

18. 7. 31

卒業論文

衝撃に関する
諸實驗

1943

7月

Experimente
über dem Stoss .

明治專門學校

機械工學科

藤田哲也

INHALTVERZEICHNIS.

P/ 1
Seite

Vorwort2

(Erstes Kapitel) Geschichtliches.
(Zweites Kapitel) Meine Untersuchungen.

Abschnitt 1.

DIE MESSUNG DER RESTITUTIONSKOEFFIZIENTEN EINER STAHL-
KUGEL GEGEN EINE STAHLWAND.

1. Restitutionskoeffizient.....12
2. Die Messung der Restitutionskoeffizient.....12
3. Fallvorrichtung und Stossfläche.....12
4. Verhältnis zwischen Stossgeschwindigkeit und
der Restitutionskoeffizient.....13
5. Die Einwirkung des Kugeldurchmessers auf der
Restitutionskoeffizient.....13
6. Messung der Restitutionskoeffizient mit der
elektrischen Methode.....14

Abschnitt 2.

ERMITTLUNG DER VERZERRTHEIT DER GESTOSSENEN FLÄCHE

1. Berührung der Kugel und Fläche, und einer Mechanisms
des Stoss.....17
2. Die Arten des SCHIBAHASCHISchen Kreisprozess....17
3. Die Formen der Stosskreisprozess.....18
4. Energie des SCHIBAHASCHISchen Krisprozess..... 21

Abschnitt 3.

MESSUNG DER STOSSDAUER

1. Messungsmethode.....22
2. Versuchsergebnisse.....23

Abschnitt 4.

ÜBER DIE GRÖSSE DER STOSSKRAFT

1. Stosskraft.....27
2. STOSSKOEFFIZIENT BEIM Stoss der Stahlkugeln
Stahlwand.....27
3. Eine Messung nach der Piezo-elektrizität.....28

Abschnitt 5.

EIN STOSS AUF DAS BÄLKEN

1. ALLGEMEINES.....31
2. Stoss und dem folgenden Schwingungen.....31
3. Messung der Kraft nach der Piezo.....34
4. Kraftanalyse.....35
5. Spektrum der Schwingungszahlen.....38
6. Schwingungen und Verschiebungen des Balkens nach
dem Stoss.....39
7. Stossdauer und Stossgeschwindigkeit.....40

Abschnitt 6.

BERÜHRUNGSMETHODE

1. Berührungsmethode.....41
2. Elastische Springfeder.....41
3. Elastischer Balken.....42
4. Stosslosberührung.....45

Abschnitt 7.

ZUSAMMENSTELLUNG DER ERGEBNISSE

(1) Eaton Hodgkinson.

(Report of the third meeting of the British Association
Cambridge 1834)

Eaton Hodgkinson veröffentlicht mehrere Untersuchungen über dem Stoss auf Grund von Versuchen. Die Versuche bestanden in folgendem:

Eine Gusseiserne Kugel von etwa 5m Länge so aufgehängt, dass sie als Pendel gegen die Seite eines horizontalen Balkens fallen gelassen werden kann.

Die Länge dieses Balkens ist 1,3m. In Ruhezustand berührt die Kugel eben auf dem Balken, und es gibt keine Kraft zwischen der Kugel und dem Balken.

Die Durchbiegung dieses Balkens, nach dem Stoss dieser Kugel ist mittels einer Stift geschrieben werden kann.

Und auf diesen Versuchen hatte er die nächste Sätze abgeleitet.

1. Die Durchbiegung wieder standen wie die Bogen die das Gewicht aufhebenden ist.
2. Der Stoss ist hinreichend, um diesen Balken zu zerbrechen, von derselbe Stossbeanspruchung in der Mitte oder in einem Viertel seiner Spannweite gestossen wird.
3. Die Stossdauer ist bei dieser Körpern unabhängig davon, ob der Stoss stark oder Schwach ist. Und Stossdauer ist verkehrt proportional zu der Quadratwurzel von Steifigkeit dieses Balkens.
4. Rechnung und Beobachtung der Durchbiegungen, hervorgerufen durch den Stoss oder ruhenden Druck, stimmen miteinander bis auf $1/8$ bis $1/9$ überein.

Diese Sätzen lag als Voraussetzung nächste zugrunde;

- (a) Die FORM DIESES gebogenen Balkens ist unabhängig davon, ob die Durchbiegung durch Stoss oder durch ruhenden Druck hervorgerufen wurde.
- (b) Die Kugel und Balken bewegen sich nach dem Stoss als gemeinsame Masse. (unelastischerstoss)

Meiner Ermittlungen nach, bei dieser Berichte, ist es schwer für mich diese Voraussetzung und Resultaten öffentlich richtig zu beurteilen.

(2) Lamé und Clapeyron.

(Mémoire sur l'équilibre intérieure des corps solides homogènes, Recueil des Savants étrangers de l'Académie des Sciences, Paris 1833.

Diese Arbeit ist EIN wenig Übersichtlich. Und ich habe keine Ergebnisse.

DIE STÜCKCHEN DES WASSERS

P. 3

NACH DEM STOSS. No. 1

von Yanazawa.

Kikaigakkaisi No. 307 (1942) P. 667

Er hatte ein Stoss zweier Wasserströmungen er-
mittelt. Erst für den geraden Stoss ^{sich}gestalt die
Wasserströmungen eine Membran.

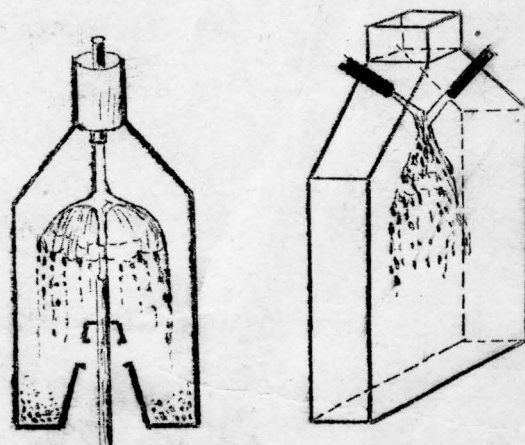
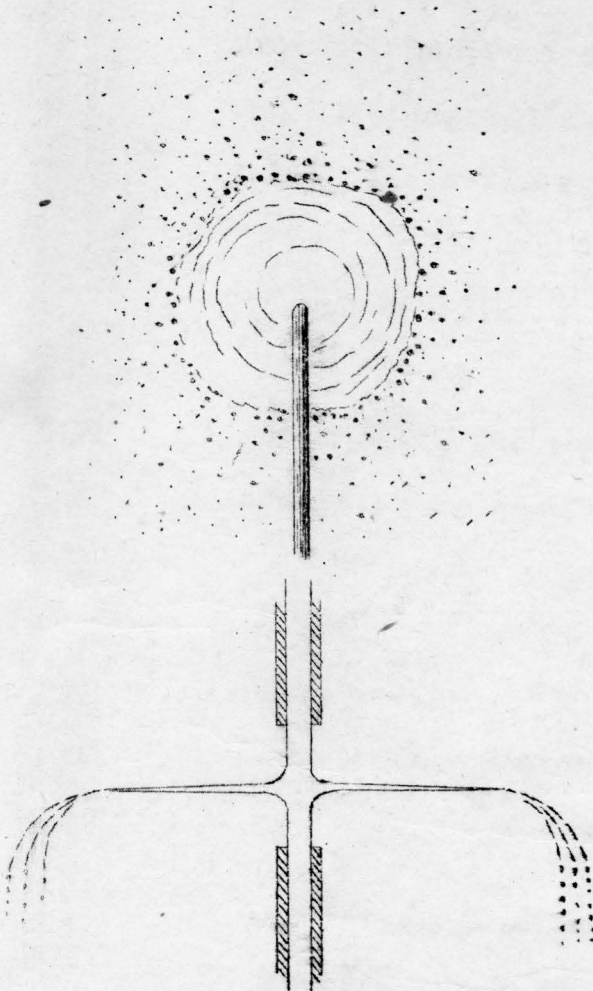
Nach der Gestaltung der Membran wird sie die
Stückchen.

1. Gerader Stoss.

Die Membran von geradem
Stoss ist etwa einer
Kreis, und wird es in die
gute Stückchen.

Diese Abbildung bezeich-
net die Photographie nach
über.

er hatte weiter die
geneigte Falle versucht, u
und für diese Falle wird
die Kreis einen FACHER.



HERTZ leitet Gleichung für die Stossdauer und dem

Höchstwert der Stosskraft als Funktion der Stoss-
-kraft geschwindigkeit ab;

Nach ihr, sei x die Entfernung zweier Punkte
des stossenden und gestossenden Körpers, während dt
des Stosses ändert sich die Entfernung zweier
Körper mit der Geschwindigkeit,

$$v = \frac{dx}{dt} \dots\dots\dots 1$$

dJ sei die Änderung der Bewegungsgrösse in der
Zeit dt , und P sei der Momentanwert der Stosskraft,
und M die Masse des betrachteten Körpers, in dieser
Falle eine Metallkugel. Da setzen wir also voraus,

$$dJ = p dt = - M dv$$

und da folgt,

$$dv = -\frac{1}{M} dJ = -\frac{1}{M} p dt$$

Hertz setzt für p den von ihm auf Grund statischen
Ermittlungen ermittelten Wert,

$$p = k x^{\frac{5}{2}}$$

$$\text{da } dv = - k x^{\frac{5}{2}} dt \quad \text{und nach (1)}$$

$$dt = dx / v$$

Nach dieser Gleichungen

$$v^2 - V^2 + \frac{4}{5} \frac{k}{M} x^{\frac{5}{2}} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

wo ist v die eigen Stossgeschwindigkeit des
Körpers, zur Zeit der Grössten Annäherung ist
 $v = 0$ und in dieser Augenblick habe x den Grenz-
wert x .

Durch die Gleichung 2 ,

P. 5

$$x = \left(\frac{5}{4} \frac{K}{M} V \right)^{\frac{2}{3}}$$

Von dieser Anschauungen hatte er den Werte T (Stossdauer) als der Funktion der Stossgeschwindigkeit V genommen.

Es ist $T = k v^{-\frac{1}{3}}$ 3

Es nimmt die Stossdauer mit der Zunahme der ursprünglichen Geschwindigkeit der Stosskörper ab.

Nach der HERTZschen Theorie der Berührung zweier Körper kann ich weiter die Stosstheorie ermitteln.

In dieser Falle hatte ich mehr allgemeine über den Stoss genommen.

(Siehe P24.)

HUYGENS: Régles du mouvement dans le recentre des corps. Im Jahre 1669 schon hatte er nächste drei Annahme gemacht.

(1) Ein Stoss folgt zum Gesetz der Trägheit.

(2) Stossenden Körper sind Vollkommen elastisch.

(3) Die Geschwindigkeit der Stossen Körper sind nur relativ zu betrachten.

Von dieser Voraussetzung hatte er wesentlichen folgenden Gesetze gemacht.

1. Stösst ein Körper an einen gleich grossen ruhenden, so kommt der erste zur ruhe, und der andere annimmt die Geschwindigkeit des Stossen Körpers.

Dieses Problem hat die weitere Anwendung über die zukünftige Atomphysik.

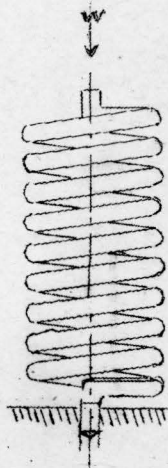
2. Beim Stoss ist die relative Geschwindigkeit zweier Körper vor und nach dem Stoss gleich.

Über die Stoss auf der Springfeder.

RIKAGAKUKENKYUSYO zu Tokyo. 20 syu No. 6 p. 317

von Z. TUZI und S. SUSUKI/

SIE hatte eine Ermittlung über einen Stoss der Feder gemacht. Als dieser Abbildung, stösst ein Körper auf der ruhenden Feder, zieht sie nach dem Stoss ein.



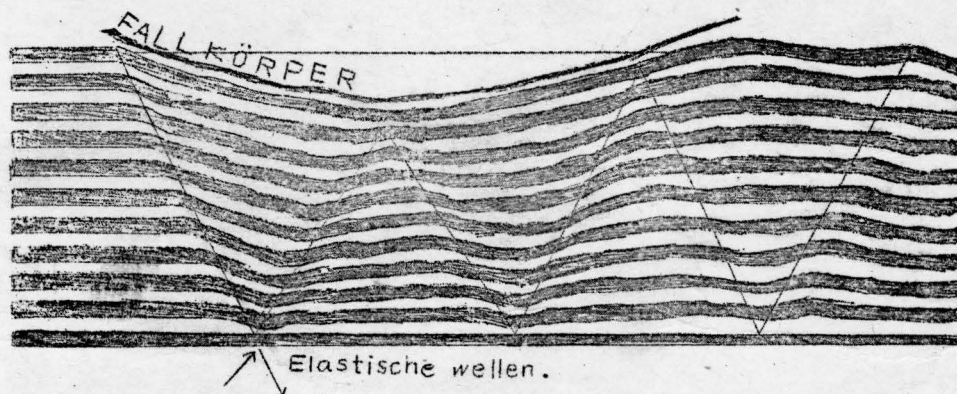
Diese Änderung der Feder werden durchs Drehkamera im Augenblick aufnehmen kann.

Die Fallkörper für diesen Stoss sind die Gewichte von 20 40 50 m.m. 91. ✓

ein Hexaeder. ✓

Bemerkenswerte Beobachtung dieser Experimente ist eine sichtbare elastische Wellen in der Feder.

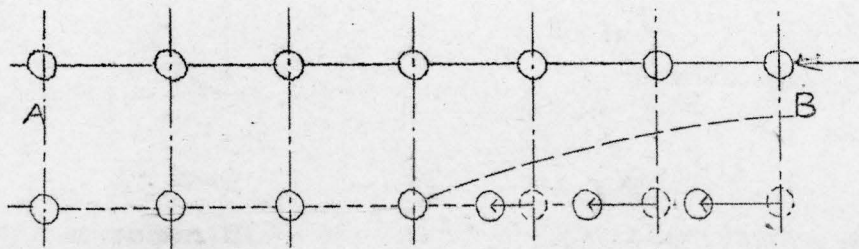
Die Verschiebungen des Federteilchen bezeichnet also die Übertragung solcher Wellen siehe nächste Abbildung.



Nach diesem Bilde hatte ich das Verriechung Vorra-
ücken versucht.

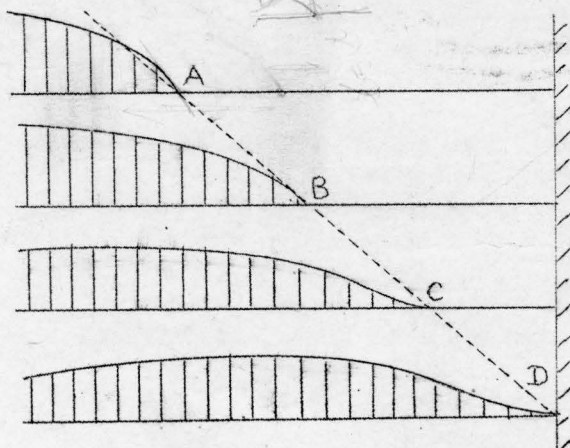
Die punktweise Messungen wird in meiner "zissyu-
hokoku von Yasukawadenki" zu Meißsen geschrieben. Aber
hier wird das Umriss dieser Übertragung geschrieben
werden.

A, B ist die Ursprungliche Länge dieser Feder und die



längen Verschiebungen der Federteile werden nach oben
bedeutet, so dass man nach dem ["]Übersicht gut verstehen
kann.

Stösst die linke Teile nach rechts, verschiebt sich
die Federteilchen nach ^d rechts, und die Verschiebungen
übertragen.



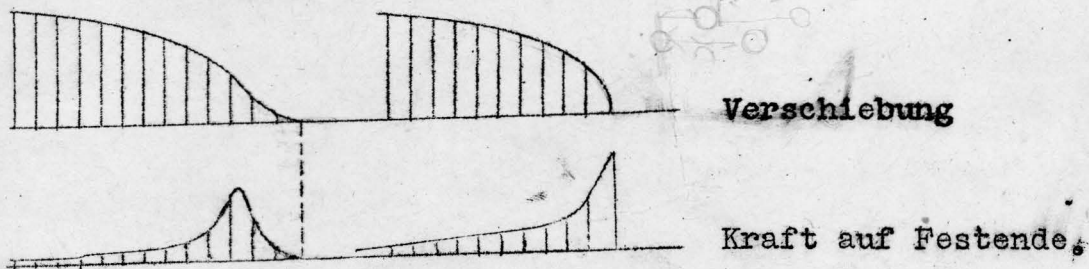
Sehen sie die linke
Abbildungen, dieses
Bild bedeutet die ["]Üb-
ertragungen der Wellen
mit der Zeit.

A B C D sind die Spitze-
der Wellen, aber die
Spitzengespalte mit
der Zeit oder mit der

Entfernung.

Nach dem Eintreffen der Wellen auf die Festende kommt sie zurück. Und in diesem Augenblick wirkt eine Kraft auf die Ende.

Wir können diese Kraft mit dem Piezo oder nach dem Differenzierung dieser Kurve bestimmen.



Sie haben schon die Verhältnis $\frac{W_d}{W_s}$ berechnet, wo W_d Dynamische Kraft. W_s Statische Kraft bezeichnet.

Veröffentlichung nach der ZUZischen Ergebnisse im geraden Verhältnis zur Stoss^wgeschwindigkeit V .

Ein Stoss DER Fallkörper Auf Eine Balken.

von KURIHARA/ "Rakka Huyu Zyosyo no Shogensyo " p 51

Nach der Punktweisen Aufnahme der Hochgeschwindigkeitskamera, hatte TUZI den Mechanismen des Stoss versucht. (Beispielweise, 50000 $\frac{1}{\text{sec}}$. oder noch mehr)

Nach dieses kann man mehrere Stufe des Stoss versuchen. Hauptsächlich hatte er ein Stoss Auf Die Balken ermittelt und versteht den Mechanismen des Stoss deutlich.

Er hatte aber den γ Effekt von zahlreichen Stoss gefunden.

Siehe meines Berichte P. 38.

DIE MESSUNG DER STOSSDAUER BEIM STOSS

EINER STAHLKUGEL GEGEN EINE STAHLWAND.

R. W. POHL. (mechanik und Akusutik.) P. 74

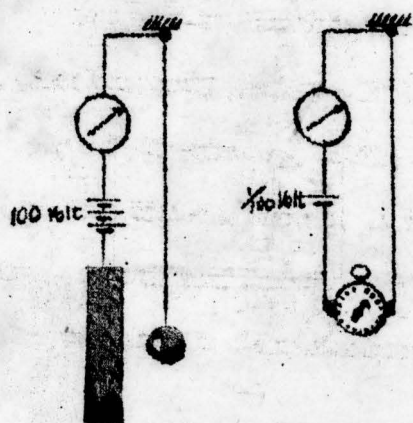
Er hatte eine Messung der Stossdauer mit der elektrischen Methode gemacht.

Wir sehen in nächster Abbildung eine dick Stahlplatte, als Wand. Vor ihr hängt im einigen Millimeter Abstand eine Stahlkugel an einem Draht. Wand und Kugel sind als "Schalter in einen Stromkreis eingeschaltet. Dieser Stromkreis erhält eine Stromquelle von 100 Volt Spannung (Radiobatterie) und ein Spiegelgalvanometer von etwa 30 Sekunden Schwingungsdauer. - Wir lassen die Stahlkugel aus etwa * 30 cm. Abstand gegen die Wand anpendeln und an ihr zurückprallen.

Dann fangen wir sie wieder auf. Während der Berührungszeit von Kugel und Wand γ fliesst ein Strom i .

Seine Amperzahlen interessiert uns nicht. Der STROM erzeugt einen Stossauschlag x , es gilt

$$i t_x = B_i x_0$$



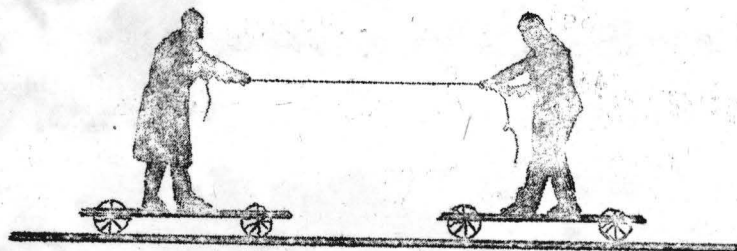
Dann schalten wir statt Kugel und Platte einen Stoppuhrschalter in den Stromkreis ein und ersetzen die Stromquelle durch eine solche von nur 1/10 Volt Spannung.

Der Strom fließt nur , solange die Stoppuhr läuft.
Seine Stärke ist 10000 mal kleiner als zuvor bei 100
Volt Spannung.

Bei 1,30 Sekunden Flusszeit erzeugt dieser kleine Strom
den gleichen Stossausschlag x wie . Also

$$0,00001 \text{ i . 1,30 sec} = R; x,$$

Aus diesem Vergleich der Gleichungen (33 folgt t , die
Dauer des elastischen Stosses zwischen Kugel und Platte,
 $= 1,30 \cdot 10^{-4}$ sec. In dieser winzigen Zeit erfolgt also
in unserm Beispiel das ganze Spiel der elastischen Kräfte,
der Verformungen und der Beschleunigungen wechselnder
Richtung! Ohne das Stossgalvanometer, also in letzter
Linie ohne den Impulsgriff, hätte diese Zeitmessung schon
erheblichen Aufwand erforderlich. Eine Photographische
Aufnahme auf einer rasch bewegten Platte wäre kaum zu
umgehen zu gewesen.



第二章

自分の行つた實驗結果に就いて

衝突に関する研究に着手したのは1941年9月の事であつた。然るに同年末野外演習中、別府に於て病氣になつた爲、數種の文獻を調べたのみで休學し、翌1942年8月迄殆んど爲す所無く静養し、9月末になつて始めて卒業論文としての本實驗を始めたのであつた。

同年は大部分反撥係數の測定に費し、1943年4月頃迄に、衝突と歪の關係から柴橋サイクルなる概念を導入し、以後は、電氣的測定に力を入れて今日に及んで居るのである。

本實驗は更に連續して行はれてゐるもので、決して續つたものではない。唯中間報告の積りである。

尙實驗に際し御急がしい所にもかゝらず、柴橋先生を始め新町、中川の諸先生の御指導に感謝致します。

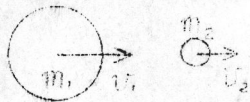
1943年7月31日

第 II 章

第一節

鋼球の鋼面に對する反撓係數の測定

1 反撓係數



左圖の如く質量 m_1, g なる質量が、 u_1 より大なる速度 u_1 cm/sec にて右の球に撞き付く時、兩物体は互に力を及ぼし合ふ。

而其の場合作用と反作用は相等しき故、兩球の運動量の變化は相等しい。

故に $m_1(V_1 - u_1) = m_2(V_2 - u_2)$

Abb. 1 二球の衝突 此の式より V_1, V_2 を決定する事は出来ないが、Newton が $V_1 - V_2 : u_1 - u_2$ を反撓係數と名付け之に e なる記号を與へた爲 前式と聯立せしめて、1 式を得た。

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= u_1 - (1+e) \frac{m_2}{m_1+m_2} (u_1 - u_2) \\ V_2 &= u_2 - (1+e) \frac{m_1}{m_1+m_2} (u_2 - u_1) \end{aligned} \right\} \text{----- (1)}$$

反撓係數は又、反撓力積と、壓縮力積の比を意味し、1 より小さく 0 より大である。

e は大体 V に關係無く一定で、硝子 0.96 鉄 0.66 眞鍮 0.36 鉛 0.20 粘土 0.17 である。

勿論、完全彈性体では 1.0、完全非彈性体では 0.0 である。

2. 反撓係數の測定

一般の衝突の反撓係數は面倒であるので、球と質量大なる平面の直衝突を考へると、衝突速度と反撓速度の比は衝突前後の球の高さの平方根になる。

依て
$$e = \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{H_1}{H_2}} \text{----- (2)}$$

2 式より反撓係數を求める事は容易である。

さて係數 e の測定を行ふのであるが、始めから $e = f(V)$ なる假定のもとに、色々と衝突速度が變へられる様に、最高 2.5 m の高度から落せる様に然も落下高度が自由に變化出来る様に木製の台を物理実験室の奥に取りつけた。

3. 落下装置及び衝突台

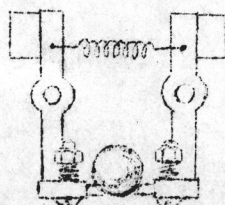
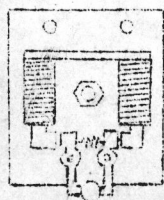


Abb. 2
落下装置
球をば
うしてあ
る時

落下を起させる時、急に自由落下せしめる様電磁石で引きつけた Brass の小錠を圖の如く Spring で Counter balance してある。

今スイッチを切つたをとする、電磁石は鉄片を離し、Brass のはさみは Spring で開かれ、鋼球は地球重力の爲 980 cm/sec^2 の加速度で、微々たる空気の抵抗を受けつゝモ下へ下へと落下する。

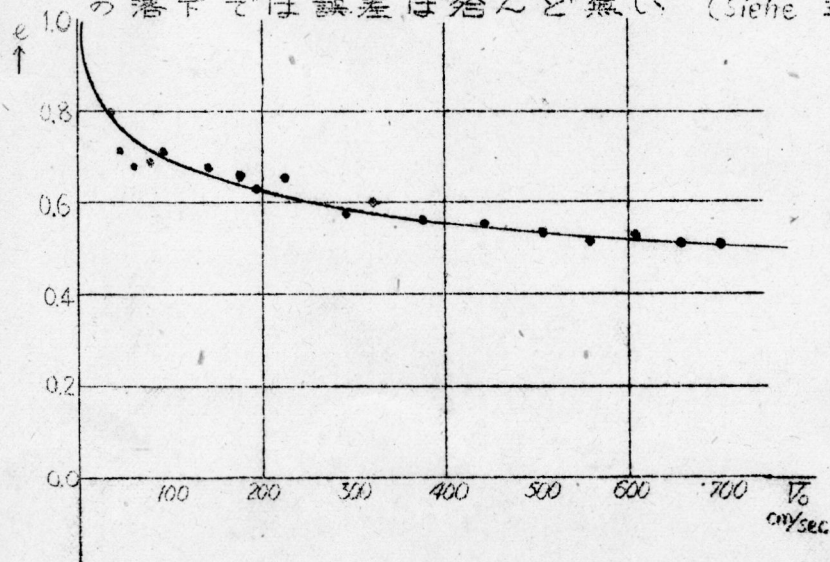
衝突を受ける台は mild steel の厚さ 30 mm の平面であり、石の固定台の上に乗つてゐる。

4. 質量 15.7 g の鋼球の衝突速度と反発係数の関係。

以上に依り求めた関係を表示すると、

自由落下距離 $H_0 \text{ (cm)}$	反発高度 $H \text{ (cm)}$	衝突速度 $V_0 \text{ (cm/sec)}$	反発係数 e
250.0	63.7	700	0.504
220.0	55.7	658	0.502
190.0	51.5	612	0.521
160.0	43.0	561	0.518
130.0	37.2	506	0.535
100.0	30.4	443	0.551
70.0	23.1	371	0.574
50.0	18.0	314	0.600
40.0	13.6	281	0.585
25.0	10.6	222	0.648
20.0	7.5	198	0.62
15.0	6.6	172	0.66
10.0	4.6	140	0.68
4.9	2.5	96	0.71
3.1	1.5	76	0.69
1.9	0.9	60	0.68
1.2	0.6	47	0.71
0.7	0.5	37	0.8

衝突速度は $V_0^2 = 2gH_0$ より求めたものであるが、此の程度
の落下では誤差は殆んど無い (Siehe 理研彙報 昭16, 6月 P319)



さて此の曲線は明らかに反発係数は速度の函数なる事を示してゐるが、方程式は大略次の如く表はせる。

$$V^2 = 5100 \frac{(1-e)^3}{e^4} \quad (\text{C.G.S系})$$

此の函数は e については「陰函数」であるが、 e は後に示す如く、衝突点を測定の時、間接に得たものである。

さて、衝突速度と反撓係数の関係は大略分つたのであるが、更に実験の結果、大きな球と小さい球を同じ高さで、落下せしめて得た反撓係数が、大球に於て小さく小球に於て大きい事が分つたので、球の直径と反撓係数の関係を調べた。

5 鋼球の直径の反撓係数の影響。

直径 9.5 mm, 14.0 mm, 15.8 mm, 20.6 mm の四球を同一高度から落して得た反撓係数は右の如くなり、直径の三乗に逆比例してゐる。

依て以後は

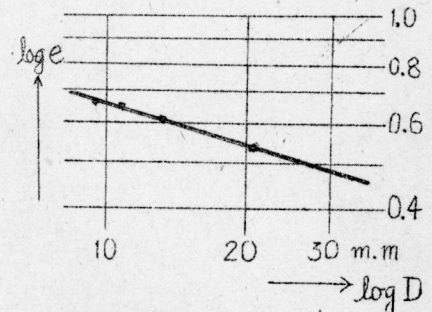
$$\text{反撓係数} = f_1(\text{球の直径}^3, \text{衝突速度})$$

と考へられるも 又は更に、

$$\text{反撓係数} = f_2(D^3 V_0^2)$$

とも考へられ、結局

反撓係数は面の性質と衝突球の持つ衝突勢量の函数であると考へて良い。



依て反撓係数と球の衝突勢量の関係を示す実験式を作つたのであるが、其の一、二を示すと、

$$\text{反撓係数} = \frac{1}{\sqrt{10}} (2.1 + e^{-0.2E_0} + 1.9^{-1.4E_0})^{\frac{1}{2}} \quad \text{----- (3)}$$

但し、 e は自然対数の底 E_0 は衝突球の勢量 (kg重-cm)
最一つの式は反撓係数について陰函数であるが、

$$E_0 = 0.2 \frac{(1-C)^{\frac{5}{2}}}{e^2} \quad \text{----- (4)}$$

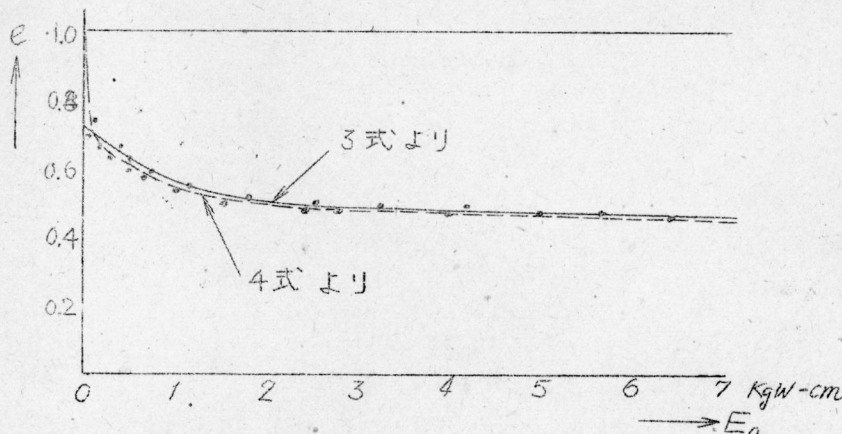


Abb. 4. 反撓係数と E_0 の関係

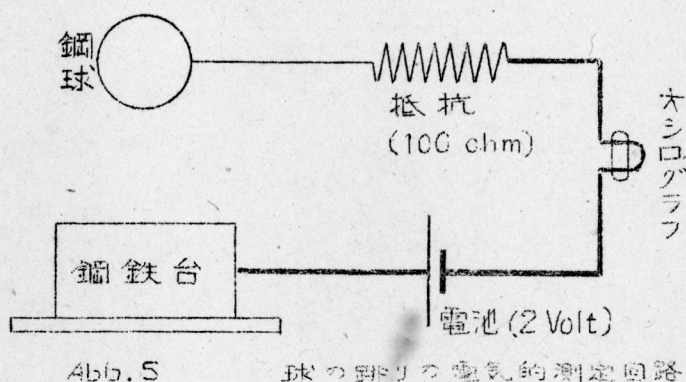
E_0 (g-cm)	反撓	係数
	3式	4式
0.0	0.71	1.00
0.1	0.71	0.94
1.0	0.70	0.88
1.0	0.70	0.81
100	0.69	0.69
1000	0.58	0.57
10000	0.47	0.46
∞	0.46	0.00

上の二方程式は共に、本実験で行つた、 $E_0 = 10 \text{ g-cm}$ から 3000 g-cm の間に於て良く一致するのであるが、表の如く両極端に於て其の差は大きい。然るに $E_0 = 0.1 \text{ g-cm}$ とは 10 g 重の球を $\frac{1}{10} \text{ mm}$ から落下せしめる事を意味し、其の時の反撓係数の測定には今までの方法は無力である。

6. 電気的方法に依る超低所よりの反撓係数測定

今までに求めた反撥係数は、衝突球の反撥高度を目測する
と言ふ最も単純な方法で得たものであるが、電気回路の
應用に依り更に精度を高め且非常な小さい速度、例へば僅か
1 cm/sec. に於ける反撥現象まで実測可能に到らしめたのであ
る。

1943. 4月



左の回路は電池、オシロ、
抵抗が直列に入れてあり
鋼球の衝突はSchalterの
役目をしてゐる事になる。

球が落ち、鋼面に觸れ
る瞬間に於て、抵抗回路
は閉じ20 mA. の直流が
オシロを貫流する。

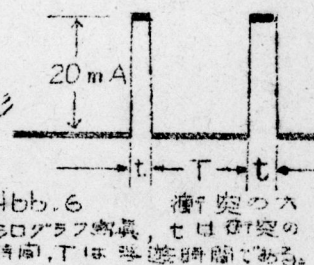
反對に球が上昇すれば回
路は開くのである。

電気回路の一般式 $M \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = E$

に於て $M = 0$, $C = \infty$ なる故

$$Ri = E$$

此の式は明らかにSchalterの開閉電流が矩形
的である事を示して居る。



一般に衝突時間が1万分の一秒の程度となる故、矩形であ
るべき接觸電流が実は上の如く棒状に見へるのである。且又
鋼面に落ちた球が16回も衝突を行つて後静止に至つてゐる。

衝突番号 $Z-1$ と Z の間の浮遊時間を T_z (sec) とすれば、 Z 番
目の衝突速度 V_z は T_z で決定せられる。

即ち $V_z = \frac{1}{2} g T_z$ (5)

Z 回目の衝突の際の反撥係数は V_{z+1}/V_z なるを以て、今
之を e_z とすれば

$$e_z = \frac{\frac{1}{2} g T_{z+1}}{\frac{1}{2} g T_z} = \frac{T_{z+1}}{T_z} \quad \text{なり。} \quad (6)$$

次に T_z 間の最高到達高度を H_z (cm) とすれば、上のオシロを解
析して、 Z , H_z , V_z , T_z , e_z を決定する事が出来る。
此所に於て H_z は V_z を得る爲に球を自由落下せしむべ
き高さとも考へられる。(次頁の表参照)

衝突番号	衝突速度	落下高度	浮遊時間	反発係数
(Z)	(V_z)	(H_z)	(T_z)	(e_z)
(1)	(cm/sec)	(cm)	(sec)	(1)
1	?	?	?	?
2	114	6.6	0.116	0.67
3	76	3.0	0.078	0.68
4	52	1.4	0.053	0.75
5	39	0.78	0.040	0.75
6	29	0.43	0.030	0.79
7	23	0.27	0.023	0.78
8	18	0.165	0.018	0.80
9	15	0.115	0.015	0.79
10	12	0.073	0.012	0.83
11	10	0.051	0.010	0.86
12	8.8	0.038	0.0088	0.70
13	6.0	0.018	0.0061	0.68
14	4.1	0.0086	0.0042	0.35
15	1.45	0.0011	0.00148	0.17
16	0.25	0.0003	0.00026	0.00



Abb. 8 反発係数と衝突速度の関係

 V_0 [cm/sec]

● オシログラフに依る, ○ 目測に依る。

是の如く、球の運動も静止直前の3ミクロンまで追跡し得たのであるが、反発係数と V_0 の間に又一つ面白い関係を発見したのである。それは、衝突速度を小さくするにつれ、増加してゐた反発係数が、10 cm/sec 以下(約20 m.m 以下)で衝突する時は直に低下すると言ふ事である。

これは面白い現象であるが、又不思議でもある。理由は後程大部分は解決した。

次に E_0 の大きな時の衝突の問題であるが、今の所全く無解決のまゝ殆ど未解決の問題である。

第 二 節

衝突を受けた面の歪に関する研究

1 球と平面の接觸及び衝突機構。

球と平面の接觸と言つても、両物体間の圧力により色々あるであらうが、今衝突中の球と平面につき少し考へて見よう。

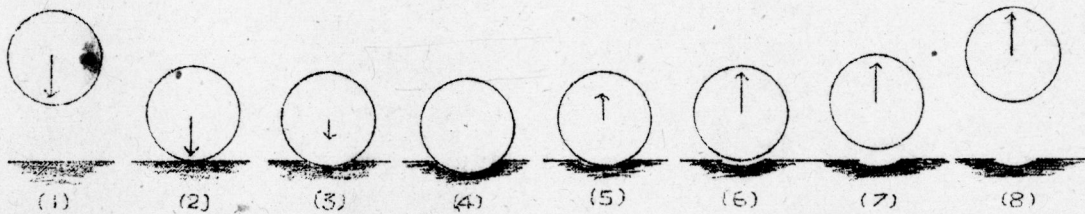


Abb. 9 平面に衝突する球

上圖の(2)は未だお互に何等圧力を及ぼす事無く接觸して居り、時間が経過するにつれ(3)(4)(5)と進み(8)の如く空中に飛び上るまで所謂衝突を行ふのであるが、其の各中間状態の研究は高速度カメラでも困難である。(後の測定に依ると、(2)から(5)までが約1万分の一秒)

球が衝突を始めてから終るまでに、其れが平面に及ぼす力と、平面の歪(但し球の方は殆んど歪まないとする)の關係を線圖に示すと下の如くなる。

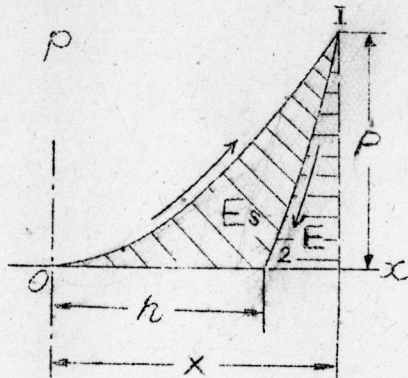


Abb. 10 Sibahasi cycle

此の線圖($P-X$)に於て、明らかに二つの衝突サイクルを認める。將來此のサイクルに関し色々と研究するのであるが、假に此のサイクルを Sibahasi Cycle と名命する事にし、以後 Si サイクルと書いて論を進めてゆく。

Abb. 10 に於て

E_s は Si サイクルで失はれる勢量

E は $\sim \sim \sim$ 回收される勢量

2 SIBAHASI CYCLE の各種

(1) 球は殆んど歪まず、平面のみ歪む時

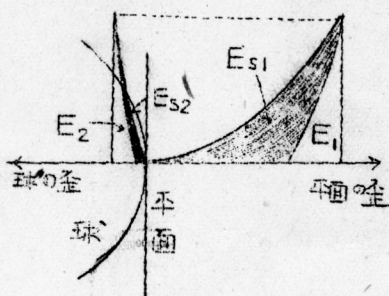


Abb. 11. 球が殆んど歪まぬ時

衝突を受ける方と與へる方につき同時に Si サイクルを考へるに、今球が餘り歪まないとすると、左の如くなる。同様に、半分半分歪む時、平面が殆んど歪まぬ時の三つの場合がある。其の時のサイクルは次頁に示してある。

注意せねばならぬのは、作用反作用が等しい故、左右両サイクルの高さが等しい事である。

(ロ) 球と平面が同程度歪む時

(ハ) 平面は歪まず球のみ歪む時

P18

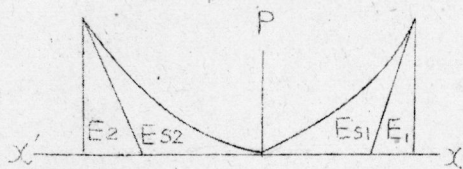


Abb. 12

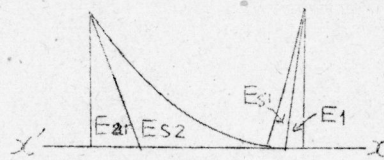


Abb. 13

6. 衝突サイクルの形状

次に衝突サイクルの形を調べるべく静的に、ブリネル硬度計を用いて鋼球を色々な圧力で鋼面に押しつけて圧力 P と残留変の深さ h の関係調べて見ると、径 10 mm の球では、

P (Kgf kraft) 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0 1.2 1.4 1.6 1.8 2.0 $\times 10^3$

h (mm) 0.042 0.100 0.156 0.203 0.270 0.324 0.374 0.427 0.496 0.555

P (Kgf kraft) 2.2 2.4 2.6 2.8 3.0 $\times 10^3$

h (mm) 0.598 0.668 0.738 0.772 0.820

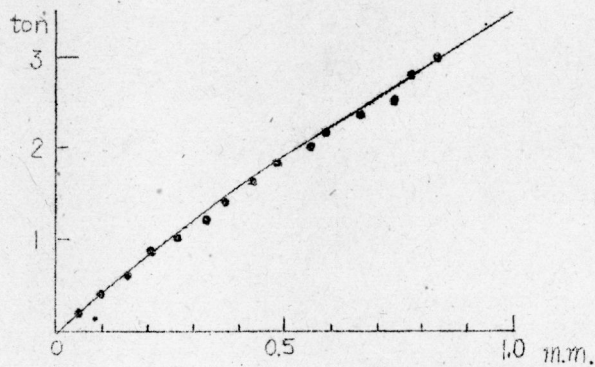


Abb. 14

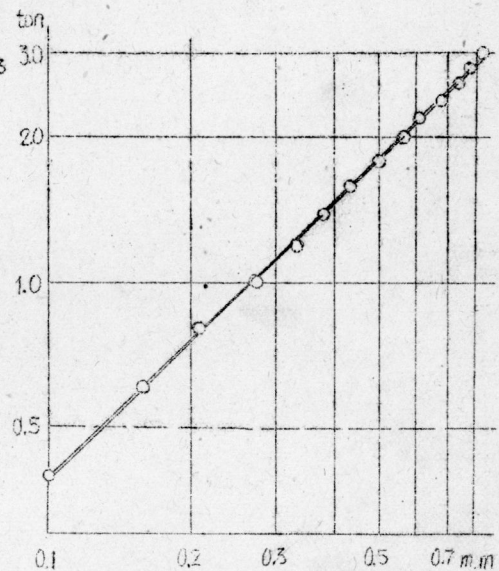


Abb. 15

以上により大略 $P = Sh^m$ (S, m は定数) なる関係を知るのである。此の場合 $m = 0.98$ であった。

さて、前節に用いた 15.7 g-mass の鋼球について求めた結果を主として調べたいのであるが、同時に行った三種の鋼球について得た結果は、

圧力 $\times 10^3$ kg	9.5 mm 球	15.8 mm 球	20.6 mm 球	左の如くなり、やはり大略、 $P = Sh^m$ となる。 対数グラフで指数 を決定すれば、 m
0.0	0.000	0.000	0.000	
0.5	0.123	0.084	0.065	
1.0	0.234	0.152	0.140	
1.5	0.352	0.217	0.184	
2.0	0.476	0.249		

依って

$$P = 4.0 h^{1.05} \quad (D = 9.5 \text{ mm})$$

$$P = 7.0 h^{1.10} \quad (D = 15.8 \text{ mm})$$

$$P = 9.0 h^{1.12} \quad (D = 20.6 \text{ mm})$$

Kg, mm 単位を得る。

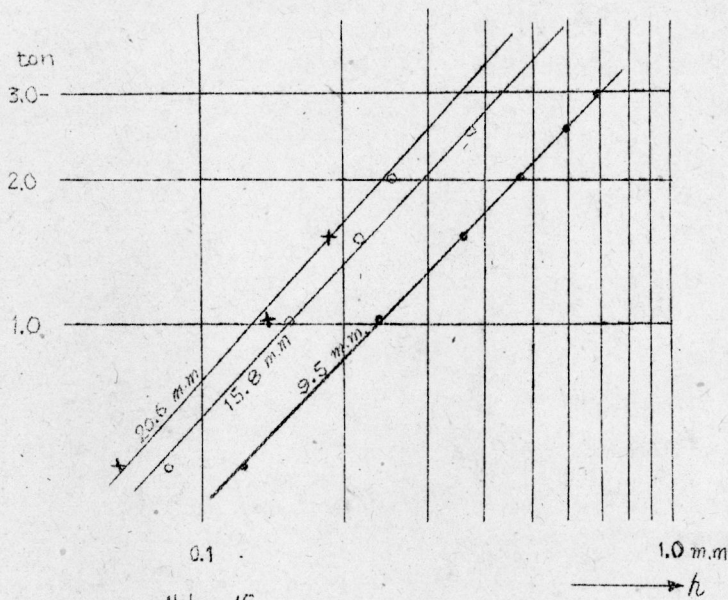


Abb. 16

これまでにて P と h の間に必ず $P = Sh^m$ なる関係の有る事を知り得たのであるが、更に P と x の関係を調べねばならない。

前記の反撥係数を求めた時、同時に衝突穴の深さを調べると、其の孔の深さを知れば上記の $P = Sh^m$ の関係から、直ちに、 P を知るのである。

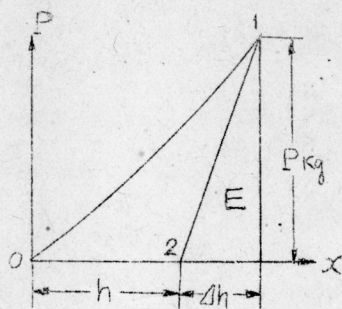


Abb. 17

又一方弾性反撥の高さから球の得た反撥勢量 E が分るので、今 1-2 が直線であるならば

$$\begin{aligned} 2E &= P \Delta h \\ \therefore \Delta h &= \frac{2E}{P} \end{aligned} \quad (7)$$

より、 Δh を知り得る。

(注) 1-2 が大体直線である事は色々な事実から考へられ

1-2 は材料の弾性変形が其の主因であるので、変形の回復は大略直線的である。一方材料試験のヒステリシスは磁気飽和のヒステリシスと形が違ひ、やはり直線的下降をするからである。

以上の假定で Δh を知り、之に h を加へれば x を得るので P と x の関係が明らかになつて来る。 $D = 15.8 \text{ mm}$ の球では

衝突速度 $m/sec.$	96	140	198	222	281	314	371	443	506	561	612	658	700
反撥勢量 $g\text{-cm.}$	39	72	118	166	214	282	363	477	584	675	809	874	1000
P kg	70	81	110	145	177	203	244	300	350	383	422	452	483
h micron	11.5	13.4	18.2	21.4	29.0	33.5	40.1	49.2	57.3	63.5	69.2	74.0	79.0
Δh "	11.2	17.8	21.5	22.9	24.0	27.8	29.8	31.8	33.4	35.4	38.4	38.7	41.4
x "	22.7	31.2	39.7	44.3	53.0	61.1	69.9	81.0	90.7	98.9	107.6	112.7	120.4

となる故 P と x のグラフを書くと、

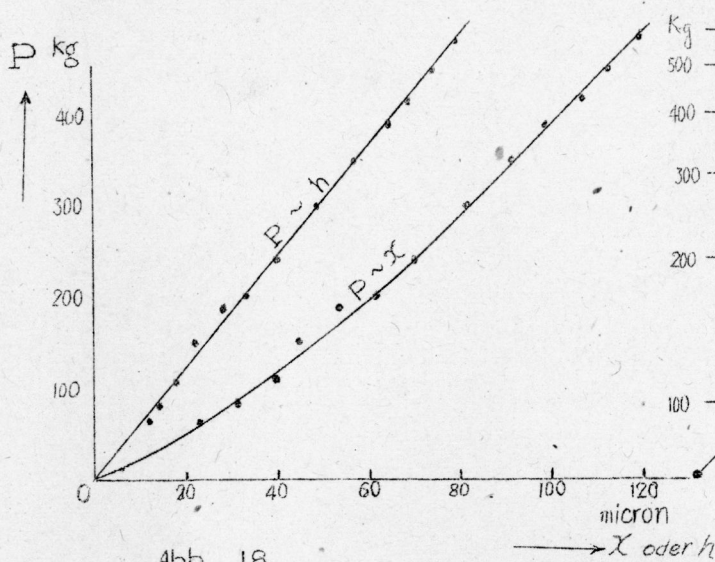


Abb. 18

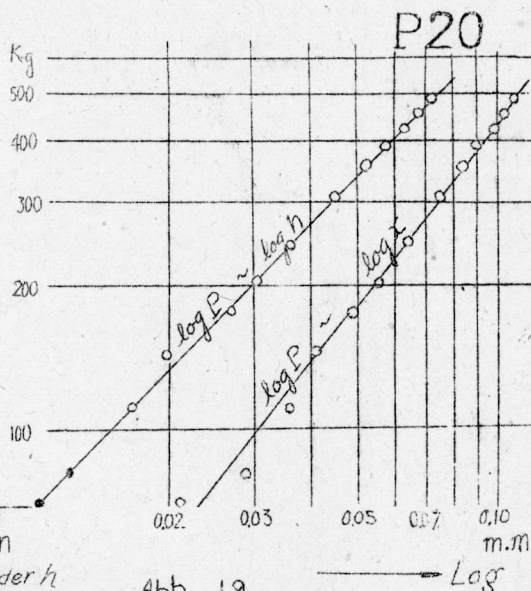


Abb. 19

上圖の如くなり、 P と h 、 x 間の関係式を得る。

即ち

$$P = 7.5 \times 10^7 h^{1.02} \quad (\text{g重 cm 単位}) \quad P = 7.4 \times 10^{10} h^{1.02} \quad (\text{C.G.S.})$$

$$P = 1.50 \times 10^8 x^{1.29} \quad (\text{g重 cm 単位}) \quad P = 1.47 \times 10^{11} x^{1.29} \quad (\text{C.G.S.})$$

之を用いて、前記 ($D=15.8 \text{ m.m.}$) 球が、 700 cm/sec の速さで、平面に直衝突する時の柴橋サイクルを書く。

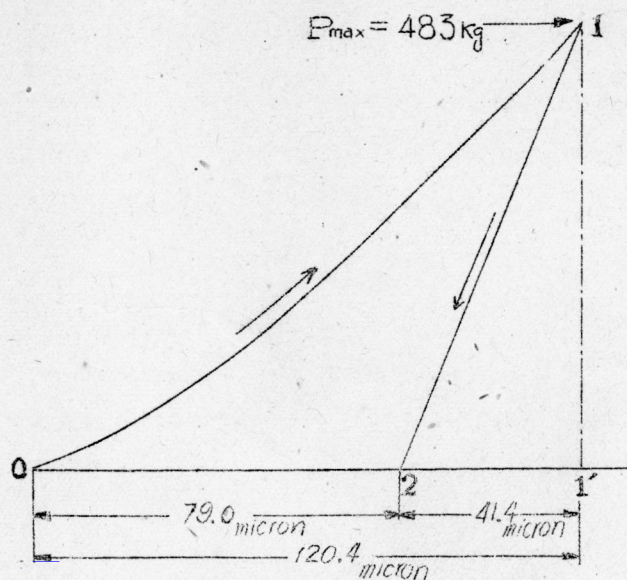


Abb. 20

左圖の如くなり、 $P = Sh^m$, $P = Px^n$ なる形式で特性が示される。

而 n を圧縮指數と言ふ。以上の外に P と Δh の間にも大略

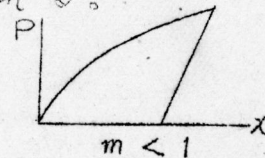
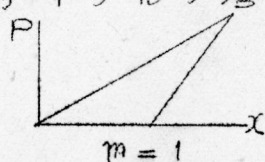
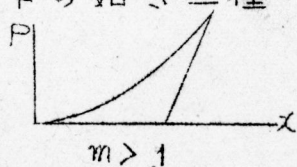
$P = R\Delta h^r$ なる関係が成立する。鋼面に衝突する場合、前記の球について

$$P = 4 \times 10^{10} \Delta h^{4.9} \quad (\text{g, cm})$$

$$P = 4 \times 10^{13} \Delta h^{4.9} \quad (\text{C.G.S.})$$

となる。此の時 Δh の指數 r を反撓指數と言ふ。

(注) 圧縮指數の値が 1 より大か、等しいか、より小かに依つて又下の如き三種の柴橋サイクルが考へられる。



下球
面
の
反
撓
係
数
?

4 柴橋サイクルの勢量

P21

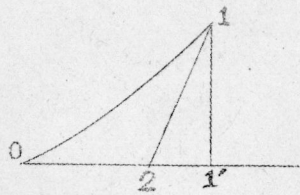


Abb22

柴橋サイクルに於て、 $0 \rightarrow 1$ 下の面積は

$\int_0^1 P dx = E_d$ で示され、 E_d は鋼面を圧縮した圧縮勢量であり、

$\int_1^2 P dx = E$ は圧縮された面から受

ける反撓勢量である。

一般に E と E_d は異符号であるので

$$-\frac{E}{E_d} = \eta_{si} \quad \text{---(8)}$$

を以て此のサイクルの効率を表はす事にし、 η_{si} を柴橋サイクルの効率と言ふ。

前節に依り、 $P = P x^n$, $P = R \Delta h^r$ なる故、

$$E_d = \int_0^x P x^n dx = \frac{1}{n+1} P x^{n+1}$$

$$\times E = \frac{1}{2} P \Delta h = \frac{1}{2} R \Delta h^{r+1}$$

$$\text{故に } \eta_{si} = \frac{E}{E_d} = \frac{1}{2} P \Delta h / \frac{1}{n+1} P x = \frac{n+1}{2} \frac{\Delta h}{x} \quad \text{---(9)}$$

此の關係は重要である。そして我々は此を利用して η_{si} を求め更に反撓高度より求めた E を知れば、

$$E_d = \frac{E}{\eta_{si}}$$

より圧縮勢量 E_d を知り得るのである。

所が最初落下球の持つてゐた勢量を E_0 とすれば、 E_0 の一部は衝突時の音や、振動勢量になり残りが、圧縮勢量になるので、 $E_0 - E_d = E_v$ が、柴橋サイクル以外での勢量損である。

実例を示すと、15.7 g重 ($D=15.8 \text{ mm}$) の球について、

衝突速度 cm/sec	96	140	198	222	281	314
E_0 g-cm	77	157	314	393	628	785
E_d g-cm	51	112	190	280	411	550
E_v g-cm	26	45	124	113	217	235

衝突速度	371	443	506	561	612	658	700
E_0	1100	1570	2040	2510	2980	3460	3920
E_d	744	1060	1420	1650	1970	2220	2540
E_v	256	490	620	860	1010	1240	1380

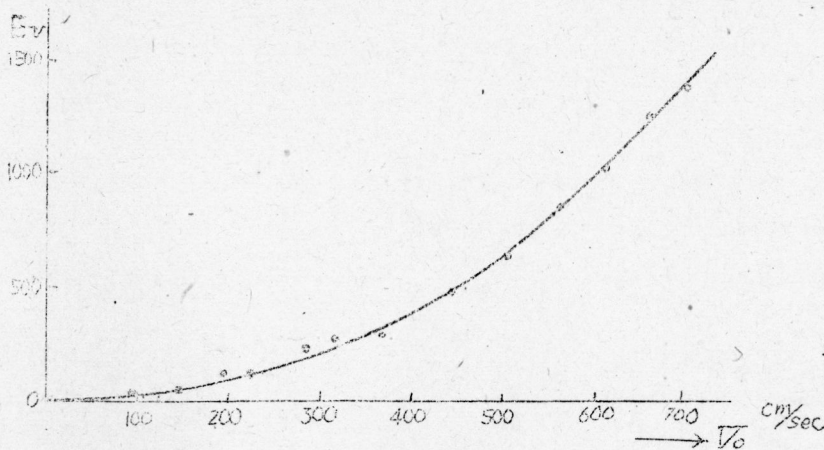


Abb. 23

第23圖の如く衝突速度が大になると急速に振動勢量に依る損失が認められる。

更に E_0 と E_v の間に直線関係があるので、 E_0 に或る常数を掛けたものが E_v である事を知る。

即ち E_v は V_0 の二乗に比例して増加する。

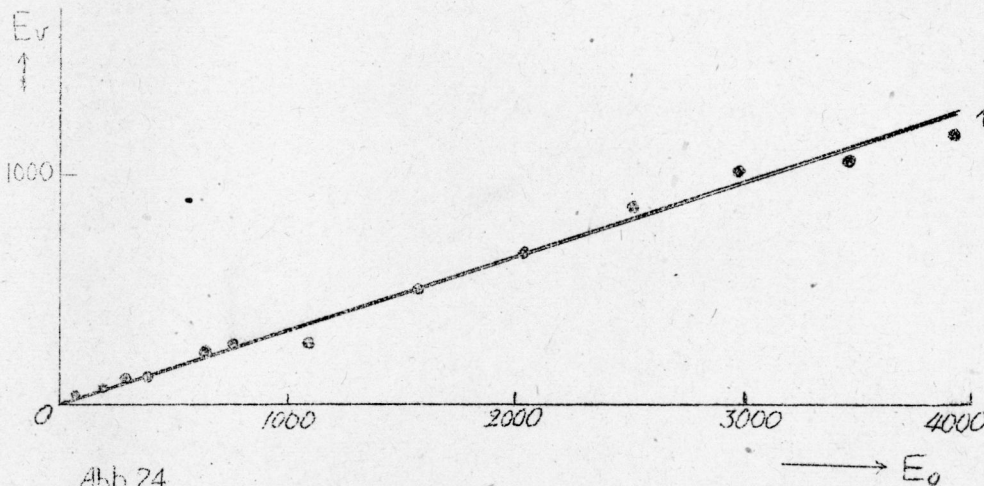


Abb. 24,

次に $E_v = \eta E_0$ と置き η を衝撃効率と言ふ。

又 $E_v = (1-\eta) E_0$ で E_v も示される。

此の場合 $\eta = 0.68$ であった。

第三節

衝突時間の測定及び其の計算値

1 測定法 球が落下して来て錫面に衝突してゐる時間は非常に短いので、少くても十万分之一秒の精度が無ければならない。是の如き短時間の測定は電氣的に行ふ以外に餘り方法はない。

さて如何なる回路を用ひて測定するかは残された問題であるが、球が導体であるので、球と錫面を前記の如くスイッチとして用ひ、スイッチの閉いた間に流れる電氣量を測定すれば

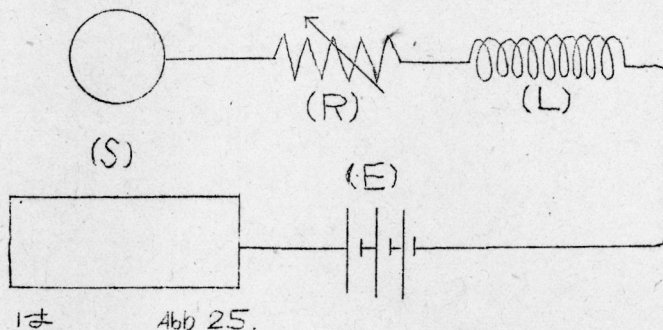
$$Q = i t$$

なる関係より電氣量の補正を小電流で行へば、接觸時間が計算出来るのである。

此の場合電氣量の測定は長週期の檢流計を用ふのは良いし、 i を小さく t を大にすれば、色々の電氣量の校正が可能である。

此の方法は數十万分の一秒まで積度を上げ得るのであるが、連続的に多数測定する事は出来ない。

然るに私の今度の希望は球が錫面に跳る場合、其の各々の衝突時間を全部記録する事であるので此の方法は断念して、他の回路を考へた。



インダクタンス L と抵抗 R が直列に接続された左の如き回路に於て球が落下して下面のオシロに接すると、急に不変電圧 E がかり、回路を流れる電流 i

は Abb 25.

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E$$

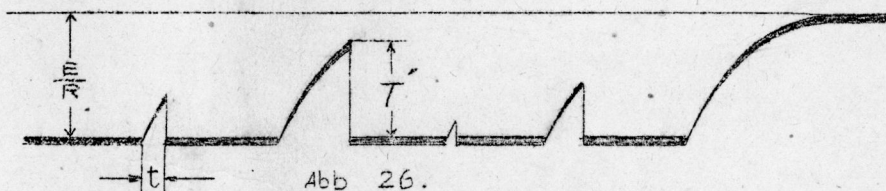
なる微分方程式に従つて上昇する。

$$\therefore i = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \quad \text{----- (10)}$$

此所に $\frac{E}{R}$ は定常値、 $\frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$ は過渡値である。

此の回路に於ては電流は時間と共に直線には増加しないけれども、時間と共に増加し、其の割合は $\frac{R}{L}$ に依り任意に定め得るものである。

さて次に球が飛び上れば $R \rightarrow \infty$ になるので瞬間的に電流は 0 になり舊に復す。



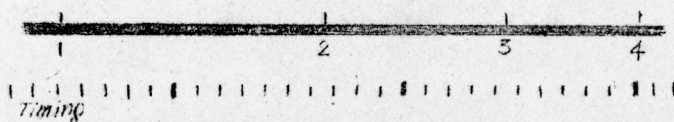
其の様子は上のオシログラムの如し。T を測定すれば直ちに衝突時間が分るのである。

此の回路に於て積度を 5~10 万分の一秒にまで高め得たので実用に共した。

2 測定結果

オシログラムの調時装置を動かして、落下の瞬間を記録すると第 27 圖の如き寫眞を得た。

之を前記の 10 式から計算すると約 1 万分の一秒の Order である。



次に球が跳つて静止する附近を撮つて見ると 28 圖を得た。

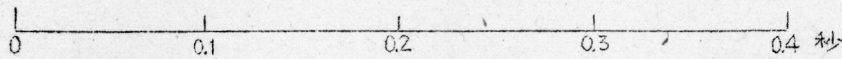


Abb 28



28 圖の各衝突時間、

衝突番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
衝突時間 $\frac{1}{10000}$ 秒	1.0	2.0	2.8	3.1	4.0	4.3	4.5	3.9	4.1	4.7	5.8	7.1
衝突速度 cm/sec	11.4	7.6	5.2	3.9	2.9	2.3	1.8	1.5	1.2	1.0	0.86	0.60

番号	13	14	15
時間	11.6	24	∞
速度	4.1	1.45	0.25

となり明らかに衝突速度が小さい程衝突時間が長くなる
 之は吾々の直感とは相容れない。其所で此の現象を正しく
 数式で示す必要が起つて来る。

HERZ の説を FRANZ BERGER の方式で一般化するのてあるが
 球の質量を M g 初速を V_0 cm/sec とすれば、

此の球の衝突前の運動勢量は $\frac{1}{2} M V_0^2$ erg なるも 22 頁に
 依り 衝撃効率 η なる故 柴橋サイクルを行ふ球の勢
 量は $\eta \cdot \frac{1}{2} M V_0^2$ なり。

故に今球が、 $P = P x^n$ なる力にさからつて勢量を消費
 しつつ減速して行く時、表面より x cm 入つた時の球の速
 度を v cm/sec とすれば、

$$\eta \frac{1}{2} M V_0^2 = \int_0^x P x^n dx + \frac{1}{2} M v^2 \text{-----} (11)$$

$$\text{依て } v = f(x) = \sqrt{V_0^2 \eta - \frac{2P}{M(1+n)} x^{1+n}} \text{-----} (12)$$

又 $v = 0$ 即ち最大到達深さを X cm とすれば

$$X = \left\{ \frac{M(1+n)}{2P} \eta V_0^2 \right\}^{\frac{1}{1+n}} \text{-----} (13)$$

依て接觸より最大深さに到る時間 t は

P25

$$t = \int_0^x \frac{1}{v} dx = \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{2V_0^2 - \frac{2P}{M(1+n)} x^{1+n}}}$$

一方13式より $\frac{P}{M(1+n)} = \frac{2V_0^2}{2x^{1+n}}$

なる故

$$t = \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{V_0^2 - V_0^2 \left(\frac{x}{X}\right)^{1+n}}} = \frac{1}{\sqrt{2}V_0} \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{X}\right)^{1+n}}} \quad (14)$$

$\frac{x}{X} = f$ と置けば

$$t = \frac{X}{\sqrt{2}V_0} \int_0^1 \frac{df}{1 - f^{1+n}} \quad (15)$$

一般に此の定積分は困難で圖式積分の要あり。

今 $\int_0^1 \frac{df}{1 - f^{1+n}}$ を n の函數と考へ $f(n)$ と置くと

$$f(-1) = \infty \quad f(0) = 2.000 \quad f_{\frac{\pi}{2}} = 1.5708$$

$$f(1.5) = 1.4716 \quad \text{となる。}$$

$$\text{故に } t = \frac{X}{\sqrt{2}V_0} f(n) \quad (16)$$

$$13\text{式を入れて } t = f(n) \left(\frac{M}{2P}\right)^{\frac{1}{1+n}} (1+n)^{\frac{1}{1+n}} (\sqrt{2}V_0)^{\frac{1-n}{1+n}} \quad (17)$$

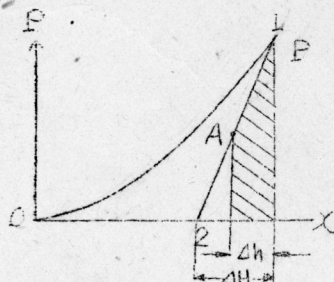


Abb 29

⑬, ⑰式で決定される t は $0 \rightarrow 1$ 間の衝突時間であるが更に $1 \rightarrow 2$ の過程の時間を求めよう。

今球がA点にある時を考へると $1 \rightarrow A$ 間に於て

$$\frac{1}{2} (P_{\max} \Delta H + P_{\max} \frac{(\Delta H - \Delta h)^2}{\Delta H})$$

の勢量を得てゐるので 球の速さを v cm/sec, $\Delta H - \Delta h = \Delta h'$ とすれば

$$\frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2} P_{\max} \frac{\Delta H^2 - (\Delta h')^2}{\Delta H}$$

$$\therefore \frac{1}{v} = \sqrt{\frac{M}{P_{\max} \Delta H}} \frac{1}{\sqrt{\Delta H^2 - (\Delta h')^2}}$$

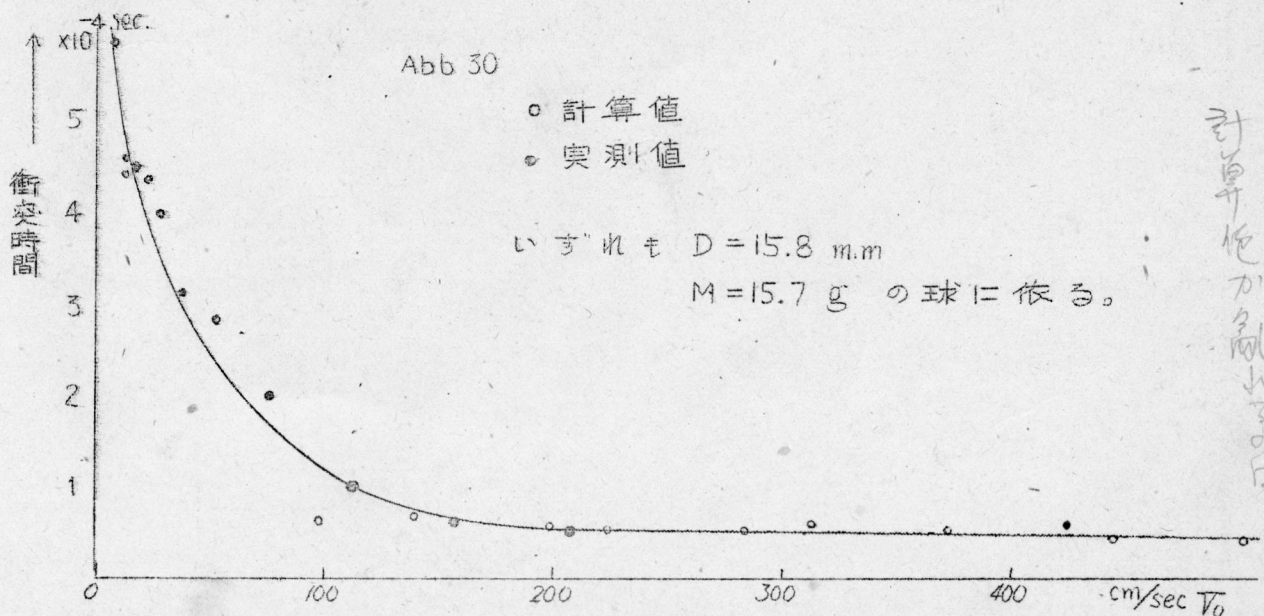
故に

$$\begin{aligned}
 t' &= \int_{\Delta H}^0 \frac{dh'}{v} = \int_{\Delta H}^0 \sqrt{\frac{M}{P} \Delta H} \frac{d \Delta h'}{(\Delta H^2 - \Delta h'^2)^{\frac{1}{2}}} \\
 &= \sqrt{\frac{M}{P}} \sqrt{\Delta H} \left[\sin^{-1} \frac{\Delta h'}{\Delta H} \right]_0^{\Delta H} \\
 &= \sqrt{\frac{M}{P}} \Delta H^{\frac{1}{2}} \frac{\pi}{2}
 \end{aligned}$$

$$\therefore t' = \frac{\pi}{2} \sqrt{\Delta H} \sqrt{\frac{M}{P}} \text{-----(18)}$$

ΔH を cm, M を g, P を dyne で示せば t' は sec. である。
計算値を下に示せば,

衝突速度 cm/sec	t (sec) (16式より計算)	t' (sec) (18式より計算)	衝突時間 ($t+t'$) Sec
96	3.59×10^{-5}	2.52×10^{-5}	6.11×10^{-5}
140	3.40	2.96	6.36
198	3.06	2.77	5.85
222	3.04	2.50	5.54
281	2.90	2.32	5.22
314	3.00	2.32	5.32
371	2.89	2.20	5.09
443	2.78	2.04	4.82
506	2.72	1.94	4.66
561	2.70	1.90	4.60
612	2.67	1.90	4.57
658	2.50	1.82	4.32
700	2.64	1.83	4.47



衝突時間の問題は更に実験を續けて行き度いと思ふ。
唯一つ良く覺えて置くべき事は 壓縮指數と衝突時間の關係である。

それは(17)式の示す如く

$$\tau = K V_0^{\frac{1-n}{1+n}}$$

なる關係である。

$n > 1$ ならば

衝突速度が大なる程衝突時間は小

$n = 1$ ならば

∴ ∴ ∴ は衝突時間に無關係

$n < 1$ ならば

∴ ∴ ∴ が大なる程衝突時間は大

となつて来る。

第 四 節

衝 撃 力 の 大 き さ に 関 し て。

1 衝 撃 力

衝擊力は二物体が相對速度をもつて接觸する時現はれて来るのであるが、其の力は靜的荷重より必ず大きい。

衝擊力と靜的荷重に依る力の比を衝擊力係數と言ふ事にし、これを ψ なる記号で示せば

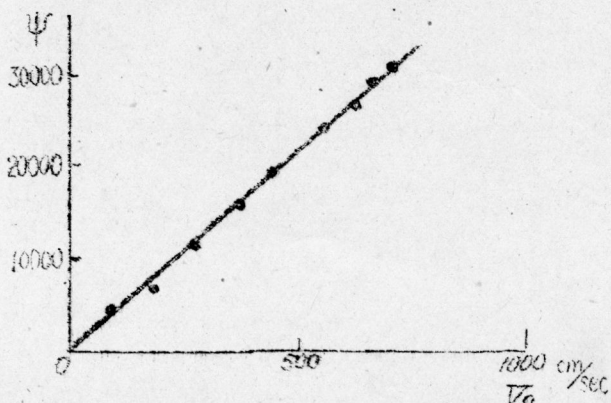
$$\psi = \frac{P}{W} \text{ ----- (19)}$$

但し W は衝擊を與へる物体の重量

2 鋼球と鋼面の衝突時の衝擊力係數

$M = 15.7 \text{ g}$ の球について求めた ψ を V_0 の函數として示すと、

衝突速度 V_0 cm/sec	95	198	281	371	443	561	612	658	700
衝擊力 P g	70000	110000	177000	244000	300000	383000	422000	452000	483000
係數 ψ	4450	7600	11500	15500	19100	24400	26800	29000	30800
落下高さ H_0 cm	4.9	20	40	70	100	160	190	220	250



左圖は柴橋サイクルを用ひて
みないが、同サイクルを用ひ
て衝擊力 P を求めると、

$$P = p X^n, \quad X = \left\{ \frac{M(1+n)}{2p} n V_0^2 \right\}^{\frac{1}{1+n}}$$

$$\therefore P = \left\{ \frac{n}{2p} M(1+n) \right\}^{\frac{n}{1+n}} V_0^{\frac{2n}{1+n}}$$

$$\therefore P = K V_0^{\frac{2n}{1+n}} \text{ となる}$$

此の場合 $n = 1.3$ なる故 $P = K V_0^{0.87}$ で大体比例する。

最少し一般的に $P = f(p, M, V)$ として取扱へば、

$$P = \left\{ \frac{n}{2} (1+n) \right\}^{\frac{n}{1+n}} (PM)^{\frac{n}{1+n}} V^{\frac{2n}{1+n}} \quad \text{---(20)}$$

$$\text{又は } P = \left\{ \frac{n}{2} (1+n) \right\}^{\frac{n}{1+n}} (PE_0)^{\frac{n}{1+n}} \quad \text{---(21)}$$

以上の二式は衝撃力研究に重要である。

Springに衝撃を興へる時其の歪が衝撃速度に比例する事は $n=1$ として 20 式を免れば、

$$P = \sqrt{2} (PM)^{\frac{1}{2}} V$$

となる事から理解されるものである。

Siehe 理研 第二十輯 第六号 P 325.

3 圧電気による測定

衝撃力等の急激なる振動的又は過渡的な力は水晶による圧電気の増幅が最も利用し易い。

唯測定其他の設備が面倒な爲本校に於ては餘り用ひられなかつたが本年(1943)になつて新助教授の御厚意により、機械科の増幅器が貸れたので、どうやら4月から動く様になり、最近まで良く働いてゐる。

最初 Plate 電圧に整流器を用ひた爲 100 Cycle の交流が入つて困つたが後程電池に直した爲良くなつた。

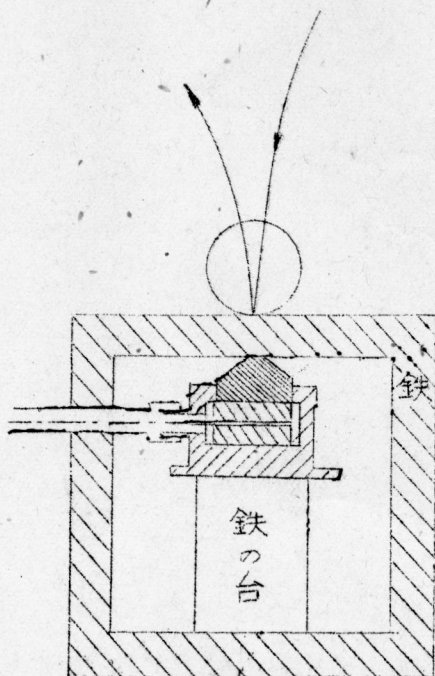


Abb. 32

左の如く Piezo を入れ上から球を落とすと急にカバカはる故、ピエゾに電荷が出て、増幅後オシロに入れて下の様な寫眞を得た。

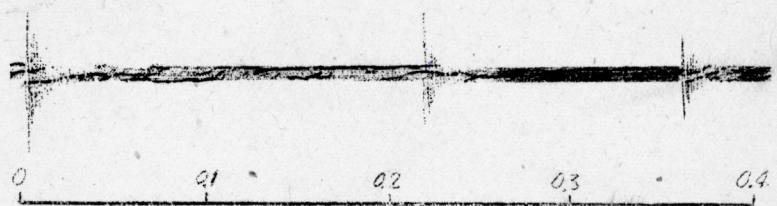
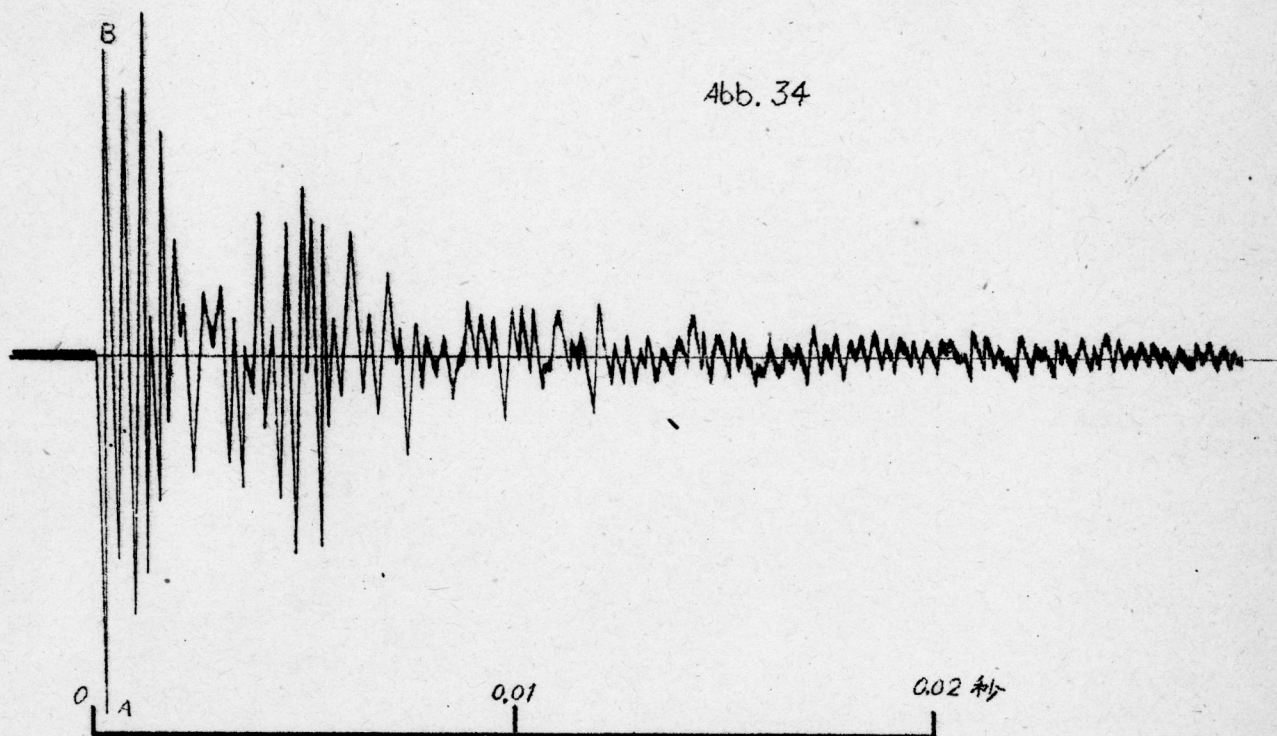


Abb. 33.

球が衝突して跳る時の様子が分るのであるが、衝撃時間が1万分一秒の程度であるのに、ピエゾには百分一秒以上力がかかつてゐる。又は下の台が振動を續ける爲だらう。

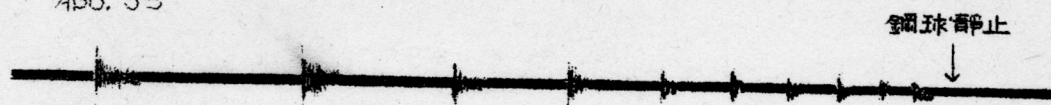
さて是の如き衝突後の振動的な力を調査すべく更にオシロの印画紙の速さを大にして撮つたのであるが、力の变化の様子は、下の支へ方で大いに变化する。

(I) 第32圖の如き支へ方の場合



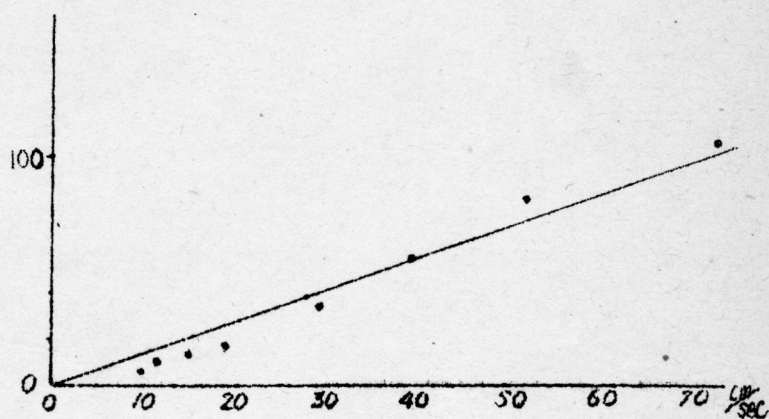
此の場合衝突後、ピソ"には上の如き力の変動を感じるのであるが今 A B を以て衝突力に比例する量と假定すれば、下の如きオシログラムから、衝突速度と、衝突力の 大略の關係が分る。

Abb. 35



35圖より求めた衝突速度と、ABの關係は、下に從へば、大略正比例關係にある

速 度 cm/sec	A · B
10	3
12	6
15	11
18	16
29	37
39	53
52	80
76	101
114	161



(II) Piezo を Spring で支へた場合

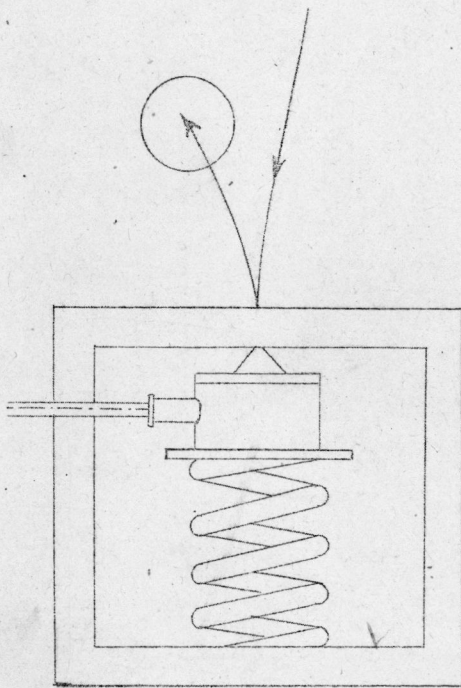


Abb. 37

次に左圖の如く下から Spring で押し上げて置くと球の落下後約百分の一秒程、鉄の箱と Spring の固有振動が、共鳴を起すのが下のオシログラムの如き面白い振動が續く。

尚ほ本実験は 20°C で Y.E.W. Type A の Vibrator を使用せる故、Deflection と振動數の關係は、下の如くなり

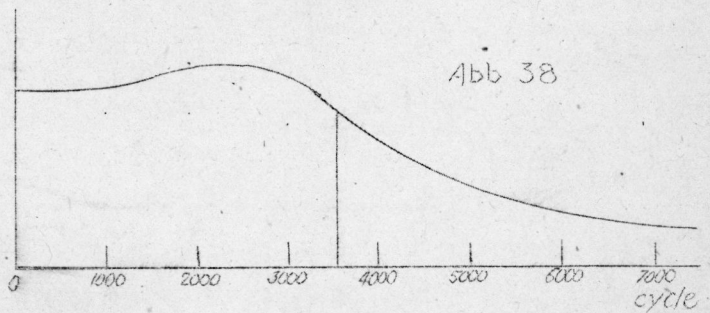


Abb. 38

此の場合最小波が 3520 Cycle なる故、オシロの方は信用し得る。

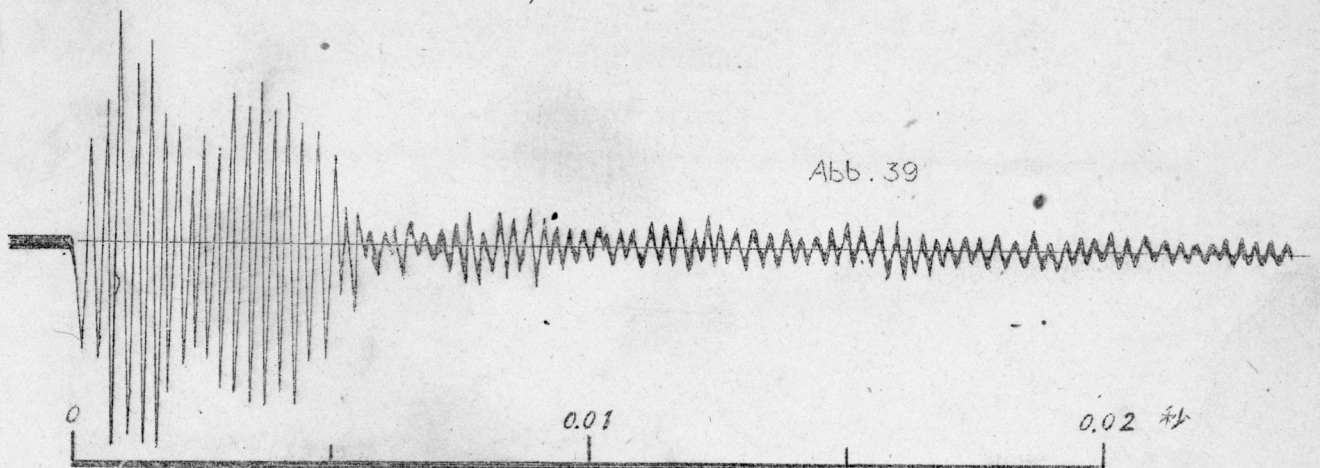


Abb. 39

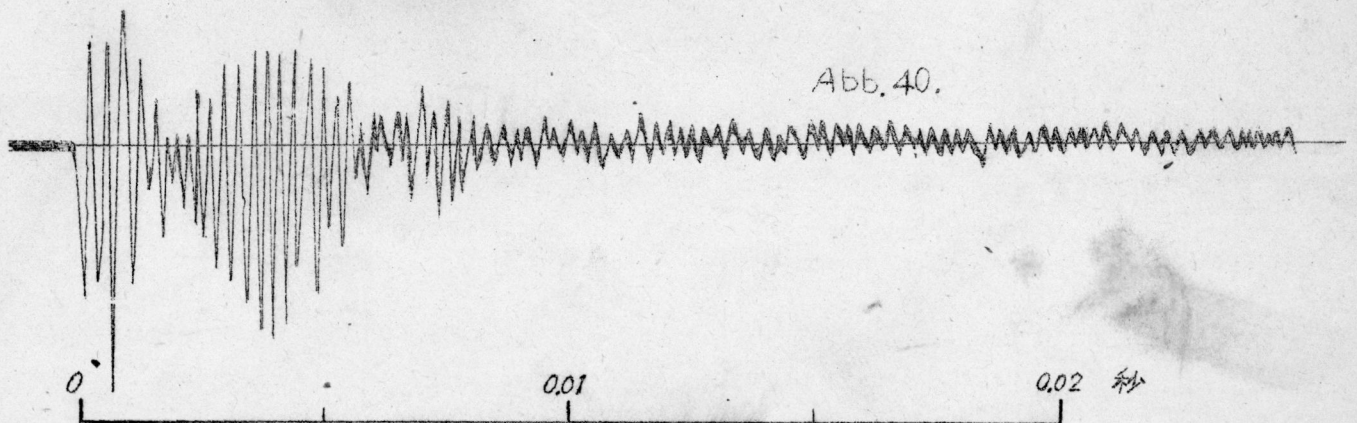
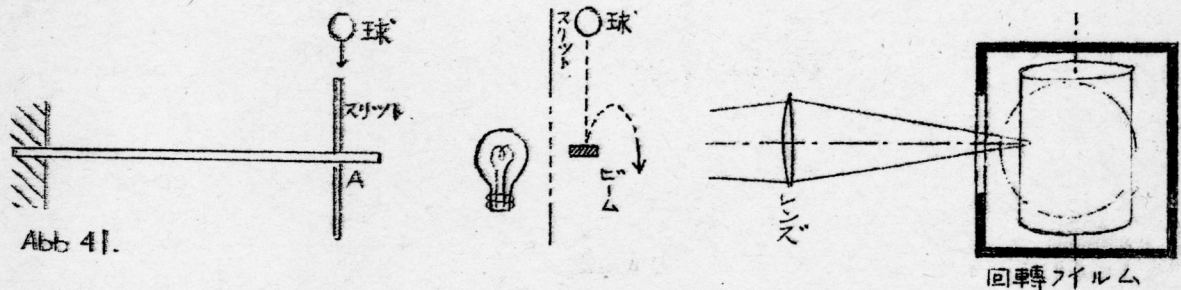


Abb. 40.

第五節 Beam の 衝 撃

1 概 説 本実験に於ては主として片持梁に衝撃を加へ其の振動を調べ、更に又 Beam をビエゾで支へるに感ずる力等を調査した。然しながら実験を大体6月30日で打ち切り、後の実験を延期した爲に十分な点が多く、いずれ次の機会に発表したいと思ふ。

2. 衝撃及び其の後の振動



上圖は衝撃及び振動の記録装置である。スリットの前面に於て球が落下し、Beam が振動する様子は、ビームでスリットを閉いさせて回転フィルムに寫すとビームの位置が白く残るのである。

Abb. 42 直径 9.5 ㎝の球で 10 cm の高さから衝撃

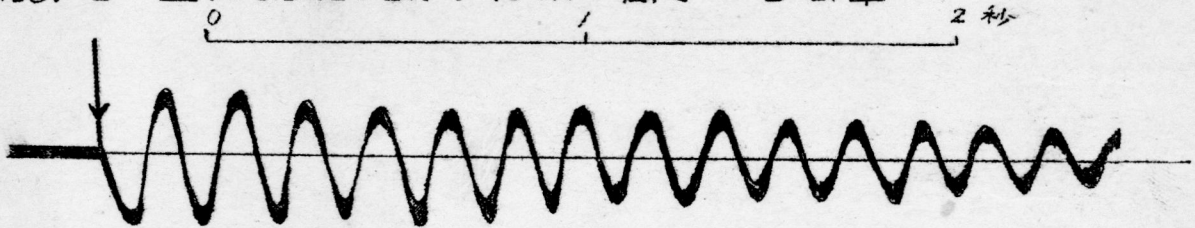
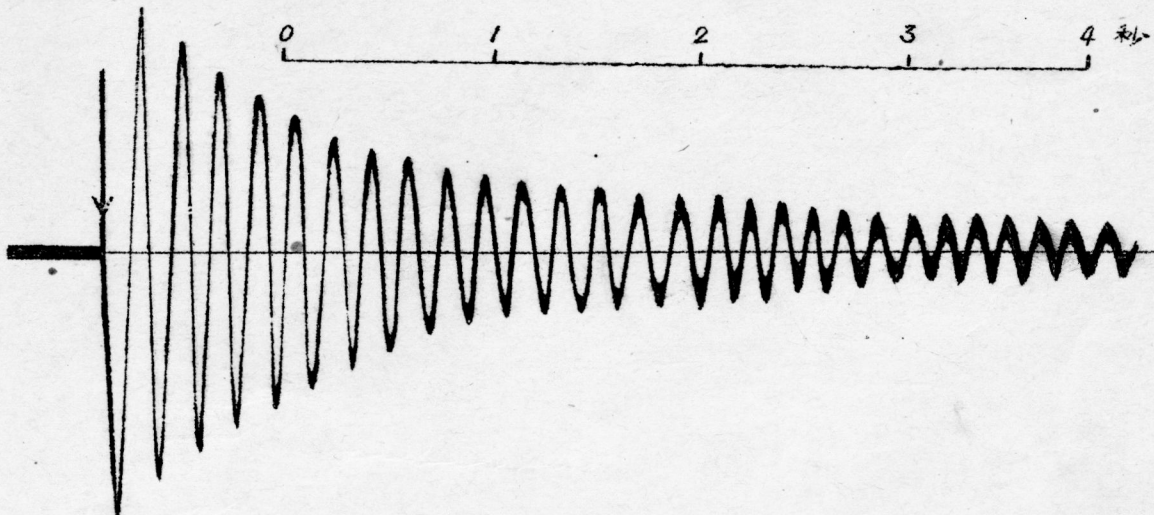
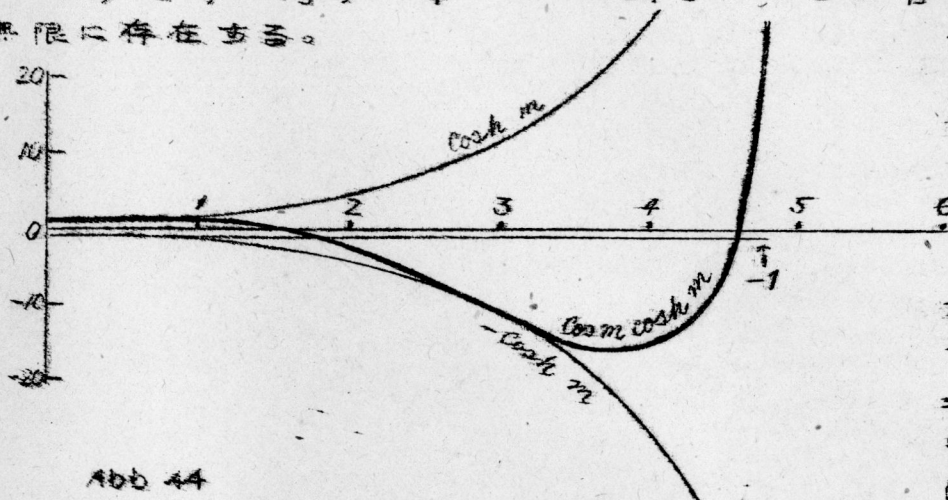


Abb. 43 直径 10.6 m.m の球で 10 cm の高さから



次に一端が固定されてあり、他端が自由である是の如き梁の
取り得る振動の形は

$\cos m \cdot \cosh m = -1$ を満足する m の値即ち
 $m_1, m_2, m_3, m_4, \dots$ に對し一つずつ存在する故
無限に存在する。



今 $\cos m \cosh m$ を
グラフに示
せば左の如
くなる。

m が大に
なるに従つ
て $\cos m \cosh m$
 $= -1$ なる m
の値と
 $\cos m \cosh m = 0$

Abb 44

なる m の値が尋しくなり、 $\cos m \cosh m = 1$ の根は、

$\cos m \cosh m = 0$ の根即ち $\cos m = 0$ の根

$$m_n = \frac{\pi}{2} + (n-1)\pi$$

となる。 ($n = 1, 2, 3, \dots$)

下の表は更に明らかである

	$\cos m \cosh m = -1$ の根	$\cos m = 0$ の根
m_1	4.87510	1.57079
m_2	4.69410	4.71239
m_3	7.85476	7.85398
m_4	10.99554	10.99558
m_5	14.13717	14.13718
m_6	17.27876	17.27877
m_7	20.42035	20.42035

$$m_n = \frac{\pi}{2} + (n-1)\pi$$

以下無限に存在するも $m_n = \frac{\pi}{2} + (n-1)\pi$ で計算し得る。

次に m_1, m_2, \dots に對する振動數を夫々 N_1, N_2, N_3, \dots
とすれば

$$N_1 : N_2 : N_3 : \dots = m_1^2 : m_2^2 : m_3^2 : \dots$$

$$= 3.51 : 2.20 : 61.7 : 121 : 200 : 296 : 416 : \dots$$

となり更に

$$= 1.00 : 7.73 : 21.6 : 42.5 : 70.4 : 104 : 146 : \dots$$

なる比を得る。

m_1, m_2, \dots に対するビームの振動の形は、節の位置が表の如くなるのでえを圖示すれば下の如し。

m_1 0.00



m_2 0.00 0.7739



理
作

m_3 0.00 0.5001 0.8679



m_4 0.00 0.3561 0.6442 0.9056



m_5 0.00 0.2788 0.5000 0.7232 0.9265



Abb 45

さて前の先持梁にもどつて衝突後の寫眞を綿密に調べて見ると 46 圖の如し

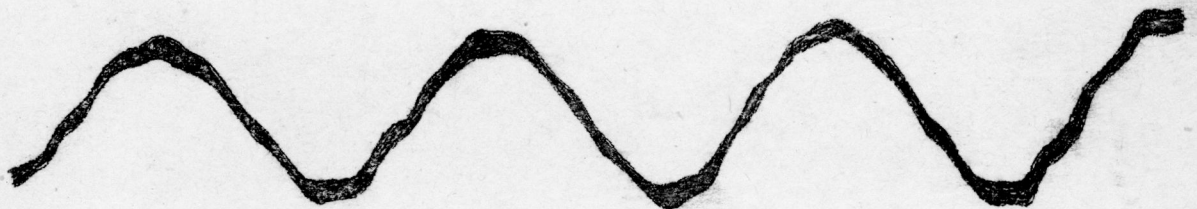


Abb 46

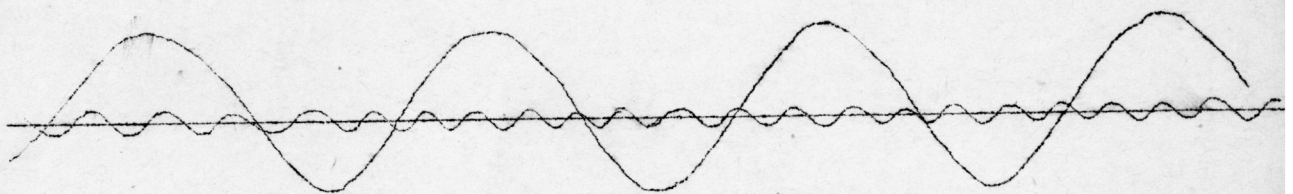


Abb 47

46圖の寫眞を二つの Sine curve に分け(フーリエに非ず)る
と

$$A \sin 2\pi N_1 t + B \sin 2\pi N_2 t$$

$$N_1 = 2.3 \text{ } 1/\text{sec} \quad N_2 = 15.7 \text{ } 1/\text{sec}$$

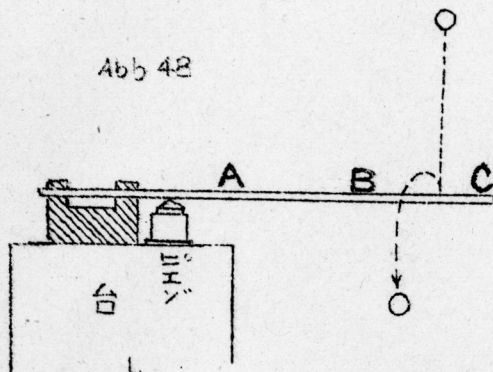
となり $N_1 : N_2 = 1.0 : 6.9$

である。これは m_1, m_2 を含んでみると考へられる。

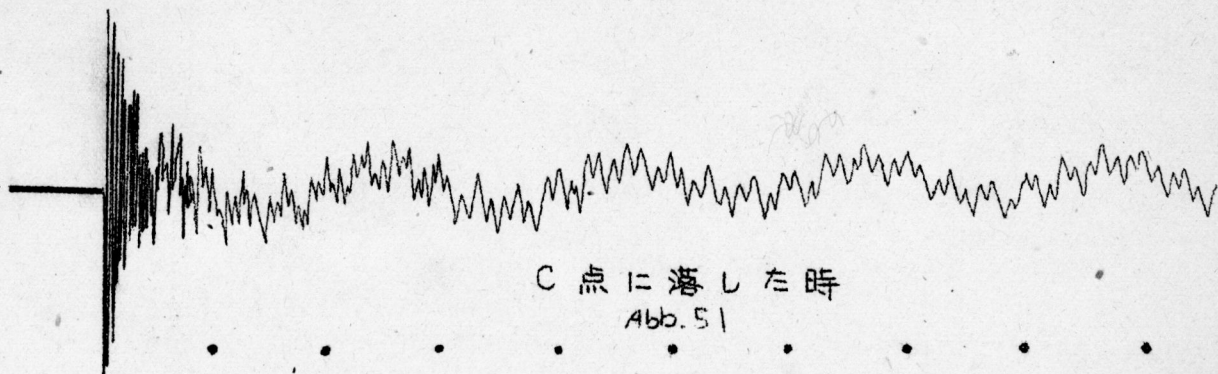
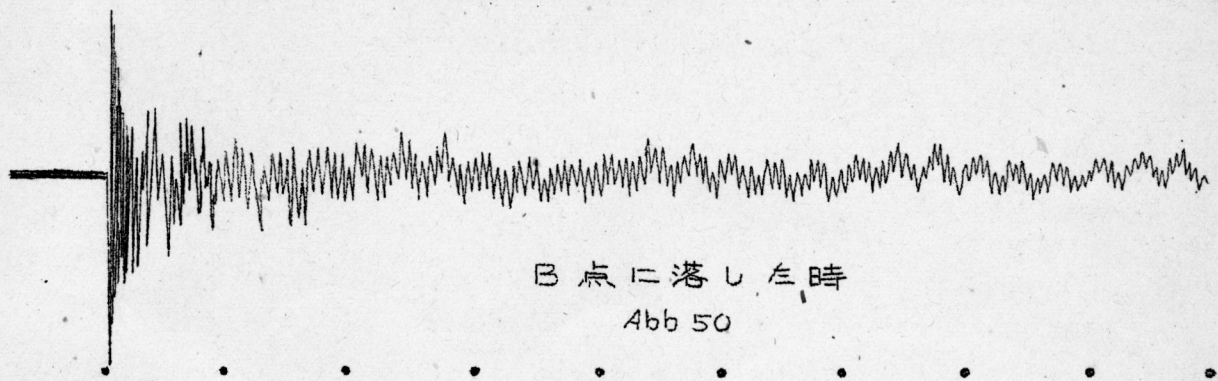
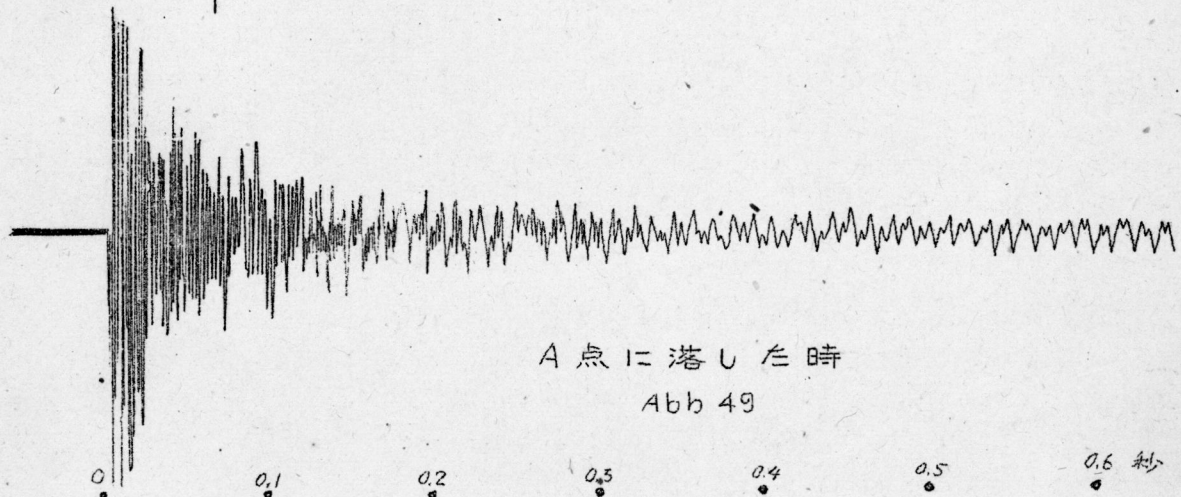
前頁の振動は m_1, m_2 の振動の和であり (m_3 以下は
 殆ど小さく又早く消へる) 二つの振動の合成である。

3. 圧電気による力の測定

次に衝撃後の効果を調べる為ピエゾを用いて次の実験
 を行った。



左の様な方法で"径15.8mmの鋳
 球を、A、B、C点に 夫々衝突
 させた時(30cmの高さから)ピ
 エゾに感ずる力を記録した。



4 圧力の分析と理論値との対照

(1) A 点に落した場合

49 圖の原圖を 3 倍に擴大すると下の如くなる。

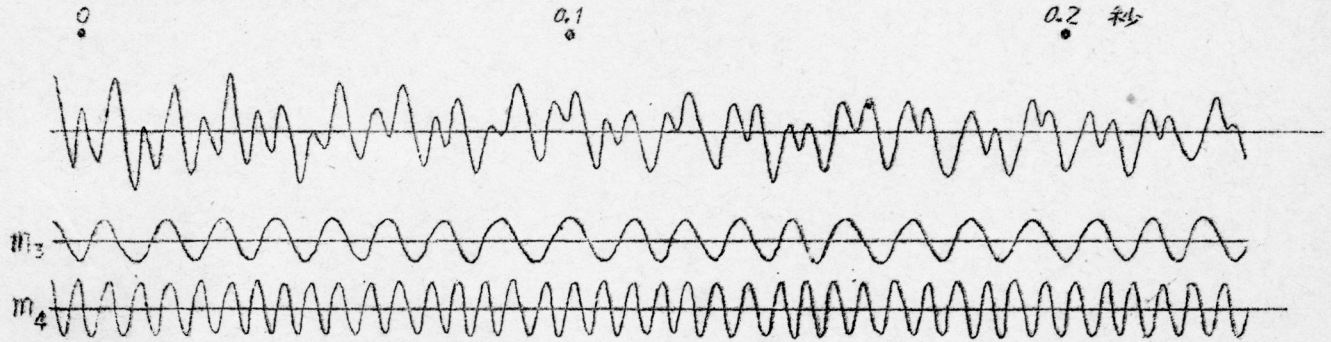


Abb 52

えは上の如き二つの正弦曲線に分解され振巾は 5:9 であり振動数は夫々 $83.5 \text{ } \frac{1}{\text{sec}}$, $169 \text{ } \frac{1}{\text{sec}}$ である。

次に此の二つ以外に m_1 , m_2 に相當するものがあるはずであるが A 点に落ちと現はれにくい。

m_5 以上のものは 49 圖をいくら擴大しても見られぬが、えは球の衝突した直後を高速度で撮り次の如く見出された

0 0.05 秒

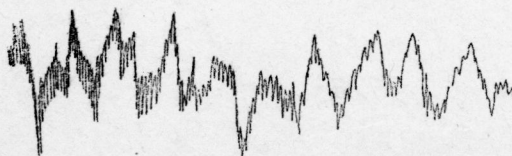


Abb 53

以上を綜合して、

成分波分析結果は (衝撃後 0.5 秒後に於て)

	振巾	振動数/秒	m_1 を 1 とす	全計算値 (32 頁)
基本波 (m_1)	1	4.75	1.00	1.00
(m_2)	?	?	?	7.73
(m_3)	5	83.5	17.6	21.6
(m_4)	9	169	35.2	42.5
(m_5)	0			70.4
(m_6)	0			104
(m_n)	0.05 秒で消滅	2700	560	

上の分析から梁は m_4 の振動の上に m_3 の振動が重なり相當面倒な振動をしてゐる事が分る。

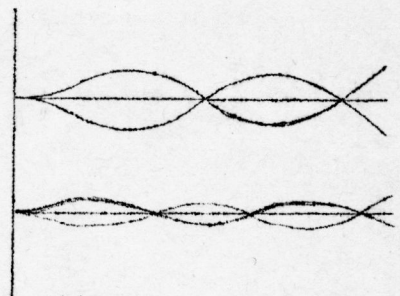
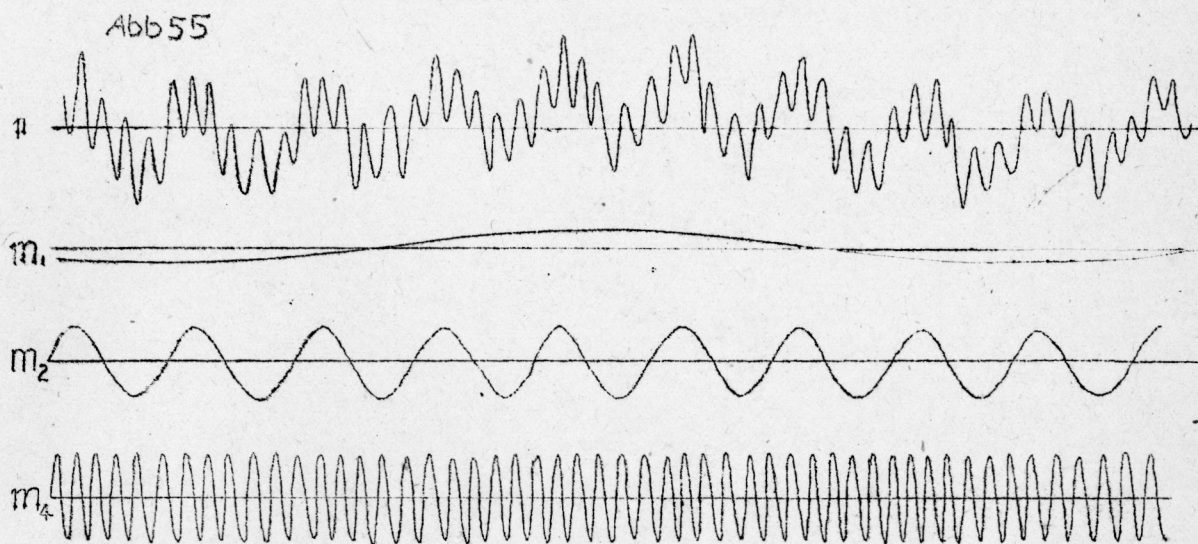


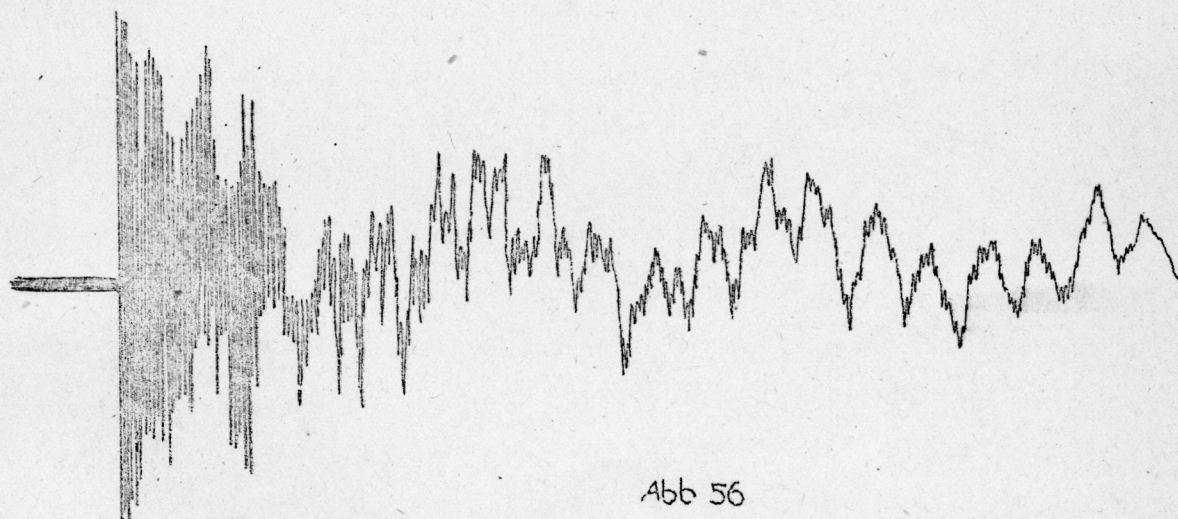
Abb 54

Ⅲ B 点に落した場合

50 圖の原圖を 3 位に擴大すると下の如くなる



以上の外前と同様に衝突直後の瞬間を調べると次の如し

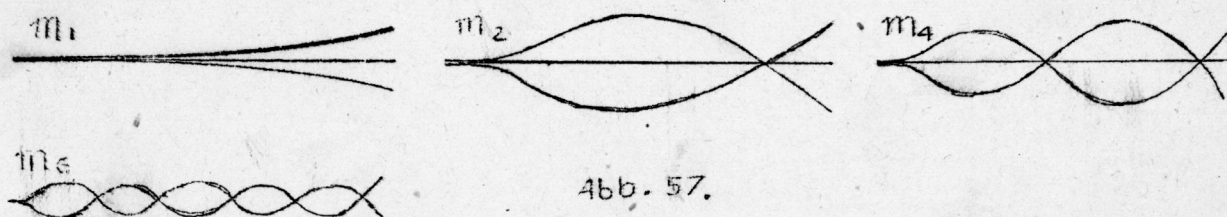


此の中に m_6 に相當すると思はれる、410 Cycle が見出される
も 0.05 秒で消滅する

成分波分析結果は

	振幅	振動数/sec	m_1 を 1 とし	計算値 P.32
基本波 m_1	3	4.75	1.00	1.00
m_2	10	30.0	6.32	7.73
m_3	0			21.6
m_4	12	167	35.2	42.5
m_5	0			70.4
m_6	0.05 秒で消滅	410	86.1	104
m_7	0.1 秒で消滅	2600	550	

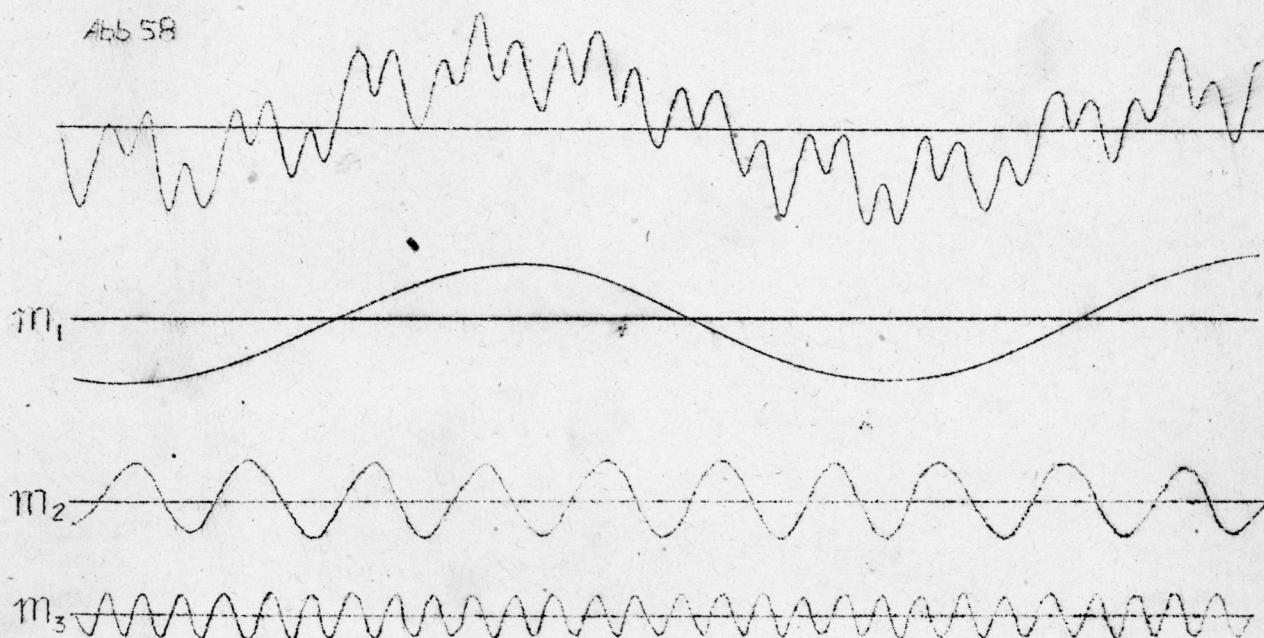
以上の結果B点に落下した場合の棒の振動は次の如き形の合成であらふ。



Ⅲ C点に落した場合

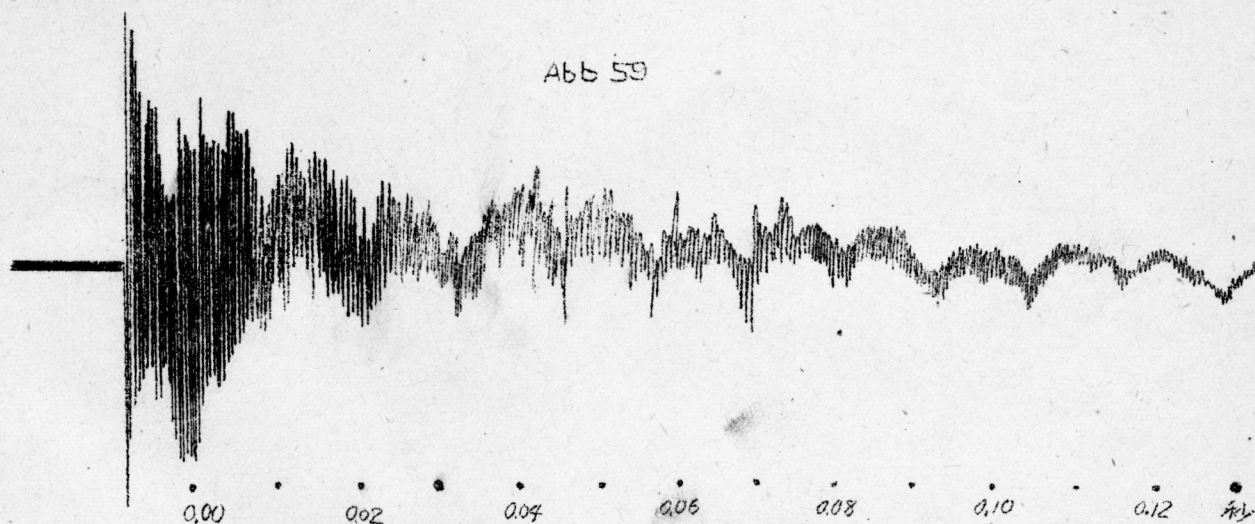
51の原圖を3倍に擴大して分析すると、

Abb 58



更に衝撃直後を調査すると、

Abb 59



上の如くなりやはり、前二例の如き高調波が見へるが、0.1秒位で消へてしまふ。

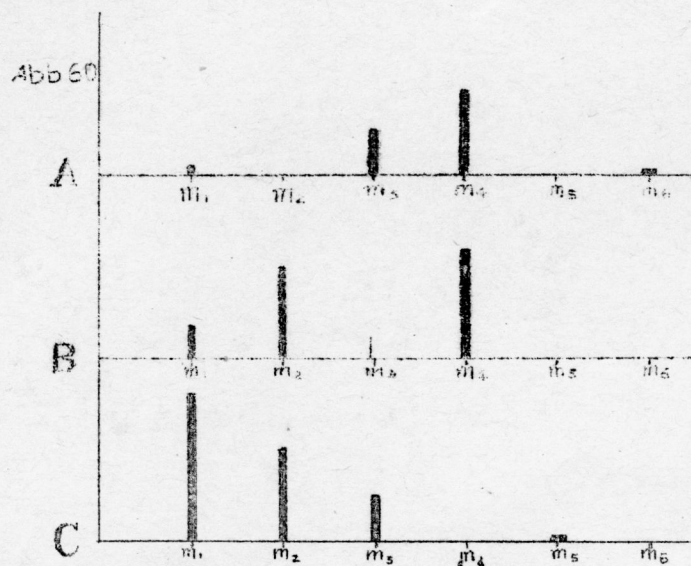
成分波の分拆結果は、

	振幅	振動数/sec	m_1 を1として	計算値
基本波 m_1	17	4.8	1.00	1.00
m_2	10	30.0	6.3	7.73
m_3	5	84.3	17.6	21.6
m_4	0			42.5
m_5	0.1秒後減衰	272	56.5	70.4
m_6	0			104
m_s	0.1秒後減衰	2700	560	?

此の場合は大体 m_1, m_2 の頃に振幅が大である
さて m_s なる 2700 Cycle の振動が m_1, m_2 の如き棒の弾性
振動から来るものとすれば、 $s=10 \sim 101$ 程度となり、事実是の
如き形で振動してゐるか否かは分らない。

5 振動数スペクトル

次には、吾々が音響スペクトルを考へると同様に、A, B, C
三つの各につき振動スペクトルを書いて見ると、次の如し



左圖で見ると先端に
近い程 m_1 が発達して
居り、反対側に近け
れば高調波が発達し
てゐる事が分る。

此の問題は最少し球
を落す点を多數取つ
て調べると良く分る
筋に當る所や又腹
に當る所にも同様に
落して見るべきなり。

基本波 m_1 に對する m_n の
振動数は、計算上は

1 : 7.7 : 21.6 : 42.5 : 70.4 : 104
となつてゐるのであるが、

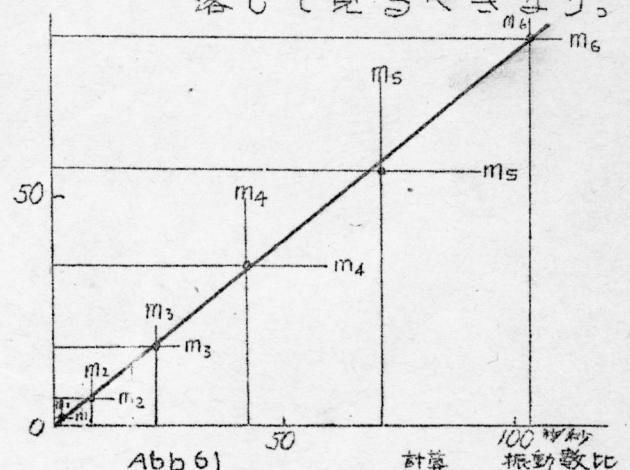
本実測に依ると、

1 : 6.3 : 17.6 : 35.2 : 56.5 : 86.1
となり、一致しない。

然し其の变化の様子は両
者の間に直線關係を認める。

右の圖参照

振動数比
実測

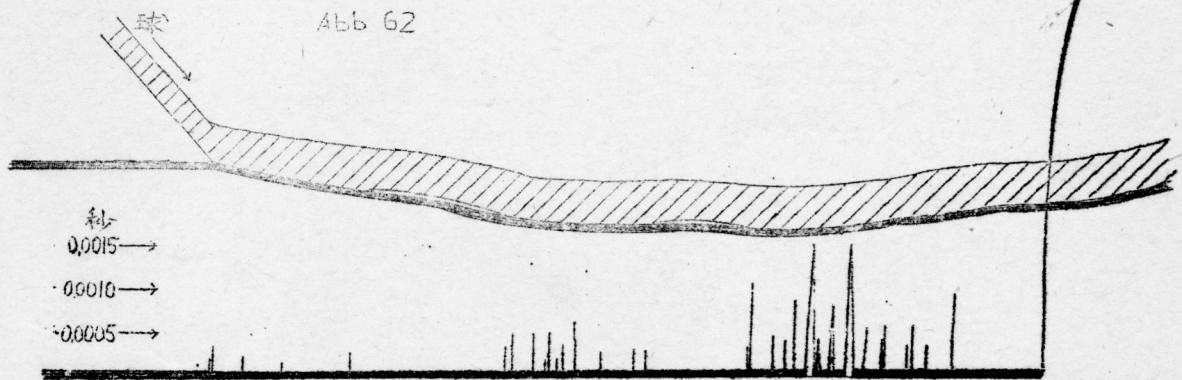


えは恐らく一端の固定の仕方が完全な rigid じゃ無かつた為では無からうか。後程研究して見やう。

6. 球の衝突後の梁の振動及び変位

衝突の様子を良く知る爲に第三節で行つたと同じ方法を用いて Beam の変位と共に衝突時間も調べて見た。

(1) 静止してゐる Beam に落した場合。

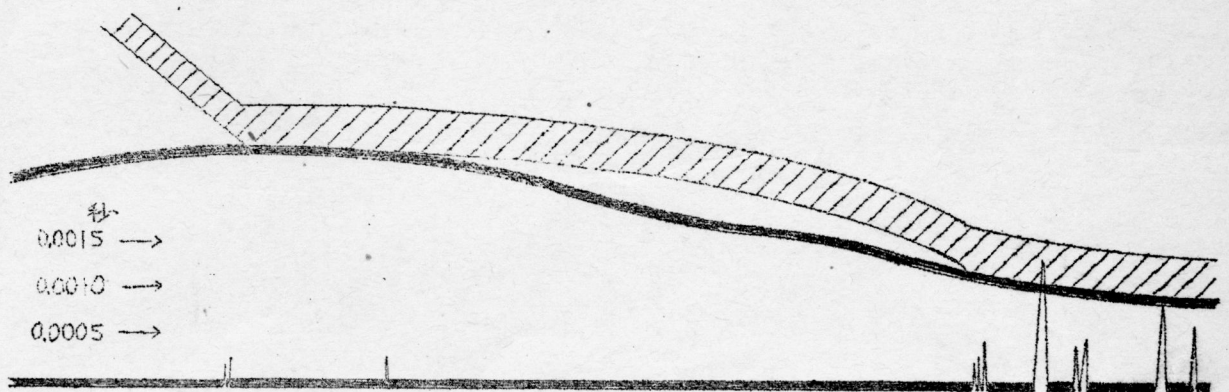


衝突後ビームは下り、球は其の上で轉つたり又跳つたりして上の如く接觸する。

(2) 振動してゐる Beam に衝突した場合。

(1) 振動の頂点に於て、

Abb. 63

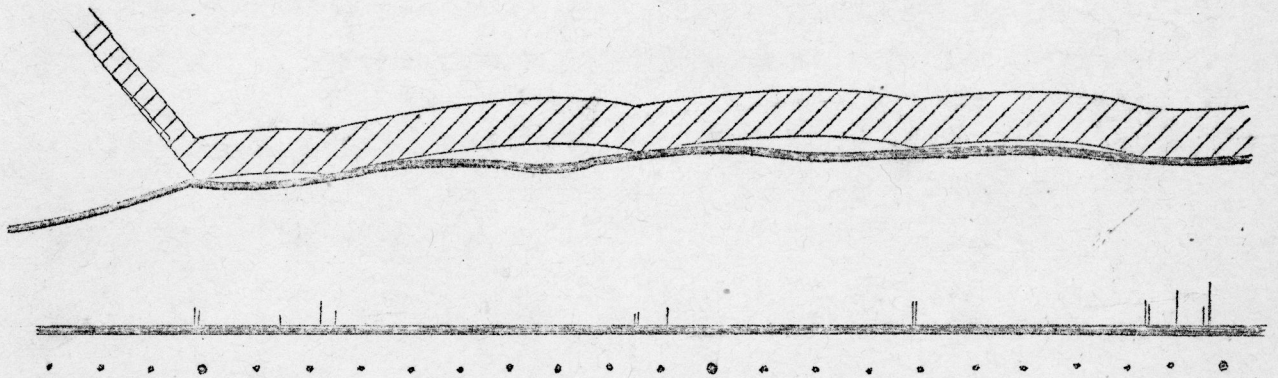


振動の頂点で球が落下すると上の様であつた。球が落下して後衝突し、更に重カの爲下るのであるが、復元カを受けてゐる Beam の方が早く落下(降下)し、ボールが之に追付いて衝突してゐる。

衝突時間は下の線で明らかである。

此の場合棒の振動には餘り変化は無い様である。

Abb 64



此の場合は球が衝突するや Beam は其の振動エネルギーの大部分を失ひ且、熱量の大なる m_2 の振動が多く残る様である。

7 衝突時間及び衝突速度

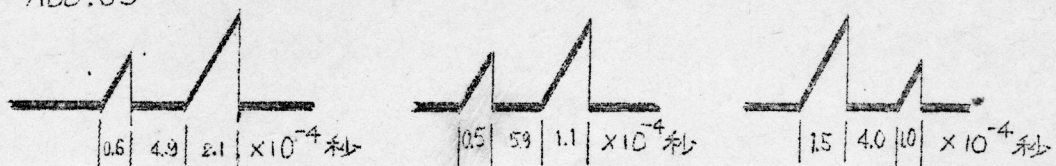
本実験に用いた棒は軟鋼であり球は鋼球であつたので、衝突時間も大体鋼面の場合と同様な関係にあると考へられる

前の三種の実験の各の場合鋼球の對地速度は 300 cm/sec であり、又 Beam の對地速度が夫々 $0, -50 \text{ cm/sec}, -100 \text{ cm/sec}$ なる故

相對速度は、 $300 \text{ cm/sec}, 350 \text{ cm/sec}, 400 \text{ cm/sec}$ となる。

第一回目の衝突の時のオシログラムは夫々 A, B, C に対し下の如し

Abb. 65



一方鋼面への衝突の場合は上の如く二度續いて衝突する事は無く $0.6 \sim 1.0$ 万分え 1 秒だけ唯一回である。

兩者の大きな相違は

- 相違 {
 - ◎鋼面の場合は唯一回の衝突ではね上る。
 - ◎鋼梁の場合は一回以上連続して衝突する。

類似 ◎衝突速度さへ同じならば、衝突時間は相等的い。

以上の結論に達する。

依て 衝突時間を知れば大略其の時の衝突速度が求まる。

上の実験で分る如く梁と球の場合其の相對的衝突速度の測定は非常に困難であるので、並に衝突時間から求めた衝突速度の方が正しいと思はれる。

A の場合即ち静止 Beam に 300 cm/sec の速さで直径 20.6 ㎞

の鉛球を落した場合、其の衝突時間は 6×10^{-5} 秒程度であるが、約 2000 秒後再び 21×10^{-5} 秒程衝突してゐる。鉛球の鉛面への衝突の場合は唯一回の衝突しか現はれないのに Beam への衝突の場合は何故連続して二度も衝突するのであろうか？

此の現象は長い間暗黒のまゝ横たはつて居たのである。

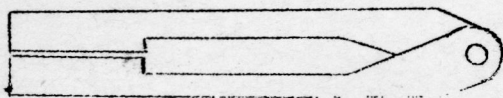
1943年5月の初旬 丁定規を用ひて行つた下の実験結果が偶然に解決の緒を作つた。之については次章に説明する。

第 六 章

接 觸 法

1 接觸法 離れた位置に存在する二つの物体を短時間で接觸させる方法を研究して見よう。離れた二物体を急に接觸させると、最後に於て両物体に心らず、衝撃的に力を及ぼし合ひ、數度の反撥後はじめて完全なる靜的接觸に至るのが常である。

下の如きものゝ左端を開き急に其の端を閉じると心らず何回かゴトゴトやつて後しか接觸しない。



之は電氣のスイッチ、ブザー等に於て良く出で来る問題である。

る。

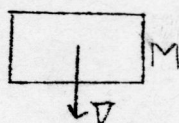
早く跳らずに接觸させる方法としては両物体間に反撥係數の小さい Pure metal を使用するが良い。言ひかへれば柴橋サイクルの効率の最も悪いものを用ひるべきである。

2. 彈性バネ、彈性ゴムを用ひる方法。

衝撃を和らげて良く接觸させる目的を以て度々スプリングを用ひる事がある。

然るにスプリング上に急に物がぶつゝかつた場合必ずしも一度でくつゝくか否かはうたがはしい。

特に左の如く漠然と上から落したのでは一度でくつゝく見込は先ず無い。



それは表面に於ける柴橋サイクルで反撥され更にスプリング内の彈性衝撃波、圧縮波等が又之を反撥するからである。



然るに落下中の M の後をしっかりと押し、運動エネルギーが全部スプリングの Work of deformation に變つた所で止めれば少しは良くなる。

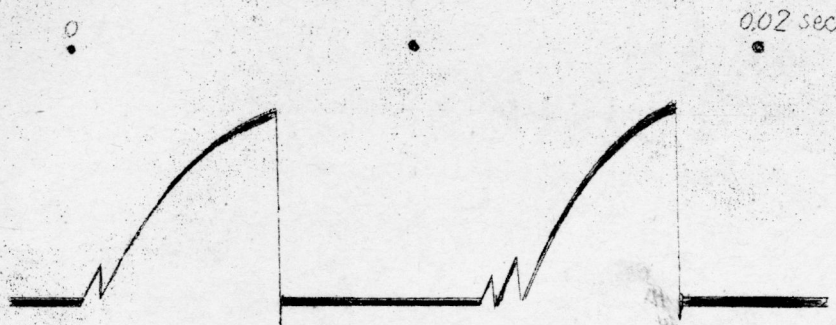
以上の如くスプリングを圖の如く入れても大部分一様な接觸は得られない。ゴムの場合も同様である。

此所で言ふ、理想的な接觸とは、短時間に、遠くにあつたものが一回も跳る事無く、くつついてしまふ事である。

3 弾性梁を用いた接觸

特に電気器具のフザーに於て、薄手の板金を用いたフザーの用途が廣く、或は感應コイルに、電鈴に、定週波振動器に廣く用ひられてゐる。

さて今感應コイルの一次側の電流を調べて見ると、非常に面白い。

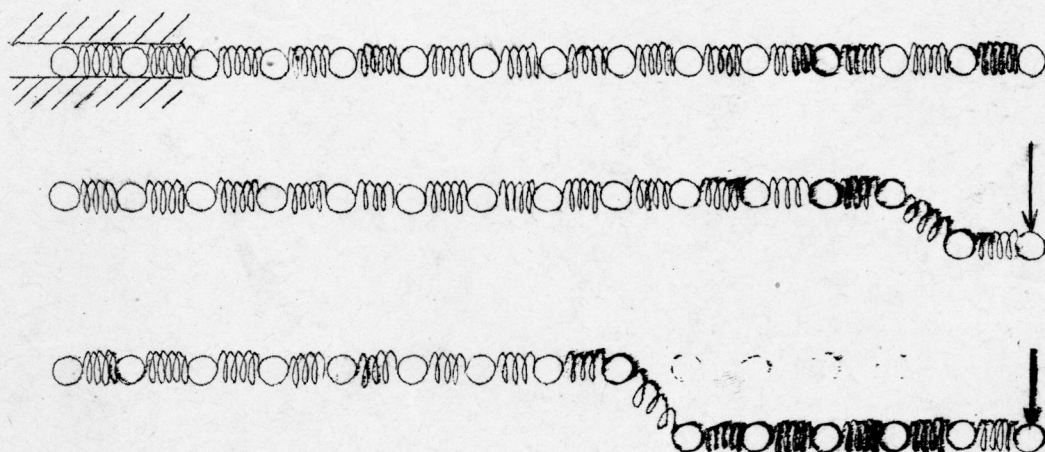


上圖はフザーの接觸の様子が示してある。結局インダクタンスの爲或る Time Const を以て上昇しつつあつた電流がフツと切れて再び接觸してゐるが、實際問題として、唯一回でくつついて呉れる程良い事はない。

此の原因は前に考へた如く、一つは Beam の高次の振動であり又一面 弾性波の往復とも考へられる。

1 弾性波の往復運動と考へたる場合

モデルとして次の様なものを考へて見やう。



上の Model 実験で分る如く Beam を構成せる各 Particle は 衝撃後 次々に変位を起し其の変位は 次々に 左へ傳播する。

今其の傳播速度を v とし、 n を剛性率、 ρ を密度 とすれば

$$v = \sqrt{\frac{n}{\rho}} \quad \left(\begin{array}{l} n = 8 \times 10^{11} \text{ dyne/cm}^2 \\ \rho = 7.8 \text{ g/cm}^3 \end{array} \right)$$

$$\approx \sqrt{10.3} \times 10^5 = 3.2 \times 10^5 \text{ cm/sec}$$

以上は鉄の場合であるが、色々な材料についても同様である。

此の変位は固定端に於て反射されて再びかへつて来る、其の時間は長さ 1 m の棒で約 3.1×10^{-4} 即ち一万分の三秒程度である。

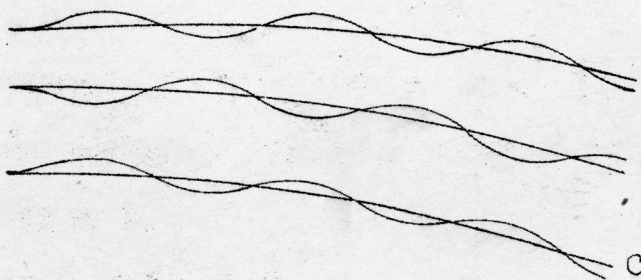
前に示したブザーは同様に鋼鉄であるので、長さ数 cm の Beam と考へて 約 10 万分之一秒の程度である。

此の弾性波が接觸を妨害してゐるならば、最少し時間が長くなければならない。依て次に最一つの考へを示してみよう。

2 Beam の高次の振動として解釈する場合



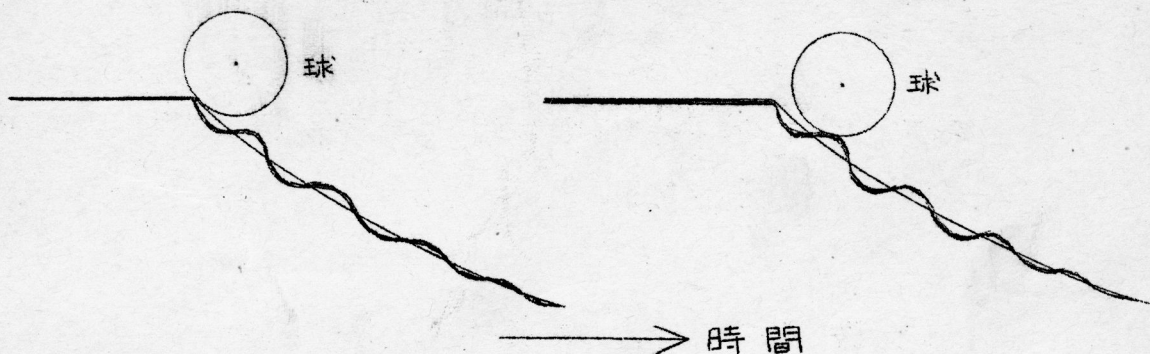
Beam は下の如き形になる。



Beam に左の如き振動が発生する場合

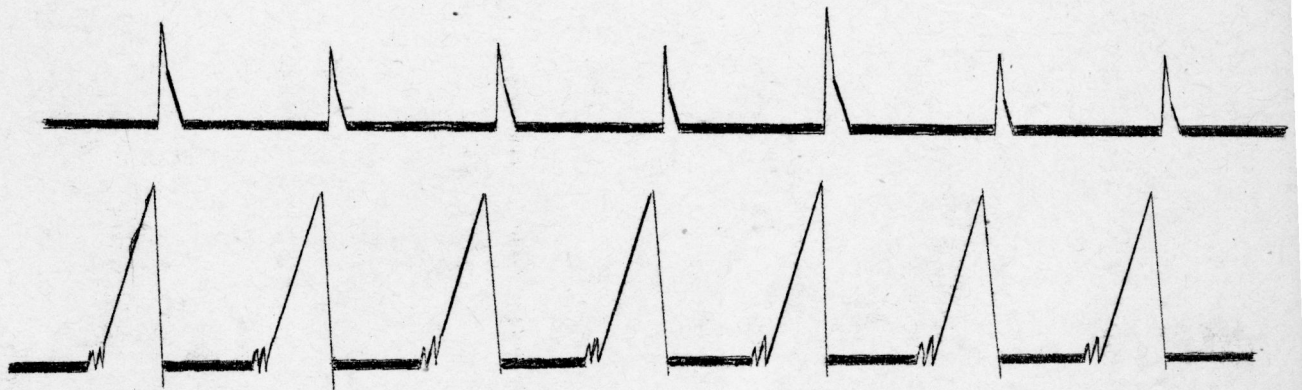
今圖の一番右端の運動を考へて見ると m の振動にえよりも更に大きい周波数の他の振動が重つてゐるので、

今右端の振動を時間の函數として示すならば、衝突後下の如くなるであらう。



此の様に落下球に對しては下の方で Beam が數回ピチピチぶつつかつて來るのである。丁度水面の上に小石を投じた時の様に。且又相持した時の衝突速度はかなり大きいのを常とする。

感應コイルの実例



上がニ次，下が一二次電流である。

結 語

以上で"衝撃"に関する大略を終るのであるが、更に無衝撃効果を始め電流の衝撃等が多数残つてゐる、然しいくら書いてもきりが無さうであるので一旦論文として提出しようと思ふ。

電気現象の機械的解釈として更に面白い問題があり大略完成したのであるが、之も又後日報告する。それは

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = E$$

なる微分方程式を機械の一般方程式

$$M \frac{dv}{dt} + Sv + \frac{1}{D} \int v dt = E$$

に對應せしめ両方とも夫々 Henry, kg ; Coulomb, m ; sec, sec を基本単位に取り、數値まで一致させ機械現象は電気 で 電気は機械で測る事を提案したのである。

尚ほ 積 略 は 実 習 報 告 に 示 す。