速報論文
“トライボロジスト”第64巻　第10号(2019)　626～635
原稿受付 2019年6月8日　　掲載決定 2019年7月16日
J-STAGE 早期公開日 2019年8月7日

バンプフォイル軸受の理論最大負荷容量に及ぼすトップフォイル変形解析モデルの影響（第1報）

―平面シェル要素の適用―

畠中 清史*

Effect of Analytical Model of Top Foil Displacement on Predicted Maximum Load Carrying Capacity of Bump Foil Journal Bearings (Part 1)

―Application of Plate Shell Element―

Kiyoshi HATAKENAKA*

Bump foil journal bearings are prospective applicants that can support a small-sized rotor of high-speed rotary machinery. Some model bearings are used in predicting the characteristic performances of the bearings. In the previous study, the finite element (FE) method that adopted a curved-beam element was applied in analyzing the displacement of the bearing surface that is called as top foil. However, the model assumes that the air film thickness in the axial direction is constant, so the performance of foil journal bearings that has uneven air film thickness in the direction cannot be obtained. In this study, the top foil is assumed to be a thin shell. The displacement is analyzed by replacing the curved-beam element to a plate shell element. Although the replacement of the FE model is found to have a large influence on the performances, this is because the shell model cannot couple the membrane and the bending effects. It is concluded that the shell model is inappropriate to the prediction of the bearing performance and should be replaced to other type of shell model that can couple the two effects.

Key Words : *air bearing, foil bearing, journal bearing, hydrodynamic lubrication, finite element method, shell model, steady-state performance*

1. はじめに

バンプフォイル軸受[1)]は，小型で軽量の高速回転軸を支えるジャーナル軸受として用いられる．この軸受は，軸受面を構成する円筒状の弾性薄板（以下，トップフォイル）と，これを弾性支持する波状薄板（以下，バンプフォイル）からなる(Fig. 1).

著者は，この軸受の理論最大負荷容量[2)]と理論安定限界速度[3)]が種々の軸受設計変数から受ける影響について明らかにしている．これらの解析では，トップフォイルとバンプフォイルの間に作用する静摩擦力が極めて大きい場合と無視できる場

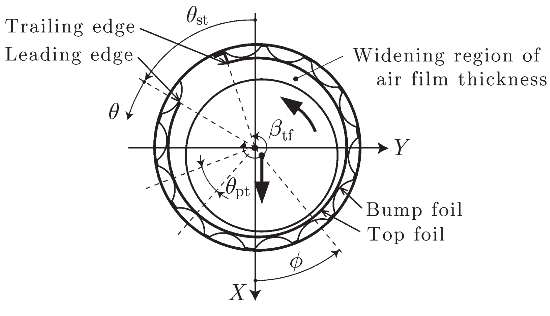


Fig. 1　Bump foil journal bearing

合のそれぞれに対して，トップフォイル後縁寄りに形成される空気膜厚さが先広がりとなる箇所においてトップフォイルがバンプフォイルから浮上

九州工業大学 情報工学部（〒820-8502　福岡県飯塚市川津 680-4）
School of Computer Science and Systems Engineering, Kyushu Institute of Technology (680-4, Kawadu, Iizuka-shi, Fukuoka 820-8502)
* Corresponding author : E-mail: hatakenaka.kiyoshi218@mail.kyutech.jp

できる場合とそのような箇所においてもトップフォイルとバンプフォイルとが常に接触する場合について，また，トップフォイル後縁の変位がすべての方向に拘束されている場合と円周方向のみには拘束されている場合について，トップフォイルを曲りばりで置き換えたモデル軸受を利用して，軸受面の変位を求めている．この曲りばりモデルは小型の軸受に対しては適切であると考えられるが，変位が軸方向には一様になるので，軸受の大型化を図る場合の軸受性能や空気膜特性の変化について調べたいときなど，空気膜厚さの軸方向変化を考慮した解析が適当な状況に対応することは難しい．

これを受け，本研究では，トップフォイルを薄肉シェル構造物とみなして軸受面の変形解析を行うことにし，このモデル変更にともない軸受性能や空気膜特性が受ける影響について調べることを目的とする．

2．記　号

本論文では無次元量による解析を行う．使用する記号を以下にまとめる．無次元量の定義（有次元量との関係）は付録に掲載する．

- E_{tf}　：トップフォイル曲げ剛性（文献[2~4]で用いたE_{tf}の84倍に等しい）
- F　：空気膜力
- $\{\boldsymbol{F}\}$　：空気膜圧力に等価な全体系節点荷重ベクトル
- K_{bf}　：バンプ等価ばねの単位長さあたりのばね定数
- $[\boldsymbol{K}]$　：全体系剛性行列
- $[\boldsymbol{K}_{bf}]$　：バンプ等価ばね行列
- $[\boldsymbol{K}_b^e]$　：三角形板曲げ要素の要素剛性行列
- $[\boldsymbol{K}_p^e]$　：三角形膜要素の要素剛性行列
- $[\boldsymbol{K}_s^e]$　：平面シェル要素の要素剛性行列
- H　：空気膜厚さ
- H_{cr}　：許容最小すきま
- H_{tf}　：トップフォイルの半径方向変位
- P　：空気膜圧力
- P_{at}　：周囲圧力
- X_j，Y_j　：円周方向，水平方向の偏心率
- Z　：軸方向座標
- β_{tf}　：トップフォイル張り角
- $\Delta\theta$　：θ軸方向の格子間隔，節点間隔
- ΔZ　：Z軸方向の格子間隔，節点間隔
- $\{\boldsymbol{\Delta}\}$　：全体系節点変位ベクトル
- Γ　：軸受荷重
- Γ_{max}　：最大負荷容量
- ε　：偏心率
- θ　：円周方向座標
- θ_{pt}　：バンプ等価ばねを配置する間隔（バンプ等価ばねピッチ角）
- θ_{st}　：鉛直上方から測ったトップフォイル前縁のθ軸方向座標（トップフォイル取付位置）
- Λ　：軸受幅径比
- τ_{tf}　：トップフォイル厚さ
- ϕ　：偏心角
- Ω　：気体軸受数

添え字など

- max　：最大
- min　：最小
- X，Y　：鉛直方向，水平方向

3．理 論 解 析

本解析では，バンプフォイルの各こぶを半径方向に等価なばね（以下，バンプ等価ばね）で置き換えたモデル軸受（Fig. 2）を用いる．この軸受は，文献[2,3]のモデルA0に相当し，トップフォイルとバンプフォイルとの間に作用する静摩擦力が極めて大きく，また，トップフォイルはバンプフォ

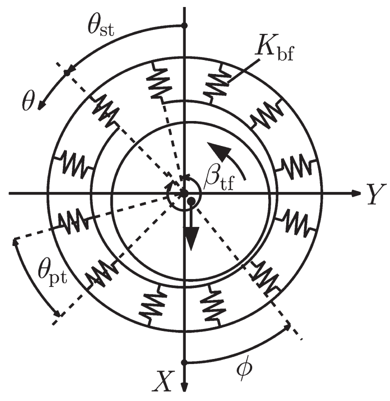


Fig. 2　Model bearing

イルから浮上しないとする．本研究では，トップフォイルを薄肉シェル構造物とみなし，多数の三角形平板を合成してその形状を近似することにする（以下，平面シェルモデル）．三角形平板の変位は，平面シェル要素を用いた有限要素法[5]により解析する．

このようなモデル軸受における空気膜の圧力 P と厚さ H ならびにトップフォイルの変位 H_{tf} の各分布は，定常圧縮性等粘度レイノルズ方程式

$$\frac{\partial}{\partial\theta}\left[PH^3\frac{\partial P}{\partial\theta}\right]+\frac{1}{4\Lambda^2}\frac{\partial}{\partial Z}\left[PH^3\frac{\partial P}{\partial Z}\right]=\Omega\frac{\partial(PH)}{\partial\theta} \tag{1}$$

空気膜厚さ式

$$H=1+X_{\mathrm{j}}\cos(\theta+\theta_{\mathrm{st}})+Y_{\mathrm{j}}\sin(\theta+\theta_{\mathrm{st}})+H_{\mathrm{tf}} \tag{2}$$

トップフォイルの変形方程式

$$([\boldsymbol{K}]+[\boldsymbol{K}_{\mathrm{bf}}])\{\boldsymbol{\Delta}\}=\{\boldsymbol{F}\} \tag{3}$$

により定められる．ここで，節点変位ベクトル $\{\boldsymbol{\Delta}\}$ の半径方向成分は，式(2)の H_{tf} に相当する．剛性行列 $[\boldsymbol{K}]$ は，平面シェル要素の要素剛性行列 $[\boldsymbol{K}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{e}}]$ に座標変換行列を作用させたのち，各変位成分に対応する行列の係数を重ね合わせて求める[5]．要素剛性行列 $[\boldsymbol{K}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{e}}]$ は，三角形膜要素の要素剛性行列 $[\boldsymbol{K}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{e}}]$[6] と三角形板曲げ要素の要素剛性行列 $[\boldsymbol{K}_{\mathrm{b}}^{\mathrm{e}}]$[7] を合成して作る．

この軸受で支えた水平軸に作用する力の釣合い式は，

$$F_X+2\Gamma=0 \tag{4.a}$$

$$F_Y=0 \tag{4.b}$$

ただし，鉛直，水平各軸方向の空気膜力 F_X，F_Y は，

$$F_X=\int_{-1/2}^{1/2}\int_0^{\beta_{\mathrm{tf}}}(P-P_{\mathrm{at}})\cos(\theta+\theta_{\mathrm{st}})d\theta dZ \tag{5.a}$$

$$F_Y=\int_{-1/2}^{1/2}\int_0^{\beta_{\mathrm{tf}}}(P-P_{\mathrm{at}})\sin(\theta+\theta_{\mathrm{st}})d\theta dZ \tag{5.b}$$

により求める．

本解析では，式(1)〜(4)を連立して最小空気膜厚さ $H_{\min}$ を求め，これが許容最小すきま H_{cr} に等しくなるときの軸受荷重 Γ を最大負荷容量 $\Gamma_{\max}$ とする．本解析では，$H_{\mathrm{cr}}=0.05$ とした．

なお，式(1)（定常圧縮性等粘度レイノルズ方程式）は，解析領域の θZ 平面を θ，Z 各軸方向に等間隔に格子分割したうえで，有限体積法を適用して離散化を行った．θ，Z 各軸方向の格子間隔は，それぞれ，$\Delta\theta=2.5°$，$\Delta Z=0.125$ とした．この場合，格子分割数は，θ 軸方向には 136，Z 各軸方向には軸受幅中央に関する対称性を考慮して半幅（$Z=0〜0.5$）で 8 となる．また，式(3)（トップフォイルの変形方程式）の構築に用いる有限要素方程式は，長方形状の格子により形成される各四角形を等分することで作成した 2 個の直角三角形の各々を一つの要素とみなし，各要素に対して求めた．要素数は 2 176（$=136\times8\times2$），節点数は 1 233（$=137\times9$）である．

4．結果および考察

解析対象とするフォイル軸受の仕様を Table 1 に示す．軸受設計変数の値は，文献[2〜4]を参考にして決めた．

4.1 軸受性能

気体軸受数を $\Omega=1$ として，偏心率 ε（$=\sqrt{X_{\mathrm{j}}^2+Y_{\mathrm{j}}^2}$）と空気膜力 F（$=\sqrt{F_X^2+F_Y^2}$）との関係を求めた．その結果を Fig. 3 に示す．ただし，偏心角 ϕ（$=\tan^{-1}(Y_{\mathrm{j}}/X_{\mathrm{j}})$）は 0 とした．図中，破線は曲りばりモデルを用いた場合の結果，実線は平面シェルモデルを用いた場合の結果を表す．偏心率 ε が小さい場合は曲りばりモデルを用いても平面シェルモデルを用いても空気膜力 F に差はほとんど出ない．偏心率 ε が大きくなるにつれて，いずれのモデルの空気膜力 F も大きくなる．ただし，その増加率は平面シェルモデルの方が大きい．$\varepsilon=1$ では，平面シェルモデルの空気膜力は曲りばりモデルの場合の約 130% になる．1 ケースあたりの計算時間は，曲りばりモデルがた

Table 1　Constants for model bearing

θ_{st}	10°	β_{tf}	340°	Λ	1.0
θ_{pt}	10°	τ_{tf}	0.05	Ω	0.1〜1.0
K_{bf}	10	E_{tf}	840		

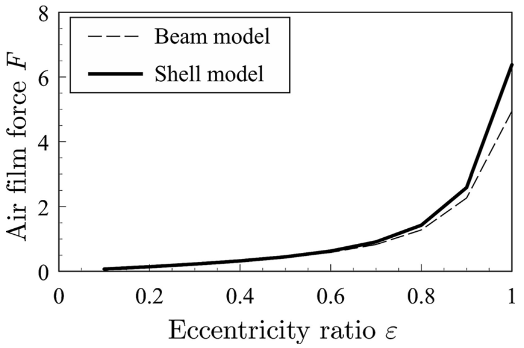


Fig. 3　Variation of load carrying capacity with eccentricity ratio ($\Omega=1$, $\phi=0$)

かだか数十 s であるのに対し，平面シェルモデルでは数十 min を要した．

次に，$\Omega=1$ として，軸受荷重 Γ と最小空気膜厚さH_{min}との関係を求めた．その結果を Fig. 4 に示す．図中，破線は曲りばりモデルを用いた場合の結果，実線は平面シェルモデルを用いた場合の結果を表す．平面シェルモデルでは，曲りばりモデルに比べて，軸受荷重 Γ に対する最小空気膜厚さ H_{min} の減少率が大きくなっている．軸受荷重 Γ が同じ場合，これに釣り合う空気膜力 F を与える偏心率 ε は，平面シェルモデルの方が小さくなる．このため，トップフォイル変位 H_{tf} が同程度であるとすれば，最小空気膜厚さ H_{min} は平面シェルモデルの方が大きくなるはずである．軸受荷重 Γ が1.5程度（F は3程度）以下では，確かに，平面シェルモデルの H_{min} の方が大きい．ところが，Γ が大きくなり（2程度を上回り），偏心率 ε が大きくなると，最小空気膜厚さ位置付近において空気膜圧力 P が高くなり，両モデルのトップフォイル変位 H_{tf} に差異が現れ，そこでのトップフォイル変位 H_{tf} は平面シェルモデルの方が小さくなる．この結果，最小空気膜厚さ H_{min} は平面シェルモデルの方が小さくなる．

次は，Table 1 に示した気体軸受数 Ω の範囲において最大負荷容量 Γ_{max} を求めた．その結果を Fig. 5 に示す．また，Figs. 6，7 には，それぞれ，気体軸受数 Ω に対するトップフォイルの最大変位 $H_{\mathrm{tf\,max}}$，最大空気膜圧力 P_{max} を示す．いずれの図中においても，破線は曲りばりモデルを用いた場合の結果，実線は平面シェルモデルを用いた場合の結果を表す．本解析では，許容最小すきまを $H_{\mathrm{cr}}=0.05$としている．許容最小すきま H_{cr}がこの程度にまで小さな値であれば，最小空気膜厚さ H_{min} に対する寄与度は，偏心率 ε に比べてトップフォイル変位 H_{tf} の方が大きい．気体軸受数 Ω が小さいうちは，両モデルで最大空気膜圧力 P_{max} に5％程度の差異があるものの P_{max} の値そのものは小さい．したがって，トップフォイル変位 H_{tf} に差があっても空気膜厚さ H に占めるその比率は小さく限定されることとなり，両モデルの最大負荷容量 Γ_{max} はほとんど同じになる．

一方で，気体軸受数 Ω が大きくなると，P_{max}の値が大きくなるため，空気膜厚さ H に占めるトップフォイル変位 H_{tf} の比率は大きくなる．この結果，トップフォイルの変形が大きくなるモデルほど，最小空気膜厚さ H_{min} が許容最小すきま H_{cr} に等しくなる軸受荷重 Γ は大きくなる．平面シェルモデルの最大空気膜圧力 P_{max} は曲りばりモ

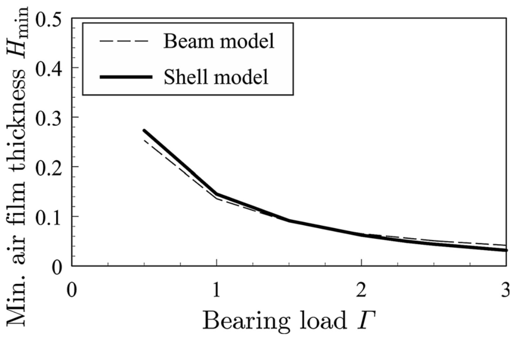


Fig. 4　Variation of minimum air film thickness with bearing load ($\Omega=1$)

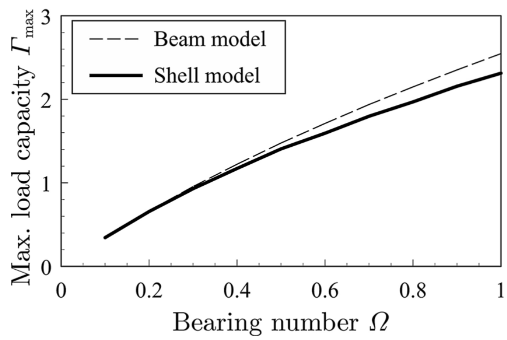


Fig. 5　Variation of maximum load carrying capacity with bearing number

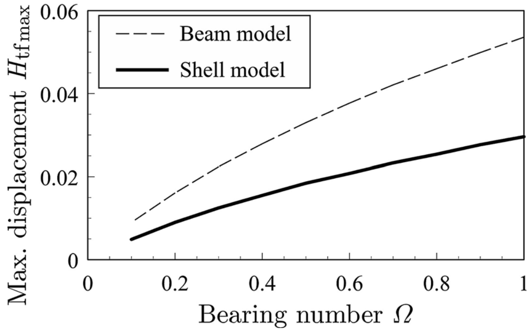


Fig. 6 Variation of maximum top foil displacement with bearing number

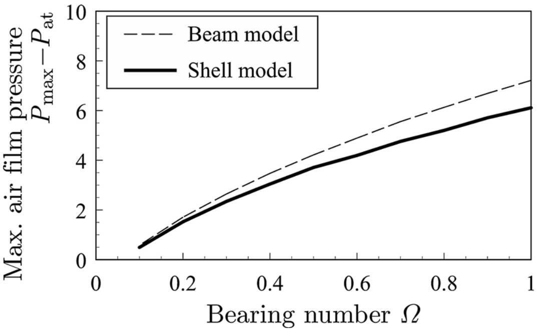


Fig. 7 Variation of maximum air film pressure with bearing number

デルに比べて小さく，トップフォイル変位 H_{tf} は平面シェルモデルの方が小さくなる．このため，平面シェルモデルの最大負荷容量 $\Gamma_{\max}$ の方が小さくなる．

以上のように，トップフォイルの変形解析モデルを変更したことで，軸受性能の予測値に影響が現れることが判明した．しかし，これが Z 軸方向への空気膜厚さの変化を考慮したことに起因すると断定することは，空気膜特性が不明な現段階ではできない．そこで，次は，空気膜特性について調べた結果を示す．

4.2 空気膜特性

軸受幅中央（$Z=0$）における空気膜圧力（$P-P_{\mathrm{at}}$）の分布を平面シェルモデルと曲りばりモデルとで比較し，Fig. 8 に示す．図中，細線は曲りばりモデルを用いた場合の結果，太線は平面シェルモデルを用いた場合の結果を表す．気体軸受数 Ω は 1，軸受荷重 Γ は最大負荷容量 $\Gamma_{\max}$ よりもわずかに小さい 2 とした．空気膜圧力（$P-P_{\mathrm{at}}$）は，負圧領域となる水平右方（$\theta+\theta_{\mathrm{st}}=270°$）付近では両モデルで大きな差異は見られないが，最大空気膜圧力が得られる鉛直下方（$\theta+\theta_{\mathrm{st}}=180°$）付近では平面シェルモデルの方が低くなっている．

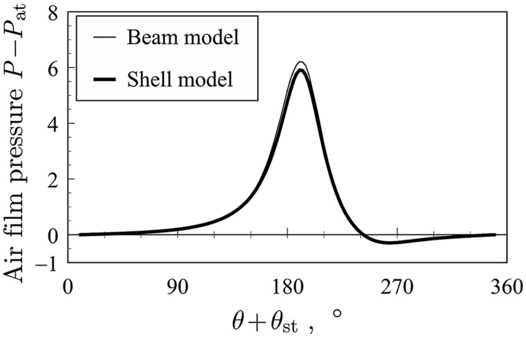


Fig. 8 Pressure distribution along the air film at the mid-plane of bearing width（$\Omega=1$, $\Gamma=2$）

次に，軸受幅中央における空気膜厚さの分布を両モデルで比較し，Fig. 9 に示す．図中，破線は曲りばりモデルを用いた場合の結果，実線は平面シェルモデルを用いた場合の結果を表す．気体軸受数 Ω と軸受荷重 Γ は Fig. 8 と同じである．曲りばりモデルの場合に比べて平面シェルモデルでは，空気膜入口部における空気膜厚さ H はわずかに小さく，軸受幅中央における最小空気膜厚さは 10% 程度大きくなる．このように，θ 軸方向に形成される先狭まりすきま部におけるくさびの度合いが小さくなるために，平面シェルモデルの最大空気膜圧力は小さくなる．なお，先狭まりすき

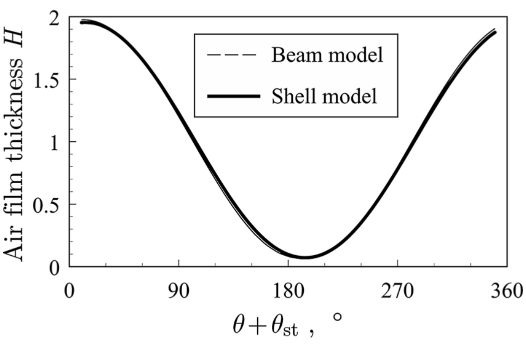


Fig. 9 Distribution of air film thickness along the film at the mid-plane of bearing width（$\Omega=1$, $\Gamma=2$）

まは，Fig. 10に示すように，軸受幅中央から軸受端（$Z=\pm0.5$）に向けても形成されるが，この軸方向へのくさびが最大空気膜圧力に及ぼす影響は，その度合いが非常に小さいため，限定される．ただし，この軸方向へのわずかなくさびのために，最小空気膜厚さ H_{min} は軸受端で得られることになる．気体軸受数 $\Omega=1$，軸受荷重 $\Gamma=2$ の場合の H_{min} は，空気膜厚さが Z 軸方向に一様となる曲りばりモデルに比べて平面シェルモデルの方が約5%下回った．このように，平面シェルモデルの方が，同一の軸受荷重に対する最小空気膜厚さ H_{min} が小さくなるため，H_{min} をもとにして値を定める最大負荷容量 Γ_{max} は小さくなることがわかった．

次は，空気膜厚さ H に対するトップフォイル変位 H_{tf} の比率を両モデルで比較し，曲りばりモデルの結果をFig. 11(a)に，平面シェルモデルの結果をFig. 11(b)にそれぞれ示す．比率 H_{tf}/H は，最小空気膜厚さ位置付近において，いずれのモデルでも大きくなる．平面シェルモデルでは，そこでのトップフォイル変位 H_{tf} は曲りばりモデルの場合の60%程度にすぎない（Fig. 6参照）が，Z 軸方向への比率 H_{tf}/H の変化は約10%にも達する．このように大きな比率変化があるために，軸受性能の予測値が変形解析モデルの変更にともなう影響を受けることになる．

ただし，変形解析モデルを変更したことにともないトップフォイル変位 H_{tf} が大幅に小さくなる理由については，まだ明らかではない．

4.3 変形解析モデル

理論解との比較が可能なケースを取り上げ，本研究で採用した変形解析モデルが適当であるかどうかについて調べる．以下では，空気膜圧力の作用を受けるトップフォイルの代わりに，一様な内圧の作用を受ける薄肉円筒の変形を取り上げる（ただし，名称は変更せず，トップフォイルのままとする）．円周方向への対称性を考え，4分の1のみを対象とする．

まずは，トップフォイル変位 H_{tf} について，両モデルで比較し，その結果をFig. 12に示す．バンプ等価ばねのばね定数は $K_{bf}=0$ である．図中，破線は曲りばりモデルを用いた場合の結果，実線は平面シェルモデルを用いた場合の結果，点線は材料力学による理論解を表す．トップフォイル変位 H_{tf} の理論解は，内圧を $(P-P_{at})$ として，$H_{tf}=(P-P_{at})/(\tau_{tf}E_{tf})$ である[8]．トップフォイルの厚さが $\tau_{tf}=0.05$，曲げ剛性が $E_{tf}=840$，内圧が $(P-P_{at})=10$ の場合は，$H_{tf}=0.238$ となる．変位 H_{tf} は，曲りばりモデルの場合は理論解と一致するが，平面シェルモデルの場合は理論解よりも約10%程度小さな値が得られており，平面シェル

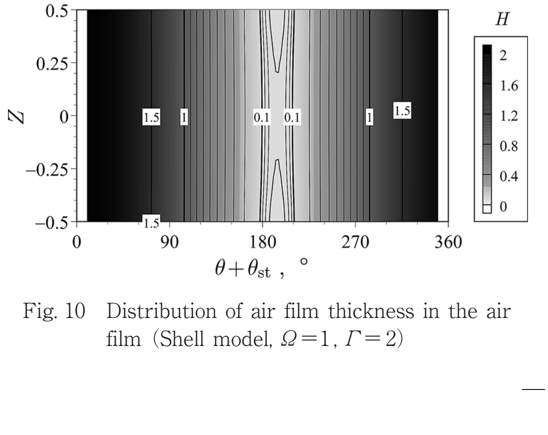
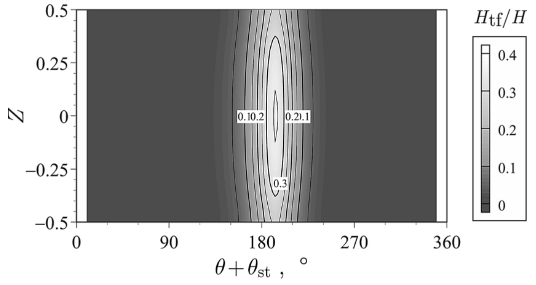
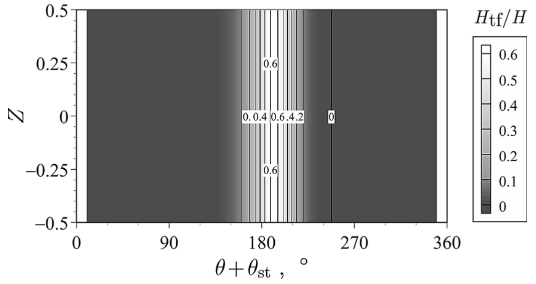


Fig. 10　Distribution of air film thickness in the air film (Shell model, $\Omega=1$, $\Gamma=2$)



(a) Shell model



(b) Beam model

Fig. 11　Distribution of top foil displacement to air film thickness ($\Omega=1$, $\Gamma=2$)

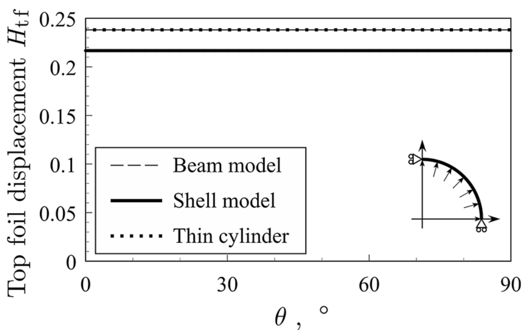


Fig. 12 Displacement of thin cylinder under the action of a uniform internal pressure ($P-P_{at}=10$, $\tau_{tf}=0.05$, $E_{tf}=840$)

モデルでは曲げ剛性が大きめに評価されることがわかった.

次は, 曲げ剛性が極めて小さい ($E_{tf}\approx 0$) トップフォイルの外周に位置するすべての節点をバンプ等価ばねで支えた場合のトップフォイル変位 H_{tf} について, 両モデルで比較し, その結果を Fig. 13 に示す. 図中, 破線は曲りばりモデルを用いた場合の結果, 実線は平面シェルモデルを用いた場合の結果, 点線はフックの法則を適用して求めた理論解を表す. トップフォイル変位 H_{tf} の理論解は, 節点間隔を $\Delta\theta$ として, $H_{tf}=(P-P_{at})\Delta\theta/K_{bf}$ である. バンプ等価ばねのばね定数が $K_{bf}=10$, 節点間隔が $\Delta\theta=2.5°$, 内圧が $P-P_{at}=10$ の場合は, $H_{tf}=0.0436$ となる. いずれのモデルを用いても, この値とほとんど等しい変位 H_{tf} が得られている.

次に, トップフォイルの外周を離散的に配置したバンプ等価ばねで支えた場合のトップフォイル変位 H_{tf} について, 両モデルで比較し, その結果を Fig. 14 に示す. 図中, 破線は曲りばりモデルを用いた場合の結果, 実線は平面シェルモデルを用いた場合の結果を表す. トップフォイルの厚さは $\tau_{tf}=0.05$, 曲げ剛性は $E_{tf}=840$, バンプ等価ばねのばね定数は $K_{bf}=10$, ピッチは $\theta_{pt}=90°$, 内圧は $(P-P_{at})=10$とした.

曲りばりモデルの場合の変位 H_{tf} は, 等価ばねを配置した位置($\theta=0°$, $90°$)では Fig. 12 の理論解よりも小さく, それらの中間部($\theta=45°$)では逆に理論解よりも大きくなっている. 等価ばねの剛性はトップフォイルの曲げ剛性に比べて相当に大きい (変位の理論解は, Fig. 13 では $H_{tf}=0.0436$, Fig. 12 では $H_{tf}=0.238$ であり, その比 1/5 程度の逆数である約 5 が等価ばねとトップフォイルの剛性の比に相当する) ので, 等価ばねの反力が加味されるその配置位置では 0.238 よりも相当に小さくなり, 逆に, その影響が及びにくい中間部では 0.238 よりも大きくなるという, 曲りばりモデルの変位分布のように大きな振幅の波打ちが見られる結果は妥当である.

これに対し, 平面シェルモデルの場合の変位 H_{tf} は, すべての位置で Fig. 12 の理論解よりも小さくなっている. これは, 等価ばねを配置した位置はもちろん, 配置していない箇所まで, 剛性が大きくなったことを意味している. トップフォイルの曲げ剛性が十分に大きい場合であればその変

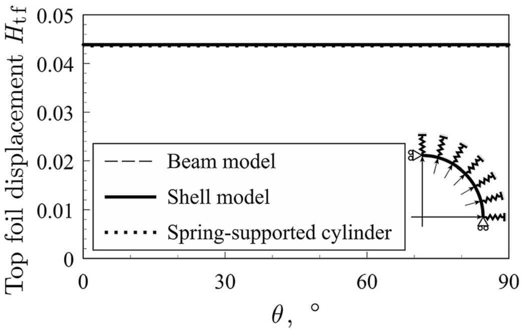


Fig. 13 Displacement of spring-supported thin cylinder under the action of a uniform internal pressure ($P-P_{at}=10$, $K_{bf}=10$, $\Delta\theta=2.5°$)

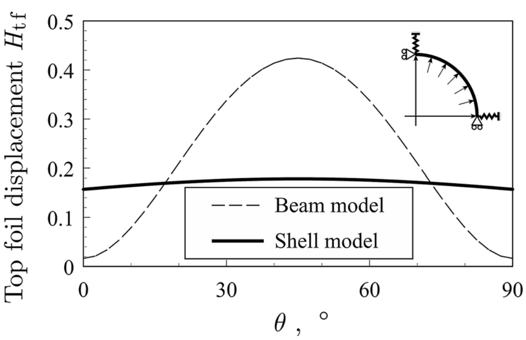


Fig. 14 Displacement of thin cylinder supported by discrete spring under the action of a uniform internal pressure ($P-P_{at}=10$, $\tau_{tf}=0.05$, $E_{tf}=840$, $K_{bf}=10$, $\theta_{pt}=90°$)

位 H_{tf} がこのように振幅の小さな波形となり得ようが，本ケースのように，その剛性がそれほどまでには大きくない場合には，バンプ等価ばねの剛性の影響がトップフォイル全体に及ぶこのような分布は不適当である．

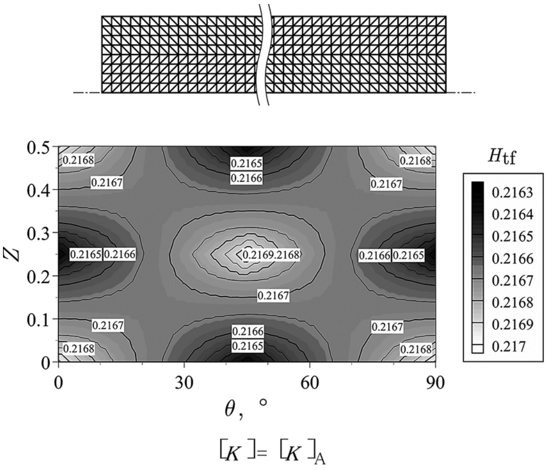
では，なぜこのような結果が得られたのかについて考察する．

まず，本解析では，Figs. 15(a)，(b)のような，要素分割の仕方にともない現れるトップフォイル剛性の偏りを，Fig. 15(c)のように解消したうえでその変形解析を行っている．このため，分割の仕方が悪いためにトップフォイル変位 H_{tf} の分布が不適当になったわけではない．

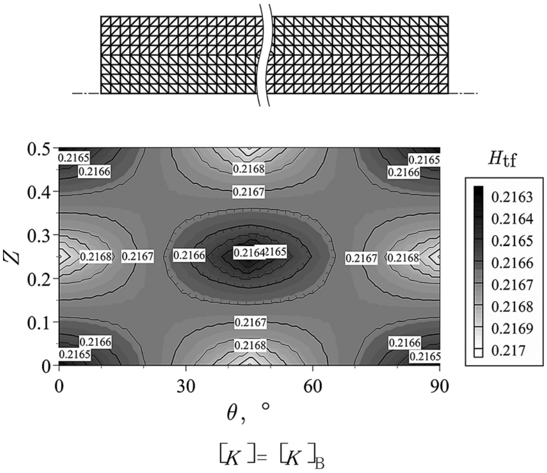
次は，変形様式の観点から調べることにする．

曲りばりモデルでは，内圧に等価な節点外力の作用を受ける要素の変形様式は，膜効果による面内変形（伸び）と曲げ効果による面外変形（たわみ）の重ね合せから決まる（Fig. 16(a)）．片方の効果に関わる剛性は，直列ばねにおけるばね定数の合成と同様，他方からの影響を受ける分だけ低下する．バンプ等価ばねからの反力がない場合は，Fig. 12 に示したように，内圧の作用のもとで一様に広がる場合のトップフォイル変位を適切に評価する．一方で，バンプ等価ばねからの反力が作用する場合は，それを配置する節点における剛性にその効果の分がさらに重ね合わせられ，曲げに関わる剛性は，並列ばねにおけるばね定数の剛性と同様に，高められる．その結果，曲げに関わる剛性が円周方向に大きく変化することになり，トップフォイルの変位分布は，Fig. 14 に示したように，大きく波打つ．

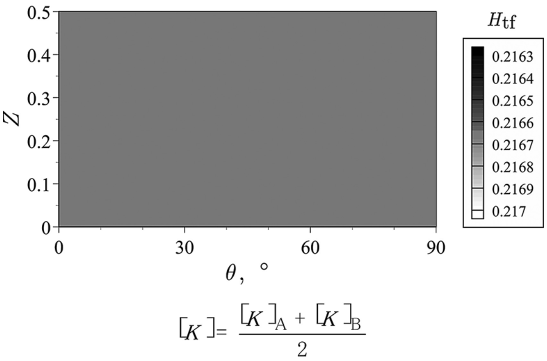
これに対し，平面シェルモデルでは，膜効果と曲げ効果の連成作用を考慮しない[5]ため，内圧に等価な節点外力の作用を要素が受ける場合，それを曲げに関わる剛性のみで担う変形様式となる(Fig. 16(b))．その剛性は，膜効果の寄与がない分，曲りばりモデルに比べて，高い．この結果，内圧の作用のもとで一様に広がる場合のトップフォイル変位は，Fig. 12 に示したように，やや小さめに評価される．一方で，バンプ等価ばねからの反力が作用する場合は，曲りばりモデルと同様に，それを配置する節点の曲げに関わる剛性が高められ



(a) Mesh A

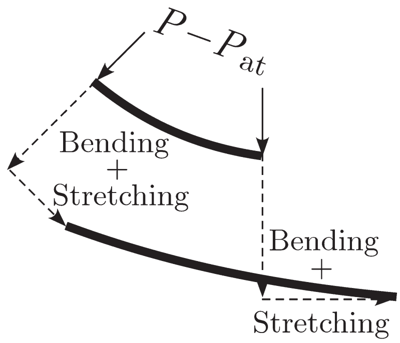


(b) Mesh B

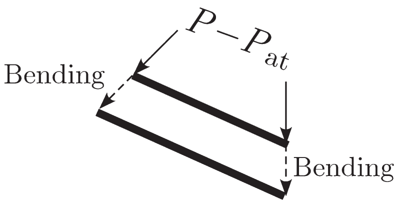


(c) Mesh (A＋B)

Fig. 15　Distribution of thin cylinder under the action of a uniform internal pressure (Shell model)



（a）Beam model



（b）Shell model

Fig. 16　Deformation mode of element

るだけでなく，要素の伸びが生じないためバンプ等価ばねを配置しない節点における曲げに関わる剛性も見かけ上，高くなる．その結果，曲げに関わる剛性は円周方向に大きくは変化せず，Fig. 14 に示したような波打ちの小さいトップフォイル変位の分布となる．

以上，比較的単純な問題を解くことを通して，前節で問題提起した，トップフォイルの変形解析モデルの変更にともなうトップフォイル変位H_{tf}の大幅な低減の原因が，膜効果と曲げ効果の連成作用を考慮しない平面シェルモデルを採用したことにあることが明らかになった．

5．おわりに

バンプフォイル軸受の理論性能は，従来，トップフォイルを曲りばりでモデル化して，予測してきた．このようなモデル軸受は，空気膜厚さが軸方向に一様であるとみなすことができる場合は有用性が高く，比較的短時間で軸受性能予測値を求めることができる利点がある．

これに対し，本研究では，空気膜厚さの軸方向変化が無視できない状況に対応できるよう，トップフォイルを薄肉シェル構造物とみなして軸受面の変形解析を行った．シェル構造物の有限要素モデルは，平面シェル要素を採用した．この変形解析モデルの変更が軸受性能や空気膜特性に及ぼす影響について調べた結果，気体軸受数が大きい場合に，空気膜の厚さ，圧力，反力がその影響を受け，最小空気膜厚さをもとにして決める最大負荷容量が低下することが判明し，空気膜厚さの軸方向への変化を考慮した軸受性能予測の必要性が明らかになった．その一方で，平面シェルモデルを採用する場合は，膜効果と曲げ効果が連成しないために，トップフォイルの変位が大幅に低下することも明らかになった．

曲りばりモデルを適用する従来の研究[2, 3]を空気膜厚さの軸方向への変化を適切に考慮できるように発展させるためには，平面シェル要素の代わりに，膜効果と曲げ効果が相互に連成し合うシェル要素を適用することが望ましいと結論づける．このようなシェル要素にアイソパラメトリックシェル要素がある．次報では，この要素を適用した場合について報告する．

文　献

1） H. Heshmat：Advancements in the Performance of Aerodynamic Foil Journal Bearings：High Speed and Load Capacity, ASME J. Tribology, **116**, 2（1994）287.
2） 畠中清史・道田大樹・橋元洋人：バンプフォイル軸受の理論最大負荷容量に及ぼすトップフォイルの浮上および取付状態の影響（第 2 報：軸受設計変数に関する広範な調査), 機論（C), **77**, 777（2011）1866.
3） 畠中清史・生島大喜・道田大樹：バンプフォイル軸受の理論安定限界速度とホワール比（第 2 報）―トップフォイルの浮上および取付状態の影響―, トライボロジスト, **55**, 8（2010）585.
4） 畠中清史・山口陽平・生島大喜：バンプフォイル軸受の理論安定限界速度とホワール比（第 1 報）―過大な静摩擦と組立予圧の影響―, トライボロジスト, **53**, 12（2008）842.
5） 鷲津久一郎・宮本　博・山田嘉昭・山本善之・川井忠彦：有限要素法ハンドブックⅠ基礎編, 培風館（1981）292.
6） 鷲津久一郎・宮本　博・山田嘉昭・山本善之・川井忠彦：有限要素法ハンドブックⅠ基礎編, 培風館（1981） 234.
7） J. L. Batoz：An Explicit Formulation for an Efficient Triangular Plate-Bending Element, International Journal for Numerical Methods in Engineering, **18**, 7（1982）1077.
8） 日本機械学会編：機械工学便覧基礎編 A4 材料力学, 日本機械学会（1984）71.

付録

本論文で使用した主な無次元量と有次元量との関係は次の通りである．

$$E_{\mathrm{tf}}=\frac{ce_{\mathrm{tf}}}{p_{\mathrm{at}}r_{\mathrm{tf}}}$$

$$F_I=\frac{f_i}{p_{\mathrm{at}}r_{\mathrm{j}}l_{\mathrm{j}}}\ (I=X,Y,\ \ i=x,y)$$

$$H=\frac{h}{c}$$

$$H_{\mathrm{tf}}=\frac{h_{\mathrm{tf}}}{c}$$

$$K_{\mathrm{bf}}=\frac{60ck_{\mathrm{bf}}}{p_{\mathrm{at}}r_{\mathrm{tf}}l_{\mathrm{j}}}$$

$$P=\frac{p}{p_{\mathrm{at}}}$$

$$X_{\mathrm{j}}=\frac{x_{\mathrm{j}}}{c}$$

$$Y_{\mathrm{j}}=\frac{y_{\mathrm{j}}}{c}$$

$$Z=\frac{z}{l_{\mathrm{j}}}$$

$$\Gamma=\frac{w_g}{2r_{\mathrm{j}}l_{\mathrm{j}}p_{\mathrm{at}}}$$

$$\varepsilon=\frac{e}{c}$$

$$\Lambda=\frac{l_{\mathrm{j}}}{2r_{\mathrm{j}}}$$

$$\tau_{\mathrm{tf}}=\frac{t_{\mathrm{tf}}}{r_{\mathrm{tf}}}$$

$$\Omega=\frac{6\mu\omega}{p_{\mathrm{at}}}\left(\frac{r_{\mathrm{j}}}{c}\right)^2$$

ただし，c：軸受平均半径すきま，e：偏心量，e_{tf}：トップフォイルの縦弾性係数，h：空気膜厚さ，h_{tf}：トップフォイルの半径方向変位，k_{bf}：バンプ等価ばねのばね定数，l_{j}：軸受幅，p：空気膜圧力，p_{at}：大気圧，r_{j}：ジャーナル半径，r_{tf}：トップフォイル半径，t_{tf}：トップフォイル厚さ，w_g：軸受荷重，x_{j}：鉛直方向の偏心率，y_{j}：水平方向の偏心率，z：軸方向座標，μ：粘度，w：軸回転角速度