

## 導体層を有する薄い圧電バイモルフの ソリッド圧電-シェル逆圧電分離型解析\*

### Solid piezoelectric - shell inverse piezoelectric partitioned analysis method for thin piezoelectric bimorph with conductor layers

高田 黎<sup>1)</sup>, 石原 大輔<sup>2)</sup>, Prakasha Chigahalli Ramegowda<sup>1)</sup>, 二保 知也<sup>2)</sup>, 堀江 知義<sup>2)</sup>

Rei TAKATA, Daisuke ISHIHARA, Prakasha Chigahalli Ramegowda,

Tomoya NIHO and Tomoyoshi HORIE

<sup>1)</sup> 九州工業大学大学院情報工学府 (〒820-8502 飯塚市川津 680-4)

<sup>2)</sup> 九州工業大学大学院情報工学研究院 (〒820-8502 飯塚市川津 680-4)

Piezoelectric bimorph for actuators and sensors is usually thin and includes conductor layers such as the electrode and the shim plate. Therefore, this study deals with the coupled piezoelectric and inverse-piezoelectric analysis of thin piezoelectric bimorph with the conductor layers. Solid elements can describe the various types of distributions of electric potential along the thickness, while shell elements are more appropriate to analyze the thin structures. Therefore, instead of using piezoelectric solid elements or piezoelectric shell elements for both the piezoelectric and inverse-piezoelectric analyses, the solid and shell elements are used to simulate the electrical and structural fields, respectively. The coupled algorithm is based on the block Gauss-Seidel method and the transformation method between the solid and shell variables. In the structural analysis, the rule of mixtures for the bending rigidity and the mass is used. A pseudo-piezoelectric evaluation method for the conductor is proposed in order to use the existing programs for the piezoelectric and inverse-piezoelectric analyses without any modification. Finally, it is demonstrated that the proposed method shows very accurate potential distributions in the actuator and sensor modes of the thin piezoelectric bimorph with the conductor layers.

**Key Words:** Piezoelectric Bimorph, Composite, Shell, Solid, Partitioned Iterative Method, Sensor, Actuator, Finite Element Method

## 1. 緒言

近年、圧電材を用いた応用技術の一つとして、エネルギーハーベスティングが注目されている。変形時の圧電効果を利用して発電するもので、発電量を増やすために大きなたわみが生じる薄いバイモルフ型が多く研究されている<sup>(1)(2)</sup>。また、圧電材には電流を流すと変形する逆圧電効果を持ち、圧電バイモルフは構造が単純で発生力が大きく、それ自体が支持構造としての役割も果たせることから、MEMSの駆動源としても有効と考えられる<sup>(3)(4)</sup>。これらの応用を含めて、実際のセンサーやアクチュエータでは、Fig. 1に示すように、通常、圧電バイモルフに電極やシム材といった導体が挿入されてい

る。センサーモードにおいては、変形の結果、圧電効果によって電極に生じる電位が利用され、アクチュエータモードにおいては、電極に電圧を印加し、逆圧電効果によって変形させる。またシム材は電極としての役割に加えて、圧電材を補強する役割を持つ。ゆえに、本研究では、導体層を有する薄い複合材圧電バイモルフを考える。

圧電材料にひずみが生じると電界が生じ(圧電効果)、逆に電界が生じるとひずみが生じる(逆圧電効果)<sup>(5)</sup>。これらの効果は、圧電材料の構成式(圧電基本式)によって相互に影響を及ぼし合う。ゆえに圧電材料の挙動を正確に予測するためには、圧電解析と逆圧電解析を連成させる必要がある。

この連成解析における要素選択に関して、従来、次の2通りの方法が用いられている: 1つ目の方法では、両方の解析にソリッド要素を用いる(以後、ソリッド圧電-ソリッド逆圧電と呼ぶ)。圧電解析において、任意の電位分布を表現でき

\* 原稿受付 2019年02月21日, 改定年月日 2019年06月13日, 発行年月日 2019年06月28日, ©2019年 日本計算工学会.  
Manuscript received, February 21, 2019; final revision, June 13, 2019; published, June 28, 2019. Copyright © 2019 by the Japan Society for Computational Engineering and Science.

るが、逆圧電解析において、薄い構造を扱うには、細かいメッシュ分割が必要となる。2つ目の方法では、両方の解析にシェル要素を用いる(以後、シェル圧電-シェル逆圧電と呼ぶ)。逆圧電解析において、薄い構造を精度良く解析できるが、圧電解析において、厚さ方向の電位分布の関数形を予め規定する必要がある。ゆえに、薄い圧電バイモルフに対して、任意の電位分布が表現できて、薄い構造を精度よく解析できる要素選択が重要となる<sup>(6)</sup>。

導体層を有する圧電材の場合、導体電位を未知量として解析する代わりに、導体部分を弾性体とし、その電位を境界条件として与える方法がある<sup>(7)</sup>。しかしながら、一般性を考えると、導体電位を未知量として扱えることが望ましい。そのような方法として、圧電体と導体をそれぞれの解析プログラムで解いて連成させる方法や、圧電体と導体の境界に等電位の拘束条件を課す方法が挙げられる。しかしながら、これらの方法では、解析プログラムを新規に作成したり、既存の解析プログラムに改良を施したりする必要がある。そこで本研究では、圧電解析にソリッド要素を用いる圧電材の解析プログラムを再利用して、導体電位を未知量として解析できる方法を提案する。

以上により、本研究では、ソリッド要素を用いた圧電解析、シェル要素を用いた逆圧電解析の連成を行う。さらに、圧電解析に、導体を疑似圧電体と評価する方法、逆圧電解析に材料の複合則を適用することで、導体層を含む圧電バイモルフへの解析を可能とする。これらによって、導体層を含む薄い複合材圧電バイモルフに対する効率的で高精度な解析手法を実現する。

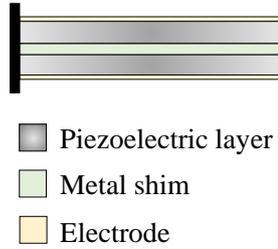


Fig. 1. Piezoelectric bimorph with a metal shim.

## 2. ソリッド圧電-シェル逆圧電分離型解法

Fig. 2に、本分離型解法<sup>(6)</sup>を模式的に示す。圧電材料の有限要素定式化に基づく圧電-逆圧電分離型解法の中で、ソリッド要素による圧電解析(以後、ソリッド圧電解析と呼ぶ)、シェル要素による逆圧電解析(以後、シェル逆圧電解析)を行う。以後、この方法をソリッド圧電-シェル逆圧電と呼ぶ。ソリッド圧電解析とシェル逆圧電解析を連成させるとき、異なる自由度の間での変換(以後、シェル-ソリッド変換と呼ぶ)を行う。

2.1 圧電材料の有限要素離散化方程式 弾性体の平衡方程式、電気変位の連続条件式、圧電基本式、ひずみ-変位変換式、電界-静電ポテンシャル関係式に対して、有限要素

定式化を行って、圧電材料の有限要素離散化方程式を次のように得る：

$$\mathbf{K}_{\phi\phi}\boldsymbol{\phi} + \mathbf{K}_{u\phi}^T \mathbf{u} = \mathbf{q} \quad (1)$$

$$\mathbf{K}_{u\phi}\boldsymbol{\phi} + \mathbf{K}_{uu} \mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (2)$$

ここで $\mathbf{K}_{\phi\phi}$ 、 $\mathbf{K}_{u\phi}$ 、 $\mathbf{K}_{uu}$ は、それぞれ、誘電、圧電、剛性のマトリクスを表し、 $\boldsymbol{\phi}$ 、 $\mathbf{u}$ 、 $\mathbf{q}$ 、 $\mathbf{F}$ は、それぞれ、電位、変位、電荷、外力のベクトルを表し、添え字 T は行列の転置を表し、これらのマトリクスは次のように表せる：

$$\mathbf{K}_{\phi\phi} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_{\phi}^T \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{B}_{\phi} d\Omega \quad (3)$$

$$\mathbf{K}_{u\phi} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_{u}^T \mathbf{e} \mathbf{B}_{\phi} d\Omega \quad (4)$$

$$\mathbf{K}_{uu} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_{u}^T \mathbf{C} \mathbf{B}_{u} d\Omega \quad (5)$$

ここで $\Omega$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 、 $\mathbf{e}$ 、 $\mathbf{C}$ は、それぞれ、圧電材料の領域、誘電率テンソル、圧電テンソル、弾性テンソルを表し、 $\mathbf{B}_{\phi}$ 、および、 $\mathbf{B}_{u}$ は、それぞれ、電位の補間関数の勾配、および、変位の補間関数の勾配を表す。

2.2 圧電-逆圧電分離型解析 式(1)から圧電解析、式(2)から逆圧電解析の式を、それぞれ、次式のように得る：

$$\mathbf{K}_{\phi\phi}\boldsymbol{\phi} = \mathbf{q} + {}^e\mathbf{q} \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_{uu} \mathbf{u} = \mathbf{F} + {}^e\mathbf{F} \quad (7)$$

ここで ${}^e\mathbf{q}$ と ${}^e\mathbf{F}$ は、それぞれ、次式によって与えられ、前者は圧電効果による電荷、後者は逆圧電効果による外力を表す：

$${}^e\mathbf{q} = -\mathbf{K}_{u\phi}^T \mathbf{u} \quad (8)$$

$${}^e\mathbf{F} = -\mathbf{K}_{u\phi}\boldsymbol{\phi} \quad (9)$$

ここで上付き添え字 e は電気的量であることを表す。圧電解析と逆圧電解析の連成には、分離反復型解法の一つであるブロックガウスザイデル法を用いる。式(6)および(7)にブロックガウスザイデル法を適用すると、次式を得る。

$$\mathbf{K}_{\phi\phi}\boldsymbol{\phi}_{(i+1)} = \mathbf{q} + {}^e\mathbf{q}_{(i)} \quad (10)$$

$$\mathbf{K}_{uu} \mathbf{u}_{(i+1)} = \mathbf{F} + {}^e \mathbf{F}_{(i+1)} \quad (11)$$

ここで  $i=0, 1, 2, \dots$  は反復回数を表す。

**2.3 シェル-ソリッド変換<sup>6)</sup>** 圧電解析においては、任意の電位分布を表現するため、ソリッド要素を用いる。一方、逆圧電解析においては、圧電バイモルフの薄い構造を考慮して、シェル要素を用いる。ここでソリッド要素のメッシュ（以後、ソリッドメッシュと呼ぶ）とシェル要素のメッシュ（以後、シェルメッシュと呼ぶ）は自由度数が異なるため、これらを整合させるための物理量の変換を行う。

ソリッドメッシュで評価された逆圧電効果による外力  ${}^e \mathbf{F}$  (9) を用いて、式 (11) によるシェル逆圧電解析を行うためには、シェルメッシュに作用する力  ${}^e \mathbf{F}^s$  とモーメント  ${}^e \mathbf{M}^s$  を、 ${}^e \mathbf{F}$  と力学的に等価であるように、与えれば良い。ここで上付き添え字  $s$  はシェルメッシュに関する量を表す。 ${}^e \mathbf{F}$  から  ${}^e \mathbf{F}^s$  と  ${}^e \mathbf{M}^s$  への変換を、変換行列  ${}^e \mathbf{T}$  を用いて次のように表す：

$${}^e \mathbf{F}^s = {}^e \mathbf{T} {}^e \mathbf{F} \quad (12)$$

ここで  ${}^e \mathbf{T} = [{}^e \mathbf{F}^s, {}^e \mathbf{M}^s]^T$  である。ブロック Gauss-Seidel 法の適用も含めた、シェル逆圧電解析は次式により表される：

$$\mathbf{K}_{uu}^s \mathbf{u}_{(i+1)}^s = \mathbf{F}^s + {}^e \mathbf{F}_{(i+1)}^s \quad (13)$$

ここで  $\mathbf{F}^s$  は機械的外力のベクトルを表す。

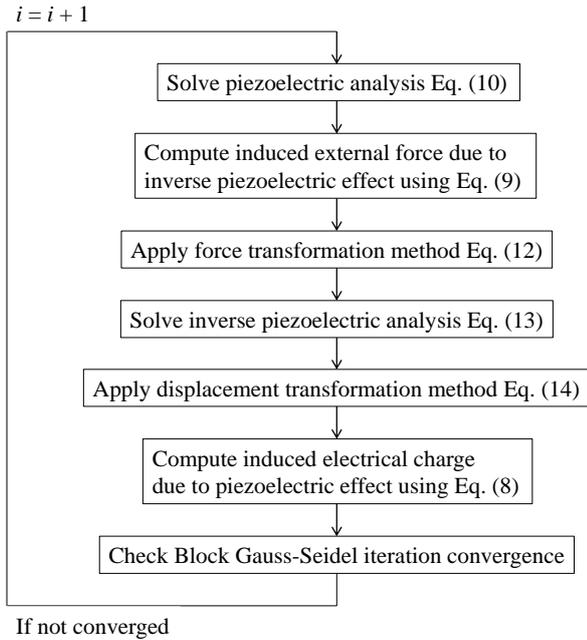


Fig. 2. Schematic of solid piezoelectric - shell inverse piezoelectric partitioned analysis method.

ソリッドメッシュで評価された圧電効果による電荷 (8) を求めるために、シェル逆圧電解析の式 (13) を解いて得られるシェルメッシュの変位  $\mathbf{u}^s$  をソリッドメッシュの変位  $\mathbf{u}$  に変換する必要がある。 $\mathbf{u}^s$  から  $\mathbf{u}$  への変換を

$$\mathbf{u} = {}^u \mathbf{T} \mathbf{u}^s \quad (14)$$

と表す。この変換行列  ${}^u \mathbf{T}$  は、シェル要素の変位補間式によって、一般的に与えることができる。

以上をまとめると、本研究のソリッド圧電-シェル逆圧電分離型解法は Fig. 2 に示すような流れとなる。ソリッドメッシュを用いた圧電解析を行い、逆圧電効果による外力を求め、シェルメッシュに作用する外力へ変換する。また、シェルメッシュを用いた逆圧電解析を行い、ソリッドメッシュの変位に変換し、圧電効果による電荷を求める。これらを反復させることで、圧電-逆圧電連成を実現する。

### 3. 導体層を有する圧電バイモルフの評価

**3.1 シェル逆圧電解析における材料の複合則** 本研究では、導体層を有する圧電バイモルフを単一のシェル構造で表す。圧電バイモルフの変形においては、曲げが支配的であることから、曲げ応力分布を考慮する材料複合則を用いる。ゆえに、曲げ剛性に関する複合則は、

$$Y^s I^s = \sum_{j=1}^n Y_j^s I_j^s \quad (15)$$

と与えられる。ここで  $Y^s$ ,  $I^s$  は、それぞれ、ヤング率、断面 2 次モーメントを表し、 $j$  は  $j$  番目の積層材料、 $n$  は材料の総積層数を表す。

**3.2 ソリッド圧電解析における導体層の疑似圧電体評価方法** 導体層を有する圧電バイモルフの解析においては、電气的特性の異なる導体と圧電体を同時に考慮する必要がある。本方法では、圧電体における有限要素方程式 (1) を変形することで、導体における有限要素方程式を表現する。

導体の圧電定数は 0 なので、圧電マトリクス (3) の圧電テンソル  $\mathbf{e}$  は、

$$\mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (16)$$

である。ゆえに、式 (1) は、

$$\mathbf{K}_{\phi\phi} \phi = \mathbf{q} \quad (17)$$

となり、有限要素離散化された誘電体の支配方程式と一致する。導体の電气的特性として、内部において電界の強さが 0 となるので、誘電率  $\epsilon$ 、電束密度  $D$ 、および、電界  $E$  の構成

則は、

$$\varepsilon = D/E \rightarrow \infty \text{ as } E \rightarrow 0 \quad (18)$$

となる。ゆえに、導体は誘電率無限大の誘電体とみなせる。よって、式 (17) は、誘電マトリクス (4) の誘電率テンソル  $\varepsilon$  の各成分を十分に大きい値とすることで、静電界中の導体の有限要素離散化方程式となる。

以上により、提案方法は、圧電バイモルフに挿入された導体層を  $\mathbf{e} = \mathbf{0}$ ,  $\varepsilon \rightarrow \infty$  の疑似的な圧電体として評価する (疑似圧電体評価方法)。本方法を用いることにより、既存の解析プログラムを何の変更も無しに再利用することができる。

## 4. アクチュエータモードおよびセンサーモードにおける本解析法の検証

**4.1 問題設定** Figs. 3, および, 4 に、それぞれ、アクチュエータモード、および、センサーモードの概要を示す。Fig. 5に、解析に用いるメッシュのxy平面図を示す。長さ方向、幅方向の分割数をそれぞれ40, 1とする。ソリッドメッシュの圧電体とシム材の層の厚さ方向の分割数を、それぞれ4, 2とする (全体の厚さ方向の分割数は10となる)。同図に示すように、圧電解析と逆圧電解析の間で、長さ、および、幅の分割数を一致させる。圧電バイモルフ全体の長さ $L$ と幅を、それぞれ、250 mmと20 mm、圧電体とシム材の層の厚さを、それぞれ、2.5 mmと0.5 mmとする。ここで、各層の厚さを合計した全体の厚さを $t$ とすると、 $t = 5.5$  mmである。圧電材料をPVDF、シム材を真ちゅうとし、それらの材料定数をTable 1に示す。電極は非常に薄いので、基本境界条件として与える。ソリッド要素を6面体2次要素、シェル要素をMITC4シェル要素<sup>®</sup>とする。本アクチュエータモードにおいては、分極方向をシリーズ型とし、下面に接地に対応する0 Vを与えて、上面に印加電圧 $V = 1$  Vを与える。本センサーモードにおいては、分極方向をパラレル型とし、上面と下面の電圧に0 V、構造先端に、機械的外力  $F = 1$  mNを与える。

**4.2 電位分布** Fig. 6 に、本センサーモードにおける圧電バイモルフの厚さ方向、および、長さ方向の電位分布を示す。またFig. 6における固定端付近、自由端付近の拡大図をそれぞれFigs. 7, 8に示す。ここで電位の正をy方向負であるように表示し、またその大きさをカラーコンターによっても表している (ピンク : 0.38 V, 青 : 0 V)。なお、この電位分布は、圧電バイモルフの幅方向にほぼ一定である。

この電位分布の中で、特に固定端と自由端における電位分布をFig. 9に示す。固定端付近には応力が集中するため、大きな圧電効果が生じる。同時に誘電分極も発生するが、圧電効果の影響が誘電分極の影響を上回る。そのため、各圧電層において、2次関数的な電位分布が生じたと考えられる。一方、自由端付近では応力が非常に小さいため、圧電効果がほとんど生じない。

一方、固定端付近において、圧電効果により生じた電位は、シム材を通じて伝わり、自由端付近において、それによる誘電分極の影響が圧電効果の影響を上回る。そのため、各圧電層において、上下面に課された0 Vから、シム材に生じる一定の電位までの線形的な電位分布が生じたと考えられる。

このように、圧電効果の大小は電位分布の形状特性に強く影響し、かつ、圧電効果の連続的な変化と対応して、電位分布の形状特性が連続的に変化している。

シェル圧電-シェル逆圧電解析の場合、厚さ方向の電位分布の形状特性 (1次関数、あるいは、2次関数) を予め規定する必要がある。ゆえに、本センサーモードに生じる電位分布を解析することは困難である。

アクチュエータモードにおける厚さ方向に沿った電位分布をFig. 10に示す。アクチュエータモードにおいては、印加電圧による誘電分極の影響が圧電効果の影響を上回るため、圧電層の電位分布は線形的である。

Table 1. Material properties of PVDF and Brass.

	PVDF	Brass
Young's modulus [GPa]	2.0	110
Poisson's ratio	0.29	0.35
Piezoelectric constant [C/m <sup>2</sup> ]	0.046	-
Dielectric constant (Permittivity) [F/m]	$1.063 \times 10^{-10}$	0.01

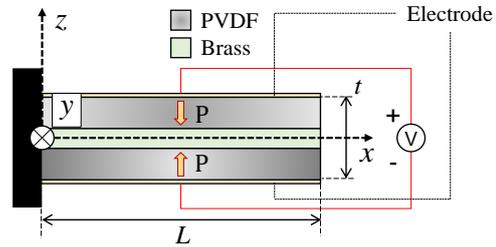


Fig. 3. Problem setup in actuator mode.

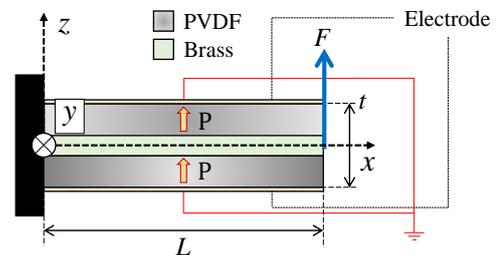


Fig. 4. Problem setup in sensor mode.

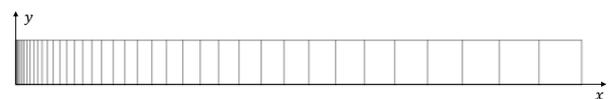


Fig. 5. xy plane view of element division.

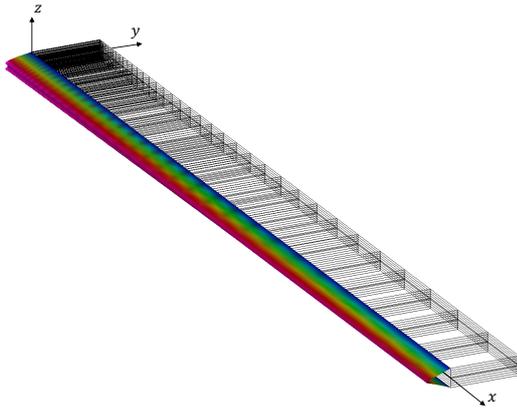


Fig. 6. Potential distribution along the thickness in the sensor mode.

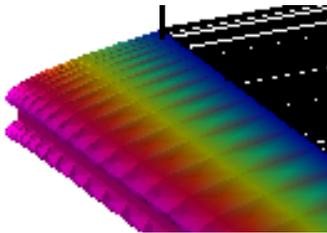


Fig. 7. Detail of the potential distribution along the thickness near the fixed end in the sensor mode.

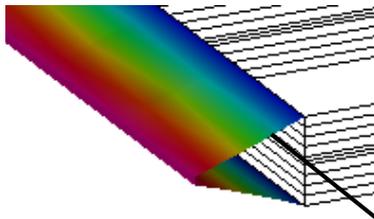


Fig. 8. Detail of the potential distribution along the thickness near the free end in the sensor mode.

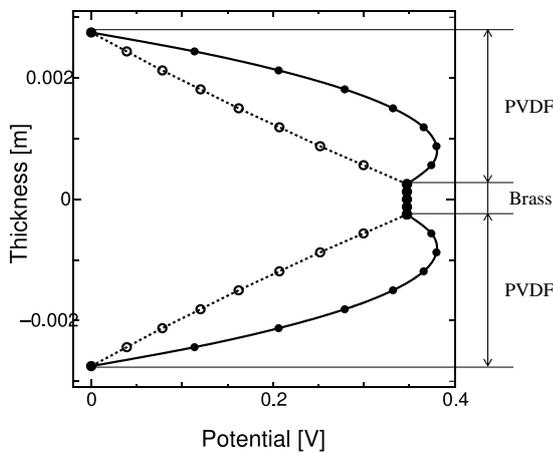


Fig. 9. Potential distribution in the present sensor mode. The solid line expresses that at the fixed end, and the dotted line expresses that at the free end.

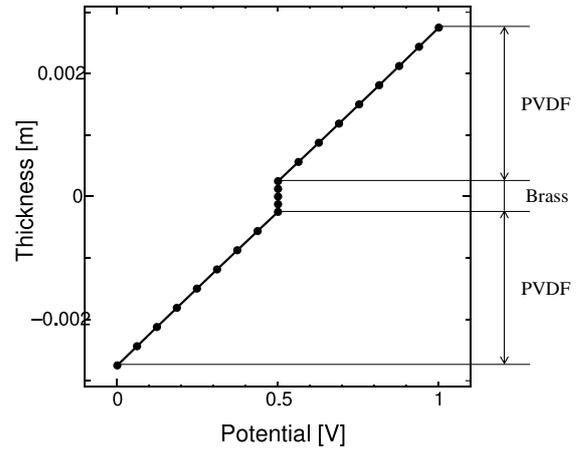


Fig. 10. Potential distribution in the actuator mode.

4.3 疑似圧電体評価方法の妥当性 Fig.9, Fig.10より, シム層の電位は一定であり, 導体の等電位性が表されている. ゆえに, 提案する疑似圧電体評価方法は, アクチュエータモードおよびセンサーモードの両方において, 導体層を有する圧電バイモルフに生じる電位分布の特性をよく表していると言える.

次に, アクチュエータモード, および, センサーモードにおける本数値結果と理論解の比較を, それぞれ, Table 2, および, Table 3に示す. ここでアクチュエータモードには先端変位, センサーモードにはシム材電位を用いた. これらの表に示すように, 疑似圧電体評価法によって精度良く解析できることがわかる. 以上から, 提案する疑似圧電体評価方法の妥当性が示された.

Table 2. Comparison between numerical solution and theoretical solution: Tip deflection in actuator mode.

Numerical solution [m]	Theoretical solution <sup>(9)</sup> [m]	Relative error [%]
$7.439 \times 10^{-8}$	$7.473 \times 10^{-8}$	0.460

Table 3. Comparison between numerical solution and theoretical solution: Potential at metal shim in sensor mode.

Numerical solution [V]	Theoretical solution <sup>(10)</sup> [V]	Relative error [%]
$3.474 \times 10^{-1}$	$3.524 \times 10^{-1}$	1.417

提案する疑似圧電体評価方法においては, シム材の誘電率 $\epsilon$ を人工的に十分に大きな値に設定する. ここではその数値計算への影響を調べる. 理論上, 導体の誘電率は無限大であるが, 過剰に大きな値を与えると, 数値計算の誤差によって, 不適切な解が得られる可能性がある. 逆に, 大きさが不十分な値を与えると, シム材が誘電体の挙動を示すようになり, 導体の等電位性を示さなくなる. Fig. 11に, アクチュエータモードにおいて,  $\epsilon$ を様々に変えたときの厚さ方向に沿った電位分布を示す. 同図に示すように,  $\epsilon$ が $10^5$ から $10^0$ の5桁の

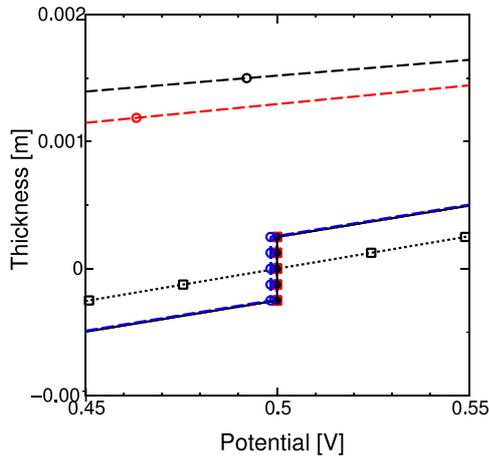


Fig. 11. Parametric study of the dielectric constant of the metal shim in the present actuator mode. The white, blue, and red squares correspond to  $\epsilon = 10^{-10}$ ,  $10^{-5}$ , and  $10^{-2}$ , respectively, and the black, blue, red, and white circles correspond to  $\epsilon = 10^0$ ,  $10^2$ ,  $10^5$  and  $10^{10}$ , respectively.

範囲に渡って、シム層、および、圧電層の電位分布が適切に解析できているので、誘電率を適切に十分に大きな値に設定できることが示された。

**4.4 精度と計算量** ここでは、本解析手法（図におけるShell-Solid）とソリッド圧電-ソリッド逆圧電解析手法<sup>(11)</sup>（図表におけるSolid-Solid）による解析結果のメッシュ収束を調査し、その結果に基づき、それらの精度と計算量の比較を行う。本研究では6面体2次要素を用いるので、メッシュの、長さ方向の分割数のみ変化させて10~80とし、幅方向、厚さ方向の分割数は、4.1節の通りとする。また長さ  $L$  と厚さ  $t$  の寸法の比（Figs. 12, 13における  $L/t$ ）を変更する。

アクチュエータモードにおける本解析手法とソリッド圧電-ソリッド逆圧電解析手法の比較をFig. 12、センサーモードにおけるそれをFig. 13に示す。縦軸には、4.3節と同じ理論解を用いて、数値解との誤差を示している。本解析手法においては、厚さを変えてもほぼ一定の精度の高さで解析できているのに対し、ソリッド圧電-ソリッド逆圧電解析においては、厚さが薄くなるにつれて、精度が低下していることが判る。また、これらの解析手法の間で、同程度の精度を得るのに必要な自由度数を比較する。例えば、本手法における約100自由度とソリッド圧電-ソリッド逆圧電解析手法における約10000自由度が対応しており、必要な自由度数が2桁程度違うことが判る。

最後に、アクチュエータモードにおいて、同程度の精度を得るのに必要な計算時間を比較する。連立1次方程式の解法には、本手法とソリッド圧電-ソリッド逆圧電解析手法の両者にガウスの消去法を用いた。計算の核は連立1次方程式の求解であるため、それを解くのに要する計算時間を比較すると、本手法では  $2.41 \times 10^{-3}$  s、ソリッド圧電-ソリッド逆圧電解析手法では  $1.45 \times 10^1$  s となり、本手法の方が高速に計算できること

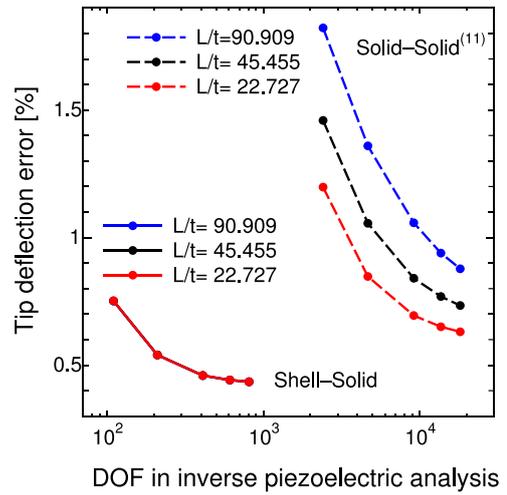


Fig. 12. Comparison between Shell-Solid and Solid-Solid in the actuator mode.

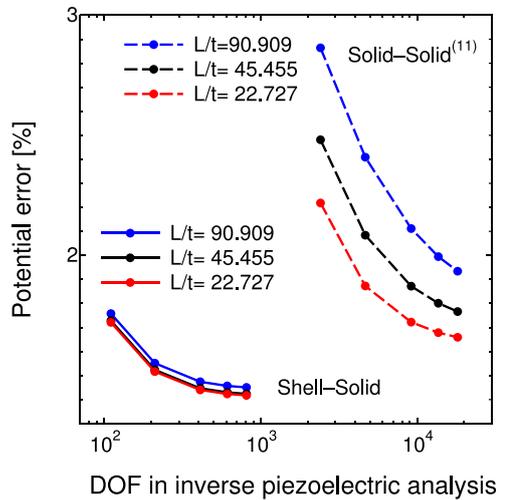


Fig. 13. Comparison between Shell-Solid and Solid-Solid the sensor mode.

が分かる。

以上より、本手法は、ソリッド圧電-ソリッド逆圧電解析と比べて、精度と計算量に関して優位であると言える。

## 5. 結言

本研究では、導体層を含む薄い圧電パイモルフに対する効率的で高精度な解析手法を提案した。疑似圧電体評価法を用いることで、材料定数の変更のみで、既存の圧電解析プログラムにより、導体層を有する圧電パイモルフを汎用的に解析できる。従来のシェル圧電-シェル逆圧電解析手法は、電位分布の形状特性が連続的に変化するような複雑な問題を解くことが本質的に難しい。一方、本解析手法はそのような問題でも正確に解析することができる。また、従来のソリッド圧電-ソリッド逆圧電解析に比べて、効率的で高精度な解析が可能である。

今後は、本解析手法をエネルギーハーベスティングといっ

た導体層を含む薄い圧電バイモルフの応用分野に適用する。

## 謝辞

本研究は JSPS 科研費 17H02830 の助成を受けたものである。

## 参考文献

- (1) A. Erturk and D. J. Inman, *Piezoelectric Energy Harvesting*, John Wiley & Sons, Ltd, 2011.
- (2) H. Mutsuda, Y. Tanaka, R. Patel and Y. Doi, Harvesting flow-induced vibration using a highly flexible piezoelectric energy device, *Applied Ocean Research*, Vol. 68, 2017, pp. 39-52.
- (3) M. Karpelson, G. Y. Wei, and R. J. Wood, A review of actuation and power electronics options for flapping-wing robotic insects, *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 779-786.
- (4) D. Ishihara, N. Ohira, M. Takagi, T. Horie, Fluid-structure interaction design of insectlike micro flapping wing, *Proceeding of the VII International Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering (COUPLED PROBLEMS 2017)*, pp. 870–875.
- (5) J. Curie, P. Curie, Development via compression of electric polarization in hemihedral crystals with inclined faces, *Bull Soc Mineral*, 1880, pp. 90–93.
- (6) P. C. Ramegowda, D. Ishihara, T. Niho and T. Horie, A novel coupling algorithm for the electric field-structure interaction using a transformation method between solid and shell elements in a thin piezoelectric bimorph plate analysis, *Finite Elements in Analysis and Design*, In press.
- (7) Y. Kuang and M. Zhu, Design study of a mechanically plucked piezoelectric energy harvester using validated finite element modeling, *Sensors and Actuators*, Vol, A263, 2017, pp. 510-520.
- (8) H. Noguchi and T. Hisada, Sensitivity analysis in post-buckling problems of shell structures, *Computers & Structures*, Vol. 47, No. 4/5, 1993, pp. 699-710.
- (9) Q. M. Wang and L. E. Cross, Performance analysis of piezoelectric cantilever bending actuators, *Ferroelectrics*, Vol. 215, 1998, pp. 187-213.
- (10) Q. M. Wang, X. Du, B. Xu and L. E. Cross, Theoretical analysis of the sensor effect of cantilever piezoelectric benders, *Journal of Applied Physics*, Vol. 85, No. 3, 1999, pp. 1702-1712.
- (11) P. C. Ramegowda, D. Ishihara, T. Niho and T. Horie, Performance evaluation of numerical finite element coupled algorithms for structure-electric interaction analysis of MEMS piezoelectric actuator, *International Journal of Computational Methods*, Vol. 15, No. 3, 2018, 1850106.