60^\circ$ とする．このような問題では図3 (b) に示す無限板中の菱形介在物の解が利用できる．ここで，角部B近傍の特異応力場は，特異性指数の異なるモードI変形とモードII変形によるものの和として次式で表される[11]．

$$\sigma_{ij}=\frac{K_{I,\lambda_1}}{r^{1-\lambda_1}}f^I_{ij}(\theta)+\frac{K_{II,\lambda_2}}{r^{1-\lambda_2}}f^{II}_{ij}(\theta)\ ,\quad ij=r,\theta,r\theta \tag{9}$$

$$K_{I,\lambda_1}=F_{I,\lambda_1}\sigma\sqrt{\pi}l^{1-\lambda_1},K_{II,\lambda_2}=F_{II,\lambda_2}\sigma\sqrt{\pi}l^{1-\lambda_2} \tag{10}$$

したがってこのような応力特異場を求めるためには，指数が異なる２つの特異応力を同時に考慮する必要がある．式(9)において，$\sigma_\theta$および$\tau_{r\theta}$は以下のようになる[11]．以下で，角度 $\gamma=2\pi-\theta_B$ である．

$$f_\theta^{\mathrm{I}}(\theta)=\frac{\lambda_1}{\sqrt{2\pi}(\alpha-\beta)}[[\lambda_1(\alpha-\beta)\sin\{\gamma-\lambda_1(\gamma-\pi)\}$$
$$+(1-\beta)\sin(\lambda_1\pi)]\times\cos\{(\lambda_1+1)\theta\}+[(\lambda_1+1)$$
$$\times(\alpha-\beta)\sin\{\lambda_1(\gamma-\pi)\}]\times\cos\{(\lambda_1-1)\theta\}] \quad (11)$$

$$f_\theta^{\mathrm{II}}(\theta)=\frac{\lambda_2}{\sqrt{2\pi}(\alpha-\beta)}[[\lambda_2(\alpha-\beta)\sin\{\gamma-\lambda_2(\gamma-\pi)\}$$
$$-(1-\beta)\sin(\lambda_2\pi)]\times\sin\{(\lambda_2+1)\theta\}+[(\lambda_2+1)$$
$$\times(\alpha-\beta)\sin\{\lambda_2(\gamma-\pi)\}]\times\sin\{(\lambda_2-1)\theta\}] \quad (12)$$

$$f_{r\theta}^{\mathrm{I}}(\theta)=\frac{\lambda_1}{\sqrt{2\pi}(\alpha-\beta)}[[\lambda_1(\alpha-\beta)\sin\{\gamma-\lambda_1(\gamma-\pi)\}$$
$$+(1-\beta)\sin(\lambda_1\pi)]\times\sin\{(\lambda_1+1)\theta\}+[(\lambda_1-1)$$
$$\times(\alpha-\beta)\sin\{\lambda_1(\gamma-\pi)\}]\times\sin\{(\lambda_1-1)\theta\}] \quad (13)$$

$$f_{r\theta}^{\mathrm{II}}(\theta)=\frac{-\lambda_2}{\sqrt{2\pi}(\alpha-\beta)}[[\lambda_2(\alpha-\beta)\sin\{\gamma-\lambda_2(\gamma-\pi)\}$$
$$-(1-\beta)\sin(\lambda_2\pi)]\times\cos\{(\lambda_2+1)\theta\}+[(\lambda_2-1)$$
$$\times(\alpha-\beta)\sin\{\lambda_2(\gamma-\pi)\}]\times\cos\{(\lambda_2-1)\theta\}] \quad (14)$$

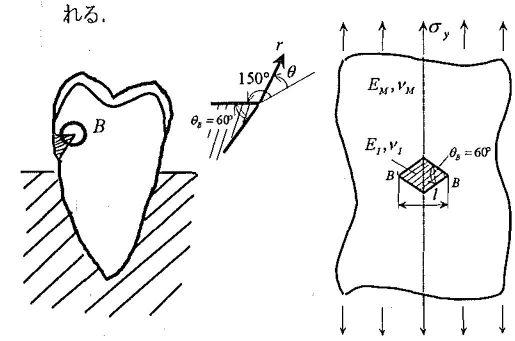
ここで次式で定義される $F_{\theta B}\big|_{\theta=0^\circ}$, $F_{\theta B}\big|_{\theta=\pm150^\circ}$ を図３(a)の議論で使用する．

$E_I/E_M<1$ の場合，切欠きの二等分線上($\theta=0^\circ$)で応力が最大となり破壊が生じる．その応力 $\sigma_{\theta B}\big|_{\theta=0^\circ}$ 及び，$\tau_{r\theta}\big|_{\theta=0^\circ}$ に注目すると，それは式(15)，(16)で表される．

$$\sigma_{\theta B}\big|_{\theta=0^\circ}=\frac{F_{\theta B}\big|_{\theta=0^\circ}}{r^{1-\lambda_1}}=\frac{K_{\mathrm{I},\lambda_1}f_\theta^{\mathrm{I}}(\theta)\big|_{\theta=0^\circ}}{r^{1-\lambda_1}} \quad (15)$$

$$\tau_{r\theta B}\big|_{\theta=0^\circ}=\frac{F_{r\theta B}\big|_{\theta=0^\circ}}{r^{1-\lambda_2}}=\frac{K_{\mathrm{II},\lambda_2}f_\theta^{\mathrm{II}}(\theta)\big|_{\theta=0^\circ}}{r^{1-\lambda_2}} \quad (16)$$

$E_I/E_M>1$ の場合，母材とコンポジットレジンの界面上($\theta=\pm150^\circ$)の破壊が問題となる．その応力 $\sigma_{\theta B}\big|_{\theta=\pm150^\circ}$ 等に注目するとそれは式(17)～(20)で表される．




(a) Problem considered (b) Diamond-shaped inclusion

Fig. 3 Singular stress field for the corner B

$\theta=150^\circ$ では

$$\sigma_{\theta B}\big|_{\theta=150^\circ}=\frac{F_{\theta B}^{\mathrm{I}}\big|_{\theta=150^\circ}}{r^{1-\lambda_1}}+\frac{F_{\theta B}^{\mathrm{II}}\big|_{\theta=150^\circ}}{r^{1-\lambda_2}} \quad (17)$$

ここで，

$$F_{\theta B}^{\mathrm{I}}\big|_{\theta=150^\circ}=K_{\mathrm{I},\lambda_1}f_\theta^{\mathrm{I}}(\theta)\big|_{\theta=150^\circ},$$

$$F_{\theta B}^{\mathrm{II}}\big|_{\theta=150^\circ}=K_{\mathrm{II},\lambda_2}f_\theta^{\mathrm{II}}(\theta)\big|_{\theta=150^\circ}.$$

$$\tau_{r\theta B}\big|_{\theta=150^\circ}=\frac{F_{r\theta B}^{\mathrm{I}}\big|_{\theta=150^\circ}}{r^{1-\lambda_1}}+\frac{F_{r\theta B}^{\mathrm{II}}\big|_{\theta=150^\circ}}{r^{1-\lambda_2}} \quad (18)$$

ここで，

$$F_{r\theta B}^{\mathrm{I}}\big|_{\theta=150^\circ}=K_{\mathrm{I},\lambda_1}f_{r\theta}^{\mathrm{I}}(\theta)\big|_{\theta=150^\circ},$$

$$F_{r\theta B}^{\mathrm{II}}\big|_{\theta=150^\circ}=K_{\mathrm{II},\lambda_2}f_{r\theta}^{\mathrm{II}}(\theta)\big|_{\theta=150^\circ}.$$

$\theta=-150^\circ$ では

$$\sigma_{\theta B}\big|_{\theta=-150^\circ}=\frac{F_{\theta B}^{\mathrm{I}}\big|_{\theta=150^\circ}}{r^{1-\lambda_1}}-\frac{F_{\theta B}^{\mathrm{II}}\big|_{\theta=150^\circ}}{r^{1-\lambda_2}} \quad (19)$$

$$\tau_{r\theta B}\big|_{\theta=-150^\circ}=-\frac{F_{r\theta B}^{\mathrm{I}}\big|_{\theta=150^\circ}}{r^{1-\lambda_1}}+\frac{F_{r\theta B}^{\mathrm{II}}\big|_{\theta=150^\circ}}{r^{1-\lambda_2}} \quad (20)$$

**3・2 角部Bの解析方法** 角部Bの特異応力場の強さも，端部Aと同様にして解析できる．この場合，利用できる基準となる値として図３(b)の問題の体積力法による厳密解[12]がある．なお剛性比$E_I/E_M<1$の場合と$E_I/E_M>1$の場合とでは破壊が生じる場所が異なるため注目する応力も異なる．具体的には図３の問題では，剛性比 $E_I/E_M<1$ の場合には介在物角部の二等分線上($\theta=0^\circ$)の応力分布に注目し，モードⅡの応力拡大係数に関しては，$\tau_{r\theta,FEM}$ に注目すればよい．その関係を式(21)に示す．一方，$E_I/E_M>1$の場合には介在物と母材の角部近傍の界面上($\theta=\pm150^\circ$)の応力分布に注目しFEM解析を行う．その関係を式(22)～(25)に示す．なお，以下で＊は基準とする厳密解に対して用いる値である．すなわち，$K^*_{\mathrm{I},\lambda_1,real}$，$K^*_{\mathrm{II},\lambda_2,real}$ は図３ (b) の問題の体積力法の厳密解[12]であり，$\sigma^*_{\theta B,FEM}$，$\tau^*_{r\theta B,FEM}$ はそれをFEM解析した際の母材と介在物の角部近傍の応力である．

(ⅰ)$\theta=0^\circ$の応力に注目する場合($E_I/E_M<1$)

$$\frac{K_{\mathrm{I},\lambda_1,real}}{\sigma_{\theta B,FEM}\big|_{\theta=0^\circ}}=\frac{K^*_{\mathrm{I},\lambda_1,real}}{\sigma^*_{\theta B,FEM}\big|_{\theta=0^\circ}},\quad \frac{K_{\mathrm{II},\lambda_2,real}}{\tau_{r\theta B,FEM}\big|_{\theta=0^\circ}}=\frac{K^*_{\mathrm{II},\lambda_2,real}}{\tau^*_{r\theta B,FEM}\big|_{\theta=0^\circ}} \quad (21)$$

(ⅱ)$\theta=\pm150^\circ$の応力に注目する場合($E_I/E_M>1$)

モードⅠ変形について

$$\frac{K_{\mathrm{I},\lambda_1,real}}{\sigma^{\mathrm{I}}_{\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}}=\frac{K^*_{\mathrm{I},\lambda_1,real}}{\sigma^{\mathrm{I}*}_{\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}},\quad \frac{K_{\mathrm{I},\lambda_1,real}}{\tau^{\mathrm{I}}_{r\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}}=\frac{K^*_{\mathrm{I},\lambda_1,real}}{\tau^{\mathrm{I}*}_{r\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}} \quad (22)$$

モードⅡ変形について

$$\frac{K_{\mathrm{II},\lambda_2,real}}{\sigma^{\mathrm{II}}_{\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}}=\frac{K^*_{\mathrm{II},\lambda_2,real}}{\sigma^{\mathrm{II}*}_{\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}},\quad \frac{K_{\mathrm{II},\lambda_2,real}}{\tau^{\mathrm{II}}_{r\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}}=\frac{K^*_{\mathrm{II},\lambda_2,real}}{\tau^{\mathrm{II}*}_{r\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}} \quad (23)$$

$\sigma^{\mathrm{I}}_{\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}$ と $\tau^{\mathrm{I}}_{r\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}$ は介在物角部近傍の界面 $\theta=\pm150^\circ$ の応力の平均値として式(24)のように表される．

$$\sigma^{\mathrm{I}}_{\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}=(\sigma_{\theta B}\big|_{\theta=150^\circ}+\sigma_{\theta B}\big|_{\theta=-150^\circ})/2$$
$$\tau^{\mathrm{I}}_{r\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}=(\tau_{r\theta B}\big|_{\theta=150^\circ}-\tau_{r\theta B}\big|_{\theta=-150^\circ})/2 \qquad (24)$$

また $\sigma^{\mathrm{II}}_{\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}$ と $\tau^{\mathrm{II}}_{r\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}$ も介在物角部近傍の界面 $\theta=\pm150^\circ$ の応力の平均値として式(25)のように表される．

$$\sigma^{\mathrm{II}}_{\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}=(\sigma_{\theta B}\big|_{\theta=150^\circ}-\sigma_{\theta B}\big|_{\theta=-150^\circ})/2$$
$$\tau^{\mathrm{II}}_{r\theta B,FEM}\big|_{\theta=150^\circ}=(\tau_{r\theta B}\big|_{\theta=150^\circ}+\tau_{r\theta B}\big|_{\theta=-150^\circ})/2 \qquad (25)$$

## 4 解析精度の検討

**4・1 端部Aの解析結果** 式 (8) により得られる一般化応力拡大係数と厳密解との比較を行い，式 (1) ～ (8) に基づくFEM解析の有用性を確認する．FEM解析は誤差を伴うので基準となる解が必要となる．この場合利用できる基準となる値として，図2 (b) に関する体積力法による厳密解がある[(9), (10)]．そこで，帯板の長さの影響により変化する無次元化応力拡大係数の結果がFEM解析による値と一致するか確認を行う．まず $E_I/E_M=0.1$ , $\nu_I=\nu_M=0.3$ , $l/b=0.5$ の条件のときの特異応力場 $\sigma_{\theta A}\times(r/b)^{1-\lambda}$ の値を表1に示す．表1で $\sigma_{\theta A}\times(r/b)^{1-\lambda}$ の値がほぼ一定になっていることから，異種接合板端部Aにおいて特異応力場が存在することが確認できる．このとき体積力法の厳密解，$\sigma_{\theta A}=0.575(r/b)^{1-\lambda}$[文献[(9)] からの読取値(表2参照)]は得られないが，それに対応する $\sigma_{\theta A}=0.303\times(r/b)^{1-\lambda}$ の特異応力場が表1に示すように得られている．表2に $l/b=4$ のときを基準とし，補正して求めた無次元化応力拡大係数 $F_\sigma$ を示す．表2に示すように本解析結果は体積力法の結果[(9)]と良く一致しており精度が高い．実際の歯とコンポジットレジンの剛性比に対して，図2 (b)の問題の解析を行った結果を図4に示す．解析結果はいずれの場合も $l/b\geq1$ で一定となる傾向が認められる．

**4・2 角部Bの解析結果** ここでは無限板中の一つの菱形介在物の解を利用して，無限板中の2つの菱形介在物 (図5の $l/b\to0$ ) の $K_{\mathrm{I},\lambda_1,real}$ を求めた．その際FEM解析では無限板の解析ができないので，図5の有限幅の2種類の問題 ( $l/b=0.05, 0.1$ ) を解析し，無限板の結果 ($l/b\to0$ ) を外挿で求めた．

表3は，$E_I/E_M=10^{-2}$ の場合の無次元化応力拡大係数の解析値と体積力法の値とを比較したものである．

Table 1 $F_{\theta A}$ at the coner $A$ for bonded finite strips
$\left[F_{\theta A}=\sigma_{\theta A}\times r^{1-\lambda},\ l/b=0.5, E_I/E_M=0.1,\ \nu_I=\nu_M=0.3,\ \textit{plane stress},\ r=b\times(i/2430)\ \ i: \textit{number of element from the edge } A\right]$

| $i$ | $\sigma_{\theta A}$ | $\sigma_{\theta A}\times(r/b)^{1-\lambda}$ |
|---|---|---|
| 0 | 1.139 | 0 |
| 1 | 0.935 | 0.310 |
| 2 | 0.833 | 0.308 |
| 3 | 0.778 | 0.307 |
| 4 | 0.737 | 0.305 |
| 5 | 0.712 | 0.305 |
| 6 | 0.689 | 0.303 |
| 7 | 0.670 | 0.303 |
| 8 | 0.663 | 0.306 |
| 9 | 0.639 | 0.301 |
| 10 | 0.615 | 0.294 |

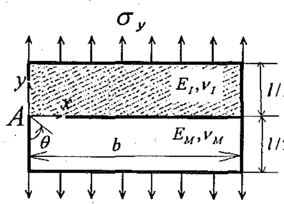
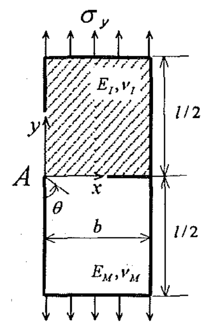



Table 2 $F_\sigma$ at the coner $A$ for bonded finite strips
$\left[F_\sigma=F_{\theta A}/\sigma_y b^{1-\lambda},\ F_{\theta A}=\sigma_{\theta A}\big|_{\theta=90^\circ},\ E_I/E_M=0.1,\ \nu_I=\nu_M=0.3,\ \textit{plane stress}\right]$

| $l/b$ | Present Results | Exact Results | Error(%) |
|---|---|---|---|
| 0.2 | 0.499 | 0.495 | 0.761 |
| 0.25 | 0.517 | 0.520 | 0.619 |
| 0.3 | 0.532 | 0.530 | 0.376 |
| 0.4 | 0.557 | 0.550 | 1.186 |
| 0.5 | 0.576 | 0.575 | 0.087 |
| 0.6 | 0.590 | 0.580 | 1.628 |
| 0.7 | 0.600 | 0.595 | 0.734 |
| 0.8 | 0.606 | 0.600 | 0.941 |
| 0.9 | 0.610 | 0.608 | 0.262 |
| 1 | 0.612 | 0.610 | 0.294 |
| 2 | 0.615 | 0.615 | 0.065 |
| 4 | 0.615 | 0.615 | 0 |



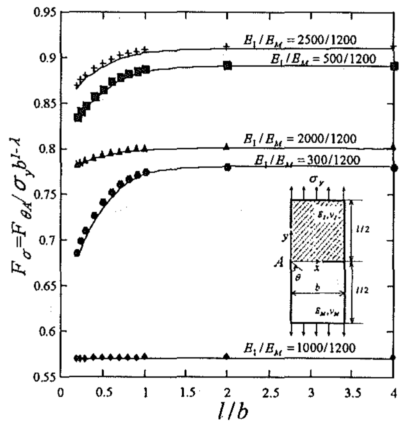




Fig. 4 $F_\sigma$ for bonded finite strips
$\left[F_\sigma=F_{\theta A}/\sigma_y b^{1-\lambda}, F_{\theta A}=\sigma_{\theta A}\big|_{\theta=90^\circ}\times r^{1-\lambda},\ \nu_I=\nu_M=0.3,\ \textit{plane stress}\right]$

ここで，$F_{\mathrm{I},\lambda_1,FEM}$ はFEM解析によって求められた値で，$F^{*}_{\mathrm{I},\lambda_1,BFM}$ は体積力法によって求められた厳密解[(12)]である．前章で述べたように，切欠きの二等分線上の応力に注目した結果，表3に示すように精度良く解析でき，その誤差は最大で1.0%であった．

表4は $E_I/E_M<1$ の場合と同様に $E_I/E_M=10^2$ の場合の無次元化応力拡大係数と体積力法の厳密解[12]を比較したものである．前章で述べたように，母材と介在物の先端近傍の界面上の応力 $\sigma_{\theta B}|_{\theta=\pm150°}$ に注目する．図3（a）のヒトの歯の場合には $\theta=\pm150°$ の応力の平均値を用いる．$E_I/E_M>1$ の場合少し誤差が大きくなり，誤差は最大で8.7%となった．

## 5．ヒトの歯のくさび状欠損補修後の特異応力場の強さ

**5・1 ヒトの歯のくさび状欠損修復後の解析法** ヒトの歯は図1に示したように歯髄(Pulp)，エナメル質(Enamel)，象牙質(Dentin)から成る．図1のくさび状欠損をコンポジットレジンで修復した後の写真より図6のようなヒトの歯の2次元モデルを作成した．その際，歯髄，エナメル質，象牙質，コンポジットレジンの弾性係数は表5のように仮定した．ただし歯髄の弾性係数は小さいので空洞（ヤング率0）とみなした．本解析では図6のモデルに $P_1\sim P_{14}$ の方向（図6参照）から0～108Nの荷重を負荷させる．そして歯の象牙質とコンポジットレジンの界面上の特異応力および角部の二等分線上の特異応力を解析し，その強さに影響を及ぼす咬合力の位置と方向を明らかにする．なお，荷重 $P_2,P_6,P_9,P_{13}$ は，歯軸に対して45° 傾いているとする．くさび状欠損の修復に用いられるコンポジットレジンと象牙質の組合わせに対する特異性指数を表6に示す．$E_I/E_M=2000/1200, E_I/E_M=2500/1200$ では $\lambda_2$ が1.0となり，このとき角部Bに関するモードII変形の項は特異性をもたない．従って角部Bに関して接合界面の $\sigma_{\theta B}|_{\theta=\pm150°}$ の特異応力場に注目すると，式(17)の第二項が0となり，次式で表される．

$$\sigma_{\theta B}|_{\theta=\pm150°}=\frac{F^{\mathrm{I}}_{\theta B}|_{\theta=150°}}{r^{1-\lambda_1}} \tag{26}$$

**5・2 端部Aに注目する場合** 図7に端部の応力場の強さを示す $F_{\theta A}$ と $P_i$ の関係を示す．もしくさび状欠損修復後の端部A近傍の界面の破損に $\sigma_\theta$ が最

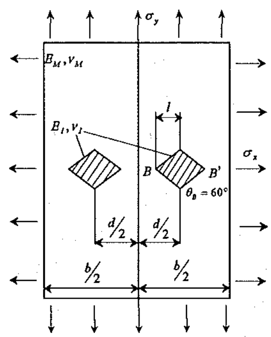



Fig. 5 Diamond-shaped inclusion in finite plate

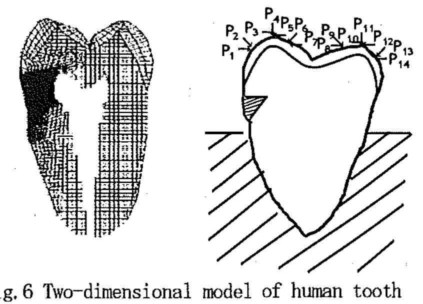



Fig. 6 Two-dimensional model of human tooth

Table 3 $F_{\mathrm{I},\lambda_1}$ for two diamond-shaped inclusions at the B and B' in Fig. 5 with $l/b\to0$
[$E_I/E_M=10^{-2}$, $\nu_I=\nu_M=0.3$, Plane strain]

| | | (a) $\sigma_x=0, \sigma_y=1$ in Fig.5 | | | (b) $\sigma_x=\sigma_y=1$ in Fig.5 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $l/d$ | $F_{\mathrm{I},\lambda_1,FEM}$ | $F_{\mathrm{I},\lambda_1,BFM}$ | $\frac{F_{\mathrm{I},\lambda_1,FEM}}{F_{\mathrm{I},\lambda_1,BFM}}$ | $F_{\mathrm{I},\lambda_1,FEM}$ | $F_{\mathrm{I},\lambda_1,BFM}$ | $\frac{F_{\mathrm{I},\lambda_1,FEM}}{F_{\mathrm{I},\lambda_1,BFM}}$ |
| B, B' | $\to0$ | 1.054 | 1.054 | 1.000 | 0.950 | 0.950 | 1.000 |
| B | 1/3 | 1.069 | 1.068 | 1.001 | 0.970 | 0.970 | 1.000 |
| B' | | 1.065 | 1.065 | 1.000 | 0.964 | 0.964 | 1.000 |
| B | 1/2 | 1.095 | 1.090 | 1.005 | 1.002 | 1.001 | 1.001 |
| B' | | 1.078 | 1.076 | 1.002 | 0.979 | 0.980 | 0.998 |
| B | 2/3 | 1.155 | 1.148 | 1.011 | 1.069 | 1.066 | 1.001 |
| B' | | 1.097 | 1.095 | 1.002 | 1.002 | 1.003 | 0.999 |

Table 4 $F_{\mathrm{I},\lambda_1}$ for two diamond-shaped inclusions at the B and B' in Fig. 5 with $l/b\to0$
[$E_I/E_M=10^2$, $\nu_I=\nu_M=0.3$, Plane strain]

| | | (a) $\sigma_x=0, \sigma_y=1$ in Fig.5 | | | (b) $\sigma_x=\sigma_y=1$ in Fig.5 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $l/d$ | $F_{\mathrm{I},\lambda_1,FEM}$ | $F_{\mathrm{I},\lambda_1,BFM}$ | $\frac{F_{\mathrm{I},\lambda_1,FEM}}{F_{\mathrm{I},\lambda_1,BFM}}$ | $F_{\mathrm{I},\lambda_1,FEM}$ | $F_{\mathrm{I},\lambda_1,BFM}$ | $\frac{F_{\mathrm{I},\lambda_1,FEM}}{F_{\mathrm{I},\lambda_1,BFM}}$ |
| B, B' | $\to0$ | 0.174 | 0.174 | 1.000 | 0.310 | 0.310 | 1.000 |
| B | 1/3 | 0.172 | 0.175 | 0.982 | 0.312 | 0.312 | 1.000 |
| B' | | 0.173 | 0.172 | 1.003 | 0.311 | 0.312 | 0.997 |
| B | 1/2 | 0.170 | 0.185 | 0.919 | 0.312 | 0.323 | 0.966 |
| B' | | 0.172 | 0.176 | 0.975 | 0.311 | 0.313 | 0.994 |
| B | 2/3 | 0.224 | 0.206 | 1.087 | 0.313 | 0.348 | 0.899 |
| B' | | 0.171 | 0.181 | 0.946 | 0.312 | 0.319 | 0.978 |

Table 5 Mechanical properties for human teeth

| Material | Elastic Modulus (MPa) | Poisson's ratio | Tensile strength (MPa) | Compression strength (MPa) |
|---|---|---|---|---|
| Pulp | 1 | 0.49 | – | – |
| Dentin | 1200 | 0.30 | 36～51 | 213～380 |
| Enamel | 4700 | 0.30 | 10.4～45.6 | 176～608 |

Table 6 Singular index for different $E_I/E_M$
[$E_I$: Young modulus of composite resin,
$E_M$: Young modulus of dentin]

| $E_I/E_M$ | $\frac{300}{1200}$ | $\frac{500}{1200}$ | $\frac{1000}{1200}$ | $\frac{2000}{1200}$ | $\frac{2500}{1200}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\lambda$ | 0.8239 | 0.9005 | 0.9834 | 0.9114 | 0.8767 |
| $\lambda_1$ | 0.7776 | 0.9087 | 0.9816 | 1.0000 | 1.0000 |
| $\lambda_2$ | 0.9144 | 0.9594 | 0.9980 | 0.9849 | 0.9703 |

も影響すると仮定すると，図７から$E_I/E_M=300/1200$では$P_{13}$方向が荷重増加に対する影響が小さく安全であることがわかる．また図８から$E_I/E_M=2000/1200$では$P_2$方向が安全である．他のコンポジットレジンと象牙質との剛性比(表６)に対しても検討した結果，最も安全な荷重の位置と向きは，剛性比に依存して変化する．

一方危険な荷重の位置と方向は，図７，図８に示すように，コンポジットレジンと象牙質との剛性比を変化させたどの場合でも$P_1, P_3, P_8, P_{10}$方向であることがわかった．また最も危険な荷重はどの剛性比でも$P_3$方向であることがわかった．

**5･3　角部Ｂに注目する場合**　図９と図１０は角部Ｂに注目して，それぞれ$E_I/E_M=300/1200$と$E_I/E_M=2000/1200$のコンポジットレジンで，くさび状欠損を補修した後を考察した結果である．$E_I/E_M<1$では角部Bの二等分線上の破損が問題となるが，エナメル質の引張強さと圧縮強さの比は約1:14であり，象牙質の引張強さと圧縮強さの比は約1:7とされている．本解析モデルでは象牙質中のくさび状欠損を仮定しているが，象牙質でも引張応力が圧縮応力と比べてより危険であると考えられる．もしくさび状欠損の破損に$\sigma_\theta$が最も影響すると仮定すると，図９より$E_I/E_M=300/1200$では$P_9$方向が，$E_I/E_M=2000/1200$では$P_{11}$方向が荷重増加に対する影響が小さく安全であることがわかる．端部Ａと同様に，表６に示す５種類の剛性比に対して検討した結果，最も安全な荷重の位置と方向は剛性比に依存して変化する．

また，端部Ａと同様に表６の５種類の剛性比で検討した結果，危険な荷重の位置と方向は$P_1, P_3, P_8, P_{10}$方向であり，最も危険な荷重はどの剛性比でも$P_3$方向であることがわかった．

## 6.　結　言

本研究ではヒトの歯の形状が複雑であることを考慮して，介在物角部に生じる特異応力場の強さを有限要素法(FEM)で精度よく解析する方法を検討した．また，ヒトの歯に生じたくさび状欠損修復後の咬合による影響を考察した．結論をまとめると以下のようになる．

(１)　端部A（図１参照）の特異応力場の強さを正確に求めるため，異種接合板の解析を行った．その結果は，体積力法の解析結果[11],[12]と誤差1.6%以内で一致した．FEM解析により求まる特異応力場は，$E_I/E_M=0.1$，$\nu_I=\nu_M=0.3$のとき$l/b=0.5$で$\sigma_{\theta A}=0.575(r/b)^{1-\lambda}$となるが，厳密解では$\sigma_{\theta A}=0.303(r/b)^{1-\lambda}$である．よってこの結果を用いて補正することにより有限板の厳密解を求めることができる．このような方法で有限

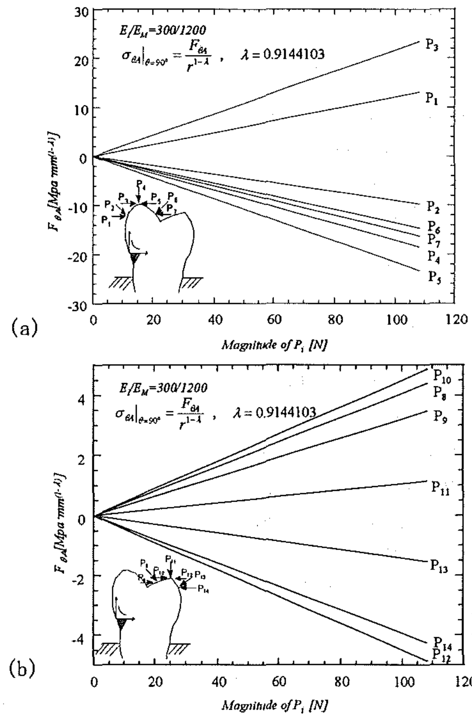



Fig. 7　$\sigma_{\theta A}$ vs. $P_i$ relations ($E_I/E_M=300/1200$)

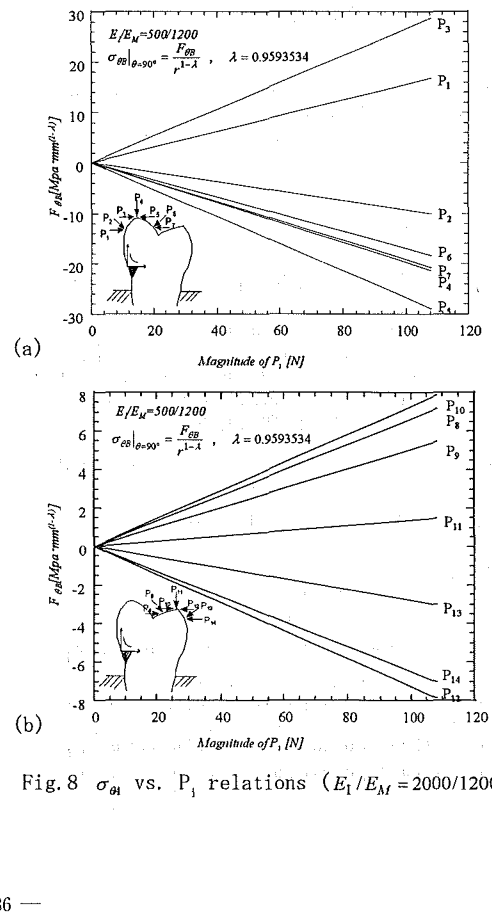



Fig. 8　$\sigma_{\theta A}$ vs. $P_i$ relations ($E_I/E_M=2000/1200$)

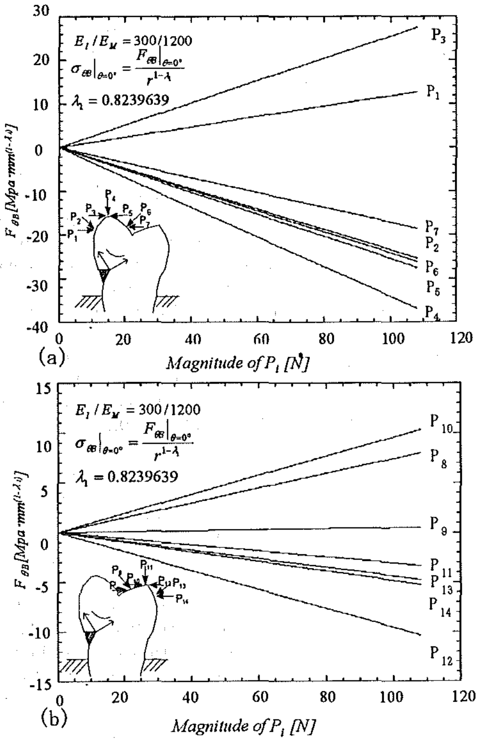



Fig. 9　$\sigma_{\theta B}$ vs. $P_i$ relations ($E_I/E_M = 300/1200$)

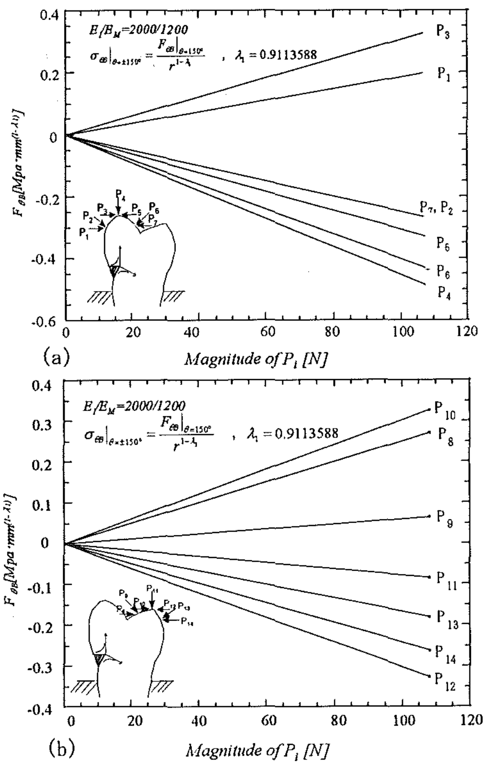
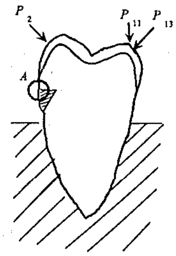



Fig. 10　$\sigma_{\theta B}$ vs. $P_i$ relations ($E_I/E_M = 2000/1200$)

Table 7 Conclusions for the edge A

(1) The safest load for the edge A

| $E_I/E_M$ | load |
|---|---|
| 300/1200 | $P_{13}$ |
| 500/1200 | $P_{13}$ |
| 1000/1200 | $P_{11}$ |
| 2000/1200 | $P_2$ |
| 2500/1200 | $P_2$ |



(2) The most dangerous load for the edge A

| $E_I/E_M$ | load |
|---|---|
| 300/1200 | $P_3$ |
| 500/1200 | |
| 1000/1200 | |
| 2000/1200 | |
| 2500/1200 | |

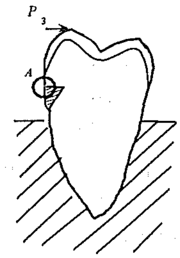
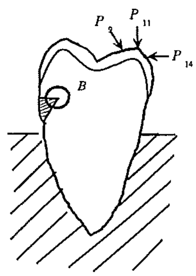


Table 8 Conclusions for the corner B

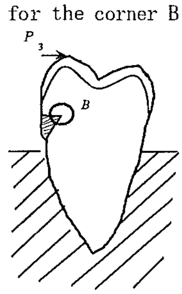
(1) The safest load for the corner B

| $E_I/E_M$ | load |
|---|---|
| 300/1200 | $P_9$ |
| 500/1200 | $P_9$ |
| 1000/1200 | $P_{14}$ |
| 2000/1200 | $P_{11}$ |
| 2500/1200 | $P_{11}$ |



(2) The most dangerous load for the corner B

| $E_I/E_M$ | load |
|---|---|
| 300/1200 | $P_3$ |
| 500/1200 | |
| 1000/1200 | |
| 2000/1200 | |
| 2500/1200 | |



板の異種接合板端部Aの特異応力場をFEM解析により求められることを確認した．

(2) 角部B（図1参照）の特異応力場の強さを正確に求めるため，二個の菱形介在物の角部Bの解析を行った．$E_I/E_M<1$ では角部の二等分線上の応力に注目した．一方，$E_I/E_M>1$ では角部界面の応力の平均値に注目した．その結果 $E_I/E_M<1$ では体積力法の解析結果[12]と誤差1%以内で一致した．また，$E_I/E_M>1$ では体

積力法の解析結果[12]と比較すると少し誤差が大きくなり最大で8.7%となった.

(3)くさび状欠損修復後の歯に作用する荷重の位置と方向を変化させて,歯とコンポジットレジンの端部Aに生じる特異応力の強さを調べた結果,剛性比に関係なく最も危険な荷重の位置と方向は$P_3$方向であることがわかった(表7参照).一方,安全な荷重は,表7に示す$P_2$と$P_{11}$, $P_{13}$ であることが明らかとなった.よって,咬合を調節して,咬合力の向きを$P_2$, $P_{11}$ または$P_{13}$方向にすれば修復したくさび状欠損の耐久性が上がると考えられる.

(4)図6に示すように歯に作用する荷重の位置と方向を変化させて,角部Bに生じるくさび状欠損修復後の特異応力の強さを調べた結果,最も危険な荷重の位置と向きは剛性比に関係なく$P_3$方向であることがわかった(表8参照).一方,安全な荷重は表8に示す$P_9$と$P_{11}$, $P_{14}$であることが明らかになった.

本研究には卒論学生原田誠司氏(現スズキ株式会社)の助力を得た.また,本研究の一部は独立行政法人日本学術振興会科学研究費補助金基盤研究(C) 19560094の助成を得た.記して謝意を表する.

## 文　献


(1) Miller, W.D., Experiments and Observations on the Wasting of Tooth Tissue Variously Designated as Erosion, Abrasion, Chemical Abrasion, Denudation, etc, *Dental Cosmos*, Vol.49, (1907), pp.1-23, pp.109-124, pp.147-225.

(2) Bream, M., et al., Stress Induced Cervical Lesions, *The Journal of Prosthetic Dentistry*, Vol.67, (1992), pp.718-722.

(3) Graehn, G., and Muller, H. H., Wedge-Shaped Defects at Teeth of Animals, *Deutsche Gesellschaft fur Zahn -, Mund- und Kieferheikunde*, Vol.79, (1991), pp.441-449.

(4) Tanaka, H., et al., Studies on the Cervical Loss of Tooth Structure -Japanese Teeth before and during the Edo Era, The First Report:Edo Era (1)-, *The Japanese Journal of Conservative Dentistry*, Vol.36, No.1 (1993), pp.287-294.

(5) Lee, W.C., and Eakle, W.S., Possible role of Tensile Stress in the Etiology of Cervical Resions of Teeth, *The Journal of Prosthetic Dentistry*, Vol.52, (1984), pp.374-380.

(6) Chen, K.K., et al, Effects of Occulusion on the Formation of Wedge-Shaped Defect -Cervical Region Strain along Tooth Axis-, *The Japanese Journal of Conservative Dentistry (in Japanese)*, Vol.43, (2000), pp.870-876.

(7) Noda, N., et al, Intensity of Singular Stress of Wedge-Shaped Defect in Human Tooth due to Occlusal Load, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.72, No.713 (2006), pp.77-84.

(8) Teranishi, T., and Nisitani, H., Determination of Highly Accurate Values of Stress Intensity Factor in a Plate of Arbitrary Form by FEM, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.65, No.638 (1999), pp.2032-2037.

(9) Chen, D.H., and Nisitani, H., Intensity of Singular Stress Field near the Interface Edge Point of a Bonded Strip, *Transactions of the Japan Society of Mechani cal Engineers, Series A*, Vol.59, No.567 (1993), pp.210-214.

(10) Noda, N, et al, Intensity of Singular Stress at the End of a Fiber under Pull-out Force, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.72, No.721 (2006), pp.113-120.

(11) Chen, D.H., and Nishitani, H., Singular Stress Field Near the Corner of Jointed Dissimilar Materials, *Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol.60, (1993), pp.607-613.

(12) Noda, N., et al, Singular Integral Equation Method in the Analysis of Interaction between Diamond- Shaped Inclusions, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol.62, No.598 (1996), pp.1456-1463.