

# 接合丸棒の引張りと曲げの解析および特異応力場の強さの比較

宮崎 達二郎<sup>\*1</sup>, 野田 尚昭<sup>\*2</sup>, 佐野 義一<sup>\*3</sup>

## A comparison of intensities of singular stress field for bonded cylinder under tension and bending

Tatsujiro MIYAZAKI<sup>\*1</sup>, Nao-Aki NODA<sup>\*2</sup> and Yoshikazu SANO<sup>\*3</sup>

<sup>\*1</sup> Department of Mechanical Systems Engineering, Faculty of Engineering, University of the Ryukyus,  
1 Senbaru, Nishihara-cho, Nakagami-gun, Okinawa 903-0213, Japan

<sup>\*2,\*3</sup> Department of Engineering, Graduate School of Engineering, Kyushu Institute of Technology,  
1-1 Sensui-cho, Tobata-ku, Kitakyushu-shi, Fukuoka 804-8550, Japan

Received 16 May 2016

### Abstract

In this paper, the stress field at the interface corner edge of a bonded cylinder under bending is discussed by comparing with that under tension. Asymptotic description of the stress field under the bending consists of the singular stress term and the non-singular stress term as well as that under the tension. The similarity relation between the singular stresses under the tension and the bending is confirmed by performing 3D FE analyses on the bonded cylinders under the tension and the bending which are subdivided by the same mesh pattern. The ratios of the intensity of the singular stress field under the bending to that under the tension are computed changing material combinations variously, the maximum and minimum values of the ratios are shown in the table and the chart according to Dundurs' parameter ( $\alpha, \beta$ ). The intensity of singular stress field for the bonded cylinder cannot be controlled by Dundurs' parameter uniquely. However, because the differences between the maximum and minimum values are small, the ratios can be controlled by Dundurs' parameter. Then, the ratios are larger than 0.7 and smaller than 1.0 in almost all material combinations with  $\alpha(\alpha - 2\beta) < 0$ .

**Key words** : Bi-materials, Interface, Finite element method, Intensity of singular stress field, Bonded cylinder, Bending

## 1. 緒 言

接着剤による接合は、耐疲労性の向上、部品表面の平滑化、異種材料同士の接合、重量の軽減、密封性、設備費の低減・工数削減などといった利点を有し、自動車、車両、航空機など幅広い分野でよく用いられている (Barnes and Pashby, 2000; Higgins, 2000; Petrie, 2008)。そして最近では、溶接、ボルト・ナット、リベットなどに代わって採用されたり、ウェルドボンディングのようにそれらと併せて用いられたりしており、接着接合の注目度はさらに増してきている (佐藤, 2011; 氷室他, 2012; 崎山他, 2012)。

構造用接着剤は高い接着強度を有するが、接着接合界面ではく離が生じるとそれは短時間で不安定的に成長し、理想的な接着強度に達する前に界面破壊を起こす恐れがある (原賀, 2003)。界面端部では被着材と接着剤の組合せによって特異応力場が形成されるため、その強度評価には特異応力場の強さを用いた手法が有効である (Qian and Akisanya, 1998; Akisanya and Meng, 2003; Mintzas and Nowell, 2012)。著者らも突合わせ継手および単純重ね

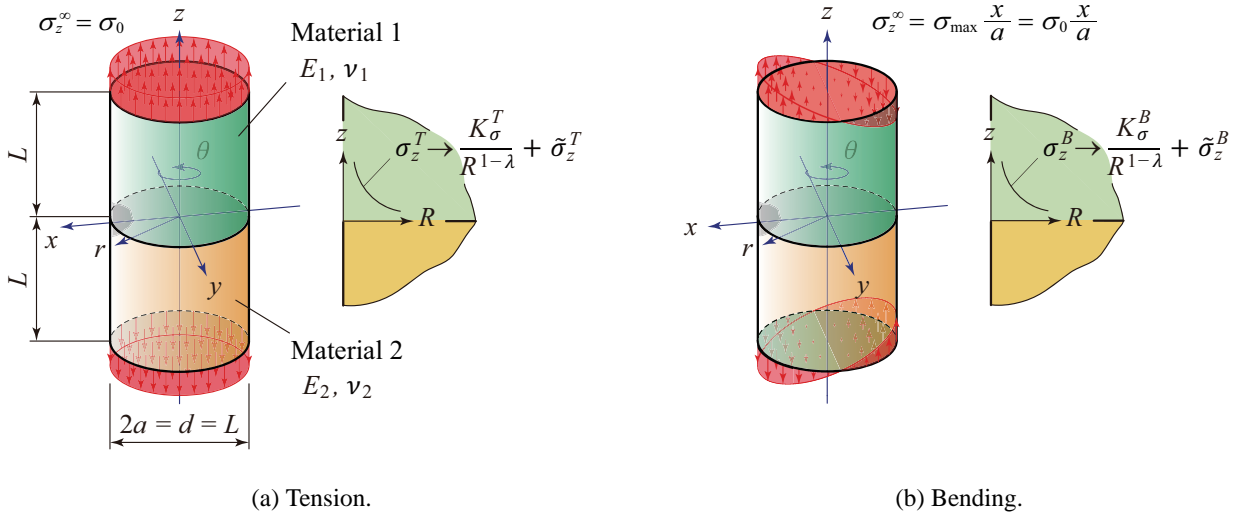


Fig. 1 Bonded cylinder model. For tension, the uniform stress  $\sigma_z^\infty = \sigma_0$  is applied to the free ends. For bending, the stress which varies linearly,  $\sigma_z^\infty = \sigma_0 x/a$ , is applied to the free ends. The intensity of the singular stress field at the interface corner edge point  $(x, y, z) = (a, 0, 0)$  is calculated.

合わせ継手の引張試験結果を特異応力場の強さで整理し、良好な結果を得た（宮崎他, 2013; 野田他, 2014）。特異応力場の強さは、はく離強度を評価するための力学パラメータとして期待される。しかしながら、一般的な強度試験でよく用いられる丸棒状の突合わせ継手など基本的な形状、負荷形式でさえもその解析は容易でない（Carpenter and Byers, 1978; 陳, 西谷, 1993; Li et al., 1998; Li et al., 2000, 野田他, 2006; 古口, 2006）。

最近、著者らは引張りを受ける接合丸棒 [ 図 1(a) ] の界面端部付近の応力場は特異応力と非特異応力からなり、その特異応力は接合丸棒と接合板で相似関係にあることを報告した（宮崎他, 2015）。そして、接合丸棒および接合板を材料組合せ、メッシュパターン、メッシュサイズを揃えて FEM 解析を行い、界面端部の特異応力の値の比から接合丸棒の特異応力場の強さが求められることを示した。この方法を用いれば、引張りを受ける丸棒状の突合わせ継手の特異応力場の強さを簡単かつ正確に求めることができる。しかしながら、実際の負荷としては引張りだけでなく、曲げも考えられる。曲げにおけるはく離強度も必要とされるが（沢, 青木, 1996）、曲げを受ける接合丸棒の特異応力場の強さを解析した報告は見当たらず、不明な点も残されている。そこで本論文では、接合丸棒が引張りを受ける場合 [ 図 1(a) ] および曲げを受ける場合 [ 図 1(b) ] について材料組合せおよびメッシュパターンを揃えて FEM 解析を行い、それらの界面端部に形成される特異応力場の相似性について議論する。そして、引張りの場合と曲げの場合の特異応力場の強さを比較し、それらがどの程度異なるか議論する。

## 2. FEM 解析で得られる界面端部での応力とひずみ

図 1 に解析モデルを示す。(a) は引張りの場合、(b) は曲げの場合であり、前報（宮崎他, 2015）と同じ  $L = 2a$  とした。引張りの場合は軸対称であることから、特異応力場は界面端部の位置に依らない。一方、曲げの場合は非軸対称となり、特異応力場は界面端部の位置で異なる。図 1(b) のように曲げの場合は応力  $\sigma_z^\infty = \sigma_0 x/a$  を自由端  $z = \pm L$  に負荷するので、本論文では界面端  $(x, y, z) = (a, 0, 0)$  から  $x$  軸上の界面に形成される特異応力場について議論する。また、特異応力場の強さを求める際には界面端の  $(a, 0, 0)$  に位置する節点（以下では、第ゼロ節点と呼ぶ）を用いる。表 1 に 2 つの材料の縦弾性係数  $E_m$ 、ポアソン比  $\nu_m$  ( $m = 1$  は材料 1, 2 は材料 2 を表す)、Dundurs の複合材料パラメータ  $(\alpha, \beta)$  および引張りの場合の特異性指数  $\lambda$  を示す。ここで、 $(\alpha, \beta)$  は横弾性係数  $G_m$  および  $\nu_m$  で次のように定義され（Dundurs, 1969）、以下の議論では前報（宮崎他, 2015）と同じ  $(\alpha, \beta) = (0.8, 0.3)$  の結果を代表例として用いて説明する。

$$\alpha = \frac{G_1(\kappa_2 + 1) - G_2(\kappa_1 + 1)}{G_1(\kappa_2 + 1) + G_2(\kappa_1 + 1)}, \beta = \frac{G_1(\kappa_2 - 1) - G_2(\kappa_1 - 1)}{G_1(\kappa_2 + 1) + G_2(\kappa_1 + 1)}, \kappa_m = 3 - 4\nu_m \quad (1)$$

また、 $\lambda$  は次の特性方程式を解くことで得られる（Bogy, 1968; Bogy, 1971; 野田, 辻, 1992）。

$$\left[ \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right) - \lambda^2 \right]^2 \beta^2 + 2\lambda^2 \left[ \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\lambda\right) - \lambda^2 \right] \alpha\beta + \lambda^2(\lambda^2 - 1)\alpha^2 + \frac{\sin^2(\pi\lambda)}{4} = 0 \quad (2)$$

Table 1 Material properties used in the present analyses.

Material 1		Material 2		$\alpha$	$\beta$	$\lambda$
$E_1$	$\nu_1$	$E_2$	$\nu_2$			
1.0	0.2555	0.1138	0.2066	0.8	0.3	0.8655

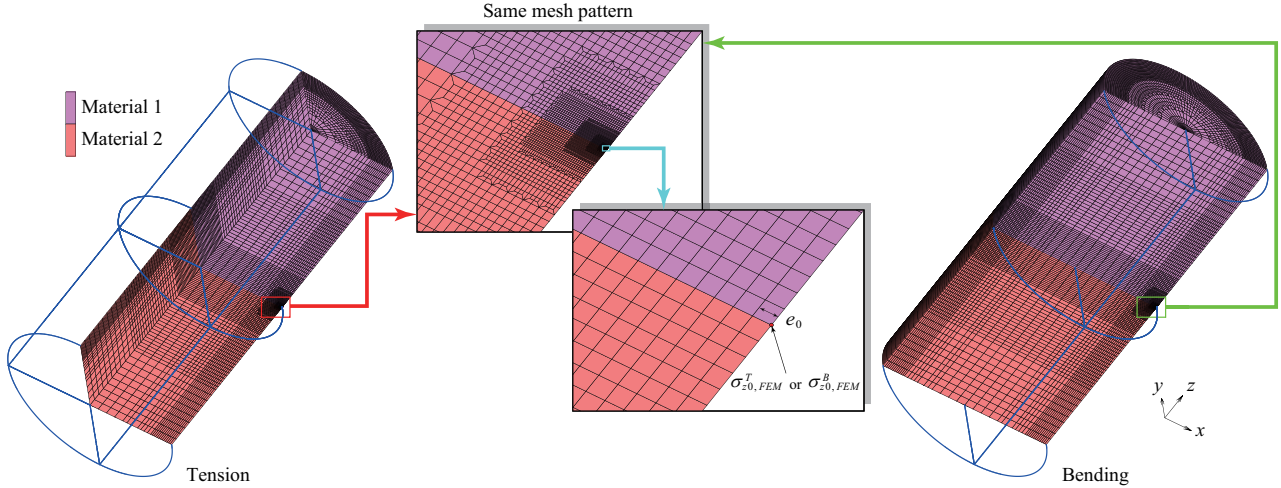


Fig. 2 FE mesh pattern used in the analysis models. The interface corner edge points at which the intensity of the singular stress field is calculated are subdivided by the same mesh pattern.

解析では、市販のFEMコードMSC Marc 2008 R1を用いた。2つの材料を線形弾性体で仮定し、メッシュパターンおよび材料組み合わせを揃え、静的な3次元弾性応力解析を行った。図2に要素分割の様子を示す。中心部は6節点五面体要素、それ以外には8節点六面体要素を用いた。また、界面端の $(a, 0, 0)$ では同じパターンおよびサイズで要素分割を行った。未知問題（曲げの場合）と基本問題（引張りの場合）を同一のメッシュパターンおよびメッシュサイズで解析し得られた応力で比をとることによって、応力特異性の影響は相殺される。本解析法では高次要素は必要とせず、1次要素で精度の高い結果が得られることを過去の研究（宮崎他, 2013; 野田他, 2014; Noda et al., 2015; Zhang et al., 2015a; Zhang et al., 2015b; 宮崎他, 2015; 野田他, 2016）で確認している。界面端部の要素の寸法については、先の研究（宮崎他, 2015）を参考に $e_0/a = 7.814 \times 10^{-5}$ （Coarse）、 $3.904 \times 10^{-5}$ （Fine）とした。 $e_0$ を変化させることで、解析結果のメッシュ依存性および解析精度について検討を行った。


表2に引張りの場合の材料1, 2側の第ゼロ節点での応力 $\sigma_{j0,FEM}^T$  ( $j = r, z, \theta$ ),  $\tau_{rz0,FEM}^T$ , ひずみ $\varepsilon_{j0,FEM}^T, \gamma_{rz0,FEM}^T$ , 曲げの場合の材料1, 2側の第ゼロ節点での応力 $\sigma_{j0,FEM}^B, \tau_{rz0,FEM}^B$ , ひずみ $\varepsilon_{j0,FEM}^B, \gamma_{rz0,FEM}^B$ をそれぞれ示す（以下では引張りの場合を表す際には上付き添字に $T$ , 曲げを表す際には $B$ を用いる）。本来、引張りの場合の $\sigma_z^T, \tau_{rz}^T, \varepsilon_r^T, \varepsilon_\theta^T$ , 曲げの場合の $\sigma_z^B, \tau_{rz}^B, \varepsilon_r^B, \varepsilon_\theta^B$ は、界面で連続となる。しかしながら、一般にFEM解析では材料1側と2側で異なる値として求まるので、前報（宮崎他, 2015）と同様に本論文でも材料1側と2側の平均値でそれらを示している。

引張りの場合については、表2(a)に示すように $e_0$ によって $\sigma_{z0,FEM}^T, \tau_{rz0,FEM}^T, \varepsilon_{r0,FEM}^T$ の値は異なっており、界面端部での応力特異性の影響が確認される。また、材料1側と2側で値が異なり、連続性が満たされていない。しかしながら、 $\varepsilon_{\theta0,FEM}^T$ については、 $e_0$ によっても値はほぼ等しく、応力特異性の影響は認められない。さらに、 $(\varepsilon_{\theta0,FEM}^T)^{mat1} \simeq (\varepsilon_{\theta0,FEM}^T)^{mat2} \simeq -0.52$ と材料1側と2側で値はほぼ等しく、連続性も満足される。前報（宮崎他, 2015）での軸対称解析では、 $(\varepsilon_{\theta0,FEM}^T)^{mat1} = (\varepsilon_{\theta0,FEM}^T)^{mat2} = -0.5137$ といった値が得られている。値の差は2%程度であり、3次元解析と軸対称解析の違いを考慮すれば、十分な精度が得られていると考えられる。

曲げの場合については、表2(b)に示すように $e_0$ によって $\sigma_{z0,FEM}^B, \tau_{rz0,FEM}^B, \varepsilon_{r0,FEM}^B$ の値は異なっており、界面端部での応力特異性の影響が確認される。また、材料1側と2側で値が異なり、連続性も満たしていなかった。しかしながら、 $\varepsilon_{\theta0,FEM}^B$ については、 $e_0$ によっても値はほぼ等しく、応力特異性の影響は認められなかった。さらに、 $(\varepsilon_{\theta0,FEM}^B)^{mat1} \simeq (\varepsilon_{\theta0,FEM}^B)^{mat2} \simeq -0.47$ と材料1側と2側で値はほぼ等しく、連続性も満足される。

Table 2 Stress and strain components of bonded cylinder under (a) tension and (b) bending.

(a) Tension.




Stress components (= singular stress + non-singular stress)								
$\frac{e_0}{a}$	$\sigma_{r0,FEM}^T$		$\sigma_{z0,FEM}^T$		$\sigma_{\theta0,FEM}^T$		$\tau_{rz0,FEM}^T$	
	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2
Coarse	-0.6416 (= -0.6416 + 0.0)	0.6150 (= 0.6150 + 0.0)	3.362 (= 3.376 - 0.01363)		0.2289 (= 0.7528 - 0.5239)	0.7183 (= 0.7804 - 0.06217)	0.3031 (= 0.3031 + 0.0)	
Fine	-0.7044 (= -0.7044 + 0.0)	0.6752 (= 0.6752 + 0.0)	3.692 (= 3.706 - 0.01368)		0.3007 (= 0.8264 - 0.5257)	0.7944 (= 0.8568 - 0.06240)	0.3328 (= 0.3328 + 0.0)	
Strain components (= singular strain + non-singular strain)								
$\frac{e_0}{a}$	$\varepsilon_{r0,FEM}^T$		$\varepsilon_{z0,FEM}^T$		$\varepsilon_{\theta0,FEM}^T$		$\gamma_{rz0,FEM}^T$	
	$\left[ \frac{\sigma_{r0,FEM}^T - \nu(\sigma_{\theta0,FEM}^T + \sigma_{z0,FEM}^T)}{E} \right]$		$\left[ \frac{\sigma_{z0,FEM}^T - \nu(\sigma_{r0,FEM}^T + \sigma_{\theta0,FEM}^T)}{E} \right]$		$\left[ \frac{\sigma_{\theta0,FEM}^T - \nu(\sigma_{z0,FEM}^T + \sigma_{r0,FEM}^T)}{E} \right]$		$\left[ \frac{\tau_{rz0,FEM}^T}{G} \right]$	
Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	
Coarse	-1.615 (= -1.752 + 0.1375)		3.680 (= 3.560 + 0.1202)	25.56 (= 25.56 - 0.007056)	-0.5210 (= 0.0 - 0.5210)		0.1983 (= 0.1983 + 0.0)	11.18 (= 11.18 + 0.0)
Fine	-1.786 (= -1.924 + 0.1380)		4.029 (= 3.908 + 0.1206)	27.73 (= 27.73 - 0.007083)	-0.5228 (= 0.0 - 0.5228)		0.2178 (= 0.2178 + 0.0)	12.27 (= 12.27 + 0.0)

$$\sigma_{z0,FEM}^T = \{(\sigma_{z0,FEM}^T)^{mat1} + (\sigma_{z0,FEM}^T)^{mat2}\} / 2, \tau_{rz0,FEM}^T = \{(\tau_{rz0,FEM}^T)^{mat1} + (\tau_{rz0,FEM}^T)^{mat2}\} / 2 \text{ for continuity of stress.}$$

$$\varepsilon_{r0,FEM}^T = \{(\varepsilon_{r0,FEM}^T)^{mat1} + (\varepsilon_{r0,FEM}^T)^{mat2}\} / 2, \varepsilon_{\theta0,FEM}^T = \{(\varepsilon_{\theta0,FEM}^T)^{mat1} + (\varepsilon_{\theta0,FEM}^T)^{mat2}\} / 2 \text{ for continuity of displacement.}$$

(b) Bending.



Stress components (= singular stress + non-singular stress)								
$\frac{e_0}{a}$	$\sigma_{r0,FEM}^B$		$\sigma_{z0,FEM}^B$		$\sigma_{\theta0,FEM}^B$		$\tau_{rz0,FEM}^B$	
	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2
Coarse	-0.5631 (= -0.5631 + 0.0)	0.5397 (= 0.5397 + 0.0)	2.950 (= 2.962 - 0.01228)		0.1886 (= 0.6605 - 0.4720)	0.6288 (= 0.6848 - 0.05601)	0.2660 (= 0.2660 + 0.0)	
Fine	-0.6182 (= -0.6182 + 0.0)	0.5925 (= 0.5925 + 0.0)	3.240 (= 3.252 - 0.01232)		0.2516 (= 0.7252 - 0.4736)	0.6956 (= 0.7518 - 0.05621)	0.2920 (= 0.2920 + 0.0)	
Strain components (= singular strain + non-singular strain)								
$\frac{e_0}{a}$	$\varepsilon_{r0,FEM}^B$		$\varepsilon_{z0,FEM}^B$		$\varepsilon_{\theta0,FEM}^B$		$\gamma_{rz0,FEM}^B$	
	$\left[ \frac{\sigma_{r0,FEM}^B - \nu(\sigma_{\theta0,FEM}^B + \sigma_{z0,FEM}^B)}{E} \right]$		$\left[ \frac{\sigma_{z0,FEM}^B - \nu(\sigma_{r0,FEM}^B + \sigma_{\theta0,FEM}^B)}{E} \right]$		$\left[ \frac{\sigma_{\theta0,FEM}^B - \nu(\sigma_{z0,FEM}^B + \sigma_{r0,FEM}^B)}{E} \right]$		$\left[ \frac{\tau_{rz0,FEM}^B}{G} \right]$	
Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	
Coarse	-1.414 (= -1.566 + 0.1525)		3.232 (= 3.103 + 0.1187)	22.16 (= 22.17 - 0.006950)	-0.4710 (= 0.0 - 0.4710)		0.1743 (= 0.1743 + 0.0)	9.748 (= 9.478 + 0.0)
Fine	-1.564 (= -1.688 + 0.1243)		3.538 (= 3.429 + 0.1087)	24.33 (= 24.34 - 0.006380)	-0.4694 (= 0.0 - 0.4694)		0.1912 (= 0.1912 + 0.0)	10.77 (= 10.77 + 0.0)

$$\sigma_{z0,FEM}^B = \{(\sigma_{z0,FEM}^B)^{mat1} + (\sigma_{z0,FEM}^B)^{mat2}\} / 2, \tau_{rz0,FEM}^B = \{(\tau_{rz0,FEM}^B)^{mat1} + (\tau_{rz0,FEM}^B)^{mat2}\} / 2 \text{ for continuity of stress.}$$

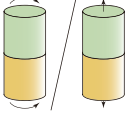
$$\varepsilon_{r0,FEM}^B = \{(\varepsilon_{r0,FEM}^B)^{mat1} + (\varepsilon_{r0,FEM}^B)^{mat2}\} / 2, \varepsilon_{\theta0,FEM}^B = \{(\varepsilon_{\theta0,FEM}^B)^{mat1} + (\varepsilon_{\theta0,FEM}^B)^{mat2}\} / 2 \text{ for continuity of displacement.}$$

以上の結果より、引張りの場合だけでなく曲げの場合についても、円周方向ひずみはメッシュパターンに依存せず、FEM 解析でも正しい値が得られることがわかった。これは、曲げの場合についても引張りの場合と同様に界面端部で非特異応力が生じ、FEM 解析で得られる第ゼロ節点応力は特異応力と非特異応力からなることを意味する。

3. 界面端部に生じる非特異応力

引張りと曲げのいずれの場合も界面端部から距離  $R$  だけ離れた界面上での応力  $\sigma_j, \tau_{rz}$  は特異項と非特異項を合わせた次式のような型で表される (FEM 解析で得られる応力と区別するため、添え字に FEM を付けない) (宮崎

Table 3 The ratios of stresses at the interface corner edge by FEM  $\left( = \frac{\text{singular stress} + \text{non-singular stress}}{\text{singular stress} + \text{non-singular stress}} \right)$

	$\frac{e_0}{a}$	$\sigma_{r0,FEM}^B / \sigma_{r0,FEM}^T$		$\sigma_{z0,FEM}^B / \sigma_{z0,FEM}^T$		$\sigma_{\theta 0,FEM}^B / \sigma_{\theta 0,FEM}^T$		$\tau_{rz0,FEM}^B / \tau_{rz0,FEM}^T$	
		Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2
Coarse		<b>0.8777</b>	<b>0.8775</b>	0.8774		0.8237	0.8755	<b>0.8776</b>	
		$\left( = \frac{-0.5631+0.0}{-0.6416+0.0} \right)$	$\left( = \frac{0.5397+0.0}{0.6150+0.0} \right)$	$\left( = \frac{2.962-0.01228}{3.376-0.01363} \right)$	$\left( = \frac{0.6605-0.4720}{0.7528-0.5239} \right)$	$\left( = \frac{0.6848-0.05601}{0.7804-0.06217} \right)$	$\left( = \frac{0.2660+0.0}{0.3031+0.0} \right)$		
Fine		<b>0.8776</b>	<b>0.8775</b>	0.8774		0.8366	0.8757	<b>0.8776</b>	
		$\left( = \frac{-0.6182+0.0}{-0.7044+0.0} \right)$	$\left( = \frac{0.5925+0.0}{0.6752+0.0} \right)$	$\left( = \frac{3.252-0.01232}{3.706-0.01368} \right)$	$\left( = \frac{0.7252-0.4736}{0.8264-0.5257} \right)$	$\left( = \frac{0.7518-0.05621}{0.8568-0.06240} \right)$	$\left( = \frac{0.2920+0.0}{0.3328+0.0} \right)$		

他, 2015) .

$$\sigma_j = \frac{K\sigma_j}{R^{1-\lambda}} + \tilde{\sigma}_{j0} \quad (j = r, z, \theta), \quad \tau_{rz} = \frac{K\tau_{rz}}{R^{1-\lambda}} + \tilde{\tau}_{rz0} \quad (3)$$

ここで,  $\tilde{\sigma}_{j0} (j = r, z, \theta)$ ,  $\tilde{\tau}_{rz0}$  は非特異応力であり, 前報 (宮崎他, 2015) にて解析的に導かれている. 応力および変形の連続性より, 式 (3) は材料 1 と材料 2 の界面 ( $z = 0$ ) で次の境界条件を満たさなければならない.

$$(\sigma_z)^{\text{mat}1} = (\sigma_z)^{\text{mat}2}, \quad (\tau_{rz})^{\text{mat}1} = (\tau_{rz})^{\text{mat}2} \quad (4)$$

$$(u_r)^{\text{mat}1} = (u_r)^{\text{mat}2}, \quad (u_\theta)^{\text{mat}1} = (u_\theta)^{\text{mat}2} \quad (5)$$

また,  $r = a$  では自由表面となるので, この場合は次の境界条件を満たさなければならない.

$$(\sigma_r)^{\text{mat}1} = (\tau_{rz})^{\text{mat}1} = 0 \quad \dots \quad (z \geq 0) \quad (6)$$

$$(\sigma_r)^{\text{mat}2} = (\tau_{rz})^{\text{mat}2} = 0 \quad \dots \quad (z \leq 0) \quad (7)$$

式 (3) の右辺の 2 つ項は, 独立して境界条件 (4) ~ (7) をすべて満たす必要がある. 境界条件 (4) ~ (7) をすべて満たし, 界面端部の  $\theta$  方向で  $(\varepsilon_{\theta 0})^{\text{mat}1} = (\varepsilon_{\theta 0})^{\text{mat}2} = \varepsilon_{\theta 0}$  のひずみを生じさせるような非特異応力は次のように導かれる.

$$(\tilde{\sigma}_{r0})^{\text{mat}1} = (\tilde{\sigma}_{r0})^{\text{mat}2} = 0 \quad (8)$$

$$(\tilde{\sigma}_{\theta 0})^{\text{mat}1} = \frac{(1 + \nu_2)(\nu_1 E_2 - \nu_2 E_1) E_1}{(1 + \nu_1) \nu_1 E_2 - (1 + \nu_2) \nu_2 E_1} \cdot \varepsilon_{\theta 0}, \quad (\tilde{\sigma}_{\theta 0})^{\text{mat}2} = \frac{(1 + \nu_1)(\nu_1 E_2 - \nu_2 E_1) E_2}{(1 + \nu_1) \nu_1 E_2 - (1 + \nu_2) \nu_2 E_1} \cdot \varepsilon_{\theta 0} \quad (9)$$

$$(\tilde{\sigma}_{z0})^{\text{mat}1} = (\tilde{\sigma}_{z0})^{\text{mat}2} = -\frac{(\nu_1 - \nu_2) E_1 E_2}{(1 + \nu_1) \nu_1 E_2 - (1 + \nu_2) \nu_2 E_1} \cdot \varepsilon_{\theta 0} \quad (10)$$

$$(\tilde{\tau}_{rz0})^{\text{mat}1} = (\tilde{\tau}_{rz0})^{\text{mat}2} = 0 \quad (11)$$

式 (8) ~ (11) は界面における応力, 変形の連続性および自由表面の境界条件により導かれており, 引張りおよび曲げのいずれの場合も非特異応力は同じこれらの式で表される. ただし,  $\varepsilon_{\theta 0}$  は引張りと曲げの場合で, さらに曲げの場合は界面端の位置で異なるので, 非特異応力も異なる値となる. そして, 界面より  $z$  軸の正または負の方向に十分に離れると特異応力はなくなり, 引張りの場合の丸棒表面では  $\sigma_z^T = \sigma_0$ ,  $\sigma_r^T = \sigma_\theta^T = \tau_{rz}^T = 0$ , 曲げの場合では  $\sigma_z^B = \sigma_0 \cos \theta$ ,  $\sigma_r^B = \sigma_\theta^B = \tau_{rz}^B = 0$  とまったく異なる応力状態になる (西谷, 野田, 1984). ここで,  $\theta$  は  $x$  軸と  $r$  軸のなす角である.

#### 4. 特異応力場の相似性についての検討

表 3 に引張りに対する曲げの第ゼロ節点応力の比を示す. なお, 非特異応力がはっきりと確認できるよう括弧内に計算式も付記する.  $\sigma_{r0,FEM}^B / \sigma_{r0,FEM}^T$  および  $\tau_{rz0,FEM}^B / \tau_{rz0,FEM}^T$  は 0.878 となり, 3 桁ほど揃っている. しかしながら,  $\sigma_{\theta 0,FEM}^B / \sigma_{\theta 0,FEM}^T$  はそれらとまったく異なる値となっている. また,  $\sigma_{z0,FEM}^B / \sigma_{z0,FEM}^T$  はほぼ同じ値となっているが, 材料組合せによってはまったく異なる値となる場合も見られた. このように応力の比が揃わないのは,

Table 4 Non-singular stresses under (a) tension and (b) bending.

(a) Tension.

$\frac{e_0}{a}$	$\tilde{\sigma}_{r0,FEM}^T$		$\tilde{\sigma}_{z0,FEM}^T$		$\tilde{\sigma}_{\theta0,FEM}^T$		$\tilde{\tau}_{rz0,FEM}^T$	
	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2
Coarse	0.0	0.0	-0.01363		-0.5239	-0.06217	0.0	
Fine	0.0	0.0	-0.01368		-0.5257	-0.06240	0.0	

(b) Bending.

$\frac{e_0}{a}$	$\tilde{\sigma}_{r0,FEM}^B$		$\tilde{\sigma}_{z0,FEM}^B$		$\tilde{\sigma}_{\theta0,FEM}^B$		$\tilde{\tau}_{rz0,FEM}^B$	
	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2
Coarse	0.0	0.0	-0.01228		-0.4720	-0.05601	0.0	
Fine	0.0	0.0	-0.01232		-0.4736	-0.05621	0.0	

Table 5 Singular stresses under (a) tension and (b) bending.

(a) Tension.

$\frac{e_0}{a}$	$\sigma_{r0,FEM}^T - \tilde{\sigma}_{r0,FEM}^T$		$\sigma_{z0,FEM}^T - \tilde{\sigma}_{z0,FEM}^T$		$\sigma_{\theta0,FEM}^T - \tilde{\sigma}_{\theta0,FEM}^T$		$\tau_{rz0,FEM}^T - \tilde{\tau}_{rz0,FEM}^T$	
	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2
Coarse	-0.6416	0.6150	3.376		0.7528	0.7804	0.3031	
Fine	-0.7044	0.6752	3.706		0.8264	0.8568	0.3328	

(b) Bending.

$\frac{e_0}{a}$	$\sigma_{r0,FEM}^B - \tilde{\sigma}_{r0,FEM}^B$		$\sigma_{z0,FEM}^B - \tilde{\sigma}_{z0,FEM}^B$		$\sigma_{\theta0,FEM}^B - \tilde{\sigma}_{\theta0,FEM}^B$		$\tau_{rz0,FEM}^B - \tilde{\tau}_{rz0,FEM}^B$	
	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2
Coarse	-0.5631	0.5397	2.962		0.6605	0.6848	0.2660	
Fine	-0.6182	0.5925	3.252		0.7252	0.7518	0.2920	

Table 6 The ratios of singular stresses at the interface corner edge. All ratios are almost the same independent of the  $e_0/a$  and the material.

$\frac{e_0}{a}$	$\frac{\sigma_{r0,FEM}^B - \tilde{\sigma}_{r0,FEM}^B}{\sigma_{r0,FEM}^T - \tilde{\sigma}_{r0,FEM}^T}$		$\frac{\sigma_{z0,FEM}^B - \tilde{\sigma}_{z0,FEM}^B}{\sigma_{z0,FEM}^T - \tilde{\sigma}_{z0,FEM}^T}$		$\frac{\sigma_{\theta0,FEM}^B - \tilde{\sigma}_{\theta0,FEM}^B}{\sigma_{\theta0,FEM}^T - \tilde{\sigma}_{\theta0,FEM}^T}$		$\frac{\tau_{rz0,FEM}^B - \tilde{\tau}_{rz0,FEM}^B}{\tau_{rz0,FEM}^T - \tilde{\tau}_{rz0,FEM}^T}$	
	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2	Mat. 1	Mat. 2
	Coarse	<b>0.8777</b>	<b>0.8775</b>	<b>0.8775</b>		<b>0.8775</b>	<b>0.8775</b>	<b>0.8776</b>
Fine	<b>0.8776</b>	<b>0.8775</b>	<b>0.8775</b>		<b>0.8775</b>	<b>0.8775</b>	<b>0.8776</b>	

$(\sigma_{\theta0,FEM})^{\text{mat}1}$ ,  $(\sigma_{z0,FEM})^{\text{mat}1}$ ,  $(\sigma_{\theta0,FEM})^{\text{mat}2}$ ,  $(\sigma_{z0,FEM})^{\text{mat}2}$  の値には 2 章および 3 章で述べたような円周方向ひずみを生じさせるような非特異応力が含まれているためであると考えられる。

表 4 に式 (8)~(11) より求めた非特異応力を示す。表 5 に表 2 の第ゼロ節点応力から表 4 の非特異応力を除いたものを示す。表 6 に表 5 の非特異応力を除いた第ゼロ節点応力の比を示す。表 6 と表 3 を比較してわかるように、第ゼロ節点応力の比はすべて  $e_0$  に関係なくほぼ 0.8775 となっている。第ゼロ節点の 4 つの応力成分のうち  $\sigma_{r0,FEM}$ ,  $\tau_{rz0,FEM}$  については、自由表面条件により非特異応力が 0 となり、非特異応力を除く処理を行う必要がない。これらの応力を用いれば、より簡便に特異応力場の強さを求めることができる。

著者らは、前報 (宮崎他, 2015) で図 1(a) に示すような接合丸棒の特異応力場の強さ  $K_{\sigma_j}^T$  および  $K_{\tau_{rz}}^T$  を求めた。それらと  $K_{\sigma_j}^B/K_{\sigma_j}^T = K_{\tau_{rz}}^B/K_{\tau_{rz}}^T = 0.8775$  の関係から曲げの場合の特異応力場の強さ  $K_{\sigma_j}^B$  および  $K_{\tau_{rz}}^B$  を求めることができる。表 7 に次のように無次元化した特異応力場の強さ  $F_{\sigma_j}$ ,  $F_{\tau_{rz}}$  をそれぞれ示す。

$$F_{\sigma_j} = \frac{K_{\sigma_j}}{\sigma_0(2a)^{1-\lambda}}, F_{\tau_{rz}} = \frac{K_{\tau_{rz}}}{\sigma_0(2a)^{1-\lambda}} \quad (12)$$



Table 7 Normalized intensities of the singular stress field under (a) tension and (b) bending.

(a) Tension.				
Mat.	$F_{\sigma_r}^T$	$F_{\sigma_z}^T$	$F_{\sigma_\theta}^T$	$F_{\tau_{rz}}^T$
1	-0.269	0.633	0.0929	0.0958
2	0.111		0.154	
(b) Bending.				
Mat.	$F_{\sigma_r}^B$	$F_{\sigma_z}^B$	$F_{\sigma_\theta}^B$	$F_{\tau_{rz}}^B$
1	-0.236	0.556	0.0816	0.0841
2	0.0975		0.135	

Table 8 The ratios of the singular stresses on the interface from the corner edge. The ratios are constant at 0.878 independent of the  $R/e_0$ .

$\frac{R}{e_0}$	$\sigma_{z,FEM}^B$	$\sigma_{z,FEM}^T$	$\frac{\sigma_{z,FEM}^B - \tilde{\sigma}_{z0,FEM}^B}{\sigma_{z,FEM}^T - \tilde{\sigma}_{z0,FEM}^T}$
0	3.240	3.692	<b>0.878</b>
1	2.368	2.699	<b>0.878</b>
2	2.187	2.492	<b>0.878</b>
3	2.080	2.370	<b>0.878</b>
4	2.009	2.289	<b>0.878</b>
5	1.955	2.227	<b>0.878</b>

$$\tilde{\sigma}_{z0,FEM}^B = -0.01232, \tilde{\sigma}_{z0,FEM}^T = -0.01368$$

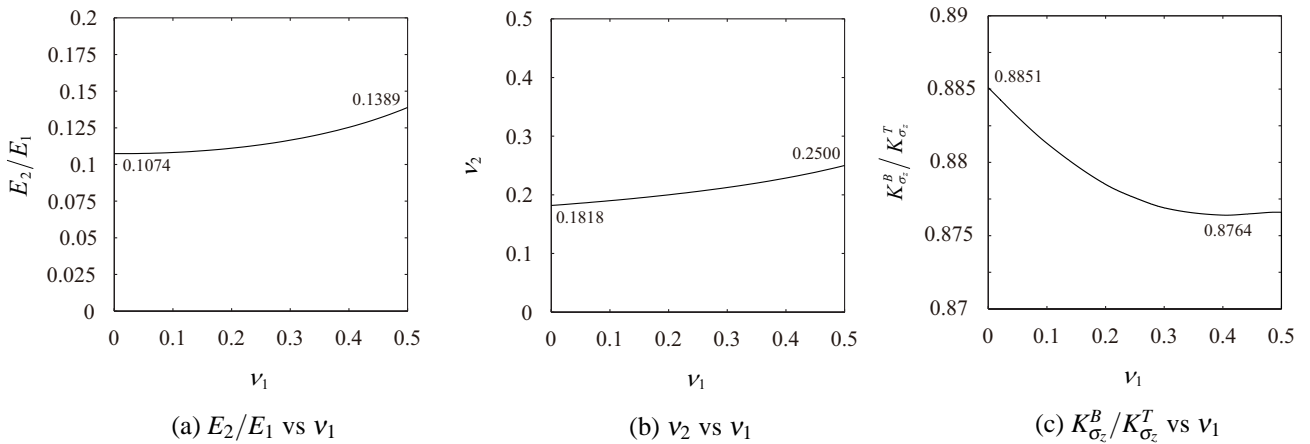


Fig. 3  $E_2/E_1$ ,  $v_2$  and  $K_{\sigma_z}^B/K_{\sigma_z}^T$  values depending on  $\nu_1$  when  $(\alpha, \beta)$  is fixed as  $(0.8, 0.3)$ . (a)  $E_2/E_1$  vs  $\nu_1$ , (b)  $v_2$  vs  $\nu_1$ , (c)  $K_{\sigma_z}^B/K_{\sigma_z}^T$  vs  $\nu_1$ .

表 8 に界面上の端部からの距離  $R$  の位置での  $z$  方向応力  $\sigma_{z,FEM}^B$ ,  $\sigma_{z,FEM}^T$ , それらの特異成分  $(\sigma_{z,FEM}^B - \tilde{\sigma}_{z0,FEM}^B)$  と  $(\sigma_{z,FEM}^T - \tilde{\sigma}_{z0,FEM}^T)$  の比  $(\sigma_{z,FEM}^B - \tilde{\sigma}_{z0,FEM}^B)/(\sigma_{z,FEM}^T - \tilde{\sigma}_{z0,FEM}^T)$  を示す. 応力比は  $R$  に関係なく約 0.878 となっており, 特異応力場の強さは正確に求められていることが確認される.

以上の結果より, 曲げの場合の特異応力場の強さは引張りの場合を基本問題にすることで次のように求めることができる.

$$\frac{F_{\sigma_j}^B}{F_{\sigma_j}^T} = \frac{F_{\tau_{rz}}^B}{F_{\tau_{rz}}^T} = \frac{\sigma_{j0,FEM}^B - \tilde{\sigma}_{j0,FEM}^B}{\sigma_{j0,FEM}^T - \tilde{\sigma}_{j0,FEM}^T} = \frac{\tau_{rz0,FEM}^B - \tilde{\tau}_{rz0,FEM}^B}{\tau_{rz0,FEM}^T - \tilde{\tau}_{rz0,FEM}^T} \quad (13)$$

## 5. 引張りに対する曲げでの特異応力場の強さ

軸対称接合問題および 3 次元接合問題は 2 次元接合問題と異なり, Dundurs の複合材料パラメータ  $(\alpha, \beta)$  で支配されない (胡他, 1999; 胡, 渡邊, 2003). 図 3 に  $(\alpha, \beta) = (0.8, 0.3)$  と固定したときの解析例を示す.  $\nu_1$  を 0 から 0.5 まで変化させると,  $v_2$  は 0.1074 から 0.1389,  $E_2/E_1$  は 0.1818 から 0.2500 まで変化するが, 特異応力場の強さの比  $K_{\sigma_z}^B/K_{\sigma_z}^T$  については 0.8764 から 0.8851 まで  $(0.88075 \pm 0.00435)$  とほとんど変化しない.  $K_{\sigma_z}^T$  は約 10% 変化することから (宮崎他, 2015),  $K_{\sigma_z}^B/K_{\sigma_z}^T$  が変化しないのは  $K_{\sigma_z}^T$  および  $K_{\sigma_z}^B$  が同じように変化するためであり, それらが変化しないわけではない. 他の  $(\alpha, \beta)$  についても同様な結果が得られた.

図 4 に引張りに対する曲げの特異応力場の強さの比  $K_{\sigma_z}^B/K_{\sigma_z}^T$  の分布, 表 9 にその最大値  $(K_{\sigma_z}^B/K_{\sigma_z}^T)_{\max}$  および最

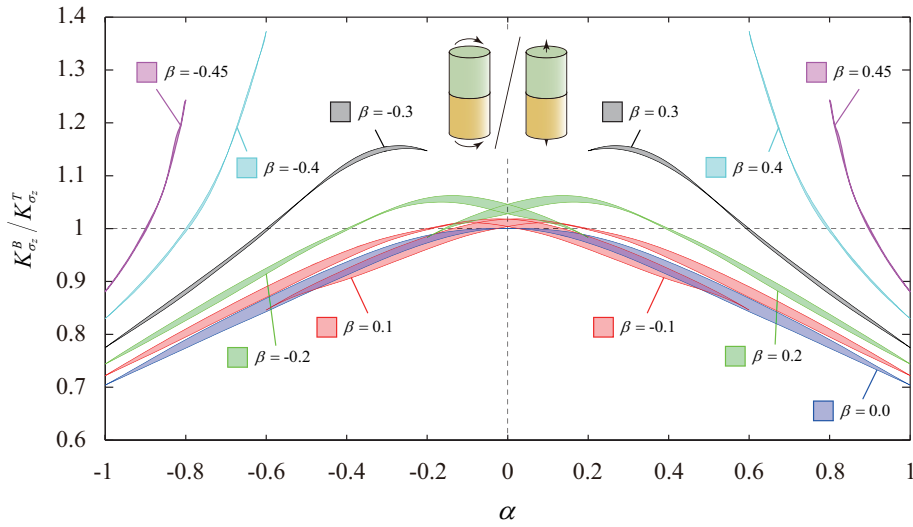


Fig. 4 Relation between  $K_{\sigma_z}^B / K_{\sigma_z}^T$  and  $\alpha$ .

Table 9 Maximum and minimum values of  $K_{\sigma_z}^B / K_{\sigma_z}^T$ .

		$\beta$								
		-0.2	-0.1	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.45	
$\alpha$	0.0	1.046 1.028	1.018 1.004	1.000	1.018 1.004	1.046 1.028				
	0.1	1.020 1.005	1.007 0.985	0.998 0.991	1.014 1.011	1.061 1.046				
	0.2	0.983	0.985 0.959	0.987 0.971	1.000 0.998	1.058 1.049	1.147			
	0.3		0.957 0.930	0.966 0.942	0.983 0.974	1.034 1.032	1.155 1.147			
	0.4		0.924 0.900	0.937 0.909	0.958 0.942	1.000 0.997	1.124 1.116			
	0.5		0.888 0.872	0.904 0.875	0.926 0.906	0.965 0.956	1.063 1.062			
	0.6		0.846	0.868 0.839	0.890 0.869	0.925 0.912	1.000 0.995	1.373		
	0.7			0.830 0.804	0.851 0.832	0.883 0.868	0.941 0.933	1.136 1.135		
	0.8			0.790 0.768	0.810 0.795	0.838 0.826	0.885 0.876	1.000 0.994	1.243	
	0.9			0.747 0.730	0.767 0.759	0.792 0.784	0.830 0.824	0.906 0.902	1.000 0.995	
1			0.704	0.722	0.744	0.775	0.830	0.881		

Upper: maximum value, lower: minimum value

Red : bad pair, green : equal pair, blue : good pair

小値  $(K_{\sigma_z}^B / K_{\sigma_z}^T)_{\min}$  を示す．すべての材料組合せに対して、 $K_{\sigma_z}^B / K_{\sigma_z}^T$  は次のような範囲で分布する．

$$0.7 < K_{\sigma_z}^B / K_{\sigma_z}^T < 1.4 \quad (14)$$

特に、Bad pair のほぼすべての材料組合せで  $0.7 < K_{\sigma_z}^B / K_{\sigma_z}^T < 1$  であることが見て取れる．さらに、 $(K_{\sigma_z}^B / K_{\sigma_z}^T)_{\max}$  と  $(K_{\sigma_z}^B / K_{\sigma_z}^T)_{\min}$  の差は非常に小さいことから、 $K_{\sigma_z}^B / K_{\sigma_z}^T$  は  $(\alpha, \beta)$  と 1 対 1 で対応していると言え、2次元接合問題のような  $(\alpha, \beta)$  による議論が可能であることがわかる．



## 6. 結 言

本論文では、曲げおよび引張りを受ける場合の異種材料接合丸棒を材料組合せ、メッシュパターンを揃えて FEM 解析を行い、それらの界面端部に形成される特異応力場の相似性について解析結果から検討した。そして、引張りの場合と曲げの場合の特異応力場の強さを比較し、それらがどの程度異なるか議論した。

- (1) 引張りに対する曲げの特異応力場の強さの比  $K_{\sigma_z}^B/K_{\sigma_z}^T$  を図、その最大値  $(K_{\sigma_z}^B/K_{\sigma_z}^T)_{\max}$  および最小値  $(K_{\sigma_z}^B/K_{\sigma_z}^T)_{\min}$  を表で示した。すべての材料組合せに対して、 $0.7 < K_{\sigma_z}^B/K_{\sigma_z}^T < 1.4$  であった。特に、Bad pair のほぼすべての材料組合せで、 $K_{\sigma_z}^B/K_{\sigma_z}^T < 1$  であった。また、 $(K_{\sigma_z}^B/K_{\sigma_z}^T)_{\max}$  と  $(K_{\sigma_z}^B/K_{\sigma_z}^T)_{\min}$  の差は非常に小さく、 $K_{\sigma_z}^B/K_{\sigma_z}^T$  は  $(\alpha, \beta)$  と 1 対 1 で対応すると言えることがわかった。
- (2) 接合丸棒の界面端部の  $\theta$  方向のひずみ  $\varepsilon_{\theta 0}$  は、曲げにおいても引張りの場合と同様に応力特異性の影響を受けず、FEM 解析においても正確な値が得られることがわかった。接合丸棒の界面端部での特異応力には、この  $\varepsilon_{\theta 0}$  を生じさせる非特異応力が含まれることがわかった。
- (3) 非特異応力は、界面における応力、変形の連続性および自由表面の境界条件により計算される。引張りを受ける接合丸棒を基本問題にして、非特異応力を差し引いた応力を用いれば、接合板と同じ方法で解析可能であることが確認された。
- (4) 引張りとは曲げのいずれの場合も第ゼロ節点の 4 つの応力成分のうち  $\sigma_{r0,FEM}$ 、 $\tau_{rz0,FEM}$  については自由表面条件により非特異応力が 0 となるので、これらを用いれば、非特異応力を除く処理を行うことなく簡便に特異応力場の強さを求めることができる。

## 文 献

- Akisanya, A. R. and Meng, C. S., Initiation of fracture at the interface corner of bi-material joints, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 51 (2003), pp. 27 - 46.
- Barnes, T. A. and Pashby, I. R., Joining techniques for aluminium spaceframes used in automobiles: Part II - adhesive bonding and mechanical fasteners, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 99 (2000), pp. 72 - 79.
- Bogy, D. B., Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading, *Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35 (1968), pp. 460 - 466.
- Bogy, D. B., Two edge-bonded elastic wedges of different and wedge angles under surface tractions, *Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 38 (1971), pp. 377 - 386.
- Carpenter, W. C. and Byers, C., A path independent integral for computing stress intensities for V-notched cracks in a bi-material, *International Journal of Fracture*, Vol. 35 (1978), pp. 245 - 268.
- 陳玳珩, 西谷弘信, 板状接合試験片における特異応力場の強さ, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol. 59, No. 567 (1993), pp. 2682 - 2686.
- Dundurs, J., Discussion of edge-bonded dissimilar orthotropic elastic wedges under normal and shear loading, *Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 36 (1969), pp. 650 - 652.
- 原賀康介, 電子・電気機器における接着品質設計と安全率の定量化, *日本接着学会誌*, Vol. 39, No. 12 (2003), pp. 448 - 454.
- Higgins, A., Adhesive bonding of aircraft structures, *International Journal of Adhesion and Adhesives*, Vol. 20, No. 5 (2000), pp. 367 - 376.
- 氷室雄也, 定井麻子, 松井恵子, 住田弘祐, 山本研一, ウェルドボンド用接着剤の市場劣化推定技術の開発, *マツダ技報*, No. 30 (2012), pp. 219 - 223.
- 胡秋平, 佐藤裕, 渡邊勝彦, 軸対称接合材料における応力の弾性定数への依存性, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol. 65, No. 633 (1999), pp. 1010 - 1017.
- 胡秋平, 渡邊勝彦, 異種接合材料応力場関与と弾性パラメータの基本的性質に関する検討, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol. 69, No. 679 (2003), pp. 594 - 601.
- 古口日出男, 中間層を有する三次元接合体の角部における特異応力場の強さ (第 1 報, 中間層と被着材のヤング率の違いが大きい場合), *日本機械学会論文集 A 編*, Vol. 72, No. 724 (2006), pp. 2058 - 2065.

- Li, Y. L., Hu, S. Y., Munz, D. and Yang, Y. Y., Asymptotic description of the stress field around the bond edge of a cylindrical joint, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 68, No. 7-8 (1998), pp. 552 - 565.
- Li, Y. L., Hu, S. Y. and Yang, Y. Y., Stresses around the bond edge of axisymmetric deformation joints, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 66, No. 2 (2000), pp. 153 - 170.
- Mintzas, A. and Nowell, D., Validation of an  $H_{cr}$ -based fracture initiation criterion for adhesively, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 80 (2012), pp. 13 - 27.
- 宮崎達二郎, 野田尚昭, 李戎, 内木場卓巳, 佐野義一, 特異応力場の強さに基づく単純重ね合わせ継ぎ手のはく離破壊基準の検討, *エレクトロニクス実装学会誌*, Vol. 16, No. 2 (2013), pp. 143 - 151.
- 宮崎達二郎, 野田尚昭, 王澤鋒, 佐野義一, 異種材料接合丸棒の特異応力場の強さの解析と異種材料接合板との比較について, *日本機械学会論文集*, Vol. 81, No. 829 (2015), DOI: 10.1299/transjsme.15-00210.
- Nisitani, H. and Noda, N. -A., Stress concentration of a cylindrical bar with a V-shaped circumferential groove under torsion, tension or bending, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 20, No. 5 (1984), pp. 743 - 766.
- 野田直剛, 辻知章, 異種材料界面端部の応力特異性 (三次元軸対称弾性問題), *日本機械学会論文集 A 編*, Vol. 58, No. 546 (1992), pp. 275 - 278.
- 野田尚昭, 白尾亮司, 李俊, 杉本淳典, 強化繊維の引抜きにおける繊維端部の特異応力場の強さ, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol. 72, No. 721 (2006), pp. 1397 - 1404.
- 野田尚昭, 宮崎達二郎, 内木場卓巳, 李戎, 佐野義一, 高瀬康, 接着接合板における特異応力の強さをういた接着強度の簡便な評価法について, *エレクトロニクス実装学会誌*, Vol. 17, No. 2 (2014), pp. 132 - 142.
- Noda, N. -A., Miyazaki, T., Li, R., Uchikoba, T. and Sano, Y., Debonding strength evaluation in terms of the intensity of singular stress at the interface corner with and without fictitious crack, *International Journal of Adhesion and adhesives*, Vol. 61 (2015), pp. 46 - 64.
- 野田尚昭, 王澤鋒, 飯田和樹, 佐野義一, 宮崎達二郎, 引張りを受ける異材接合管と異材接合板の特異応力場の強さの比較, *材料*, Vol. 65, No. 6 (2016), pp. 443 - 450.
- Petrie, E. M., Adhesives for the assembly of aircraft structures and components: Decades of performance improvement, with the new applications of the horizon, *Metal Finishing*, Vol. 106, No. 2 (2008), pp. 26 - 31.
- Qian, Z. and Akisanya, A. R., An experimental investigation of failure initiation in bonded joints, *Acta Materialia*, Vol. 46, No. 14 (1998), pp. 4895 - 4904.
- 崎山達也, 村山元, 内藤恭章, 才田健二, 宮崎康信, 及川初彦, 野瀬哲郎, 自動車ボディにおける鋼板とアルミニウム合金板との異種金属接合技術, *新日鉄技報*, No. 393 (2012), pp. 91 - 98.
- 佐藤千明, 自動車構造用接着接合技術の最新動向, *鑄造工学*, Vol. 83, No. 12 (2011), pp. 738 - 742.
- 沢俊行, 青木 満博, 曲げモーメントを受ける異種材料中空軸の突合せ接着継手の弾塑性有限要素解析と強度, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol. 62, No. 593 (1996), pp. 168 - 174.
- Zhang, Y., Noda, N. -A., Wu, P. and Duan, M., A mesh-independent technique to evaluate stress singularities in adhesive joints, *International Journal of Adhesion and adhesives*, Vol. 57 (2015a), pp. 105 - 117.
- Zhang, Y., Noda, N. -A., Wu, P. and Duan, M., Corrigendum to "A mesh-independent technique to evaluate stress singularities in adhesive joints" [*International Journal of Adhesion and adhesives*, Vol. 57 (2015), pp. 105 - 117], *International Journal of Adhesion and adhesives*, Vol. 60 (2015b), pp. 130.

## References

- Akisanya, A. R. and Meng, C. S., Initiation of fracture at the interface corner of bi-material joints, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 51 (2003), pp. 27 - 46.
- Barnes, T. A. and Pashby, I. R., Joining techniques for aluminium spaceframes used in automobiles: Part II - adhesive bonding and mechanical fasteners, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 99 (2000), pp. 72 - 79.
- Bogy, D. B., Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading, *Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35 (1968), pp. 460 - 466.
- Bogy, D. B., Two edge-bonded elastic wedges of different and wedge angles under surface tractions, *Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 38 (1971), pp. 377 - 386.

- Carpenter, W. C. and Byers, C., A path independent integral for computing stress intensities for V-notched cracks in a bi-material, *International Journal of Fracture*, Vol. 35 (1978), pp. 245 - 268.
- Chen, D. H. and Nisitani, H., Intensity of singular stress field near the interface edge point of a bonded strip, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 59, No. 567 (1993), pp. 2682 - 2686 (in Japanese).
- Dundurs, J., Discussion of edge-bonded dissimilar orthotropic elastic wedges under normal and shear loading, *Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics*, Vol. 36 (1969), pp. 650 - 652.
- Haraga, K., Quality design and quantification of safety factor on adhesive joints in electric and electronics apparatus, *Journal of The Adhesion Society of Japan*, Vol. 39, No. 12 (2003), pp. 448 - 454 (in Japanese).
- Higgins, A., Adhesive bonding of aircraft structures, *International Journal of Adhesion and Adhesives*, Vol. 20, No. 5 (2000), pp. 367 - 376.
- Himuro, K., Sadai, A., Matsui, K., Sumida, H. and Yamamoto, K., Development of technology to estimate deterioration of structural adhesives in market, *Mazda Technical Report*, No. 30 (2012), pp. 219 - 223 (in Japanese).
- Hu, Q., Sato, Y. and Watanabe, K., Dependence of stress state on elastic constants in axisymmetric dissimilar materials, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 65, No. 633 (1999), pp. 1010 - 1017 (in Japanese).
- Hu, Q. and Watanabe, K., A study on fundamental properties of elastic parameters related to stress field for dissimilar materials, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 69, No. 679 (2003), pp. 594 - 601 (in Japanese).
- Koguchi, H., Intensity of stress singularity fields at a vertex in three-dimensional bonded joints with an Interlayer (1st report, in case of a large difference of Young's moduli in interlayer and adherend), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 72, No. 724 (2006), pp. 2058 - 2065 (in Japanese).
- Li, Y. L., Hu, S. Y., Munz, D. and Yang, Y. Y., Asymptotic description of the stress field around the bond edge of a cylindrical joint, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 68, No. 7-8 (1998), pp. 552 - 565.
- Li, Y. L., Hu, S. Y. and Yang, Y. Y., Stresses around the bond edge of axisymmetric deformation joints, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 66, No. 2 (2000), pp. 153 - 170.
- Mintzas, A. and Nowell, D., Validation of an  $H_{cr}$ -based fracture initiation criterion for adhesively, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 80 (2012), pp. 13 - 27.
- Miyazaki, T., Noda, N. -A., Li, R., Uchikoba, T. and Sano, Y., Debonding criterion for single lap joints from the intensity of singular stress field, *Journal of the Japan Institute of Electronics Packaging*, Vol. 16, No. 2 (2013), pp. 143 - 151 (in Japanese).
- Miyazaki, T., Noda, N. -A., Wang, Z. and Sano, Y., Analysis of intensity of singular stress field for bonded cylinder in comparison with bonded plate, *Transactions of the JSME (in Japanese)*, Vol. 81, No. 829 (2015), DOI: 10.1299/transjsme.15-00210.
- Nisitani, H. and Noda, N. -A., Stress concentration of a cylindrical bar with a V-shaped circumferential groove under torsion, tension or bending, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 20, No. 5 (1984), pp. 743 - 766.
- Noda, N. and Tsuji, T., Stress singularities in edge-bonded dissimilar wedges : Three dimensional axisymmetrical elastic problems, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 58, No. 546 (1992), pp. 275 - 278 (in Japanese).
- Noda, N. -A., Shirao, R., Li, J. and Sugimoto, J., Intensity of singular stress at the end of a fiber under pull-out force, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 72, No. 721 (2006), pp. 1397 - 1404 (in Japanese).
- Noda, N. -A., Miyazaki, T., Uchikoba, T., Li, R., Sano, Y. and Takase, Y., Convenient debonding strength evaluation based on the intensity of singular stress for adhesive joints, *Journal of the Japan Institute of Electronics Packaging*, Vol. 17, No. 2 (2014), pp. 132 - 142 (in Japanese).
- Noda, N. -A., Miyazaki, T., Li, R., Uchikoba, T. and Sano, Y., Debonding strength evaluation in terms of the intensity of singular stress at the interface corner with and without fictitious crack, *International Journal of Adhesion and adhesives*, Vol. 61 (2015), pp. 46 - 64.

- Noda, N. -A., Wang, Z., Iida, K., Sano, Y and Miyazaki, T., Intensity of Singular Stress under Tension for Bonded Pipe in Comparison with Bonded Plate, *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Vol. 65, No. 6 (2016), pp. 443 - 450 (in Japanese).
- Petrie, E. M., Adhesives for the assembly of aircraft structures and components: Decades of performance improvement, with the new applications of the horizon, *Metal Finishing*, Vol. 106, No. 2 (2008), pp. 26 - 31.
- Qian, Z. and Akisanya, A. R., An experimental investigation of failure initiation in bonded joints, *Acta Materialia*, Vol. 46, No. 14 (1998), pp. 4895 - 4904.
- Sakiyama, T., Murayama, G., Naito, Y., Saita, K., Miyazaki, Y., Oikawa, H. and Nose, T., Dissimilar metal joining technologies for steel sheet and aluminum alloy sheet in auto body, *Shinnittetsu giho*, No. 393 (2012), pp. 91 - 98 (in Japanese).
- Sato, C., Recent trends of adhesive bonding technology for car structures, *Journal of Japan Foundry Engineering Society*, Vol. 83, No. 12 (2011), pp. 738 - 742 (in Japanese).
- Sawa, T. and Aoki, M., Elastoplastic FEM stress analysis and strength of adhesive butt joints of dissimilar hollow shafts subjected to external bending moments, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 62, No. 593 (1996), pp. 168 - 174 (in Japanese).
- Zhang, Y., Noda, N. -A., Wu, P. and Duan, M., A mesh-independent technique to evaluate stress singularities in adhesive joints, *International Journal of Adhesion and adhesives*, Vol. 57 (2015a), pp. 105 - 117.
- Zhang, Y., Noda, N. -A., Wu, P. and Duan, M., Corrigendum to "A mesh-independent technique to evaluate stress singularities in adhesive joints" [*International Journal of Adhesion and adhesives*, Vol. 57 (2015), pp. 105 - 117], *International Journal of Adhesion and adhesives*, Vol. 60 (2015b), pp. 130.