

## 展望・総説・総論

# 球状黒鉛鑄鉄における切欠き強度の新たな評価方法（6） ——丸棒試験片におけるひずみ速度集中係数——

高木 怜\*・野田 尚昭†・佐野 義一‡・池田 朋弘§

## 1 はじめに

ひずみ速度集中係数の解析に関して、前回は高分子材料で使用実績のある両側切欠きを有する平板試験片を対象に取り上げた。本稿では、引張速度を変化させた球状黒鉛鑄鉄の引張試験における切欠き強度の評価に用いる円周切欠きを有する丸棒試験片を対象にする。ひずみ速度集中係数は前回の平板試験片と同様、FEMを用いて解析する。そして、切欠き深さや切欠き半径および試験片長さの影響について明らかにする。また、ひずみ速度集中係数の応力集中との関係についても言及する。

## 2 ひずみ速度集中係数の定義

円周切欠きを有する丸棒試験片は平板試験片と同様に、切欠き材の切欠き底の最大ひずみ速度  $\dot{\epsilon}_{\text{notch}}$  と平滑材のひずみ速度  $\dot{\epsilon}_{\text{smooth}}$  との比によって定義する（式（1））。

$$K_{t\dot{\epsilon}} = \frac{\dot{\epsilon}_{\text{notch}}}{\dot{\epsilon}_{\text{smooth}}} \quad (1)$$

ここで、平滑材のひずみ速度は引張速度、試験片長さから求めることができる（第5回式（2）参照）。一方、切欠き底の最大ひずみ速度をFEM解析で求めた結果から、切欠き底のひずみ速度

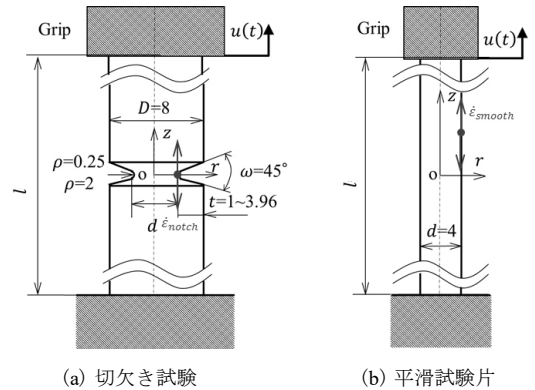


図1 試験片形状

$\dot{\epsilon}_{\text{notch}}$  は引張速度に対して比例的に増加することを明らかにしてきた<sup>1)</sup>。よってひずみ速度は切欠き材、平滑材とも引張速度に対して比例して上昇するため、その比  $K_{t\dot{\epsilon}}$  は引張速度に依存せず常に一定となる。すなわち、ひずみ速度集中係数  $K_{t\dot{\epsilon}}$  を式（1）のように切欠き材と平滑材の比として定義すると、切欠き底でのひずみ速度は、引張速度とひずみ速度集中係数から求まる（第5回式（3）参照）。

## 3 試験片長さがひずみ速度集中係数に及ぼす影響

応力集中係数  $K_t$  は  $l/D \geq 1$  ならば試験片長さ  $l$  に依存しないことが知られている。これはサンブナンの原理から説明できる<sup>5)</sup>。一方、ひずみ速度集中係数  $K_{t\dot{\epsilon}}$  は相対試験片長さ  $l/D$  に依存するので  $l/D$  の影響を調べる必要がある。

そこで、試験片長さ  $l/D$  を変えてひずみ速度集中係数  $K_{t\dot{\epsilon}}$  を計算した。表1に、切欠き半径  $2\rho/D = 0.0625$ ,  $2\rho/D = 0.5$  について、試験片長

\* 九州工業大学 大学院工学府  
(Rei Takaki)

† 九州工業大学 大学院工学研究院  
機械知能工学研究系 教授  
(Nao-Aki Noda)

‡ 九州工業大学 大学院工学研究院  
機械知能工学研究系  
(Yoshikazu Sano)

§ 日之出水道機器株式会社 R&D 総合センター  
(Tomohiro Ikeda)

表1 ひずみ速度集中係数  $K_{t\dot{\epsilon}}$  と試験片長さの関係 (図1(a)参照)

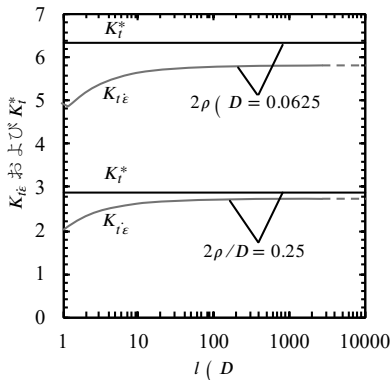
: 誤差1%以内

		$K_{t\dot{\epsilon}}$							
		0.0625 (0.015625)		0.25 (0.0625)		1 (0.25)		2 (0.5)	
$t$ (mm) ( $2t/D$ )	$\rho$ (mm) ( $2\rho/D$ )	0.25 (0.0625)	2 (0.25)	0.25 (0.0625)	2 (0.25)	0.25 (0.0625)	2 (0.25)	0.25 (0.0625)	2 (0.5)
$l/D$	$l$ (mm)								
1.00	8	1.894	1.286	2.900	1.602	4.969	2.058	5.580	2.237
1.25	10	1.920	1.303	2.940	1.627	4.902	2.163	6.128	2.490
1.5	12	1.933	1.313	2.963	1.642	5.046	2.240	6.629	2.718
1.75	14	1.940	1.316	2.976	1.649	5.270	2.297	7.049	2.916
2	16	1.941	1.317	2.982	1.654	5.232	2.344	7.405	3.090
2.5	20	1.938	1.316	2.985	1.656	5.344	2.410	8.055	3.374
3.5	28	1.933	1.312	2.983	1.657	5.474	2.489	8.836	3.775
5	40	1.929	1.310	2.980	1.658	5.576	2.553	9.528	4.148
10	80	1.925	1.308	2.980	1.659	5.700	2.633	10.488	4.685
40	320	1.923	1.306	2.980	1.660	5.798	2.693	11.236	5.190
80	640	1.922	1.305	2.979	1.660	5.814	2.705	11.391	5.285
160	1280	1.921	1.305	2.979	1.660	5.824	2.710	11.584	5.333
320	2560	1.921	1.305	2.978	1.660	5.824	2.712	11.622	5.358
640	5120	1.921	1.305	2.978	1.660	5.828	2.713	11.643	5.371
1280	10240	1.921	1.305	2.978	1.660	5.829	2.714	11.653	5.376
2560	20480	1.921	1.305	2.978	1.660	5.830	2.714	11.653	5.379

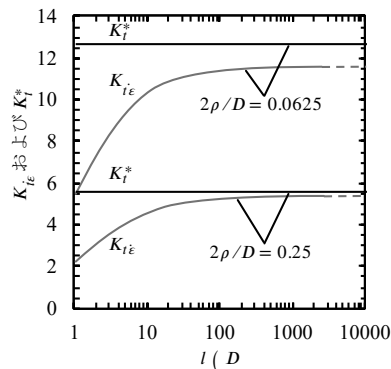
さ  $l/D$  を 1~2560 まで変化させた時のひずみ速度集中係数  $K_{t\dot{\epsilon}}$  を示す。また、切欠き半径  $2\rho/D = 0.0625, 0.5$  に対して、切欠き深さを  $2t/D = 0.015625, 0.0625, 0.25, 0.5$  と変化させた。さらに、図2に  $2t/D = 0.25, 0.5$  のときのひずみ速度集中係数  $K_{t\dot{\epsilon}}$ 、応力集中係数  $K_t^*$  を示

す。

表1と図2より、ひずみ速度集中係数  $K_{t\dot{\epsilon}}$  は、試験片の長さが増加するにつれて増加するが、比較的实际の問題に近い試験片半径4mmの4分の1、すなわち  $2t/D = 0.25$  の場合、 $l/D = 40$  で一定値に収束する。前回で解説した平板試験片で



(a) 切欠き深さ  $t=1$ mm ( $2t/D=0.25$ )



(b) 切欠き深さ  $t=2$ mm ( $2t/D=0.5$ )

図2 試験片長さがひずみ速度集中係数  $K_{t\dot{\epsilon}}$  と応力集中係数  $K_t^*$  に与える影響

表 2 種々の試験片長さにおけるひずみ速度集中係数  $K_{t\dot{\epsilon}}$  と応力集中係数  $K_t$  の関係

		$t$ (mm) ( $2t/D$ )		0.0625 (0.015625)		0.25 (0.0625)		1 (0.25)		2 (0.5)	
		$\rho$ (mm) ( $2\rho/D$ )		0.25 (0.0625)	2 (0.25)	0.25 (0.0625)	2 (0.25)	0.25 (0.0625)	2 (0.25)	0.25 (0.0625)	2 (0.25)
		$l$ (mm)	$l/D$								
Strain rate concentration factor	$K_{t\dot{\epsilon}}$	5	40	1.929	1.310	2.980	1.658	5.576	2.553	9.528	4.148
Stress concentration factor	$K_t$	1 $\sim$ $\infty$	1 $\sim$ $\infty$	1.944	1.295	2.697	1.518	3.553	1.615	3.185	1.420
	$K_t^* = K_t \cdot (D/d)^2$	1 $\sim$ $\infty$	8 $\sim$ $\infty$	2.006	1.336	3.069	1.727	6.316	2.871	12.740	5.680
Ratio	$K_{t\dot{\epsilon}}/K_t$	5	40	0.992	1.012	1.105	1.092	1.569	1.581	2.992	2.921
	$K_{t\dot{\epsilon}}/K_t^*$	5	40	0.962	0.980	0.971	0.960	0.883	0.889	0.748	0.730

は試験片長さが十分長いとき  $K_{t\dot{\epsilon}}$  は  $K_t^*$  と一致した。しかし、今回の丸棒試験片では  $K_{t\dot{\epsilon}}$  は常に  $K_t^*$  より低い値となる。なお、表 1 中の枠で囲んだ部分は  $K_{t\dot{\epsilon}}$  が一定になる最長長さにおける値との誤差が 1% 以内になる範囲を示している。前回の平板試験片の結果（第 5 回表 1 および図 2 参照）と比較すると、切欠きが浅い場合は丸棒試験片のほうが短い試験片長さで  $K_{t\dot{\epsilon}}$  が収束するが、深い切欠きの場合は平板試験片のほうが短い試験片長さで収束する。

表 2 に応力集中係数  $K_t$  と平滑部における引張応力に基づく応力集中係数  $K_t^*$  を示す。応力集中係数  $K_t$  は式 (2) のように定義する。一方、応力集中係数  $K_t^*$  は便宜上、ひずみ速度集中係数と応力集中係数の関係を明らかにすることを目的にそれらの比をとる際、その値を有限にするために用いる。 $K_t^*$  は平滑部における引張応力  $\sigma_{\text{gross}}$  に基づいて式 (3) のように定義する。ここで  $K_t$  と  $K_t^*$  の定義は前回の平板試験片の場合と異なることに注意が必要である。

$$K_t = \frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_{\text{net}}}, \quad \sigma_{\text{net}} = \frac{4P}{\pi d^2} \quad (2)$$

$$K_t^* = \frac{\sigma_{\text{max}}}{\sigma_{\text{gross}}} = K_t \cdot \left(\frac{D}{d}\right)^2, \quad \sigma_{\text{gross}} = \sigma_{\text{net}} \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^2 \quad (3)$$

#### 4 ひずみ速度集中係数と応力集中係数の関係

前章では  $2t/D = 0.25$  で  $l/D \geq 40$ ,  $2t/D = 0.5$  で  $l/D \geq 160$  で  $K_{t\dot{\epsilon}}$  が一定値となることを示した。

しかし、実用的な試験片長さにおいては一定値にならないため実用的な長さにおけるひずみ速度集中係数と応力集中係数の関係を知る必要がある。本章ではまず応力集中係数について述べ、実用的な長さにおける応力集中係数との関係について解説する。

#### 4.1 任意の切欠き形状寸法に対する応力集中係数

応力集中係数は過去に詳細な研究がなされており、野田・高瀬らは切欠き形状の全範囲に対して応力集中係数を与える計算式を提案している<sup>6)</sup>。円周切欠きを有する丸棒試験片では式 (4) で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{K_t}{K_{tN}} = & (1.0001 + 0.0036x - 0.0065x^2 + 0.0021x^3) \\ & + (0.0116 + 1.404x - 1.285x^2 + 0.1799x^3)\lambda \\ & + (-0.1311 - 8.165x + 9.687x^2 - 2.124x^3)\lambda^2 \\ & + (0.4240 + 16.94x - 22.77x^2 + 5.618x^3)\lambda^3 \\ & + (-0.5156 - 15.07x + 21.71x^2 - 5.571x^3)\lambda^4 \\ & + (0.2112 + 4.890x - 7.332x^2 + 1.896x^3)\lambda^5 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\lambda = 2t/D, \quad x = \begin{cases} d/2\rho (d/2\rho < 1) \\ 2 - 2\rho/d (d/2\rho \geq 1) \end{cases}$$

ここで  $K_{tN}$  は古くから用いられるノイバー三角則<sup>7)</sup>で得られる値で式 (5) から得られる。

$$K_{tN} = \frac{(K_{ts} - 1)(K_{td} - 1)}{\{(K_{ts} - 1)^{2.8} + (K_{td} - 1)^{2.8}\}^{1/2.8}} + 1 \quad (5)$$

式 (7) で、 $K_{ts}$  は浅い切欠きにおける応力集中係数、 $K_{td}$  は深い切欠きにおける応力集中係数であり、それぞれ式 (6), (7) で表される<sup>2)</sup>。

(半無限板の円弧形状型切欠き)

$$\frac{K_{tS}}{K_{tE}} = 1.000 - 0.127\xi + 0.2908\xi^2 - 0.1420\xi^3$$

(半無限板の60°V型切欠き) (6)

$$\frac{K_{tS}}{K_{tE}} = 1.148 - 0.160\eta - 0.0345\eta^2 + 0.0693\eta^3$$

$$\xi = \sqrt{t/\rho}, \quad \eta = \sqrt{\rho/t}, \quad K_{tE} = 1 + 2\sqrt{t/\rho}$$

$$\frac{K_{td}}{K_{tH}} = 1.0011 - 0.025485x$$

$$+ 0.015727x^2 + 0.006131x^3$$

$$K_{tH} = \left(\frac{1}{N}\right) \left\{ \frac{d}{2\rho} \sqrt{\frac{d}{2\rho} + 1} + (0.5 + \nu) \left(\frac{d}{2\rho}\right) \right.$$

$$\left. + (1 + \nu) \left(\sqrt{\frac{d}{2\rho} + 1} + 1\right) \right\}$$

$$N = d/2\rho + 2\nu\sqrt{d/2\rho + 1} + 2$$

(7)

### 4.2 ひずみ速度集中係数と応力集中係数の関係

本節では、試験片長さを JIS 規格  $l/D = 5$  に基

づき、試験片直径  $D = 8 \text{ mm}$  に対して  $l = 40 \text{ mm}$  とした<sup>1),3)</sup>。表3と図3(a)に切欠き半径  $2\rho/D = 0.0625$ ,  $2\rho/D = 0.1$ ,  $2\rho/D = 0.5$  について切欠き深さを変化させてひずみ速度集中係数  $K_{t\dot{\epsilon}}$  を求めた結果を示す。図3(a)より、平板試験片(第5回図3参照)同様、切欠き深さ  $2t/D$  の増加に伴いひずみ速度集中係数  $K_{t\dot{\epsilon}}$  は増加し、 $2t/D \rightarrow 1$  では  $K_{t\dot{\epsilon}} \rightarrow \infty$  となる。

比較のため、応力集中係数  $K_t$  と切欠き深さ  $2t/D$  との関係も表3と図3(b)に合わせて示す。ここで、表3と図3(b)より、 $2t/D \rightarrow 1$  で、応力集中係数  $K_t \rightarrow 1$  となる。そこで、表4と図4にひずみ速度集中係数と応力集中係数の比  $K_{t\dot{\epsilon}}/K_t$  と切欠き深さ  $2t/D$  の関係を示す。表4および図4より  $K_{t\dot{\epsilon}}/K_t$  の値は平板試験片の場合(第5回表4, 図4参照)と同様の傾向を示すことがわかる。すなわち、 $K_{t\dot{\epsilon}}$  と  $K_t^*$  は  $2t/D \rightarrow 1$  でどちらも無限大となる。これを利用

表3 ひずみ速度集中係数と応力集中係数 ( $l = 40 \text{ mm}$ ,  $D = 8 \text{ mm}$ ,  $\omega = 45^\circ$ )

$2\rho/D$	$K_{t\dot{\epsilon}}$			$K_t^*$		
	0.0625	0.1	0.5	0.0625	0.1	0.5
0.00	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.25	5.581	4.578	2.554	3.550	2.914	1.619
0.50	9.490	7.732	4.145	3.185	2.590	1.420
0.75	18.500	15.040	8.334	2.334	1.901	1.204
0.90	38.000	31.488	17.190	1.610	1.393	1.086
0.99	167.000	136.712	63.060	1.070	1.045	1.008
$\rightarrow 1.00$	$\rightarrow \infty$	$\rightarrow \infty$	$\rightarrow \infty$	$\rightarrow 1.000$	$\rightarrow 1.000$	$\rightarrow 1.000$

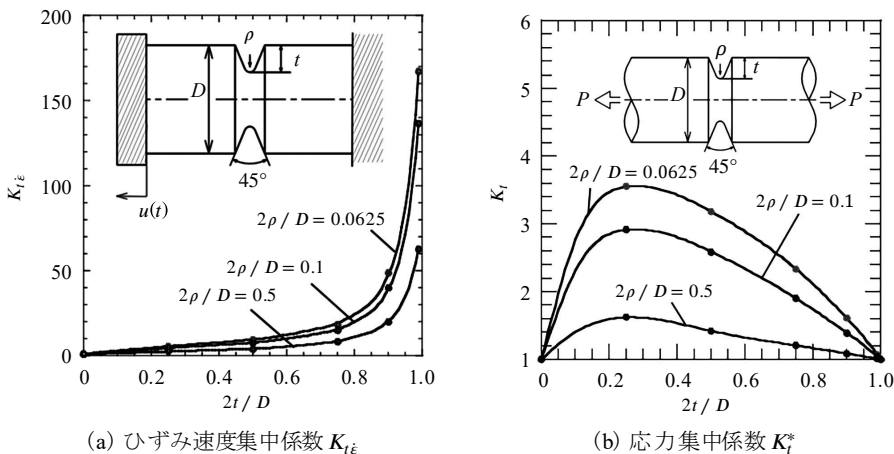


図3 切欠き深さとひずみ速度集中係数  $K_{t\dot{\epsilon}}$  および応力集中係数  $K_t^*$  の関係

表 4 ひずみ速度集中係数と応力手中係数の比 ( $l = 40 \text{ mm}$ ,  $D = 8 \text{ mm}$ ,  $\omega = 45^\circ$ )

$2t/D$	$K_{i\dot{\epsilon}} / K_t$			$K_{i\dot{\epsilon}} / K_t^*$		
	0.0625	0.1	0.5	0.0625	0.1	0.5
0.00	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.25	1.572	1.572	1.574	0.884	0.884	0.889
0.50	2.979	2.984	2.923	0.745	0.746	0.730
0.75	7.940	7.920	6.958	0.498	0.495	0.435
0.90	23.600	22.600	15.770	0.238	0.226	0.158
0.99	156.100	131.000	62.440	0.0156	0.0131	0.00627
$\rightarrow 1.00$	$\rightarrow \infty$	$\rightarrow \infty$	$\rightarrow \infty$	$\rightarrow 0.000$	$\rightarrow 0.000$	$\rightarrow 0.000$

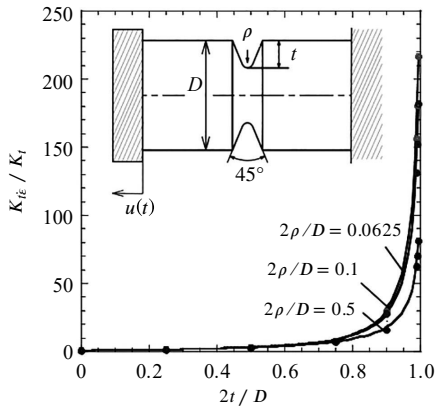


図 4  $K_{i\dot{\epsilon}} / K_t$  と相対切欠き深さ  $2t/D$  の関係 ( $l = 40 \text{ mm}$ ,  $D = 8 \text{ mm}$ )

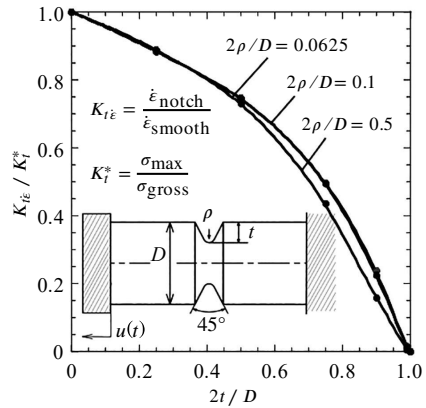


図 5  $K_{i\dot{\epsilon}} / K_t^*$  と相対切欠き深さ  $2t/D$  の関係 ( $l = 40 \text{ mm}$ ,  $D = 8 \text{ mm}$ )

して、ひずみ速度集中係数  $K_{i\dot{\epsilon}}$  と応力集中係数  $K_t^*$  の比を取り、ひずみ速度集中係数  $K_{i\dot{\epsilon}}$  と応力集中係数  $K_t^*$  との関係を調べる。

$2t/D \rightarrow 1$  での  $K_{i\dot{\epsilon}} / K_t$  の発散をなくすために、応力集中係数  $K_t^*$  を用いて、ひずみ速度集中係数と応力集中係数の比を有限値で求める。表 4 と図 5 にこのひずみ速度集中係数と応力集中係数の比  $K_{i\dot{\epsilon}} / K_t^*$  と切欠き深さ  $2t/D$  の関係を示す。表 4 および図 5 より、前回の平板試験片（第 5 回表 4 および図 5 参照）と同様に、 $2t/D \leq 0.5$  の範囲で  $K_{i\dot{\epsilon}} / K_t^*$  の値は切欠き半径  $2\rho/D = 0.0625$ ,  $2\rho/D = 0.1$ ,  $2\rho/D = 0.5$  において 2% 以内の誤差で一致していることがわかる。このことから、丸棒試験片においても  $K_{i\dot{\epsilon}} / K_t^*$  の値は  $2t/D \leq 0.5$  の範囲で切欠き半径に依存せず切欠き深さのみに依存するので、 $2t/D \leq 0.5$  の現実的な問題では、ひずみ速度集中係数を求める際に、応力集中係数を求めて  $K_t^*$  を知ることによ

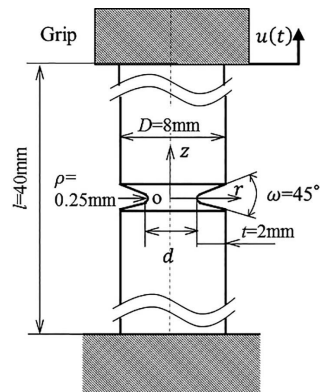


図 6 実際に使用される衝撃試験片の形状寸法<sup>4)</sup>

り、図 5 よりひずみ速度集中係数を容易に予測することが可能である。例えば、実際に高速引張試験に用いられる形状寸法<sup>4)</sup>として図 6 に示すような試験片長さ  $l = 40 \text{ mm}$ 、試験片外径  $D = 8 \text{ mm}$ 、切欠き深さ  $t = 2 \text{ mm}$  ( $2t/D = 0.5$ )、

切欠き半径  $\rho = 0.25 \text{ mm}$  ( $2\rho/D = 0.0625$ ) の場合におけるひずみ速度集中係数は  $K_{I\dot{\epsilon}} = 2.923$  となる。

## 5 おわりに

高速引張試験で円周切欠きを有する丸棒試験片を引張る場合に生じる切欠き底でのひずみ速度集中について考察した。ひずみ速度集中係数と比較的求めやすい応力集中係数の関係を切欠き半径、切欠き深さを変えて整理し、図表にまとめた。本研究より、以下の結論が得られた。

- (1) ひずみ速度集中係数  $K_{I\dot{\epsilon}}$  は応力集中係数  $K_I$  と同様に、試験片形状が相似であれば、同じ値となる。
- (2) ひずみ速度集中係数  $K_{I\dot{\epsilon}}$  は、試験片長さが増加するにつれて増加する。この点で、試験片長さに依存しない応力集中係数とは異なる。比較的实际の問題に近い試験片半径  $D/2 = 4 \text{ mm}$  の4分の1、すなわち  $2t/D = 0.25$  の場合、 $l/D = 40$  で一定値に収束する。また、平板試験片では試験片長さが十分長い場合、 $K_{I\dot{\epsilon}}$  と  $K_I^*$  は一致するが丸棒試験片では常に  $K_{I\dot{\epsilon}}$  は  $K_I^*$  より小さい値となる。
- (3) ひずみ速度集中係数  $K_{I\dot{\epsilon}}$  と応力集中係数  $K_I$ 、または  $K_I^*$  の比の値は、平板試験片と同様に

切欠き深さ  $2t/D \leq 0.5$  では、切欠き相対深さで一義的に決まる。この関係を用いれば、応力集中係数  $K_I$ 、または  $K_I^*$  よりひずみ速度集中係数  $K_{I\dot{\epsilon}}$  の予測が可能となる。

### 参考文献

- 1) 野田尚昭・赤木大地・沈 雨濃・高木 怜・池田朋弘・佐野義一・高瀬 康：「円周切欠きを有する丸棒試験片におけるひずみ速度集中係数の提案と応力集中係数の関係についての考察」, 日本機械学会論文集, **83**, 851 (2017) p.ROMBUNNO.17-00034.
- 2) 野田尚昭・高瀬 康・門田圭司：「切欠きを有する丸棒および帯板における応力集中係数の計算式」, 機械の研究, **48**, 7 (1996) pp.757-762.
- 3) N.A. Noda, Y. Shen, R. Takaki, D. Akagi, T. Ikeda, Y. Sano and Y. Takase : "Relationship between Strain Rate Concentration Factor and Stress Concentration Factor", Theoretical and Applied Fracture Mechanics, **90** (2017) p.218-227.
- 4) 池田朋弘・梅谷拓郎・甲斐信博・大城桂作・赤木大地・野田尚昭・佐野義一：「高 Si 球状黒鉛鋳鉄の切欠き強度とその構造部材としての考察」, 日本機械学会論文集, **83**, 851 (2017) 16-00455.
- 5) 村上敬宜：弾性力学, 養賢堂 (1985).
- 6) 野田尚昭・高瀬 康：設計に活かす切欠き・段付き部の材料強度, 日刊工業新聞社 (2010).
- 7) H. Neuber : Kerbspannungslehne, Springer-Verlog (1937 (第1版), 1958 (第2版)).

(次号へつづく)