

## 応力集中係数と切欠き係数について

Stress Concentration Factor and Fatigue Notch Factor



九州工業大学工学部  
機械知能工学科 教授  
工学博士 野田 尚昭  
Nao-Aki Noda



九州工業大学工学部  
技術部 技術専門職員  
博士(工学) 高瀬 康  
Yasushi Takase

## 1. はじめに

破壊事故の 80~90%は疲労が原因と言われている。それらの破壊の発端となった場所を機械や構造物について調査してみるとほぼ 100%が孔、切欠き、段付き部、き裂、欠陥、きずなどの形状変化部である<sup>1)</sup>。

今日では、設計資料として応力集中係数の書籍や便覧が利用できるほか、計算機を利用した解析によって実物の応力集中をかなり正確に求められるようになってきている。しかし、応力集中すなわち最大応力が正確に求まっても、その応力集中の強度がまっすぐな試験片(平滑材)の強度と比べるとどれだけ低下するか簡単に求められない。すなわち、その材料が切欠き等の応力集中に対してどれだけ敏感であるかは、図 1 に示すような試験片によって実験により明らかにする必要がある。

すなわち切欠きの評価にまず必要となる応力集中係数は、設計や研究に便利のようにハンドブックや便覧に多くの形状が示されているが、その中でも最も重要なものは材料の強度研究に用いられる丸棒切欠き試験片の応力集中係数(図 1)である。その理由はこの応力集中係数を基に種々の材料の疲労強度が実験的に考察されるためである。

表 1 は本解説で紹介する精度の高い応力集中係数を真の  $K_t$  として示している。表 1 に示すように比較的最近の実験に用いられている数値  $K_t$  (文献 2)、図 1 の円周切欠きを有する丸棒試験片)にも誤差が

20%以上ある場合がある<sup>2)</sup>。最近では計算機の発達にしたがって有限要素法(FEM)解析による応力集中係数も用いられているけれども、Neuber(ノイバー)<sup>3)</sup>が 1930 年代に提唱した近似値よりも大きな誤差を含む場合なども認められる。

このように最も重要な試験片に関してもいまだ不正確な応力集中係数が使用されていることに注目する必要がある。このことから明らかなように、応力集中の評価を誤ったことが主な原因で応力集中部の疲労による事故が現在でも多発していると考えられる。

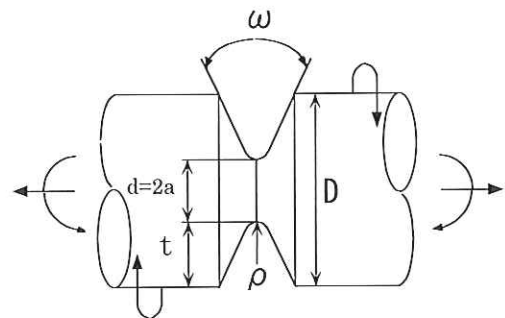


図 1 円周切欠きを有する丸棒試験片

## 2. 平滑材の強度と切欠き材の強度はどちらが大きいのか

機械や構造物の強度は一般に平滑材の強度ではなく、応力集中部の強度によって支配される。そこで、このような切欠きなどの応力集中部を有する部材の強度について考える。構造部材や機械部品の“強度”とは、一般的にはその材料の引張強さ  $\sigma_b$  を

表1 最近の実験に用いられている応力集中係数の値 (文献2、図1の試験片)

Ref	$\rho$	t	d	D	$\omega$	$2\rho/D$	$2t/D$	Specimen	Notch Shape	Loading	Kt	KtN	Ktreal	Error(%)
OKADA et. al	7.0	3.0	4.0	10.0	-	1.4	0.6	Round bar	Circular-arc-notch	bending	1.08(?)	1.081	1.081	0.09
WANG et. al	2.0	1.5	9.0	12.0	-	0.3333	0.25	Round bar	Circular-arc-notch	bending	1.51(Neuber)	1.508	1.560	3.2
KAWAGOISHI et. al	7.0	3.5	3.0	10.0	-	1.4	0.7	Round bar	Circular-arc-notch	bending	1.06(?)	1.062	1.061	0.09
OSHITA, HATANAKA	1.0	2.5	5.0	10.0	0°	0.2	0.5	Round bar	U-notch	tension	2.32(FEM)	1.822	1.934	20.0
	2.5	2.5	5.0	10.0	-	0.5	0.5	Round bar	Circular-arc-notch	tension	1.75(FEM)	1.384	1.416	23.6
	4.0	2.0	5.0	10.0	-	0.8	0.4	Round bar	Circular-arc-notch	tension	1.54(FEM)	1.295	1.321	16.6
TAKADA, SAKANE	0.8	1.0	6.0	8.0	60°	0.2	0.25	Round bar	V-notch	tension	2.0(FEM)	2.036	2.179	8.2
	0.1	1.0	6.0	8.0	60°	0.025	0.25	Round bar	V-notch	tension	4.8(FEM)	4.745	5.275	9.0
	0.05	1.0	6.0	8.0	60°	0.0125	0.25	Round bar	V-notch	tension	6.4(FEM)	6.473	7.277	12.1
OCHI et. al	1.6	1.0	10.0	12.0	-	0.2667	0.1667	Round bar	Circular-arc-notch	bending	1.62(Peterson)	1.635	1.959	17.3

意味することが多い。たとえば図2(a)の平滑試験片に引張荷重 $P$ を作用させて破断することが実験で確認されたとき、われわれはその材料の引張強さ $\sigma_B = P/A (A = \pi d^2/4)$ とみなす。これにより同じ材料の他の直径の破断強度も決まることになる。

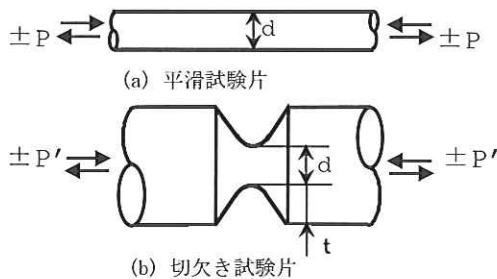


図2 切欠き試験片と平滑試験片の引張り

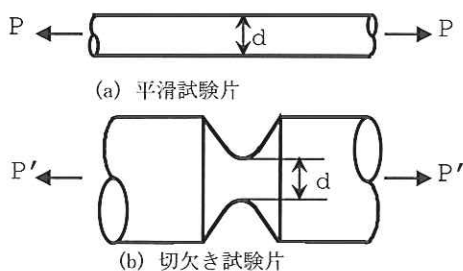


図3 切欠き試験片と平滑試験片の繰返し引張り・圧縮

それでは、図2(b)のように図2(a)と同じ直径の最小断面部を有する切欠き材の強度、すなわち、その引張強さ $\sigma'_B = P'/A$ を $\sigma_B$ と比べるとどちらが大きいのか。切欠き部は設計上危険視するのが常であるから、概して $\sigma'_B < \sigma_B$ と考えがちであるが、実際はそうとは限らない。もし、図2(b)の試験片がS10C焼きなまし材のような軟鋼で延性に富む材料の場合には $\sigma'_B > \sigma_B$ となる。これは切欠き部には応力集中による最大応力は確かに生じるが、その集中応力が生じている部分が塑性変形することで耐える最大荷重は平滑部の最大荷重より高くなるためである。しかし、材料の硬さが増すと $\sigma'_B = \sigma_B$ の場合も有り得る。また、鋳鉄のような脆性材料の場合には $\sigma'_B < \sigma_B$ となる。すなわち、「図2(a)と図2(b)の強度はどちらが大きいか」という問に対して、「それは、材料に依存する」と答える必要がある。以上の結論は静的荷重に対する強度を問題としたものであるが、繰返し荷重を受ける部材の“強度”としては疲労限度を意味することが多い。

すなわち破壊事故がほとんど疲労によって起きていることから明らかなように、多くの場合疲労強度が最も重要である。その際、同じ材料でも荷重の形態によってその答えが異なるので注意が必要である。すなわち、図3に示すように試験片に引張り・圧縮の繰返し荷重を作用させて、疲労試験を行うことにより、図3の平滑試験片において、破断に至らない最大の応力振幅、すなわち疲労限度

$\sigma_{w0} = P/A$ が求められたとする。このとき、S10Cのような延性材料でも、図3(b)の切欠き材の疲労限度 $\sigma_w = P'/A$ と比べると、一般に $\sigma_{w0} > \sigma_w$ となる。

すなわち、引張強さの大小にかかわらず、切欠き材の疲労限度は平滑材の疲労限度と比べて小さな値となることに注意する必要がある。では、設計上の切欠き係数 $K_f = \sigma_{w0}/\sigma_w$ の値はどの位を見込んだらよいのであろうか。図3(b)は切欠き材であることから $K_f = \sigma_{w0}/\sigma_w$ の値は応力集中係数と同じと考えて良いのであろうか。その答えとしては(1) $K_f \cong K_t$ すなわち、応力集中係数でほぼ支配される場合(疲労限度が $\sigma_{w1}$ で決まる場合)と(2) $K_f < K_t$ すなわち、応力集中係数にあまり依存しない場合(疲労限度が $\sigma_{w2}$ で決まる場合)の2ケースがあるということになる。

### 3. 記号

本解説で用いる記号をまとめて以下に示す。

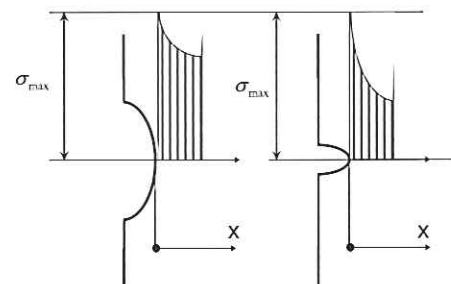
- $K_t$  : 応力集中係数 (正確な近似式)
- $K_{tV}$  : 応力集中係数 (ノイバーの近似式)
- $K_{ts}$  : 浅い切欠きの応力集中係数
- $K_{td}$  : 深い切欠きの応力集中係数
- $\chi$  : 応力勾配
- $P$  : 引張荷重
- $\sigma_{max}$  : 切欠き底の最大応力
- $\rho$  : 切欠き半径
- $d$  : 最小断面部の直径

### 4. 切欠き材の疲労強度も必ずしも最大応力のみでは決まらないこと

我々が設計対象とする機械部品や構造部材の多くには切欠きや段付き、孔などの形状変化部が存在し、特に機械部品の使用においては多数回の繰返し荷重が作用することが多い。そこで、設計実務上、切欠き材の疲労強度を求めることが重要となる。しかし、切欠き材の疲労強度も必ずしも最大応力 $\sigma_{max}$ のみでは決まらない。たとえば、材料内部に向かって応力がどのように変化するか、ということも考慮すべき重要因子である。

図4に示すように $\sigma_{max}$ が同じでも材料内部に向かって(a)穏やかに減少する場合と(b)急激に減少する場合とでは、材料が受ける負担に差が生じる。すなわち、図4(a)の場合が図4(b)より厳しい状態になる。

これは、切欠き底では両者の厳しさは同じであるが、わずかに内部に入った位置では(a)の厳しさが(b)より大となるためである。このように応力分布の差によって疲労強度に差が生じる程度を材料別に明らかにするために応力分布の差を示す量として、応力勾配 $\chi$ を導入する。応力勾配 $\chi$ は、図4のような切欠き付近の応力分布のうち、疲労強度に影響するごく切欠き近傍の部分を直線に近似してその直線の勾配を応力の変化を示す第一近似的な因子とするものである。ただし、勾配の絶対値を使用すると形状が同じものでも負荷の応力ごとに値が変化し、形状の影響が明らかにできないので、式(1)に示すように切欠き底の最大応力 $\sigma_{max}$ で無次元化した応力分布の切欠き底での勾配 $\chi$ が定義されており、用いられている。



(a) 緩やかに減少する応力 (b) 急激に減少する応力

図4 材料内部への応力変化

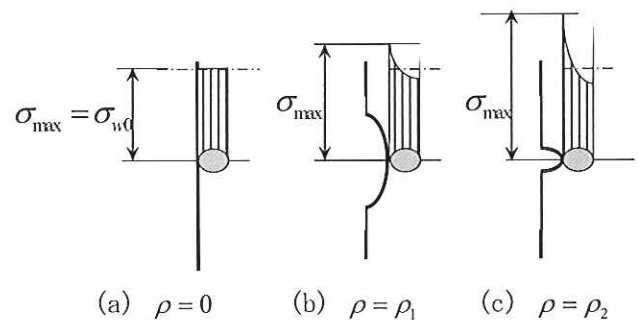


図5 疲労限度における切欠き底に繰返される最大応力 $\sigma_{max}$

$$\text{応力勾配 } \chi = \left. \frac{d\sigma^*}{dx} \right|_{x=0}, \quad \sigma^* = \frac{\sigma_y}{\sigma_{max}} \quad (1)$$

図4(b)のような円周切欠きを持つ試験片の引張りおよび曲げに対しては、

$$\chi = \frac{2}{\rho} \text{ (引張り)}, \quad \chi = \frac{2}{\rho} + \frac{2}{d} \text{ (曲げ)} \quad (2)$$

の近似式が提案されている。曲げ荷重においても、一般には  $d$  は  $\rho$  よりかなり大きいので、式(2)より切欠き寸法の中で  $\chi$  の大きさを支配するのは主として切欠き半径  $\rho$  であることがわかる。

いま、図 3(b)の試験片において疲労限度における切欠き底に繰返される最大応力は、図 3(a)の平滑試験片とどのように異なるかを考察する。図 4 の二種類の応力分布では図 4(a)が図 4(b)より危険であることからわかるように、 $\chi$  が大となるにつれて切欠き底に繰返される最大応力は大となる(図 5)。

図 5 では (a)  $\rho = \infty$ 、(b)  $\rho = \rho_1 > \rho_2$ 、(c)  $\rho = \rho_2 < \rho_1$  の 3 種類の試験片の疲労限度における切欠き底に繰返される最大応力が示されているが、 $\rho$  が大  $\rightarrow$  小 (すなわち  $\chi$  が小  $\rightarrow$  大) となるにつれて  $\sigma_{\max}$  は増大する。このとき、切欠き底の一結晶程度を受けるダメージがほぼ等しい( $\chi$  が大のとき応力分布は急激に減少する)。このような現象を種々の材料ごとに調べた図が図 6 である。

図 6 では、 $\chi$  の増加とともに  $\sigma_{\max} / \sigma_{w0}$  が増加している。しかし、その増加の状況は各材料で異なる。なお、図 6 で材料によって  $\sigma_{\max}$  の増加の状況が異なるのは疲労き裂発生に關与する切欠き底の領域のサイズが異なるためである。 $\chi$  の増加に対して  $\sigma_{\max} / \sigma_{w0} \cong 1$  または 1 に等しい場合には、疲労限度が  $\sigma_{\max}$  のみによってほぼ支配されることを意味しており、切欠きに対して敏感であるといえる。一方、 $\sigma_{\max} / \sigma_{w0}$  が 1 よりかなり大となる場合には疲労限度は最大応力にあまり關与していない。すなわち切欠きに対して敏感であると言える。

### 5. 強度研究用試験片の応力集中係数を与える計算式<sup>2)~4)</sup>

応力集中部を有する疲労強度についての問題は、その重要性の故に古くから各国の研究テーマとして採り上げられており、各種試験片形状に関して種々の応力集中係数の求め方が示されている。図 1 の円周切欠きを有する丸棒や両側や片側に切欠きを有する帯板に引張りや曲げ応力が作用する場合の応力集中に關する強度評価については、設計や強度研究上で特に重要である。しかしながらこれらの問題については解析が困難であるために 70 年にわ

たり、式(3)のドイツのノイバー<sup>3)</sup>の提案した三角則による近似値が用いられてきた。

$$K_{tN} = \frac{(K_{ts} - 1)(K_{td} - 1)}{\{(K_{ts} - 1)^2 + (K_{td} - 1)^2\}^{1/2}} + 1, \quad K_{ts} = 1 + 2\sqrt{\frac{t}{\rho}},$$

$$K_{td} = \frac{1}{N} \frac{3}{4} \left( \sqrt{\frac{d}{2\rho} + 1} + 1 \right) \left\{ 3 \frac{d}{2\rho} - (1 - 2\nu) \sqrt{\frac{d}{2\rho} + 1} + 4 + \nu \right\},$$

$$N = 3 \left( \frac{d}{2\rho} + 1 \right) + (1 + 4\nu) \sqrt{\frac{d}{2\rho} + 1} + (1 + \nu) / \left( \sqrt{\frac{d}{2\rho} + 1} + 1 \right) \quad (3)$$

著書らは体積法による応力集中係数を基に、ノイバーの三角則に替わる正確な応力集中係数を与える計算式を提案した<sup>4)</sup>。

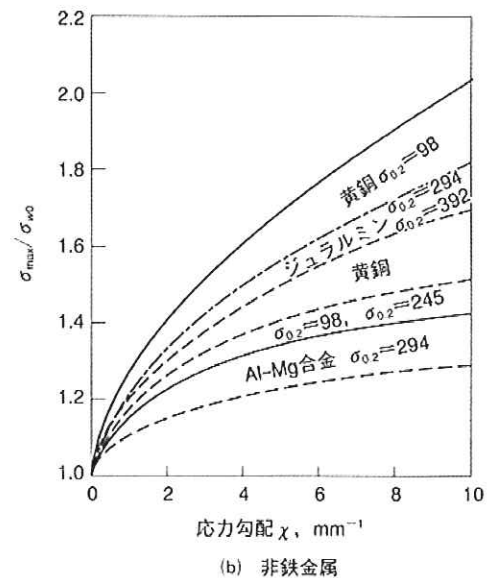
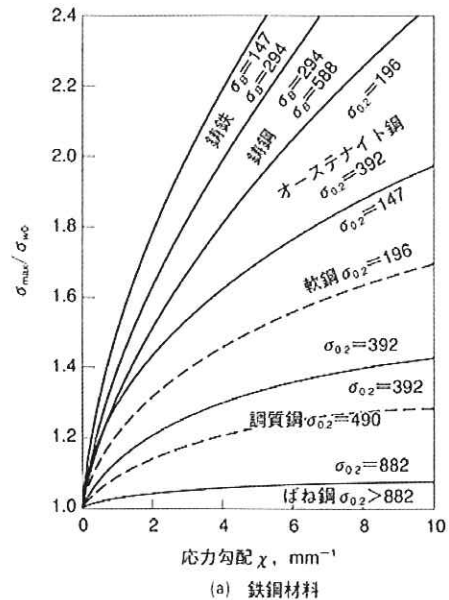


図 6 勾配と切欠き底の弾性最大応力の関係 (E. Siebel and M. Stieler)

例えば、60°V 形切欠きを有する丸棒の曲げに対する近似式を付録に示す。ここで、曲げ応力集中係数を示すのは、回転曲げ疲労試験が最も安定した疲労試験で古くから用いられており、データも多いためである。回転曲げとは試験片に曲げモーメントが作用した状態で試験片が回転するため、試験片に引張りと圧縮が繰返し作用する試験をいう。ここでは式(A1)に示す正確な近似式を、熱処理を施した切欠きを有する丸棒試験片に適用し、実際の試験片について正確な疲労限度を求めてみる。試験片としては、①S20C 焼なまし材<sup>5)</sup>、②S50C 焼なまし材(以下 A 材と呼ぶ)、③S50C 焼入れ焼戻し材(以下 B 材と呼ぶ)、④S50C 焼入れ焼戻し材(以下 C 材と呼ぶ)<sup>6)</sup>を使用する。

6. 切欠きを有する S20C 電解研磨材と加工層材のき裂発生に基づく疲労限度  $\sigma_{w1}$  と破断に基づく疲労限度  $\sigma_{w2}$  の寸法効果<sup>5)</sup>

ここで、 $\sigma_{w1}$  はき裂が発生しない最大応力、すなわちき裂発生に基づく疲労限度である。また、 $\sigma_{w2}$  は停留き裂が存在する範囲での破断しない最大応力、すなわち破断に基づく疲労限度である。表 2 は、S20C 焼なまし材の回転曲げ試験を行い疲労限度

$\sigma_{w1}$ 、 $\sigma_{w2}$  の寸法効果について調べた実験結果である<sup>5)</sup>。これまでの研究ではノイバー三角則から計算した応力集中係数  $K_f$  を用いて  $\sigma_{w1}$ 、 $\sigma_{w2}$  を求めていることが多い。表 2 の切欠きが鋭い場合 [(A3) d=5mm、t=0.1mm、 $\rho=0.05$ mm、(B3) d=10mm、t=0.2mm、 $\rho=0.1$ mm のとき] の  $K_f$  の値に注目すると、文献<sup>5)</sup> で用いた値は付録の式 (A1) と比べて誤差が 4.5%あることがわかる。そこで、表 2 では、正確な  $K_f$  (式 (A1)) を用いて、き裂発生限界において切欠き底に繰返される最大応力振幅  $K_f \sigma_{w1}$  を示している。

試験片には切削加工層を持ったままの試験片と電解研磨により表面を直径で 20  $\mu$ m 取除いた試験片の両方を使用している。また、寸法効果をみるために試験片の最小断面の直径 d を 5mm および 10mm の二種類に変えて実験しているが、表 2 は加工層材と電解研磨材の  $\sigma_{w1}$  と  $\sigma_{w2}$  の結果[単位 : MPa]である。

表中の寸法の組合せ(A1)と(B1)を比較すると以下のようになっている。

加工層材 :

(A1) d=5mm、t=0.1mm、 $\rho=\infty$  のとき、 $\sigma_{w1} = 245.0$  MPa  
 (B1) d=10mm、t=0.2mm、 $\rho=\infty$  のとき、 $\sigma_{w1} = 230.3$  MPa

電解研磨材 :

(A1) d=5mm、t=0.1mm、 $\rho=\infty$  のとき、 $\sigma_{w1} = 220.5$  MPa

表 2 S20C 電解研磨材と加工層材の試験片主要寸法と疲労限度

	d (mm)	t (mm)	$\rho$ (mm)	$\chi$ (mm <sup>-1</sup> )	$K_{D1}$ 文献 <sup>3)</sup>	$K_f$ 式(A1)	疲労限度							
							加工層材				電解研磨材			
							$\sigma_{w1}$	$\sigma_{w2}$	$K_f \sigma_{w1}$	$K_f$	$\sigma_{w1}$	$\sigma_{w2}$	$K_f \sigma_{w1}$	$K_f$
(A1)			$\infty$	0.4	1.00	1.00	245.0	—	245.0	1.00	220.5	—	220.5	1.00
(A2)	5	0.1	0.3	8.4	1.90	1.91	156.8	166.6	299.5	1.47	147.0	156.8	281.3	1.41
(A3)			0.05	44.1	3.39	3.55	127.4	171.5	452.3	1.43	102.9	151.9	365.5	1.45
(B1)			$\infty$	0.2	1.00	1.00	230.3	—	230.3	1.00	210.7	—	210.7	1.00
(B2)	10	0.2	0.6	4.2	1.90	1.91	142.1	—	271.4	1.62	137.2	—	261.7	1.54
(B3)			0.1	22.6	3.39	3.55	102.9	137.2	365.3	1.68	93.1	132.3	330.3	1.59

表 3 S50C 焼なまし材(A 材)、S50C 焼入れ焼戻し材(B 材)、S50C 焼入れ焼戻し材(C 材)の化学成分、熱処理、機械的性質とビッカース硬さ

材料	化学成分 %						熱処理	硬さ Hv	機械的性質(MPa)				
	C	Si	Mn	P	S	Cu			$\sigma_{s1}$	$\sigma_B$	$\sigma_r$	絞り	
A材	0.54	0.28	0.77	0.017	0.016	0.06	焼なまし	833°C, 1h	17346	346.9	673.26	1031.0	414.5
B材							焼入れ	810°C, 1h, 水冷	31262	857.5	1010.4	1710.1	556.6
							焼戻し	550°C, 1h, 水冷					
C材							焼入れ	810°C, 1h, 水冷	37044	1131.9	1245.6	1805.2	454.7
							焼戻し	480°C, 1h, 水冷					

(B1)  $d=10\text{mm}$ ,  $t=0.2\text{mm}$ ,  $\rho=\infty$  のとき、 $\sigma_{w1}=210.7\text{MPa}$   
 同じ平滑材であるが応力勾配が異なるので  $d=5\text{mm}$   
 と  $d=10\text{mm}$  の結果が異なることに注意していただ  
 きたい。

また、電解研磨材では表面の加工層が取り除かれ  
 ているので加工層材に比べて強度は小さい。

次に、(A2)と(B2)の試験片に注目するとこれらは  
 相似で応力集中係数  $K_t=1.91$  は同じであるが、その  
 疲労強度は以下のような違いがある。

加工層材：

(A2)  $d=5\text{mm}$ ,  $t=0.1\text{mm}$ ,  $\rho=0.3\text{mm}$  のとき、

$$\sigma_{w1}=156.8\text{MPa}, \sigma_{w2}=166.6\text{MPa}$$

(B2)  $d=10\text{mm}$ ,  $t=0.2\text{mm}$ ,  $\rho=0.6\text{mm}$  のとき、

$$\sigma_{w1}=142.1\text{MPa}$$

電解研磨材：

(A2)  $d=5\text{mm}$ ,  $t=0.1\text{mm}$ ,  $\rho=0.3\text{mm}$  のとき、

$$\sigma_{w1}=147.0\text{MPa}, \sigma_{w2}=156.8\text{MPa}$$

(B2)  $d=10\text{mm}$ ,  $t=0.2\text{mm}$ ,  $\rho=0.6\text{mm}$  のとき、

$$\sigma_{w1}=137.2\text{MPa}$$

さらに(A3)と(B3)の相似試験片においても、疲労限  
 度に(A2)と(B2)の試験片と同様の違いが認められ  
 る。

7. S50C 焼きなまし材 (A 材)、S50C 焼入れ焼き  
 戻し材 (B 材)、S50C 焼入れ焼き戻し材 (C 材)  
 のき裂発生に基づく疲労限度  $\sigma_{w1}$  と破断に基  
 づく疲労限度  $\sigma_{w2}$  <sup>6)</sup>

表 3 に S50C 焼きなまし材 (A 材)、S50C 焼入れ  
 焼き戻し材 (B 材)、S50C 焼入れ焼き戻し材 (C 材)  
 の化学成分、熱処理、機械的性質とビッカース硬さ  
 を示す。また、表 4 にその疲労限度を示す <sup>6)</sup>。表 4  
 では、正確な  $K_t$  (式 (A1)) を用いて、き裂発生限界  
 において切欠き底に繰り返される最大応力振幅  
 $K_t\sigma_{w1}$  を示している。

また、図 7 には、A 材、B 材、C 材のき裂が発生  
 するか否かの限界において、切欠き底に繰り返され  
 る最大応力と応力勾配の関係を正確な  $K_t$  を用いて  
 示している。き裂発生限界において切欠き底の結晶  
 粒に生じるダメージはほぼ等しいので、応力勾配が  
 大となれば切欠き底に繰り返される最大応力振幅  
 は大となる。しかし、図 7 に示す S50C A 材、B 材、  
 C 材を比較すると、応力勾配が大となったとき、ど  
 の程度最大応力振幅  $K_t\sigma_{w1}$  が大きくなるかは材料に  
 よって異なることがわかる。すなわち、B 材、C 材  
 の S50C 焼入れ焼き戻し材では  $K_t\sigma_{w1}/\sigma_{w0}$  の値は、A

表 4 S50C 焼きなまし材 (A 材)、S50C 焼入れ焼き戻し材 (B 材)、S50C 焼入れ焼き戻し材 (C 材)  
 の試験片主要寸法と疲労限度

材料	d (mm)	t (mm)	$\rho$ (mm)	$X$ ( $\text{mm}^{-1}$ )	$K_t N$ 文献 <sup>3)</sup>	$K_t$ 式 (A1)	$\sigma_w$ (MPa)			$K_f$
							$\sigma_{w1}$	$\sigma_{w2}$	$K_t\sigma_{w1}$	
A材	5	0.2	100.00	0.4	1.01	1.01	274.4	-	275.9	1.00
	5	0.1	0.30	8.4	1.90	1.91	186.2	-	356.3	1.48
	5	0.1	0.10	23.4	2.66	2.73	147.0	161.7	400.9	1.71
	5	0.1	0.05	44.1	3.39	3.55	117.6	161.7	417.2	1.71
B材	5	0.2	10.00	0.6	1.07	1.08	470.4	-	506.6	1.00
	5	0.1	0.30	8.4	1.90	1.91	313.6	-	600.1	1.62
	5	0.1	0.10	23.4	2.66	2.73	235.2	-	641.4	2.15
	5	0.1	0.05	44.1	3.39	3.55	196.0	235.2	695.3	2.15
C材	5	0.2	10.00	0.6	1.07	1.08	578.2	-	622.6	1.00
	5	0.1	0.30	8.4	1.90	1.91	362.6	-	693.8	1.72
	5	0.1	0.10	23.4	2.66	2.73	284.2	-	775.1	2.19
	5	0.1	0.05	44.1	3.39	3.55	235.2	284.2	834.4	2.19

材の S50C 焼きなまし材に比べて  $K_t\sigma_{w1}/\sigma_{w0}$  は 1 に近い。すなわち、き裂発生限界において切欠き底に繰り返される応力は、最大応力のみによって決まる傾向があり、応力勾配の影響は比較的小さい。このような材料では、切欠きの応力集中係数そのものが疲労限度を支配する傾向が強いので、切欠きに敏感である。

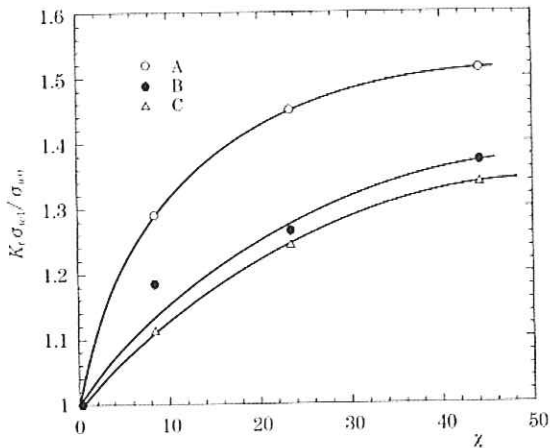


図 7 S20C 材、S50C 焼きなまし材(A 材)、S50C 焼入れ焼き戻し材(B 材)、S50C 焼入れ焼き戻し材(C 材)のき裂発生限界において切欠き底に繰り返される最大応力と応力勾配の関係

### 8. 種々の材料、種々の寸法に対するき裂発生に基づく疲労限度 $\sigma_{w1}$ と破断に基づく疲労限度 $\sigma_{w2}$ の予測

図 8 に示すような任意の  $\rho, t, d$  を有する試験片のき裂発生に基づく疲労限度  $\sigma_{w1}$  および破断に基づく疲労限度  $\sigma_{w2}$  を求める手順を示すと以下のようになる。

(1)もし、 $\rho > \rho_0$  ならば  $\sigma_{w1}$  のみ存在する。ここで  $\rho_0$  は分岐点(図 9 の点 B)における切欠き半径の値である。表 5 に示すように  $\rho_0$  の値は材料によって決まる材料定数である。まず、応力勾配の近似式  $\chi = 2/\rho + 2/d$  より、応力勾配を求める。次に、き裂発生限界において切欠き底に繰り返される最大応力  $\sigma_{max}$  と応力勾配の関係(図 7 など)より  $\sigma_{max}/\sigma_{w0}$  を求める。ここで、 $\sigma_{max} = K_t\sigma_{w1}$  ( $K_t$  は  $\rho, t, d$  に対する応力集中係数)であるので、 $\sigma_{w1} = \sigma_{max}/K_t|_{\rho, t, d}$  より  $\sigma_{max}$  が求まる。

(2)もし、 $\rho < \rho_0$  ならば  $\sigma_{w1}$  と  $\sigma_{w2}$  が存在する。その  $\sigma_{w1}$  は上述の(1)と同様にして求めることができる。また、 $\rho, t, d$  の寸法における  $\sigma_{w2}$  は、図 9 に示すように、 $\rho$  を  $\rho_0$  で置き換えた場合の、すなわち、図 8 で  $\rho = \rho_0, t, d$  の寸法における  $\sigma_{w1}$  に等しい。すなわち  $\sigma_{w2}|_{\rho, t, d} = \sigma_{w1}|_{\rho=\rho_0, t, d}$  であるので、 $\rho \rightarrow \rho_0$  と置き換えることにより  $\sigma_{w2}$  も  $\sigma_{w1}$  と同様にして求まる。

表 5 各種材料の分岐点における切欠き半径の  $\rho_0$  の値

材 料	$\sigma_B$ [MPa]	$\sigma_{s1}$ [MPa]	$\sigma_{o2}$ [MPa]	$\rho_0$ [mm]	
S10C 焼きなまし材	373	203	-	0.6	
S20C 焼きなまし材	470	279	-	0.5	
S30C 焼きなまし材	537	309	-	0.4	
S35C 焼きなまし材	600	336	-	0.4	
S50C	焼きなまし材(A 材)	674	347	-	0.25
	焼入れ焼き戻し材(B 材)	1010	-	858	0.1
	焼入れ焼き戻し材(C 材)	1250	-	1133	0.1
SNCM26 焼き戻し材	1390	-	1140	0.1	
7:3黄銅焼きなまし材	311	-	100	0.6	
時効硬化 AL 材	309	-	250	0.4	
銅焼きなまし材	217	-	39	0.4	

[例題]

表 6 に示す応力集中係数  $K_t = 4.73$  の相似試験片の回転曲げ疲労限度  $\sigma_{w1}$  と  $\sigma_{w2}$  を求めよ。ただし、材料は S50C 焼きなまし材(A 材)、S50C 焼入れ焼戻し材(B 材)、S50C 焼入れ焼戻し材(C 材)<sup>6)</sup>であり、各々の試験片の平滑材の疲労限度  $\sigma_{w0}$  は表 4 に示してある。また、応力勾配  $\chi$  と  $K_t \sigma_{w1} / \sigma_{w0}$  の関係は、図 7 で与えられるものとする。

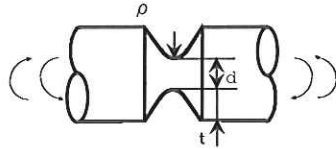


図 8  $\rho, t, d$  の寸法を有する丸棒切欠き試験片

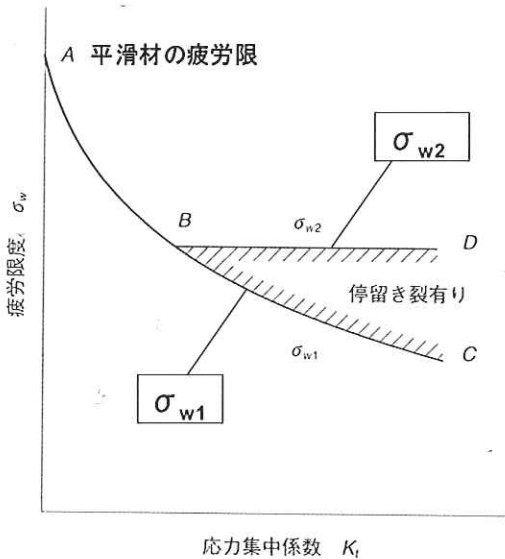


図 9 応力集中係数  $K_t$  と疲労限度の関係

[解答]

(1) 表 5 より、S50C 焼きなまし材(A 材)の  $\rho_0$  は、 $0.25\text{mm}$  と分かる。よって試験片 No.4、5 は、 $\rho > \rho_0$

であるので  $\sigma_{w1}$  のみ存在する。まず、試験片 No.4 について計算する。応力勾配  $\chi = 2/\rho + 2/d$  より、 $\chi = 2/0.4 + 2/80 = 5.03$  となる。このとき  $K_t \sigma_{w1} / \sigma_{w0}$  は、図 7 から  $K_t \sigma_{w1} / \sigma_{w0} = 1.21$  と読み取れる。そこで、 $\sigma_{w1} = (K_t \sigma_{w1} / \sigma_{w0}) \times \sigma_{w0} / K_t$  と  $K_t = 4.73$  であることより、 $\sigma_{w1} = 1.21 \times 275.9 / 4.73 = 70.6\text{MPa}$  が求まる。

(2) 試験片 No.1~3 は、 $\rho < \rho_0$  の場合であるので、 $\sigma_{w1}$  と  $\sigma_{w2}$  が存在する。まず、試験片 No.1 について計算する。 $\sigma_{w1}$  は上述の(1)と同様にして求められ、 $\sigma_{w1} = 1.51 \times 275.9 / 4.73 = 88.1\text{MPa}$  となる。次に、 $\sigma_{w2}$  は、 $\rho$  を  $\rho_0$  として  $\chi$  を求めると、 $\chi = 2/\rho + 2/d$  であるので、 $\chi = 2/0.25 + 2/10 = 8.2$  となる。このとき  $K_t \sigma_{w1} / \sigma_{w0}$  は図 7 から  $K_t \sigma_{w1} / \sigma_{w0} = 1.279$  と読み取れる。 $K_t |_{\rho_0, t, d}$  は、 $\rho = \rho_0 = 0.25\text{mm}$  で、 $K_t = 2.51$  である。そこで、 $\sigma_{w2} = 1.279 \times 275.9 / 2.51 = 140.8\text{MPa}$  が求まる。試験片 No.2、3、5 についても同様に計算すると表 7 の値が求まる。

同様の計算を B 材、C 材についても行って表 7~9 にまとめて示す。表 7~9 より、各々の材料で形状は相似試験片を用いているが、疲労限度の値は異なる結果となった。また、各々の材料の  $K_f$  を比較すると、試験片の寸法  $d$  が大きくなる(No.1→5)とともに、 $K_f$  も  $K_t$  に近づいて増加していることがわかる。これは、 $d$  が大きくなると応力勾配が緩やかになり、疲労限度における切欠き底近傍での最大応力が平滑材の疲労限度  $\sigma_{w0}$  に近づくことによるものである。一般に設計では、単純に  $K_f = K_t$  として疲労限度を見積もることも多いが、表 7~9 に示すように  $K_f > K_t$  となる場合も多い。

表 10 にノイバーの  $K_{IN}$  と正確な  $K_t$  を用いた場合の疲労限度  $\sigma_{w1}, \sigma_{w2}$  の比較を示す。ノイバーの  $K_{IN}$  を用いた場合、正確な  $\sigma_{w1}, \sigma_{w2}$  が求まらないことが多いことに注意する必要がある。

表 6 応力集中係数  $K_t = 4.73$  の相似試験片の疲労限度の予測

試験片	d	t	$\rho$	$\chi$	$K_t \sigma_{w1} / \sigma_{w0}$	$\sigma_{w1}$	$\sigma_{w2}$
No.1	10	0.20	0.050	?	?	?	?
No.2	20	0.40	0.100	?	?	?	?
No.3	40	0.80	0.200	?	?	?	?
No.4	80	1.60	0.400	?	?	?	?
No.5	160	3.20	0.800	?	?	?	?



表7 S50C 焼なまし材 (A材) の疲労限度 ( $K_f = 4.73$ )

試験片	d (mm)	t (mm)	$\rho$ (mm)	$\chi$ ( $\text{mm}^{-1}$ )	$K_t \sigma_{w1} / \sigma_{w0}$	$\sigma_{w1}$ (MPa)	$\sigma_{w2}$ (MPa)	$K_f$
No.1	10	0.2	0.05	40.20	1.510	88.1	140.8	1.96
No.2	20	0.4	0.10	20.10	1.430	83.4	108.7	2.54
No.3	40	0.8	0.20	10.05	1.320	77.0	81.6	3.38
No.4	80	1.6	0.40	5.03	1.210	70.6	—	3.91
No.5	160	3.2	0.80	2.51	1.140	66.5	—	4.15

表8 S50C 焼入れ焼戻し材 (B材) の疲労限度 ( $K_f = 4.73$ )

試験片	d (mm)	t (mm)	$\rho$ (mm)	$\chi$ ( $\text{mm}^{-1}$ )	$K_t \sigma_{w1} / \sigma_{w0}$	$\sigma_{w1}$ (MPa)	$\sigma_{w2}$ (MPa)	$K_f$
No.1	10	0.2	0.05	40.20	1.360	145.7	179.4	2.82
No.2	20	0.4	0.10	20.10	1.250	133.9	134.3	3.77
No.3	40	0.8	0.20	10.05	1.156	123.8	—	4.09
No.4	80	1.6	0.40	5.03	1.090	116.7	—	4.34
No.5	160	3.2	0.80	2.51	1.047	112.1	—	4.52

表9 S50C 焼入れ焼戻し材 (C材) の疲労限度 ( $K_f = 4.73$ )

試験片	d (mm)	t (mm)	$\rho$ (mm)	$\chi$ ( $\text{mm}^{-1}$ )	$K_t \sigma_{w1} / \sigma_{w0}$	$\sigma_{w1}$ (MPa)	$\sigma_{w2}$ (MPa)	$K_f$
No.1	10	0.2	0.05	40.20	1.330	175.1	216.4	2.88
No.2	20	0.4	0.10	20.10	1.220	160.6	161.5	3.85
No.3	40	0.8	0.20	10.05	1.128	148.5	—	4.19
No.4	80	1.6	0.40	5.03	1.070	140.8	—	4.42
No.5	160	3.2	0.80	2.51	1.033	136.0	—	4.58

表10 ノイバー三角則  $K_{tN}$  を用いた場合の疲労限度  $\sigma_{w1}, \sigma_{w2}$  の誤差

試験片	d [mm]	t [mm]	$\rho$ [mm]	$\chi$ [ $\text{mm}^{-1}$ ]	疲労限度[MPa]				誤差[%]	
					$K_t$ [式(A1)]		$K_{tN}$ [ノイバー]		$\sigma_{w1}$	$\sigma_{w2}$
					$\sigma_{w1}$	$\sigma_{w2}$	$\sigma_{w1}$	$\sigma_{w2}$		
No.1	10	0.2	0.05	40.2	88.2	140.8	94.2	141.3	6.8	0.3
No.2	20	0.4	0.1	20.1	83.6	108.7	89.2	112.1	6.7	3.2
No.3	40	0.8	0.2	10.05	77.1	81.6	82.3	86.6	6.7	6.1
No.4	80	1.6	0.4	5.03	70.7	—	75.5	—	6.8	—
No.5	160	3.2	0.8	2.51	66.6	—	71.1	—	6.8	—

## 参考文献

- 1) 村上敬宜, 金属疲労 微小欠陥と介在物の影響, (1993), 24
- 2) 野田尚昭, 高瀬康, 設計に活かす切欠き・段付き部の材料強度, 日刊工業新聞社 (2010)
- 3) Neuber, H., Kerbspannungslehre (第1報), (1937), (第2報), (1958), 9, Springer-Verlog.
- 4) 野田尚昭, 高瀬康, 神崎健太郎, 西谷弘信, 切欠き形状の全範囲に対して正確な応力集中係数を与える計算式 (円弧形及び 60° V 形切欠きを有する回転曲げ試験片) 日本機械学会論文集, 64-625, A (1998), 2251-2256
- 5) 西谷弘信, 炭素鋼の回転曲げ試験における分岐点ならびに疲れ限度の寸法効果 (小形材による検討), 日本機械学会論文集, 34-259, A (1968), 371-382
- 6) 西谷弘信, 千代一郎, S50C 焼なまし材および焼入れ材の切欠き感度と平滑試験片における微視的停留き裂 (回転曲げ疲れの場合), 日本機械学会論文集, 40-329, A (1974), 41-52

## 付録

曲げについては、

$$K_{tN} = \left[ (K_{ts} - 1)(K_{td} - 1) / \{ (K_{ts} - 1)^{2.8} + (K_{td} - 1)^{2.8} \}^{1/2.8} \right] + 1$$

において、次のように (1) ~ (5) の範囲に分けて考える。

(1)  $0 \leq x \leq 1.0$  の場合

$$\begin{aligned} K_t / K_{tN} = & (1.0007 - 0.0061187x + 0.00019231x^2) \\ & + (0.032136 + 0.99308x - 1.3017x^2)\lambda \\ & + (-1.2472 - 7.8148x + 17.571x^2)\lambda^2 \\ & + (10.760 + 21.099x - 96.522x^2)\lambda^3 \\ & + (-42.163 - 9.0602x + 283.69x^2)\lambda^4 \\ & + (88.539 - 63.407x - 482.22x^2)\lambda^5 \\ & + (-103.01 + 133.10x + 474.10x^2)\lambda^6 \\ & + (62.562 - 105.45x - 250.04x^2)\lambda^7 \\ & + (-15.472 + 30.559x + 54.712x^2)\lambda^8 \end{aligned}$$

(A1. a)

なお、上式で求める正確な応力集中係数  $K_t$  は、修正ノイバーの応力集中係数  $K_{tN}$  との比にして表わしている。以下も同様である。

(2)  $1.0 \leq x \leq 1.9$  の場合

$$\begin{aligned} A = & x - 1.0 \\ K_t / K_{tN} = & (0.99533 - 0.0035974A + 0.0051222A^2) \\ & + (-0.32401 - 1.2760A - 0.83101A^2)\lambda \\ & + (9.9470 + 22.740A + 4.1519A^2)\lambda^2 \\ & + (-78.130 - 145.14A - 0.32590A^2)\lambda^3 \\ & + (288.43 + 463.53A - 36.046A^2)\lambda^4 \\ & + (-578.45 - 825.96A + 91.919A^2)\lambda^5 \\ & + (647.76 + 836.06A - 100.76A^2)\lambda^6 \\ & + (-380.88 - 450.51A + 52.837A^2)\lambda^7 \\ & + (91.652 + 100.57A - 10.954A^2)\lambda^8 \end{aligned} \quad (A1. b)$$

(3)  $1.9 \leq x \leq 1.99$  の場合

$$\begin{aligned} B = & 10(x - 1.90) \\ K_t / K_{tN} = & (0.99540 - 0.0054492B + 0.0060139B^2) \\ & + (-1.9557 + 0.65302B - 0.34860B^2)\lambda \\ & + (29.326 - 10.901B + 3.2846B^2)\lambda^2 \\ & + (-175.64 + 78.343B - 31.852B^2)\lambda^3 \\ & + (555.91 - 254.28B + 107.53B^2)\lambda^4 \\ & + (-1010.7 + 413.27B - 143.87B^2)\lambda^5 \\ & + (1059.8 - 340.54B + 51.147B^2)\lambda^6 \\ & + (-595.49 + 127.03B + 41.581B^2)\lambda^7 \\ & + (138.76 - 13.576B - 27.476B^2)\lambda^8 \end{aligned} \quad (A1. c)$$

(4)  $1.99 \leq x \leq 1.999$  の場合

$$\begin{aligned} C = & 100(x - 1.990) \\ K_t / K_{tN} = & (0.99195 + 0.0014095C + 0.0010083C^2 + 0.0014459C^3) \\ & + (-1.0217 - 0.11317C + 0.40147C^2 - 0.66757C^3) \\ & + (8.8740 - 1.0204C - 2.5041C^2 + 3.2927C^3) \\ & + (-31.384 + 6.0540C + 7.3248C^2 - 7.8197C^3)\lambda \\ & + (52.354 - 11.900C - 11.175C^2 + 10.153C^3)\lambda^2 \\ & + (-41.343 + 10.217C + 8.5027C^2 - 6.8543C^3)\lambda^3 \\ & + (12.528 - 3.2355C - 2.5540C^2 + 1.8930C^3)\lambda^4 \end{aligned} \quad (A1. d)$$

(5)  $1.999 \leq x \leq 2.0$  の場合

$$\begin{aligned} K_t / K_{tN} = & 0.99169 \\ & + (-1.0102 - 0.61332D + 1.3132D^2 - 1.0003D^3)\lambda \\ & + (4.9323 + 1.3538D - 2.3860D^2 + 2.1124D^3)\lambda^2 \\ & + (-10.768 + 0.042333D - 2.1750D^2 + 0.51667D^3)\lambda^3 \\ & + (10.608 - 2.0962D + 7.2681D^2 - 4.0639D^3)\lambda^4 \\ & + (-3.7555 + 1.3326D - 4.0733D^2 + 2.4700D^3)\lambda^5 \end{aligned} \quad (A1. e)$$