

博士学位論文

Multibody Dynamics による閉リンク多脚機構の歩容解析を  
基盤とした身体動力学的機能発現に関する研究

九州工業大学

大学院生命体工学研究科

脳情報専攻

古茂田 和馬

2016年



# 目次

図目次	v
表目次	vii
略語と記号の約束一覧表	ix
<b>第1章 序論</b>	<b>1</b>
1.1 研究概要 . . . . .	1
1.2 研究背景・目的 . . . . .	3
1.2.1 開リンク機構と閉リンク機構 . . . . .	4
1.2.2 3種類の閉リンク機構を有する歩行ロボット . . . . .	6
1.2.3 仮説 . . . . .	8
1.3 論文構成 . . . . .	10
<b>第2章 Multibody Dynamics を用いた Multibody System の数理記述</b>	<b>15</b>
2.1 MBD の背景と先行研究 . . . . .	15
2.2 対象座標の定義 . . . . .	17
2.3 運動学解析 . . . . .	18
2.3.1 一般化座標 . . . . .	18
2.3.2 回転関節と相対座標駆動 . . . . .	19
2.3.3 運動学拘束式とヤコビ行列 . . . . .	20
2.3.4 変位解析 . . . . .	21
2.3.5 速度解析 . . . . .	22

---

2.3.6	加速度解析	23
2.4	動力学解析	24
2.4.1	多剛体系の運動方程式	25
2.4.2	拡大法	26
2.4.3	Baumgarte の安定化法	28
2.5	逆動力学解析	29
<b>第3章</b>	<b>多脚機構の移動性能評価</b>	<b>35</b>
3.1	はじめに	35
3.2	閉リンク機構を有する3種類の歩行ロボットの定式化	37
3.2.1	Chebyshev 機構	38
3.2.2	Klann 機構	39
3.2.3	Theo Jansen 機構	41
3.3	歩行ロボットの基本特性解析	43
3.3.1	Chebyshev 機構	44
3.3.2	Klann 機構	46
3.3.3	Theo Jansen 機構	47
3.3.4	3種類の歩行ロボット間における脚先軌道と加速度との関係	49
3.4	歩行速度と接地率	50
3.5	駆動力とエネルギー	51
3.5.1	駆動力消費	51
3.5.2	エネルギー消費	53
3.6	移動仕事率	55
3.7	考察	56
3.8	結論	58

---

<b>第4章 拡張多脚機構が有する機能的な歩容パターンの設計</b>	<b>73</b>
4.1 はじめに . . . . .	73
4.2 仮説 . . . . .	76
4.3 特異姿勢解析手法 . . . . .	77
4.4 拡張 Theo Jansen 機構の定式化 . . . . .	79
4.4.1 楕円パラメータを有する機構の拡張 . . . . .	80
4.5 数値計算実験結果 . . . . .	82
4.5.1 拡張 Theo Jansen 機構における基本特性解析 . . . . .	83
4.5.2 振幅可変による機能的軌道の生成 . . . . .	88
4.5.3 位相・回転角可変による機能的軌道の生成 . . . . .	90
4.5.4 4つの媒介変数における統一的解析 . . . . .	92
4.6 考察 . . . . .	93
4.6.1 生物学動作との類似点と相違点 . . . . .	93
4.6.2 リンク機構における特異姿勢解析 . . . . .	94
<b>第5章 考察と今後の展望</b>	<b>113</b>
5.1 多脚機構の移動性能評価 . . . . .	113
5.2 拡張多脚機構が有する機能的な歩容パターンの設計 . . . . .	115
5.3 今後の展望 . . . . .	116
<b>第6章 本研究の総括</b>	<b>119</b>
<b>参考文献</b>	<b>123</b>
<b>付録A Newton-Raphson 法</b>	<b>141</b>
<b>付録B Lagrange の未定乗数法</b>	<b>145</b>



# 目次

1.1	Chebyshev 機構による歩行動作	11
1.2	Klann 機構による歩行動作	11
1.3	Theo Jansen 機構による歩行動作	12
1.4	関節中心を可変することに伴う脚先軌道の生成例	12
1.5	本研究の俯瞰図	13
2.1	平面剛体における一般化座標の定義	32
2.2	MBD における回転拘束	32
2.3	MBD における相対座標駆動	33
2.4	Baumgarte の安定化法	33
3.1	Chebyshev 機構における一般化座標の定義	61
3.2	Klann 機構における一般化座標の定義	62
3.3	Theo Jansen 機構における一般化座標の定義	63
3.4	Chebyshev 機構における基本特性解析	64
3.5	Klann 機構における基本特性解析	65
3.6	Theo Jansen 機構における基本特性解析	66
3.7	脚先軌道と加速度との絶対値の関係	66
3.8	各機構における全質量とストライド長と歩行速度との関係	67
3.9	各機構における接地率の比較	67
3.10	各歩行機構における駆動力消費の比較	68
3.11	各歩行機構におけるエネルギー消費の比較	69

---

3.12	各歩行機構における移動仕事率の比較 . . . . .	70
3.13	各歩行ロボットとヒトとにおける移動仕事率の比較 . . . . .	71
4.1	Theo Jansen 機構と拡張 Theo Jansen 機構の移動形態の変化 . . . . .	99
4.2	拡張 Theo Jansen 機構における軌道拡張例 . . . . .	100
4.3	行列式と機構特定角を利用した特異姿勢の検出手順 . . . . .	101
4.4	Theo Jansen 機構における一般化座標の定義 . . . . .	101
4.5	MBD を用いた段差乗り越え動作の詳細解析 . . . . .	102
4.6	MBD を用いた八の字曲線動作の詳細解析 . . . . .	103
4.7	MBD を用いた滴型動作の詳細解析 . . . . .	104
4.8	4種類の生成された脚先軌道と加速度との比較結果 . . . . .	105
4.9	楕円形状において長軸と短軸とを可変させた時の拡張軌道生成 . . . . .	106
4.10	水平方向振幅可変時の関節中心と脚先軌道との対応関係 . . . . .	107
4.11	回転軸と回転中心との位相差を等しくした際の生成軌道例 . . . . .	108
4.12	楕円形状において位相差と回転とを可変させた時の拡張軌道生成 . . . . .	109
4.13	位相差および回転を等しくした時の関節中心と脚先軌道との対応関係 . . . . .	110
4.14	楕円形状の長軸と短軸を軸とした破綻のない生成軌道の等高線図 . . . . .	111
4.15	楕円形状の位相差と回転を軸とした破綻のない生成軌道の等高線図 . . . . .	112
5.1	被制御器における支配則の展望 . . . . .	118
A.1	Newton-Raphson 法における解の収束過程 . . . . .	143

# 表 目 次

3.1	Chebyshev 機構における各リンク長と質量 . . . . .	61
3.2	Klann 機構における各リンク長と質量 . . . . .	62
3.3	Theo Jansen 機構における各リンク長と質量 . . . . .	63
3.4	MATALB によるシミュレーションにおけるパラメータの設定 . . . . .	64
4.1	Theo Jansen 機構におけるリンク長 . . . . .	96
4.2	3 種類の機能的軌道生成のための実験条件 . . . . .	97
4.3	振幅可変による機能的軌道生成実験の実験条件 . . . . .	97
4.4	位相・回転角可変による機能的軌道生成実験の実験条件 . . . . .	98
4.5	破綻のない生成軌道の分布実験に用いた実験条件 . . . . .	98



## 略語と記号の約束一覧表

### 本論文における略語

Abbreviation	Long form
MBS	Multibody System
MBD	Multibody Dynamics
CPG	Central Pattern Generator
ZMP	Zero Moment Point
DOF	Degree of Freedom
DAE	Differential Algebraic Equation

### 本論文における記号の約束一覧表

記号	記号の意味
Body $i$	$i$ 番目の機素
$x' - y'$	機素に固定された重心の局所座標系
$r$	絶対座標系から機素の局所座標系の原点までのベクトル
$\mathbf{q}$	一般化座標 (位置と姿勢の変数)
$nb$	機構すべての機素の数
$nc$	平面座標系における一般化座標の数
$nr$	運動学拘束式の数
$F$	機構の自由度

記号	記号の意味
$\Phi^K(\mathbf{q})$	運動学拘束式
$\Phi^D(\mathbf{q}, t)$	駆動拘束式
$\Phi_q$	ヤコビ行列
$\Phi_t$	一般化座標の時間微分
$v$	速度方程式
$\Phi_{qt}$	運動学拘束式を一般化座標で微分し、さらに時間微分した行列
$\Phi_{tq}$	運動学拘束式を時間微分し、さらに一般化座標で微分した行列
$\Phi_{tt}$	運動学拘束式を時間で2階微分した行列
$\gamma$	加速度方程式
$M$	系全体の剛体に対する質量行列
$Q^C$	系全体の剛体に対する拘束力ベクトル
$Q^A$	系全体の剛体に対する外力ベクトル (一般化力)
$\lambda$	Lagrange の未定乗数
$\hat{\gamma}$	修正された加速度方程式
$\Phi_q^K$	駆動拘束式を除いた運動学拘束式のみのヤコビ行列
$\Phi_q^D$	駆動拘束式のみのヤコビ行列

記号	記号の意味
$\lambda^K$	要求された駆動力を実現するために必要な駆動部の力
$\lambda^D$	要求された駆動トルクを実現するために必要な駆動部のモーメント
$\tau$	駆動トルク
$v$	歩行速度
$P$	消費パワー
$E$	機械的な仕事による消費エネルギー
$\omega$	角速度
$A_x$	楕円軌道の水平方向の振幅
$A_y$	楕円軌道の垂直方向の振幅
$\delta$	入力の回転と関節中心の回転との位相差
$\phi$	楕円軌道の回転



# 第1章 序論

## 1.1 研究概要

多数の可動要素の組み合わせで構成される系を Multibody System (MBS) と呼び、その多体系を包括的に定式化し精密な数値計算を可能にする数理手法である多体動力学 (Multibody Dynamics ; MBD) は、機械設計における汎用の機構解析として研究され、近年は複雑な拘束条件を有する運動—制御間で機能を生み出す生体システムの原理解明においてもその活用が期待されている。

本研究では、歩行動作を実現する閉リンク機構に焦点をあて、MBD を用いて機構の運動学・動力学解析、機構上の特異点解析、さらに制御様式の変化に対する歩容遷移と軌道の連続性を示し、閉リンク機構としてモデル化された身体構造が与える機能発現の特性を明らかにした。

身体動作を実現する機構は、開リンク機構と閉リンク機構とに大別できる。手腕部を再現するロボットに広範に用いられる開リンク機構は、機構設計自体は簡便な一方、関節すべてに組み込まれた駆動器 (アクチュエータ) が互いに連動する精密制御を必要とする。そのため、多大な負荷重量がかかる脚機構では、各アクチュエータに多大な負荷がかかり、制御の精度と時間遅れの問題から、必ずしも滑らかな軌道生成ができない。一方、閉リンク機構は、機構設計の複雑さを除けば、それらの問題が解消し、生物歩容のような低消費エネルギーで動作する機構実現が示唆され、19世紀に開発された Chebyshev 機構、近年提案されたクモの動作を模した Klann 機構、さらには、風力のみで砂浜を歩行する Theo Jansen 機構が提案されている。

本研究では、MBD を用いた数理定式化によって、これら閉リンク機構の動作軌道の

位置，速度，加速度変位の複合解析を可能にした．質量と歩幅を同じ条件として比較した解析結果では，3種類の閉リンク歩行機構は，歩行に必要な特性として，遊脚相では高速，支持脚相では低速に脚を動かすという必要条件を共通に満たした．エネルギー消費量の解析では，Theo Jansen 機構がChebyshev 機構に対して28%，Klann 機構に対して44%という省エネルギー特性を示した．これら3種類の閉リンク歩行機構とこれまで提案されてきた1脚型，2脚型，4脚型，6脚型の歩行ロボット，人間の歩行と走行とのエネルギー消費量を，移動仕事率を評価指標として比較すると，3種の閉リンク歩行機構は，低速においては低エネルギー消費ロボットとして知られる1脚型ARL monopod I, IIと同等であることがわかった．興味深いことに，多くの歩行ロボットがその有効動作領域において，歩行速度に対し移動仕事率が反比例する特性を持つが，閉リンク機構は歩行速度に対し移動仕事率が比例し，人間の歩行・走行との整合性が示された．

最後に，閉リンク機構を扱う際の難点として挙げられる特異姿勢の問題解決に取り組んだ．閉リンク機構の可動部・域の拡張により可動性を向上させて，新たな動作機能を得るためには，機構が特異姿勢に陥らないことを保証する必要がある．本研究では，閉リンク歩行機構で効率が最も高いと示されたTheo Jansen 機構を対象として，拘束条件を変化させ，機能拡張する上で必要な特異姿勢解析を行った．進化的に歩容を獲得した中枢-身体間では，中枢パターン発生器（CPG）のように活動の周期出力と基本周期に対する位相差が中心となり，制御器-被制御器関係が成立することで，特異姿勢の問題を解決する．筆者は，機構においても，特異姿勢を巧みに避けて機能実現する仕組みがあるとすれば，被制御器である閉リンク機構の拘束条件に簡約した情報表現が得られると仮説を立てた．

本研究では，同機構の関節中心に1自由度を追加することで冗長自由度系とした拡張Theo Jansen 機構を提案し，自由度制御するパラメータ群の変化に依存して生成される脚先軌道および特異姿勢解析を行い，新たな自由度を制御する4つのパラメータ

(水平・垂直方向振幅, 関節中心軌道の回転角, 入力軸と回転関節軸との位相差)を変化させることで, 拡張 Theo Jansen 機構は従来の歩行軌道に加え, 段差乗り越え, 走行様動作, 跳躍様動作などを発現できた. 特異姿勢解析では, 垂直水平振幅・回転角・位相差からなるパラメータ空間は, 生成軌道の形態と特異姿勢回避の成否を決める重要な役割を果たし, 特に回転角と位相差とが特定の反比例関係を有する場合に, 特異姿勢を効果的に避けることがわかった.

本研究における多体系の解析手法は, 閉リンク機構のような複雑な拘束条件に対しても統一的な解析が可能であり, 機構が有効な動作を生み出すには, 周期性と位相という簡約した拘束条件に集約できる制御が, 身体機能発現において動作の調整機構として作用することを示唆し, 本研究はこのような特性を一般の身体機構においても解析可能にする理論基盤を構築した.

## 1.2 研究背景・目的

多数の組み合わせから構成される Multibody System (MBS) [1] の数理的な記述方法として, Multibody Dynamics (MBD) が注目されている. Schiehlen [2,3] や Eberhard [4] らは, 自動車や航空機, 産業用マニピレータといった特定の機械における動力学解析が可能な個別型運動方程式を提案した. また Haug [5] や Nikravesh [6,7] らは, 任意の産業機械に応用できるような汎用型運動方程式による動力学解析手法を提案した. これらの手法は, 現在産業界で広く用いられている汎用型機構解析ソフトウェアとして結実している. 近年では, 産業機械における機構解析に留まらず, 歩行ロボット [8,9] や生体工学 [10,11] といった分野に対しても MBD による記述の有用性が認められ, 従来の工学技術を越え, 新たな知能や身体制御の設計原理が得られることが期待されている.

このような動作を伴う対象とその制御との関連は, 運動自由度の問題 [12] として知られており, 運動制御を研究する研究者の間で議論されてきた. すなわち, 運動はどの

ようにして無限にある選択肢の中から、課題達成のための特定の運動を選択しているのかという問題であり、自由度と拘束条件との問題とも理解できる。本研究では、自由度と拘束条件問題が顕著に現れる移動体を研究対象とし、MBDが機構のダイナミクスに加え機構の内部構造に焦点をあて、機構の構造上の特異点や歩容遷移の連続性を調べるに際して有効な手法であることを提案し、身体構造の持つ機能発現について明らかにすることを目的に研究を行った。移動体には、自動車に代表されるような車輪機構、災害現場で活躍しているクローラ機構、不整地に対する適応力の高い脚機構など様々あるが、本研究では、特に拘束条件の複雑さからモデル化が困難である脚機構を有する歩行ロボットを研究対象とする。

したがって、本研究の目的は、歩行動作を実現する閉リンク機構に焦点をあて、MBDを用いて機構の運動学・動力学解析、機構上の特異点解析、さらに制御様式の変化に対する歩容遷移と軌道の連続性を示し、閉リンク機構としてモデル化された身体構造が与える機能発現の特性を明らかにすることである。

### 1.2.1 開リンク機構と閉リンク機構

歩行ロボットの機構は、開リンク機構と閉リンク機構とに大別できる。開リンク機構は、ヒトの下肢のような鎖状の機構のことである。同機構では、被制御器である対象のダイナミクスを簡単なリンク機構として表現し、制御器を複雑に設計することによって、運動—制御間の問題の解決を図ろうとしてきた。すなわち、制御の側に重きをおいた考え方である。多賀ら [13] は、歩行の有する周期的なリズムに着目し、2足歩行モデルの足首、膝、腰の各関節に振動子を埋め込み、振動子間の引き込み現象を利用することで歩行が可能であることを示した。また歩行制御に必要な情報を得るという観点から、Zero moment point (ZMP) を用いた技術も広く知られている。これはロボットの足裏が地面との接触を維持できるかどうかを調べるための指標であり、Vukobratovićら [14] によって提案された。これは、歩行ロボットが転倒しないことを保証するための

理論であり、ZMPに軌道計画を組み合わせた様々な制御手法が提案されている [15,16]. 他方積極的に転倒を利用して歩行するという考え方もあり、これは受動歩行として知られている。大須賀ら [17] は、受動歩行と陰的制御則を組み合わせることによって、適応的な歩行が可能であることを示した。これらの技術は、運動—制御間における運動自由度の問題を解決するために、制御則の重要性を示唆するものである。しかしながら、制御則が歩行ロボットの外側から与えられているため、ロボットの内部の動作伝達のダイナミクスが不透明になるという問題が生じる。また実時間での動作を考えると角加速度の時間積分などに時間を要し、必ずしも目標の動作を滑らかに達成することが困難であるという課題がある。

一方で閉リンク機構は、鎖状機構に加えて、閉ループ機構を有しているような機構をさす。同機構では、被制御器であるリンク機構のダイナミクスを詳細に記述することで、制御器にかかる負荷を小さくすることによって、運動—制御間の問題の解決を図ろうとするものである。すなわち運動の側に着目した考え方である。伝統的には閉リンク機構は、ワットの蒸気機関に代表されるように閉ループ機構を用いた運動の変換に用いられてきた。また Peaucellier-Lipkin リンク機構や Hart's inversor リンク機構は、平行四辺形の組み合わせであるパンタグラフを利用して、円運動を疑似直線運動に変換することができるものが知られている。Shieh ら [18] は、入力回転運動を変換して、脚先に歩行軌道として再現する 1 自由度 6 リンク機構を有する歩行機を提案した。この機構は、三角型の脚先軌道を有しており段差などを乗り越えることを目的として設計された。また筋骨格系をリンク機構に組み込んだ跳躍ロボットなどの研究 [19] もみられる。これは、パンタグラフ機構を応用することによって、入力円運動を脚先に楕円状の軌道を生成するものである。これらの閉リンク機構は、運動を行う機構そのものがいわば制御機構としても働くことによって、複雑な動作を実現している。

本研究では、閉リンク機構に焦点をあて、下記で述べる閉リンク機構を有する歩行

ロボットを研究対象として、機構の構造上の特異点や歩容遷移の連続性を調べ、閉リンク機構としてモデル化された身体構造が与える機能発現の特性を明らかにする。

### 1.2.2 3種類の閉リンク機構を有する歩行ロボット

閉リンク機構を有する歩行ロボットに共通する特徴は、入力が円運動でありそれを変換という操作を経ることによって、目的の歩行軌道を生成している点である。さらに閉リンク機構で構成されているため、回生性があり高剛性であることが利点として上げられる。本節では、研究対象である Chebshev 機構、Klann 機構、Theo Jansen 機構についてその基本的な特性について説明する。

#### Chebshev 機構

機構系のみで歩行動作可能である有名な機構として、Chebyshev 機構 [20] が、19 世紀に Pafnuty Chebyshev によって提案された。同機構は 4 節回転リンク機構の応用であり、図 1.1 の点  $B$  の延長線上に描く軌跡点  $C$  が D 字形のカップラ曲線を描く。点  $C$  から鉛直下向きにリンクを伸ばすことによって軌道を複製し、点  $D$  において点  $C$  と同軌道を再現する。この機構の直線部分はゆっくり動き、曲線部分は速く動く。したがって、Chebyshev リンク機構は早戻り機構になっている。同機構を拡張した歩行ロボットは 4 脚で構成されており、入力の回転運動を脚の上げ下げ運動に変換して歩行を実現している。このため同機構は入力の回転運動を歩行運動に変換する際の変換効率が悪く、重い物体を支えるための十分なトルクがないことが問題として考えられるため、定量的な評価が求められる。

#### Klann 機構

クモの歩行動作を再現した Klann 機構 [21] が、Joe Klann によって開発された。同機構は 12 節リンク機構である。図 1.2 の辺  $O_1A$  が入力のクランクシャフトであり、点  $A$

の回転が入力を与える。三角形  $O_1O_2O_3$  と三角形  $ABC$  は任意の辺を有する定数である。点  $E$  に出力として歩行を模した軌道が生成される。この幾何的なつながりを経て、リンク機構を用いて入力のパ運動を楕円機構に変換することで、クモの脚のようなスムーズな軌道を生成することができる。しかし課題として、足先にかかる荷重が胴体に伝わるのが予想され、歩行ロボットとしての歩行性能について評価する必要がある。

### Theo Jansen 機構

オランダのキネティックアーティストである Theo Jansen は、11本のリンクが閉リンク構造を構成する Theo Jansen 機構 [22] を提案し、砂浜といった不整地を歩行可能なロボットとして示した。同機構はリンク機構とクランクシャフトによる連動から構成され、これらが連動することで滑らかな歩行動作を実現する。同機構における脚部は、異なる長さのリンク 11本と 8つの関節から成り、図 1.3 の中心部で動力によって与えられたクランクシャフトの回転  $O_1A$  が順次、脚先  $G$  までリンク機構の動作として伝達される。脚先では、歩容のための楕円様軌道が生成される。同機構は、複数の異なる脚を用意する事で、楕円軌道を分割するように、接地、接地面維持と蹴り出し、遊脚を分担することができる。そのため移動体として動作するためには、少なくとも 6脚の異なる脚が必要であり、その場合はクランクシャフトの回転円を 3分割する  $2\pi/3$  rad の位相差で安定歩行できる。更に脚が増えれば、脚数を  $n$  として  $2\pi/n$  rad の位相差で駆動すればよい。Theo Jansen 機構は、重機などで多く採用されるリンク機構を基礎としているため、各関節にかかる荷重を分散でき、体荷重 200 kg、体長 9 m の種類においても容易に駆動できることが示されており、滑らかな歩容を再現する重量型運搬装置への応用が期待される。

本研究では、この Theo Jansen 機構を含む閉リンク機構を有する歩行ロボットの機構の内部構造を MBD で定量的に表現し、比較評価を行っていく。

### 1.2.3 仮説

歩行ロボットは開リンク機構と閉リンク機構とに大別できることがわかった。開リンク機構は、要求された動作をマニピュレータの動きとして実現する。しかしながら、制御則が歩行ロボットの外側から与えられているため、ロボットの内部の動作伝達のダイナミクスの理解が不透明になるという問題がある。また実時間での動作を考えると角加速度の時間積分などに時間を要し、必ずしも目標の動作を滑らかに達成することが困難であるという課題がある。一方で閉リンク機構に焦点を当てると、19世紀に開発された Chebyshev 機構をはじめ、近年ではクモの動作を模した Klann 機構、風の力によって砂浜を歩行することが可能な、Theo Jansen 機構が知られている。

本研究では、これらの閉リンク機構を有する歩行ロボットにおける内部構造の理解が、滑らかな歩行動作実現のための鍵であるとの仮説をたて、前述の3種類の歩行ロボットに対して MBD を用いた定式化を行い、質量と歩幅を同じ条件として、軌道の滑らかさや消費エネルギーの比較検証を行う。さらに3種類の歩行ロボットと他の1脚、2脚、4脚、6脚ロボットと人の歩行、走行との歩行性能を比較するために移動仕事率を調べ、本研究で提案した MBD を用いた多体系の解析手法が、閉リンク機構を有するような複雑な機構に対しても統一的な解析が可能であり、異なる機構をもつ歩行ロボットの比較において有効な手法であることを示す。

運動がどのようにして無限にある選択肢の中から、課題達成のための特定の運動を選択しているのかという問題に答えるためには、歩行ロボットの有する身体構造の持つ機能発現について明らかにすることが必要である。なぜなら歩行ロボットは無秩序な動作によって歩行を実現することができないからである。秩序だった意味のある歩行動作を実現するためには、特異姿勢を巧く避けつつ限定された動作を実現するための方策を講じる必要がある。したがって、歩行ロボットがある歩容を達成するために、以下の必要条件を仮説とした。

1. 脚先軌道の曲線は、閉曲線である。

2. 歩容の支持脚相と遊脚相は、任意の閉区間で連続である。
3. 歩行の場合、接地率 [23] は、0.5 以上である。
4. 移動仕事率 [24] は歩行速度に比例する

ここで、支持脚相とは、歩行軌道において脚が地面にある期間を表し、遊脚相とは、歩行軌道において脚が空中にある期間を表す。接地率とは、歩行周期における支持脚相にかかる時間を表す。また移動仕事率は、異なった移動形態をもつロボットに関してエネルギー効率の観点により比較を可能とする無次元量の評価指標である。これらの各量の定量的な表現については、第3章にてその定義を示す。

機能発現にとって重要なことは、その機能を有するための十分な自由度を機構が有しているかということである。閉リンク機構を有する歩行ロボットはいずれも1自由度であり、入力に対して決まった軌道しか出力できない。そこで筆者は、従来1自由度であった Theo Jansen 機構に可動点を追加することで2自由度系  $O_2 = [x_{O_2}, y_{O_2}]$  とした拡張 Theo Jansen 機構を提案する (図 1.4)。この拡張 Theo Jansen 機構に用いた拡張のためのパラメータの役割を明らかにすることが、機能的な身体構造の持つ機能発現を明らかにするために重要でないかという仮説をたて、生成された脚先軌道および特異姿勢の解析を行なった。

以上をまとめると、本研究での仮説は以下のように集約される。

1. MBD が閉リンク機構を有するような複雑な機構のダイナミクスに加え機構の内部構造が有する構造上の特異点や歩容遷移の連続性を調べる手法として有効な手法であり、異なる機構をもつ歩行ロボットの解析において有効な手法であるか。
2. 冗長自由度系に内在する内部のパラメータが特異姿勢を避けるための有益なパラメータとなり、機構の破綻や分岐が起きないように作用させることによって、機能的な身体構造の持つ機能発現を設計できるか。

以上の仮説をふまえ、MBD による歩行ロボットの定式化を基盤として、機構に内在す

る動作を適切に設計することが、身体機能発現において重要であり、その定量的な理解が被制御器における支配則の解明につながるという目標のもと研究を行った (図 1.5).

## 1.3 論文構成

本論文の構成は以下に述べる通りである。第1章では、研究背景と目的、ならびに本論文の各章の概要を述べた。第2章では歩行ロボット解析に用いる動力学解析手法である MBD を用いた定式化について述べる。第3章では多脚機構の移動性能評価として、3種類の閉リンク機構を有する歩行ロボット (Chebyshev 機構, Klann 機構, Theo Jansen 機構) と既存の歩行ロボットとが有する歩行特性を比較し、多脚ロボットの歩行特性を明らかにして、閉リンク機構を有する歩行ロボットの性能を評価した。第4章では Theo Jansen 機構の拡張機構の提案を行いその性能を評価し、多脚ロボットの機構性能を回転と位相の観点から拡張多脚機構が有する歩容パターン設計が可能であることを明らかにする。第5章では本研究の考察と今後の展望について述べ、第6章では本研究の総括を述べる。

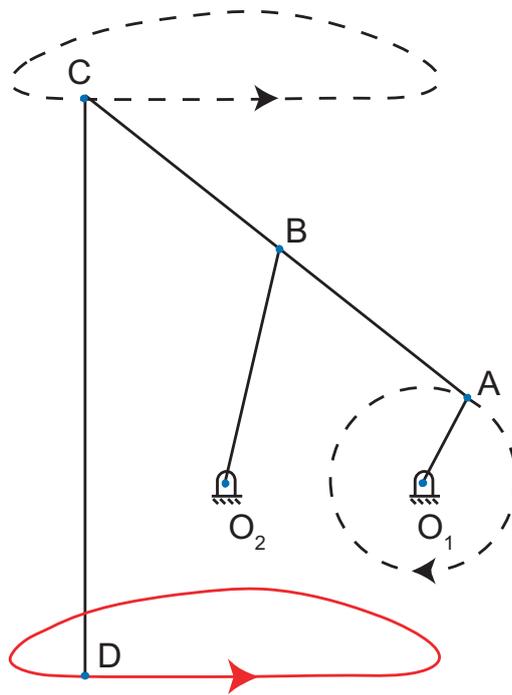


図 1.1: Chebyshev 機構による歩行動作. 辺  $O_1A$  が入力回転軸であり, 脚先  $D$  に歩行軌道が生成される.

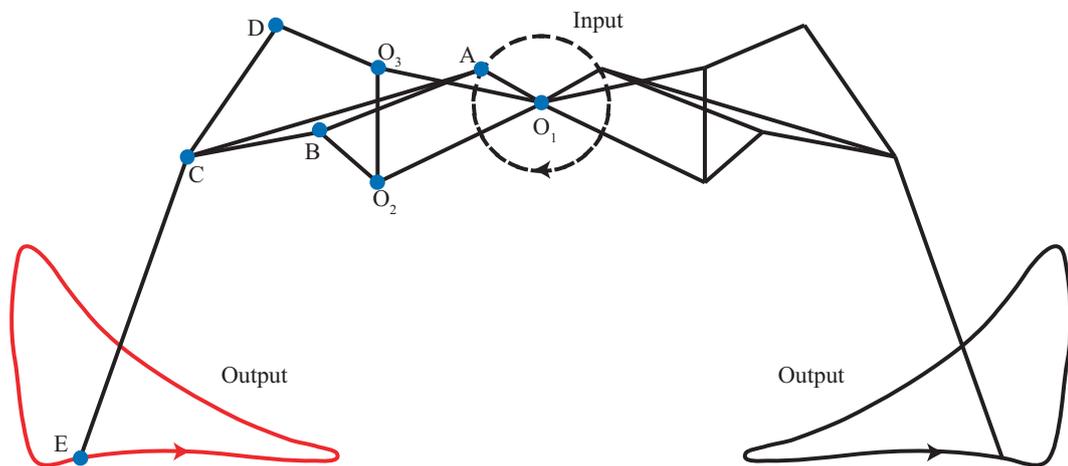


図 1.2: Klann 機構による歩行動作. 辺  $O_1A$  が入力回転軸であり, 脚先  $E$  に歩行軌道が生成される.

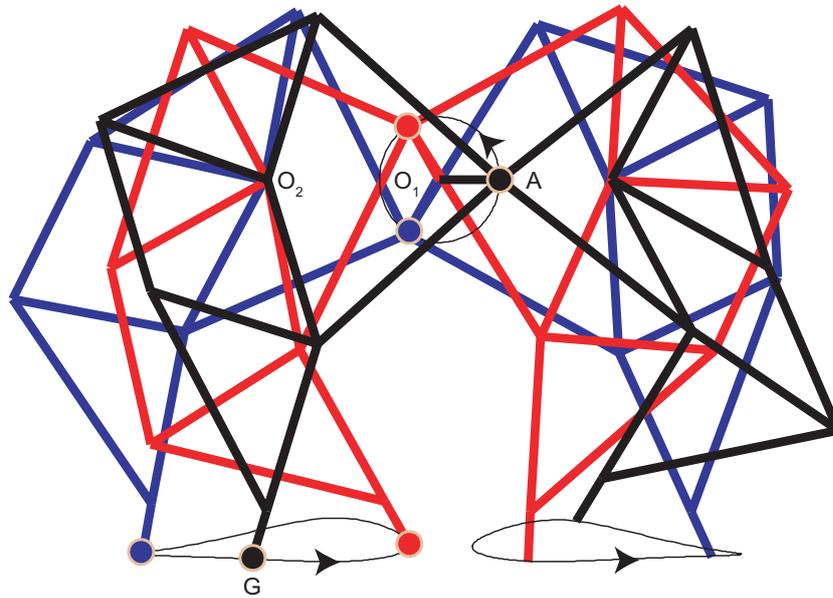


図 1.3: Theo Jansen 機構による歩行動作. 辺  $O_1A$  が入力回転軸であり, 脚先  $G$  に歩行軌道が生成される.

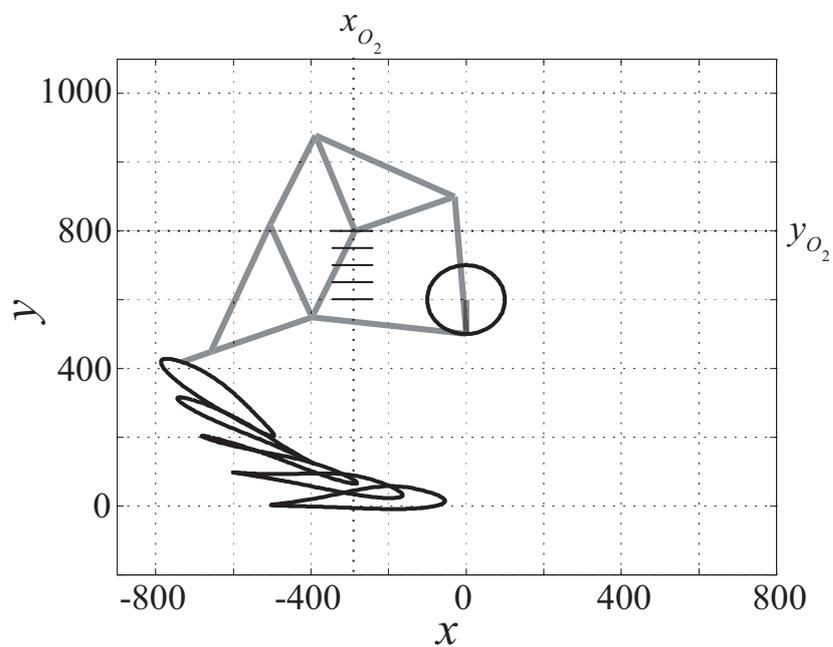


図 1.4: 関節中心  $O_2 = [x_{O_2}, y_{O_2}]$  を可変することに伴う脚先軌道の生成例. 関節中心  $O_2$  を垂直方向へ動かすと, それに応じて生成される脚先軌道が変化する.

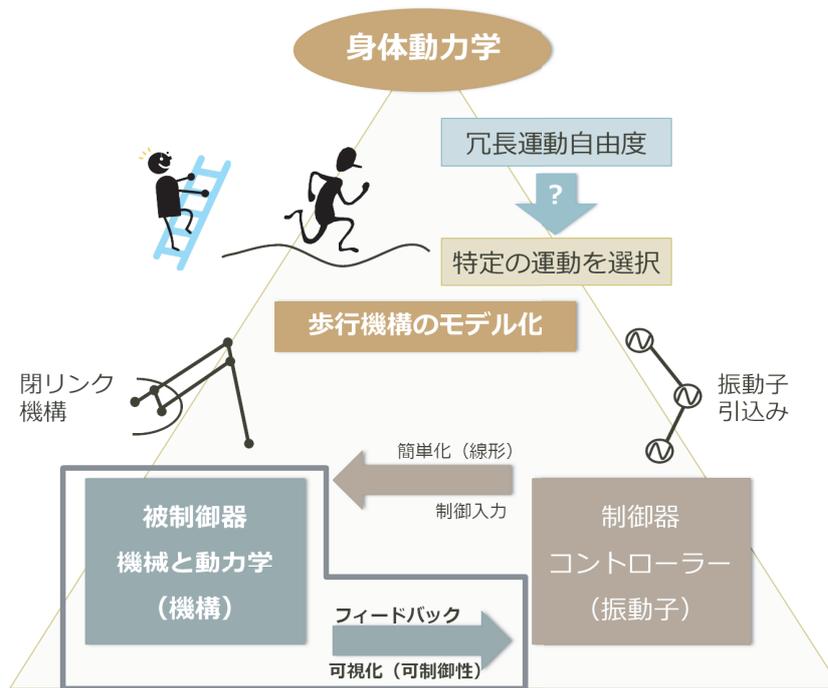


図 1.5: 本研究の俯瞰図. 被制御器における支配則を明らかにすることを目指す.



## 第2章 Multibody Dynamicsを用いた Multibody Systemの数理記述

本章では，研究対象を動力学モデルとして記述するための数理として，Multibody Dynamics を説明する．Multibody Dynamics (MBD) とは，さまざまな部品で構成される機構・構造系 (Multibody System : MBS) の動きを，コンピュータを用いて解析し，ものづくりや研究に役立てる学問・技術のことである [25,26].

### 2.1 MBD の背景と先行研究

MBD は，動力学を実問題に応用することを通して発展してきた．1960年代から始まったアポロ計画やマーズ計画といった人工衛星ミッションの高度化や宇宙実利用への期待から，人工衛星のダイナミクスを記述できる方法が求められていた．Hooker と Margulies [27] は，マニピュレータの手先の解析のための運動方程式を提唱した．これを契機に，多剛体系のダイナミクスの定式化が行われ，Roberson や Wittenburg [28] らによっても同時期に定式化が行われてきた．

MBD における運動方程式の変遷では，はじめ拘束力消去法が採用された．これは拘束力を考慮した立式法である．しかし，拘束力の物理的実体への疑問が生じ，ダランベールの原理や仮想パワーの原理を利用した，拘束力を考慮しない立式法に変遷する．その後，Kane により Kane 型運動方程式 [29] が定式化され，常微分運動方程式を求める方法の中で一般的に行える作業を最も進めた形として，拘束条件追加法が定式化される．この手法は，Schiehlen [3] によって MBD として体系化された．しかしながら，

これらの運動方程式は、部分速度の力学的な意味が十分に明確でなかったり、部分速度の選択やその導出において解析力学に精通しておく必要があるなどの困難が伴っていた [30].

これらの問題を踏まえて、Nikravesh [6] は、積極的にコンピュータ技術を利用した MBS の解析手法を提案した。2次元や3次元の系において、Haug [5] は一般化座標を用いた定式化を行い、任意の閉リンクを含むシステムを統一的に記述できる手法を提案した。このように体系化された微分代数型の運動方程式は、従来の人工衛星におけるモデル化に留まらず、広く産業機械にも応用されるようになった。近年では、理論解析、CAE 技術、機械応用などにおける MBD の研究分野において、その知見が体系化されつつある [31]。また同手法は複雑な、生体システムにおいてもその理論解析手法として確立されようとしている。Silva や Ambrósio [32] は、16か所の解剖学的要素からなり、33個の運動学的構造の剛体として構成される人間に対して、23個のマーカーを添付し、人間の動作によって得られる運動学データに対して微分代数型の MBD を適応し、個別具体的な問題に対しても同手法が有用な解析方法となり得ることを示した。

Nikravesh や Haug らによって定式化された微分代数型の運動方程式は、複雑で多体な拘束を有するシステムについて統一的に記述できると同時に、閉リンクを有する構造に対しても容易に適応が可能である。本研究では、様々な形で定式されてきた MBD の中から、閉リンク機構の記述が統一的に可能な微分代数型の運動方程式を MBD として採用する。本手法は、システムを絶対座標系で記述し、システム全体の形状変化に対して各物体を独立に扱うことによって、各々の物体を簡便に表現することができる。言い換えれば、複雑な拘束条件式を運動学として表現することで、運動方程式を記述する動力学解析部を簡略化することができる方法である。これは、閉リンク機構を記述する上で、威力を発揮する手法である。次節では、微分代数方程式の定式化について2次元平面上における座標系の定義について説明を行う。

## 2.2 対象座標の定義

平面上の部品の位置と方向は、2つの位置座標と1つの回転座標で簡単に定義できる。1つの部品の運動に関する絶対的な拘束も、部品と部品を関節で結合した1対の部品の運動に関する相対的な拘束も、デカルト一般座標を用いて記述できる。運動を取り扱う場合に運動学解析は2つの意味で重要である。まず1つ目はリンクや歯車、カムを使って運動を発生させ、伝達、制御することが必要になる。2つ目は、力が作用することによって発生する、互いに連結した部品系の動的な応答を求める必要がある。運動方程式として定式化するためには、まずシステムの運動学を定量的に定義しなければならない。

その上で最も重要なことは、対象の座標系を決定することである。座標系がどのような空間において規定されているかを考慮することは、MBDにおいて最も重要な検討課題である [33]。座標系は、絶対座標系と相対座標系とに分けられる。絶対座標系とは、各物体を独立に扱い、剛体運動を表す変位・速度は慣性系に固定した座標系で規定する方法である。解析的な簡便さや、多体系への物体の追加や除去が簡単であるという利点を有する。短所としては、システム全ての要素についてモデル化を行う必要があり、処理すべき拘束条件式の数が膨大となる。一方で、相対座標系とは、ある物体を基準とし、その基準物体のみを慣性空間における固定座標で規定し、隣接する物体は相対的な変数で逐次表していく方法である。同方法では、関節で拘束された自由度における拘束力や拘束トルクを除去することで、必要最低限の自由度のみで計算を行うことが可能である。しかしながら、計算自体が煩雑であり、系の形態が変化した場合に、モデルを修正することが困難であるといった欠点を有している。

本研究の対象である閉リンク機構を用いた複雑な系を記述するためには、システムを絶対座標系で記述し、システム全体の形状変化に対して各物体を独立に扱うことによって、各々の物体を簡便に表現することが必要である。そのために、MBSの記述方法として、絶対座標系による表現を選択する。微分代数型運動方程式によるMBDの

記述では、絶対座標系を座標系と定義することによって、複雑な拘束条件式を運動学として表現することで、運動方程式を記述する動力学解析部を簡略化することができ、本研究の記述方法として有用である。次節では、微分代数方程式の定式化について2次元平面上におけるの定式方法について説明を行う。

## 2.3 運動学解析

MBS における運動方程式の生成方法については、様々な手法が提案されてきた [4, 5, 34, 35]。本研究では、その中から、微分代数方程式を採用した、同方程式を用いた運動学解析方法の概要は、以下の通りである。

1. 一般化座標を用いて座標系を決定する。
2. 剛体間の拘束を記述する拘束条件式をたてる。
3. 剛体間の運動を記述する駆動拘束式をたてる。
4. 拘束条件式と駆動拘束式とを連立させ、運動学拘束式としてまとめる。
5. 運動学拘束式を一般化座標で偏微分し、ヤコビ行列を導出する。

次節では絶対座標系において最初にすべき、システムの各物体に対する一般化座標の設定方法について述べる。

### 2.3.1 一般化座標

機構の機素  $i$  の形状を特定するために図 2.1 に示すような、機械システムを構成するそれぞれの機素に固定の  $x' - y'$  座標系を定義する。機素  $i$  は、基準座標系の  $x - y$  座標系に対し、絶対座標系からの機素の局所座標系の原点までのベクトル  $\mathbf{r}_i = [x_i, y_i]^T$  と回転角  $\theta$  で定義できる。もし平面機構が  $nb$  から成る剛体で構成されているとすれば、平面における一般化座標の数は  $nc = 3 \times nb$  となる。システムにおける一般化座標は

次のように表現される [36].

$$\mathbf{q} = [\mathbf{q}_1^T, \mathbf{q}_2^T, \dots, \mathbf{q}_{nb}^T]^T. \quad (2.1)$$

ここで,  $\mathbf{q}_i = [x_i, y_i, \theta_i]^T$  は, MBS における平面での一般化座標の要素を表す.

### 2.3.2 回転関節と相対座標駆動

さらにこの定義を利用して, 二物体間の回転拘束式と相対座標駆動について説明する. 回転拘束式は図 2.2 で示すように, Body  $i$  と Body  $j$  が運動中も Body  $i$  の点  $k$  と Body  $j$  の点  $k$  を共有しているという拘束によって定義される. したがって任意の節点  $k$  における回転拘束式は, 次式のようになる.

$$\begin{aligned} \Phi_k^{K(i,j)} &= \left( \mathbf{r}_i + \mathbf{A}_i \mathbf{s}_i'^k \right) - \left( \mathbf{r}_j + \mathbf{A}_j \mathbf{s}_j'^k \right) \\ &= \begin{pmatrix} x_i + x_i'^k \cos \theta_i - y_i'^k \sin \theta_i - x_j - x_j'^k \cos \theta_j + y_j'^k \sin \theta_j \\ y_i + x_i'^k \sin \theta_i + y_i'^k \cos \theta_i - y_j - x_j'^k \sin \theta_j - y_j'^k \cos \theta_j \end{pmatrix} = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

ここで,  $\mathbf{r}_i$  は, 絶対座標系からボディ座標系の重心点までの距離,  $\mathbf{A}_i$  は, 回転行列,  $\mathbf{s}_i'^k$  はボディ座標系からみた回転拘束点  $k$  までのベクトルを各々表す.

また相対座標駆動は図 2.3 に示すように, Body  $i$  上の点  $k$  の に関する相対的な駆動として以下のように定義できる.

$$\Phi^{rxd(i,j)} = x_j^k - x_i^k - C_1(t) = 0, \quad (2.3)$$

$$\Phi^{ryd(i,j)} = y_j^k - y_i^k - C_2(t) = 0, \quad (2.4)$$

$$\Phi^{r\theta d(i,j)} = \theta_j - \theta_i - C_3(t) = 0, \quad (2.5)$$

$$\Phi^{rdd(i,j)} = (x_j^k - x_i^k)^2 + (y_j^k - y_i^k)^2 - C_4(t)^2 = 0. \quad (2.6)$$

ここで  $C_i(t)$  は運動学拘束式において時間を考慮した項である.

### 2.3.3 運動学拘束式とヤコビ行列

前節において定義した拘束式を用いて平面の機構を  $nb$  個の剛体で構成すると、一般化座標の数は  $nc = 3 \times nb$  となる。機構を構成する機素は他の機素と組み合わせられているので、 $nc$  個の一般化座標のいくつかは従属関係となり、各々を関連付ける拘束式が存在する。これらの条件が一般化座標の代数式で表現できるとき、運動学拘束式 (Kinematic constraint equation) と呼ばれ、次式で表される。

$$\Phi^K(\mathbf{q}) = \mathbf{0}. \quad (2.7)$$

式 (2.7) の拘束条件式の数  $nr$  は、考慮する機構において  $nc > nr$  である。したがって、一般化座標  $\mathbf{q}$  を決定するのに十分でない。これは機械システムにおいては、運動の機能を目的に応じて達成するために設計されるからである。このような場合における機械システムの自由度  $F$  (Degree of freedom) は、

$$F = nc - nr, \quad (2.8)$$

となる。以上より一般化座標  $\mathbf{q}$  を代数的に決定するためには、自由度の数と同じだけの機素の一部を駆動する拘束式として定義する必要がある。したがって、機構の運動を解析するためには、自由度の数に等しい独立した運動を機構に与える駆動拘束式 (Driving constraint equation) を以下のように求める。

$$\Phi^D(\mathbf{q}, t) = \mathbf{0}. \quad (2.9)$$

$nc$  個の一般化座標からなるベクトル  $\mathbf{q}$  と時間  $t$  から構成される MBS の位置と姿勢を定義することによって、幾何学的形状が時間の関数として決定できる。対象の運動学拘束式  $\Phi$  は、式 (2.7) と式 (2.9) とを連立した運動学拘束式として、次のように記述される。

$$\Phi(\mathbf{q}, t) = \begin{bmatrix} \Phi^K(\mathbf{q}) \\ \Phi^D(\mathbf{q}, t) \end{bmatrix} = \mathbf{0}. \quad (2.10)$$

ここで、 $\Phi^K(\mathbf{q})$  は幾何学的な運動学拘束式を表し、 $\Phi^D(\mathbf{q}, t)$  は駆動拘束式を表す。

式(2.10)が得られた時、 $\mathbf{q}(t)$  は代数的に決定することができ、機構の運動は解けたことになる。特にコンピュータを利用した運動学解析においては、物理的な関節と等価な拘束を表す代数式を誘導しなければならない。したがって、拘束式は関節の形状を正確に記述したものでなければならない。もし、拘束式が関節の幾何学的な関係を見捨てる場合には、この数学的なモデルはシステムの運動を定義できない [5]。

次に運動学解析において重要な行列であるヤコビ行列について述べる。式(2.10)の一般化座標  $\mathbf{q}$  による偏微分を考える。そのような行列をヤコビ行列  $\Phi_q$  とし、以下のように定義する。

$$\Phi_q = \left[ \frac{\partial \Phi(\mathbf{q}, t)}{\partial \mathbf{q}} \right]. \quad (2.11)$$

ここで、 $\Phi$  の添字  $q$  は、一般化座標  $\mathbf{q}$  による偏微分を表す記号である。 $\Phi_q$  が正則、すなわち  $|\det \Phi_q| \neq 0$  であれば、行列はランク落ちしない。したがって式(2.11)は、特異姿勢とならない解を有しており、時間の関数として一般化座標  $\mathbf{q}$  を数値計算法によって求めることができる。行列式と特異姿勢との関係については、後ほど第4章において定量的な定義を与え議論する。

### 2.3.4 変位解析

二次元における変位解析を行うには、駆動拘束の時間変化に従って  $\Phi(\mathbf{q}, t) = \mathbf{0}$  を満たすように他の一般化座標を求める。解析法として、Newton-Raphson 法による数値解析を利用する (付録 A)。同解法を用いる理由は、変位解析の目的が時間の関数として  $\mathbf{q}$  で方程式を解くことにあり、 $\mathbf{q}$  の方程式の非線形性が強いため、解析的な解法では解けないことによる。式(2.10)において第  $i$  ステップの解  $\mathbf{q}^{(i)}$  が与えられたとき、第  $i+1$  ステップ  $\mathbf{q}^{(i+1)}$  の解を求める。更新値  $\mathbf{q}^{(i)}$  と解の差を  $\delta \mathbf{q}^{(i)}$  とすると、 $\Phi(\mathbf{q}^{(i)} + \delta \mathbf{q}^{(i)}, t)$

となり、これを Taylor 展開すると、

$$\Phi(\mathbf{q}^{(i)} + \delta\mathbf{q}^{(i)}, t) = \Phi(\mathbf{q}^{(i)}, t) + \Phi_q(\mathbf{q}^{(i)}, t) \cdot \delta\mathbf{q}^{(i)} + \Phi_q(\mathbf{q}^{(i)}, t)^2 \cdot \frac{\delta\mathbf{q}^{(i)2}}{2!} + \dots = \mathbf{0}, \quad (2.12)$$

となる。ここで第一近似を行い、二次以降の項を除くと、

$$\Phi_q(\mathbf{q}^{(i)}, t) \cdot \delta\mathbf{q}^{(i)} = -\Phi(\mathbf{q}^{(i)}, t), \quad (2.13)$$

となる。この多変数の連立方程式を解くと、

$$\mathbf{q}^{(i+1)} = \mathbf{q}^{(i)} + \delta\mathbf{q}^{(i)}, \quad (2.14)$$

となる。ここで、 $\Phi(\mathbf{q}^{(i+1)})$  が式 (2.14) を十分満たす収束計算の許容誤差  $\epsilon_1, \epsilon_2$  は、

$$\|\Phi(\mathbf{q}^{(i+1)}, t)\| < \epsilon_1, \quad (2.15)$$

かつ、一つ前の値より大きく変化しなければ、

$$\|\mathbf{q}^{(i+1)} - \mathbf{q}^{(i)}\| < \epsilon_2, \quad (2.16)$$

となる解を採用する。もし両条件が一つでも満たされないなら式 (2.14) を繰り返し計算する。式 (2.13) より  $\Phi_q(\mathbf{q}^{(i)})$  の逆行列を左側からかけると

$$\delta\mathbf{q}^{(i)} = -[\Phi_q(\mathbf{q}^{(i)}, t)]^{-1} \cdot \Phi(\mathbf{q}^{(i)}, t), \quad (2.17)$$

となり、式 (2.17) を式 (2.14) に代入することで  $\mathbf{q}^{(i+1)}$  を計算でき、機構の変位解析が可能になる。

### 2.3.5 速度解析

式のヤコビ行列が非特異であり、運動学拘束式の解が数値的に得られれば、変位解析が行われていることになり、これは解析した機構において速度と加速度が存在する

ことを保証している。ここでは速度解析について説明する。式(2.10)はすべての時間で成立しなければならないから、両辺を時間  $t$  で微分すると、

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Phi(\mathbf{q}, t)}{\partial t} &= \frac{\partial \Phi(\mathbf{q}, t)}{\partial \mathbf{q}} \cdot \frac{d\mathbf{q}}{dt} + \frac{d\Phi(\mathbf{q}, t)}{dt} \cdot \frac{dt}{dt} \\ &= \Phi_q \dot{\mathbf{q}} + \Phi_t \\ &= \mathbf{0},\end{aligned}\tag{2.18}$$

となる。ここで、 $\Phi$  の添字  $t$  は、時間  $t$  による微分を表す記号である。したがって、上式は

$$\Phi_q \dot{\mathbf{q}} = -\Phi_t = \mathbf{v},\tag{2.19}$$

となる。ここで  $\mathbf{v}$  は速度方程式を表す。また  $\Phi_q$  の逆行列を左からかけると、

$$\dot{\mathbf{q}} = -\Phi_q^{-1} \Phi_t,\tag{2.20}$$

となり、変位解析の結果を用いて速度解析をすることが可能となる。

### 2.3.6 加速度解析

速度の式が式(2.10)を時間で2階微分することによって得られたように、式(2.18)の両辺を時間  $t$  で微分すると、

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{q}, t)}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 (\Phi_q \dot{\mathbf{q}} + \Phi_t)}{\partial t^2} \\ &= \frac{\partial (\Phi_q \dot{\mathbf{q}})}{\partial t} + \frac{\partial (\Phi_q \dot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}} \cdot \frac{d\mathbf{q}}{dt} + \frac{\partial \Phi_t}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_t}{\partial \mathbf{q}} \cdot \frac{d\mathbf{q}}{dt} \\ &= \frac{\partial \Phi_q}{\partial t} \cdot \dot{\mathbf{q}} + \Phi_q \cdot \frac{d\dot{\mathbf{q}}}{dt} + \frac{\partial (\Phi_q \dot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}} \cdot \frac{d\mathbf{q}}{dt} + \frac{\partial \Phi_t}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_t}{\partial \mathbf{q}} \cdot \frac{d\mathbf{q}}{dt} \\ &= \mathbf{0},\end{aligned}\tag{2.21}$$

となる。さらに上式を整理すると

$$\Phi_{qt} \dot{\mathbf{q}} + \Phi_q \ddot{\mathbf{q}} + (\Phi_q \dot{\mathbf{q}})_q \dot{\mathbf{q}} + \Phi_{tt} + \Phi_{tq} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0},\tag{2.22}$$

となる。ここで、 $\Phi_{qt}$  は、 $\Phi$  をまず一般化座標  $q$  で微分し、さらに時間  $t$  で微分したことを表す記号である。 $\Phi_{tt}, \Phi_{tq}$  についても添字の順番に微分を行ったことを表している。さらに加速度の項のみ左辺に移動すると、

$$\Phi_q \ddot{q} = -\Phi_{qt} \dot{q} - (\Phi_q \dot{q})_q \dot{q} - \Phi_{tt} - \Phi_{tq} \dot{q}, \quad (2.23)$$

となる。ここで  $\Phi_{qt}$  と  $\Phi_{tq}$  とは共に連続性を有しているので、偏微分の順序交換が成り立ち、 $\Phi_{qt} = \Phi_{tq}$  となるから、

$$\Phi_q \ddot{q} = -(\Phi_q \dot{q})_q \dot{q} - 2\Phi_{qt} \dot{q} - \Phi_{tt} = \gamma, \quad (2.24)$$

となる。ここで  $\gamma$  は、加速度方程式を表す。さらに  $\Phi_q$  を上式の両辺に左からかけると、

$$\ddot{q} = -\Phi_q^{-1} (\Phi_q \dot{q})_q \dot{q} - 2\Phi_q^{-1} \Phi_{qt} \dot{q} - \Phi_q^{-1} \Phi_{tt}, \quad (2.25)$$

となり、加速度を計算することができる。特に  $\Phi_{qt} = 0, \Phi_{tt} = 0$  のとき

$$\ddot{q} = -\Phi_q^{-1} (\Phi_q \dot{q})_q \dot{q}, \quad (2.26)$$

である。システムの運動学を定量的に表現できることができれば、次節で説明する動力学解析にも適応することが可能である。動力学解析における位置、速度、加速度の解析は、システムの運動方程式を満たしながら本節で導出した各式を満たす必要がある。したがって、次節で述べるような解の精度を保証する技術を組み合わせなければならないことに注意しなければならない。

## 2.4 動力学解析

微分代数方程式を用いた動力学解析手法は、Haug [5] や Nikravesh [6] らによって提案されている。同解析においても重要なことは、どのような座標系に対して、運動方程式をたてるかということである。Nikravesh は、ピン座標系、重心座標系、関節座標

系における定式化を行った。本研究では、これらの中から、重心座標系を選択し、その運動方程式の定式化について説明する。微分代数方程式を用いた動力学解析手法の概要は、以下の通りである。

1. 運動学拘束式を2階微分して、加速度方程式を得る。
2. 各剛体に対して、変分運動方程式をたてる。
3. 変分運動方程式に Lagrange 乗数を導入する。
4. 1 と 3 とを拘束条件付き運動学拘束式としてまとめる。
5. 拡大法を用いて行列形式の微分代数方程式として統合する。

次節では、拘束のある2次元平面上における剛体の運動方程式の導出方法について説明する。

### 2.4.1 多剛体系の運動方程式

$n$  個の剛体が拘束されて運動する系の運動を考える。また拘束条件が座標と時間のみで記述される場合、すなわちホロノミックな拘束のみを考える。拘束条件式が  $m$  個あるとすると、系の拘束条件式は式 (2.10) で表したような代数方程式で与えられることがわかった。個々の剛体に対する運動方程式は、次のような微分方程式で与えられる。

$$\mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{q}}_i = \mathbf{Q}_i^C + \mathbf{Q}_i^A. \quad (2.27)$$

ここで、 $\mathbf{M}_i, \mathbf{Q}_i^C, \mathbf{Q}_i^A$  は、第  $i$  番目の剛体に対する質量行列、拘束力ベクトル、外力ベクトルを表し、次のように定義される。

$$\mathbf{M}_i = \text{diag}[m_i \ m_i \ J_i], \quad (2.28)$$

$$\mathbf{Q}_i^C = [F_{x_i}^C \ F_{y_i}^C \ \tau_{\theta_i}^C]^T, \quad (2.29)$$

$$\mathbf{Q}_i^A = [F_{x_i}^A \ F_{y_i}^A \ \tau_{\theta_i}^A]^T. \quad (2.30)$$

ここで,  $m_i, J_i, F_i, \tau_i$  は, 第  $i$  番目の剛体の質量, 慣性モーメント, 剛体に働く力, 剛体の軸周りの回転モーメントを各々表す.

以上により全ての剛体に関する系全体の運動方程式は, 次のような微分方程式で表現できる.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}^C + \mathbf{Q}^A. \quad (2.31)$$

ここで,  $\mathbf{M}, \mathbf{Q}^C, \mathbf{Q}^A$  は, 系全体の剛体に対する質量行列, 拘束力ベクトル, 外力ベクトルを表し, 次のように定義される.

$$\mathbf{M} = \text{diag}[\mathbf{M}_1 \ \mathbf{M}_2 \ \cdots \ \mathbf{M}_n] = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{M}_n \end{bmatrix}, \quad (2.32)$$

$$\mathbf{Q}^C = [(\mathbf{Q}_1^C)^T \ (\mathbf{Q}_2^C)^T \ \cdots \ (\mathbf{Q}_n^C)^T]^T, \quad (2.33)$$

$$\mathbf{Q}^A = [(\mathbf{Q}_1^A)^T \ (\mathbf{Q}_2^A)^T \ \cdots \ (\mathbf{Q}_n^A)^T]^T. \quad (2.34)$$

運動方程式を解くためには, 上式における系全体の拘束力ベクトルを一意に決定する必要がある. そこで次節では, Lagrange の未定乗数を導入して, 拡大法を用いることで運動方程式を解く方法について, 説明を行う.

## 2.4.2 拡大法

時刻  $t$  において, 微小な仮想変位  $\delta\mathbf{q}$  を考える. 仮想変位  $\delta\mathbf{q}$  は, 拘束条件式を満たさなくてはならないので, 拘束条件式のヤコビ行列について

$$\Phi_q(\mathbf{q}, t)\delta\mathbf{q} = \mathbf{0}, \quad (2.35)$$

の関係が成り立つ。つり合い条件下で、仮想仕事の原理から次式が成り立つ。

$$[\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} - (\mathbf{Q}^C + \mathbf{Q}^A)]^T \delta\mathbf{q} = 0. \quad (2.36)$$

滑らかな拘束を考えているので、拘束力  $\mathbf{Q}^C$  と仮想変位  $\delta\mathbf{q}$  は常に直交し、

$$\mathbf{Q}^C \delta\mathbf{q} = 0, \quad (2.37)$$

となる。したがって、運動方程式は、次のようになる。

$$[\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{Q}^A]^T \delta\mathbf{q} = 0. \quad (2.38)$$

ここで、式(2.38)に、Lagrange の未定乗数法（付録 B）を適応すると、拘束条件付き問題を解くことができ、運動方程式は以下のように表現できる。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{Q}^A + \Phi_q^T \boldsymbol{\lambda} &= 0, \\ \therefore \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \Phi_q^T \boldsymbol{\lambda} &= \mathbf{Q}^A. \end{aligned} \quad (2.39)$$

ここで、 $\mathbf{M}$  は質量行列、 $\ddot{\mathbf{q}}$  は一般化加速度、 $\boldsymbol{\lambda}$  は Lagrange の未定乗数、 $\mathbf{Q}^A$  は外力による一般化力を各々表す。また拘束力ベクトルに関しては、式(2.39)より

$$\mathbf{Q}^C = -\Phi_q^T, \quad (2.40)$$

となることがわかり、Lagrange の未定乗数法を用いることで、拘束力を解くことが可能となる。

微分代数方程式では、式(2.39)の運動方程式と式(2.24)の加速度方程式に対して拡大法を用いることによって、式を結合することができる。すなわち、変数を  $[\ddot{\mathbf{q}} \ \boldsymbol{\lambda}^T]^T$  に拡大することによって、行列形式の微分代数方程式として統合すると、下記のようにまとめることができる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \Phi_q^T \\ \Phi_q & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^A \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix}. \quad (2.41)$$

上記の微分代数方程式では、システムの運動を微分方程式で表現し、システムの拘束条件を代数方程式で表現している。従ってMBDでシステムを解析するとは、式(2.41)において、運動学拘束式を満たすように運動方程式を計算機で解くことである。ところで、式(2.41)における変数は、加速度 $\ddot{\mathbf{q}}$ である。一方で運動学拘束式は、一般化座標 $\mathbf{q}$ で表現されており、解を求めるために加速度を数値積分をする必要がある。

そこで次節では、精度の良い数値解を得るための手法として、Baumgarteの安定化法を用いて加速度方程式を修正する方法について説明する。

### 2.4.3 Baumgarteの安定化法

式(2.24)の加速度方程式は、運動学拘束式を2階微分しているため、解析が進むにつれて数値誤差が累積され、拘束条件式を満たさなくなることが知られている。Baumgarteは、計算機における解の収束計算を行うために、加速度方程式の修正方法について提案した[37]。本研究においても、Baumgarteの安定化法を用いて、加速度方程式 $\gamma$ の代わりに、下記の修正された加速度方程式 $\hat{\gamma}$ を用いる。

$$\hat{\gamma} = \gamma - 2\alpha(\Phi_q \dot{\mathbf{q}} + \Phi_t) - \beta^2 \Phi(\mathbf{q}, t). \quad (2.42)$$

したがって、式(2.41)の微分代数方程式は、以下のように修正される。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \Phi_q^T \\ \Phi_q & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^A \\ \hat{\gamma} \end{bmatrix}. \quad (2.43)$$

この式(2.43)が、本研究で用いるMBDの微分代数方程式である。ところで、式(2.42)の $\alpha$ と $\beta$ とは、対象とする問題によって最適値が変化する。したがって、 $\alpha$ と $\beta$ とは、系の方程式に対するフィードバック効果を与えていると言える(図2.4)。一般には、 $\alpha = \beta = 1 \sim 20$ 程度の値が用いられる。本研究では、Stejskal[38]やFlores[39]らの先行研究を参考にして、 $\alpha = 10$ 、 $\beta = \sqrt{2\alpha}$ として与えた。式(2.43)を計算機で解くことにより、システムの重心座標系における加速度を求めることができ、これにより拘束力や外力の影響によるシステムの動的な挙動について、計算することが可能である。

動力学解析を行う上では、しばしば設計者が想定した駆動力でもって、設計したシステムが動作しうるかということが問題になる。そこで次節では、システムの設計者が所望の運動を生成させるために必要なアクチュエータの駆動力について、逆動力学解析手法を用いて計算ができることを示す。

## 2.5 逆動力学解析

拘束のあるシステムにおいて、アクチュエータやモータの駆動力を推定するためには、システムの逆動力学を解析する必要がある。本論では、Nikravesh [40] が提案した方法を基に逆動力学解析を行う。対象の MBS が二次元平面上にあり、1 自由度である時、逆動力学解析手法は以下のようにまとめることができる。

1. 変位レベルの運動学拘束式を用いて、一般化座標を求める。
2. 速度レベルの運動学拘束式を用いて、一般化速度を求める。
3. 加速度レベルの運動学拘束式を用いて、一般化加速度を求める。
4. 運動方程式を用いて、Lagrange 乗数を求める。

上記の手続きは、任意の時刻において行われ、他の時刻においても同様に繰り返すことにより、求解する。

$F$  個の自由度をもつ MBS が  $nc$  個の一般化座標をもち、 $nr = nc - F$  個の運動学拘束式を有していると仮定すると、式 (2.7) のようになる。駆動拘束を除いた運動学拘束式における速度と加速度の式は、以下のように書ける。

$$\frac{d\Phi^K(\mathbf{q})}{dt} = \Phi_q^K \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}, \quad (2.44)$$

$$\frac{d^2\Phi^K(\mathbf{q})}{dt^2} = \Phi_q^K \ddot{\mathbf{q}} + \Phi_{qt}^K \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}. \quad (2.45)$$

ここで、 $\Phi_q^K$  は、駆動拘束式を除いた運動学拘束式のためのヤコビ行列を表す。さらに  $\Phi_{qt}$  の添字は、一般化座標  $\mathbf{q}$ 、時間  $t$  の順番で微分を行ったことを表している。

このシステムが要求された運動で駆動するためには、 $F$  個の駆動拘束が必要である。式(2.9)の駆動拘束式のみにおける1階、2階の導関数は、次のように表現できる。

$$\frac{d\Phi^D(\mathbf{q}, t)}{dt} = \Phi_q^D \dot{\mathbf{q}} + \Phi_t^D = 0, \quad (2.46)$$

$$\frac{d^2\Phi^D(\mathbf{q}, t)}{dt^2} = (\Phi_q^D \dot{\mathbf{q}})_t + (\Phi_q^D \dot{\mathbf{q}})_q \cdot \dot{\mathbf{q}} + \Phi_{tt}^D + \Phi_{tq}^D \cdot \dot{\mathbf{q}} = 0. \quad (2.47)$$

ここで、 $\Phi_q^D$  は、駆動拘束式のみ Jacobian 行列を表す。さらに  $(\Phi_q^D \dot{\mathbf{q}})_t$  と  $(\Phi_q^D \dot{\mathbf{q}})_q$  とは、括弧外にある添字で、括弧内の合成関数を微分することを表している。したがって、運動方程式は、以下のように運動学拘束式と駆動拘束式を分離した形に書き直すことができる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{Q}^A + \Phi_q^{KT} \boldsymbol{\lambda}^K + \Phi_q^{DT} \boldsymbol{\lambda}^D. \quad (2.48)$$

また上記の運動方程式は、以下のようにも表現できる。

$$\begin{bmatrix} \Phi_q^{KT} & \Phi_q^{DT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}^K \\ \boldsymbol{\lambda}^D \end{bmatrix} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{Q}^A. \quad (2.49)$$

$[\Phi_q^{KT} \ \Phi_q^{DT}]$  は正方行列であり、式(2.49)は Lagrange 乗数  $\boldsymbol{\lambda}^K$  と  $\boldsymbol{\lambda}^D$  とを求めることができる。Lagrange 乗数  $\boldsymbol{\lambda}^K$  と  $\boldsymbol{\lambda}^D$  とにおける物理的な意味は、要求された駆動力と駆動トルクを実現するために必要な駆動部の力とモーメントである。

もしシステムが1自由度である場合、式(2.48)は、唯一の Lagrange 乗数  $\boldsymbol{\lambda}^D$  を得ることができる。式(2.48)の両辺に  $\dot{\mathbf{q}}^T$  を左からかけると

$$\dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{Q}^A + \dot{\mathbf{q}}^T \Phi_q^{KT} \boldsymbol{\lambda}^K + \dot{\mathbf{q}}^T \Phi_q^{DT} \boldsymbol{\lambda}^D. \quad (2.50)$$

運動学拘束式の時間微分はゼロになるから、右辺の第2項はゼロとなり、下記のような駆動トルクの式を得る。

$$\tau = \frac{\dot{\mathbf{q}}^T (\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{Q}^A)}{\Phi_q^D \dot{\mathbf{q}}}. \quad (2.51)$$

ここで、 $\tau$  は駆動トルク、 $\Phi_q^{DT}$  は1自由度における駆動拘束の Jacobian 行列を表す。また  $\dot{\mathbf{q}}^T \Phi_q^{DT} = \Phi_q^D \dot{\mathbf{q}}$  はスカラー量になることを特筆する。 $\dot{\mathbf{q}}$  はシステムの実際の速度の

要素を含む必要はない。速度レベルの拘束条件式が満足していれば、上記の駆動トルクの式を利用することができる。

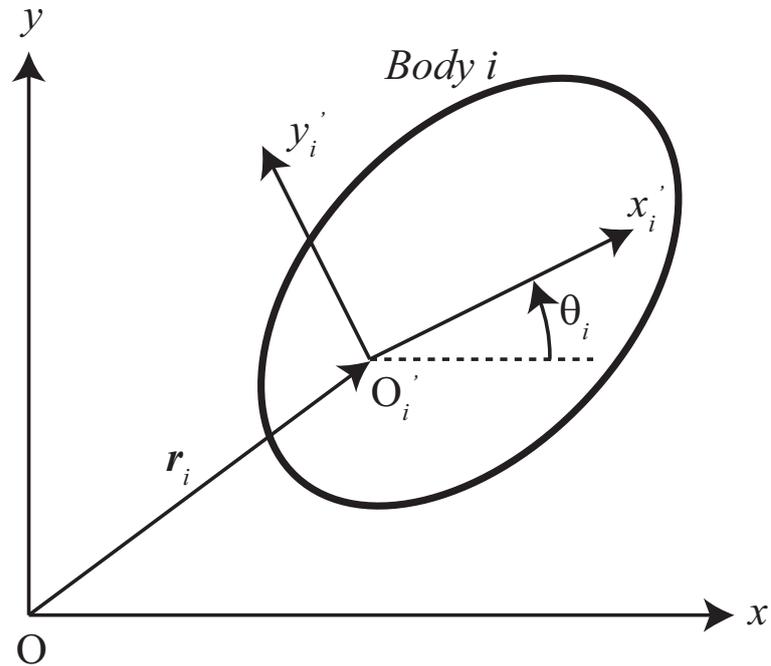


図 2.1: 平面剛体における一般化座標の定義. 機構の機素  $i$  の形状を特定するための座標系における運動学拘束式

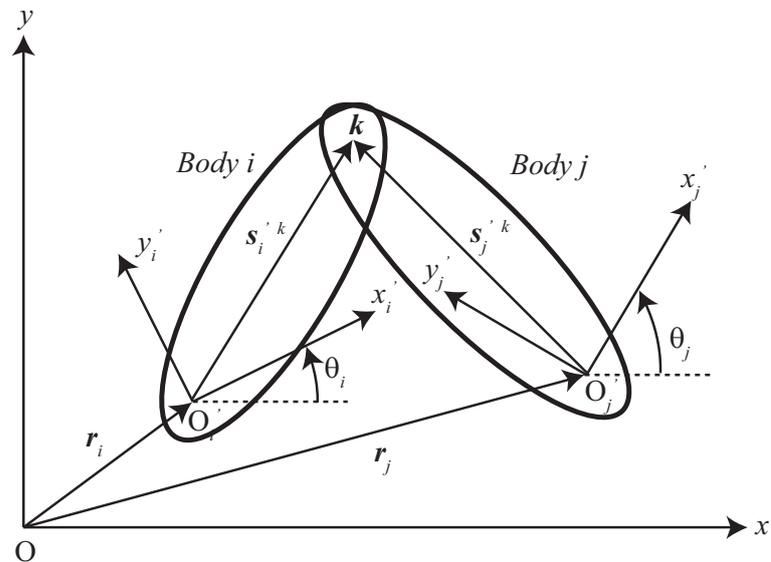


図 2.2: MBD における回転拘束. 回転拘束式は Body  $i$  と Body  $j$  が運動中も Body  $i$  の点  $k$  と Body  $j$  の点  $k$  を共有しているという記述によって拘束が定義される.

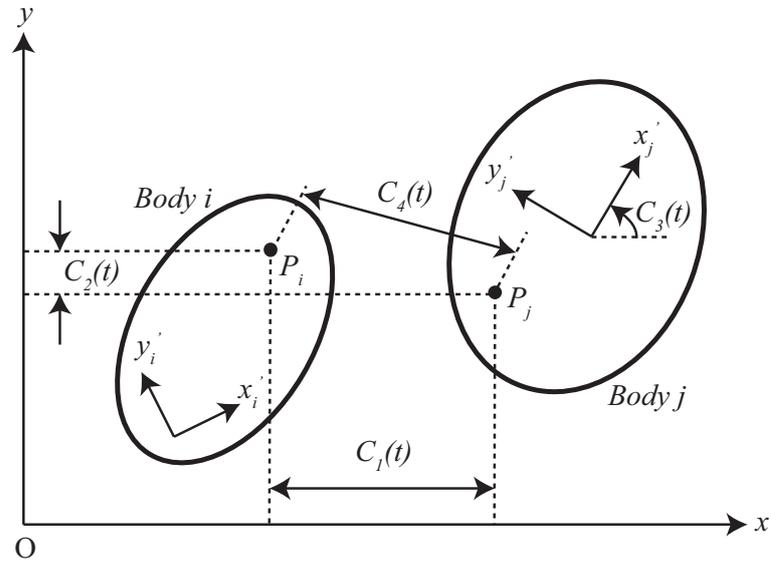


図 2.3: 相対座標駆動は運動学拘束式において時間を考慮した項を追加することで表現する。

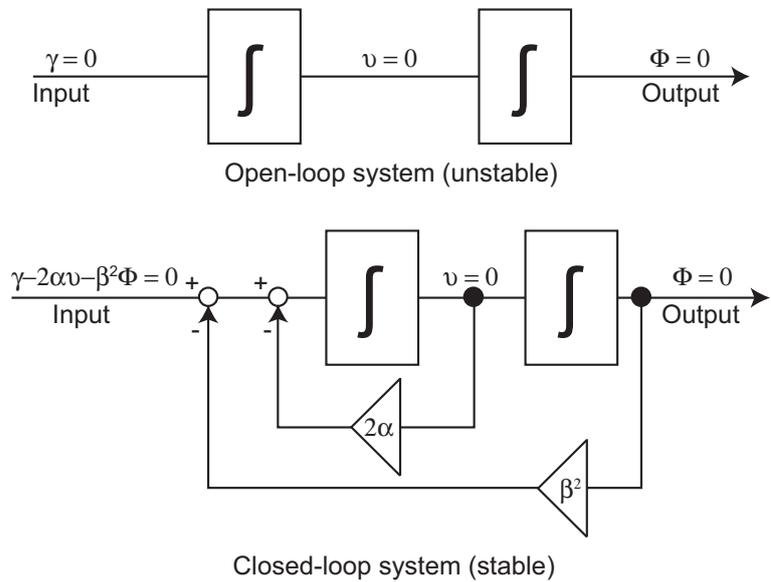


図 2.4: Baumgarte の安定化法における  $\alpha$  と  $\beta$  とが加速度方程式に与えるフィードバック効果。文献 [40] を基に、筆者が作成した。



## 第3章 多脚機構の移動性能評価

本章では、MBDを用いた数理定式化によって、これら閉リンク機構の動作軌道の位置、速度、加速度変位の複合解析が可能であることを示す。さらに研究対象の多脚ロボットと既存の歩行ロボットとが有する歩行特性を比較し、多脚ロボットの歩行特性を明らかにして、閉リンク機構を有する歩行ロボットの性能を評価する。

### 3.1 はじめに

MBD (Multibody dynamics ; MBD) はマルチボディシステム (Multibody Systems ; MBS) を解析するために開発され、有限要素系や連続系においては、Kane型運動方程式 [29] に基づき、Schiehlen [3] によって体系化された。またNikravesh [6] は、積極的にコンピュータ技術を利用したマルチボディシステムの解析手法を提案した。2次元や3次元の系において、Haug [5] は一般化座標を用いた定式化を行い、任意の閉リンクを含むシステムを統一的に記述できる手法を提案した。近年では、理論解析、CAE技術、機械応用などにおけるMBDの研究分野は、各々においてその知見が体系化されつつある [31]。また同手法は複雑な、生体システムにおいてもその理論解析手法として確立されようとしている。SilvaやAmbrósio [32] は、16か所の解剖学的要素からなり、33個の運動学的構造の剛体として構成される人間に対して、23個のマーカを添付し、人間の動作によって得られる運動学データに対してMBDを適応した。閉リンク機構における多体解析手法は、機械システムから生体における動解析まで様々あるが、MBDにおいては、複雑で多体な拘束について統一的に記述できると同時に、閉ループを有する構造に対しても容易に適応が可能である。

生物模倣ロボットにおいて、特に歩行ロボットでは、開リンク機構だけではなく、閉リンク機構においても設計される。有名な歩行機構として、チェビシェフリンク機構が、19世紀に、Pafnuty Chebyshev [20]によって、提案された。近年では、オランダのキネティックアーティストとして知られている Theo Jansen [22]によって、生物の歩行にヒントを得た11リンクからなる歩行機構である Theo Jansen 機構が示された。この機構は滑らかな脚先の歩行軌道を描くことができ、風の力を利用して砂浜といった不整地を歩行する機能を有している。また機構学の観点からは、クモの歩行動作を再現した Klann 機構が、Joe Klann [21]によって開発された。これら3つの機構は、閉リンク機構から成り、滑らかな歩行動作を実現できるという共通の仕組みを持っている。歩行ロボットにおける先行研究として、シリアル機構により構成されている受動歩行ロボット [41]が研究されている。生体のロコモーションにおける研究は、依然注目されており [8]、筋系の弾性力などを加味したモデルなど [11]、様々な提案がなされている。一方で、筋系と骨格系の協調という視点に立つと、パラレル機構は考慮すべき機構であり、筋骨格系に代わって、生体動作を表現することが可能である。リンク機構は、引力と斥力との組み合わせによる特定の生体拘束を表すことができる。Theo Jansen 機構は、リンク機構がどのように生物のように振舞うかを説明するための道具としても利用される。同機構は、速度、加速度、各関節のトルクなどの時間発展に関して詳細な理論的解析が可能である。もし Theo Jansen 機構が滑らかな歩行軌道を生成するための機構としての潜在性を有しており、またエネルギー効率を改善することができるならば、生体の移動形態における研究にもなり得る。しかしながら、Theo Jansen 機構に関する先行研究では、機構の重心を捉える研究 [42]や簡易なモデルを利用した機構解析 [43]など限られた理論解析しかなされていない。これまでに知られているように、機構にとって不可欠な性質については未だ研究が十分ではないが、MBDによる解析では、リンク機構の定式化によってより精確な解を示すことが可能である。筆者は、運動学的拘束に矛盾のない閉リンク機構が動物と同じようなエネルギー消費の傾向を有

しており、特に Theo Jansen 機構の滑らかな歩行軌道がエネルギー効率を最大化するという仮説をたてた。

次の節に分けて説明を行う。3.2 節では、MBD を用いて 3 種類の異なる閉リンク機構を有する歩行ロボット（Chebyshev 機構、Klann 機構、Theo Jansen 機構）の定式化を行う。3.3 節では、各歩行ロボットの基本特性解析として位置と姿勢、速度、加速度、駆動トルクについて、その時間発展を明らかにした。3.4 節では、対象における歩行速度と接地率について、歩行周期を基に定義した。これによって脚が地面にある支持脚相と、脚が空中に浮いている遊脚相とに分離することが可能である。この接地率の分類は、3.5 節における閉リンク機構の軌道におけるエネルギー消費の解析のためにも用いられた。移動仕事率はエネルギー消費の指標として、定義されており、3.6 節において 3 種類の異なる閉リンク機構を有する歩行ロボットの比較に用いられた。さらにこの結果は 3.7 節において、1 脚、2 脚、4 脚、6 脚の各々の歩行ロボットおよび人の歩行と走行に必要なエネルギー消費に関する先行研究とも比較し考察した。最後に結論となる 3.8 節において、閉リンク機構を有する歩行ロボットの工学応用に関する潜在性について言及した。

## 3.2 閉リンク機構を有する 3 種類の歩行ロボットの定式化

MBD による共通のモデル記述方法によって、本節では、閉リンク機構により構成される Chebyshev 機構、Klann 機構、Theo Jansen 機構の定式化を行う。個別の微分代数方程式で記述された各々の系においてその位置と姿勢、速度、加速度、駆動トルクの時間発展を明らかにする。

### 3.2.1 Chebyshev 機構

Chebyshev 機構の各リンクにおいて図 3.1 のように座標軸を定義する．さらに各座標軸に対して位置と姿勢からなる 18 個の一般化座標  $\mathbf{q}$  を以下のように定義する．

$$\mathbf{q} = [\mathbf{q}_1^T, \mathbf{q}_2^T, \mathbf{q}_3^T, \mathbf{q}_4^T, \mathbf{q}_5^T, \mathbf{q}_6^T]^T. \quad (3.1)$$

次に，リンク間の拘束条件を記述する．同リンク機構における運動学拘束式  $\Phi$  は，前章の式 (2.10) より与えられる．下記に示す運動学拘束式のうち，上から 17 個の式は，各関節点における回転拘束  $\Phi^K(\mathbf{q})$  を表す．また最後の行の式は，入力に与える駆動拘束式  $\Phi^D(\mathbf{q}, t)$  となり，両者をまとめると以下ようになる．

$$\Phi(\mathbf{q}, t) = \begin{bmatrix} x_1 - l_1 \cos \theta_1 \\ y_1 - l_1 \sin \theta_1 \\ x_2 - l_2 \cos \theta_2 - x_1 - l_1 \cos \theta_1 \\ y_2 - l_2 \sin \theta_2 - y_1 - l_1 \sin \theta_1 \\ x_3 + l_3 \cos \theta_3 - x_2 - l_2 \cos \theta_2 \\ y_3 + l_3 \sin \theta_3 - y_2 - l_2 \sin \theta_2 \\ x_3 - l_3 \cos \theta_3 + a \\ y_3 - l_3 \sin \theta_3 \\ x_4 - l_4 \cos \theta_4 - x_2 - l_2 \cos \theta_2 \\ y_4 - l_4 \sin \theta_4 - y_2 - l_2 \sin \theta_2 \\ x_5 + l_5 \cos \theta_5 - x_4 - l_4 \cos \theta_4 \\ y_5 + l_5 \sin \theta_5 - y_4 - l_4 \sin \theta_4 \\ \theta_4 - \theta_2 \\ \theta_5 - \frac{\pi}{2} \\ x_6 - l_6 \cos \theta_6 - x_5 + l_5 \cos \theta_5 \\ y_6 - l_6 \sin \theta_6 - y_5 + l_5 \sin \theta_5 \\ \theta_6 - \theta_5 \\ \theta_1 + \omega t \end{bmatrix}_{18 \times 1} = \mathbf{0}. \quad (3.2)$$

ここで， $l_1$  から  $l_6$  はリンク長， $t$  は時間， $\omega$  は入力のクランクシャフトにおける角速度を各々表す．オリジナルの Chebyshev 機構は 4 節リンク機構によって構成されている．本研究では，歩行機構として同機構を用いているため，機構上部に生成される軌道の複製を表現するためにリンクを一つ追加して，表 3.1 に示すように 5 節リンク機構と平円板の組み合わせとして定式化している．上記の運動学拘束式より，Chebyshev 機構におけるヤコビ行列  $\Phi_q$  は以下ようになる．

$$\Phi_q = \left[ \frac{\partial \Phi(\mathbf{q}, t)}{\partial \mathbf{q}} \right]_{18 \times 18}. \quad (3.3)$$

このヤコビ行列を利用して、数値解析を行うことにより、同機構の位置、速度、加速度の時間発展を調べることができる。

次に、Chebyshev 機構の順動力学解析において必要な要素を定義する。質量行列  $\mathbf{M}(18 \times 18)$ 、一般化力  $\mathbf{Q}^A(18 \times 1)$  を各々定義すると、以下のように記述できる。

$$\mathbf{M} = \text{diag}(\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_6), \quad (3.4)$$

$$\{\mathbf{M}_i = [m_i, m_i, J_i]^T \mid i = 1, 2, \dots, 6\}, \quad (3.5)$$

$$\mathbf{Q}^A = [\mathbf{Q}_1^{AT}, \mathbf{Q}_2^{AT}, \dots, \mathbf{Q}_6^{AT}]^T, \quad (3.6)$$

$$\{\mathbf{Q}_i^A = [0, -m_i g, 0]^T \mid i = 1, 2, \dots, 6\}. \quad (3.7)$$

ここで、 $m_i$  は、 $i$  番目の剛体リンクにおける質量、 $J_i = m_i l_i^2 / 3$  ( $i = 1, 2, \dots, 5$ ) は、 $i$  番目の質量分布を一様とした場合における剛体リンクの慣性モーメント、 $J_6 = m_6 l_6^2 / 2$  は、質量分布を一様とした平円板の慣性モーメント、 $g$  は、重力加速度を各々表す。また機構が地面に接地している際に、床から受ける全質量の反力は、一般化座標  $[x_6, y_6]$  に外力として入力した。

### 3.2.2 Klann 機構

Klann 機構の各リンクにおいて図 3.2 のように座標軸を定義する。さらに各座標軸に対して位置と姿勢からなる 39 個の一般化座標  $\mathbf{q}$  を以下のように定義する。

$$\mathbf{q} = [\mathbf{q}_1^T, \mathbf{q}_2^T, \mathbf{q}_3^T, \mathbf{q}_4^T, \mathbf{q}_5^T, \mathbf{q}_6^T, \mathbf{q}_7^T, \mathbf{q}_8^T, \mathbf{q}_9^T, \mathbf{q}_{10}^T, \mathbf{q}_{11}^T, \mathbf{q}_{12}^T, \mathbf{q}_{13}^T]^T. \quad (3.8)$$

次に、リンク間の拘束条件を記述する。同リンク機構における運動学拘束式  $\Phi$  は、前章の式 (2.10) より与えられる。下記に示す運動学拘束式のうち、上から 38 個の式は、

各関節点における回転拘束  $\Phi^K(\mathbf{q})$  を表す。また最後の行の式は、入力に与える駆動拘束式  $\Phi^D(\mathbf{q}, t)$  となり、両者をまとめると以下のようなになる。

$$\Phi(\mathbf{q}, t) = \begin{bmatrix} x_1 - l_1 \cos \theta_1 \\ y_1 - l_1 \sin \theta_1 \\ x_2 + l_2 \cos \theta_2 - x_1 - l_1 \cos \theta_1 \\ y_2 + l_2 \sin \theta_2 - y_1 - l_1 \sin \theta_1 \\ x_3 - l_3 \cos \theta_3 - x_2 + l_2 \cos \theta_2 \\ y_3 - l_3 \sin \theta_3 - y_2 + l_2 \sin \theta_2 \\ x_4 - l_4 \cos \theta_4 - x_3 - l_3 \cos \theta_3 \\ y_4 - l_4 \sin \theta_4 - y_3 - l_3 \sin \theta_3 \\ x_7 + l_7 \cos \theta_7 - x_6 - l_6 \cos \theta_6 \\ y_7 + l_7 \sin \theta_7 - y_6 - l_6 \sin \theta_6 \\ x_9 - l_9 \cos \theta_9 - x_8 + l_8 \cos \theta_8 \\ y_9 - l_9 \sin \theta_9 - y_8 + l_8 \sin \theta_8 \\ x_{11} - l_{11} \cos \theta_{11} - x_{10} + l_{10} \cos \theta_{10} \\ y_{11} - l_{11} \sin \theta_{11} - y_{10} + l_{10} \sin \theta_{10} \\ x_{12} + l_{12} \cos \theta_{12} - x_{11} - l_{11} \cos \theta_{11} \\ y_{12} + l_{12} \sin \theta_{12} - y_{11} - l_{11} \sin \theta_{11} \\ x_4 + l_4 \cos \theta_4 - x_2 - l_2 \cos \theta_2 \\ y_4 + l_4 \sin \theta_4 - y_2 - l_2 \sin \theta_2 \\ x_5 + l_5 \cos \theta_5 - x_2 + l_2 \cos \theta_2 \\ y_5 + l_5 \sin \theta_5 - y_2 + l_2 \sin \theta_2 \\ x_7 - l_7 \cos \theta_7 - x_4 + l_4 \cos \theta_4 \\ y_7 - l_7 \sin \theta_7 - y_4 + l_4 \sin \theta_4 \\ x_8 + l_8 \cos \theta_8 - x_3 - l_3 \cos \theta_3 \\ y_8 + l_8 \sin \theta_8 - y_3 - l_3 \sin \theta_3 \\ x_9 + l_9 \cos \theta_9 - x_7 - l_7 \cos \theta_7 \\ y_9 + l_9 \sin \theta_9 - y_7 - l_7 \sin \theta_7 \\ x_{10} + l_{10} \cos \theta_{10} \\ y_{10} + l_{10} \sin \theta_{10} \\ x_{12} + l_{12} \cos \theta_{12} \\ y_{12} + l_{12} \sin \theta_{12} \\ x_5 - l_5 \cos \theta_5 - x_{10} + l_{10} \cos \theta_{10} \\ y_5 - l_5 \sin \theta_5 - y_{10} + l_{10} \sin \theta_{10} \\ x_6 - l_6 \cos \theta_6 - x_{12} - l_{12} \cos \theta_{12} \\ y_6 - l_6 \sin \theta_6 - y_{12} - l_{12} \sin \theta_{12} \\ \theta_{11} - \frac{\pi}{2} \\ x_{13} - l_{13} \cos \theta_{13} - x_9 + l_9 \cos \theta_9 \\ y_{13} - l_{13} \sin \theta_{13} - y_9 + l_9 \sin \theta_9 \\ \theta_{13} - \theta_9 \\ \theta_1 + \omega t \end{bmatrix} = \mathbf{0}. \quad (3.9)$$

39×1

ここで、 $l_1$  から  $l_{13}$  はリンク長、 $t$  は時間、 $\omega$  は入力のクランクシャフトにおける角速度を各々表す。同機構は表 3.2 に示すように 12 節リンク機構と平円板の組み合わせとして定式化している。上記の運動学拘束式より、Klann 機構におけるヤコビ行列  $\Phi_q$  は以下のようなになる。

$$\Phi_q = \left[ \frac{\partial \Phi(\mathbf{q}, t)}{\partial \mathbf{q}} \right]_{39 \times 39}. \quad (3.10)$$

このヤコビ行列を利用して、数値解析を行うことにより、同機構の位置、速度、加速度の時間発展を調べることができる。

次に、Klann 機構の順動力学解析において必要な要素を定義する。質量行列  $\mathbf{M}$  ( $39 \times 39$ )、一般化力  $\mathbf{Q}^A$  ( $39 \times 1$ ) を各々定義すると、以下のように記述できる。

$$\mathbf{M} = \text{diag}(\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_{13}), \quad (3.11)$$

$$\{\mathbf{M}_i = [m_i, m_i, J_i]^T \mid i = 1, 2, \dots, 13\}, \quad (3.12)$$

$$\mathbf{Q}^A = [\mathbf{Q}_1^{AT}, \mathbf{Q}_2^{AT}, \dots, \mathbf{Q}_{13}^{AT}]^T, \quad (3.13)$$

$$\{\mathbf{Q}_i^A = [0, -m_i g, 0]^T \mid i = 1, 2, \dots, 13\}. \quad (3.14)$$

ここで、 $m_i$  は、 $i$  番目の剛体リンクにおける質量、 $J_i = m_i l_i^2 / 3$  ( $i = 1, 2, \dots, 12$ ) は、 $i$  番目の質量分布を一様とした場合における剛体リンクの慣性モーメント、 $J_{13} = m_{13} l_{13}^2 / 2$  は、質量分布を一様とした平円板の慣性モーメント、 $g$  は、重力加速度を各々表す。また機構が地面に接地している際に、床から受ける全質量の反力は、一般化座標  $[x_{13}, y_{13}]$  に外力として入力した。

### 3.2.3 Theo Jansen 機構

最後に、Theo Jansen 機構の定式化を行う。同機構の各リンクにおいて図 3.3 のように座標軸を定義する。さらに各座標軸に対して位置と姿勢からなる 39 個の一般化座標  $\mathbf{q}$  を以下のように定義する。

$$\mathbf{q} = [\mathbf{q}_1^T, \mathbf{q}_2^T, \mathbf{q}_3^T, \mathbf{q}_4^T, \mathbf{q}_5^T, \mathbf{q}_6^T, \mathbf{q}_7^T, \mathbf{q}_8^T, \mathbf{q}_9^T, \mathbf{q}_{10}^T, \mathbf{q}_{11}^T, \mathbf{q}_{12}^T, \mathbf{q}_{13}^T]^T. \quad (3.15)$$

次に、リンク間の拘束条件を記述する。同リンク機構における運動学拘束式  $\Phi$  は、前章の式 (2.10) より与えられる。下記に示す運動学拘束式のうち、上から 38 個の式は、各関節点における回転拘束  $\Phi^K(\mathbf{q})$  を表す。また最後の行の式は、入力に与える駆動拘束式  $\Phi^D(\mathbf{q}, t)$  となり、両者をまとめると以下ようになる。

$$\Phi(\mathbf{q}, t) = \begin{bmatrix} x_1 - l_1 \cos\theta_1 \\ y_1 - l_1 \sin\theta_1 \\ x_2 - l_2 \cos\theta_2 - x_1 - l_1 \cos\theta_1 \\ y_2 - l_2 \sin\theta_2 - y_1 - l_1 \sin\theta_1 \\ x_3 + l_3 \cos\theta_3 - x_2 - l_2 \cos\theta_2 \\ y_3 + l_3 \sin\theta_3 - y_2 - l_2 \sin\theta_2 \\ x_3 - l_3 \cos\theta_3 - a \\ y_3 - l_3 \sin\theta_3 \\ x_5 + l_5 \cos\theta_5 - x_4 + l_4 \cos\theta_4 \\ y_5 + l_5 \sin\theta_5 - y_4 + l_4 \sin\theta_4 \\ x_7 - l_7 \cos\theta_7 - x_6 + l_6 \cos\theta_6 \\ y_7 - l_7 \sin\theta_7 - y_6 + l_6 \sin\theta_6 \\ x_9 + l_9 \cos\theta_9 - x_8 + l_8 \cos\theta_8 \\ y_9 + l_9 \sin\theta_9 - y_8 + l_8 \sin\theta_8 \\ x_{11} - l_{11} \cos\theta_{11} - x_{10} + l_{10} \cos\theta_{10} \\ y_{11} - l_{11} \sin\theta_{11} - y_{10} + l_{10} \sin\theta_{10} \\ x_{12} - l_{12} \cos\theta_{12} - x_{10} + (l_{10} + 2l_{12}) \cos\theta_{10} \\ y_{12} - l_{12} \sin\theta_{12} - y_{10} + (l_{10} + 2l_{12}) \sin\theta_{10} \\ x_6 + l_6 \cos\theta_6 - x_1 - l_1 \cos\theta_1 \\ y_6 + l_6 \sin\theta_6 - y_1 - l_1 \sin\theta_1 \\ x_4 + l_4 \cos\theta_4 - x_2 - l_2 \cos\theta_2 \\ y_4 + l_4 \sin\theta_4 - y_2 - l_2 \sin\theta_2 \\ x_5 - l_5 \cos\theta_5 \\ y_5 - l_5 \sin\theta_5 \\ x_7 + l_7 \cos\theta_7 \\ y_7 + l_7 \sin\theta_7 \\ x_8 + l_8 \cos\theta_8 - x_4 + l_4 \cos\theta_4 \\ y_8 + l_8 \sin\theta_8 - y_4 + l_4 \sin\theta_4 \\ x_9 - l_9 \cos\theta_9 - x_6 + l_6 \cos\theta_6 \\ y_9 - l_9 \sin\theta_9 - y_6 + l_6 \sin\theta_6 \\ x_{10} + l_{10} \cos\theta_{10} - x_6 + l_6 \cos\theta_6 \\ y_{10} + l_{10} \sin\theta_{10} - y_6 + l_6 \sin\theta_6 \\ x_{11} + l_{11} \cos\theta_{11} - x_8 + l_8 \cos\theta_8 \\ y_{11} + l_{11} \sin\theta_{11} - y_8 + l_8 \sin\theta_8 \\ \theta_{12} - \theta_{10} \\ x_{13} - l_{13} \cos\theta_{13} - x_{12} + l_{12} \cos\theta_{12} \\ y_{13} - l_{13} \sin\theta_{13} - y_{12} + l_{12} \sin\theta_{12} \\ \theta_{13} - \theta_{12} \\ \theta_1 - \omega t \end{bmatrix} = \mathbf{0}. \quad (3.16)$$

39×1

ここで、 $l_1$  から  $l_{13}$  はリンク長、 $t$  は時間、 $\omega$  は入力のクランクシャフトにおける角速度を各々表す。同機構は表 3.3 に示すように 12 節リンク機構と平円板の組み合わせ

として定式化している。上記の運動学拘束式より、Theo Jansen 機構におけるヤコビ行列  $\Phi_q$  は以下のようになる。

$$\Phi_q = \left[ \frac{\partial \Phi(\mathbf{q}, t)}{\partial \mathbf{q}} \right]_{39 \times 39}, \quad (3.17)$$

このヤコビ行列を利用して、数値解析を行うことにより、同機構の位置、速度、加速度の時間発展を調べることができる。

次に、Theo Jansen 機構の順動力学解析において必要な要素を定義する。質量行列  $\mathbf{M}(39 \times 39)$ 、一般化力  $\mathbf{Q}^A(39 \times 1)$  を各々定義すると、以下のように記述できる。

$$\mathbf{M} = \text{diag}(\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_{13}), \quad (3.18)$$

$$\{\mathbf{M}_i = [m_i, m_i, J_i]^T \mid i = 1, 2, \dots, 13\}, \quad (3.19)$$

$$\mathbf{Q}^A = [\mathbf{Q}_1^{AT}, \mathbf{Q}_2^{AT}, \dots, \mathbf{Q}_{13}^{AT}]^T, \quad (3.20)$$

$$\{\mathbf{Q}_i^A = [0, -m_i g, 0]^T \mid i = 1, 2, \dots, 13\}. \quad (3.21)$$

ここで、 $m_i$  は、 $i$  番目の剛体リンクにおける質量、 $J_i = m_i l_i^2 / 3$  ( $i = 1, 2, \dots, 12$ ) は、 $i$  番目の質量分布を一様とした場合における剛体リンクの慣性モーメント、 $J_{13} = m_{13} l_{13}^2 / 2$  は、質量分布を一様とした平円板の慣性モーメント、 $g$  は、重力加速度を各々表す。また機構が地面に接地している際に、床から受ける全質量の反力は、一般化座標  $[x_{13}, y_{13}]$  に外力として入力した。

### 3.3 歩行ロボットの基本特性解析

前節までの MBD を用いた対象の定式化によって、3 種類の異なる歩行ロボットにおける位置と姿勢、速度、加速度、駆動トルクの時間発展について、数値解析を行うことができる。これにより、各ロボット間における特性の差異について明らかにする。次

節からは、MATLAB を用いた数値シミュレーションにより、各ロボットにおける動力学解析結果について述べる。シミュレーション条件には、表 3.4 の値を用いて、Euler 法により数値計算を行った。比較のために、各ロボット間の全質量と軌道において脚先接地位置から 1 周期後の同脚の接地位置までの距離であるストライド長を等しくした。各歩行ロボットのリンク長は、表 3.1, 表 3.2, 表 3.3 として各々示した。下記の解析においては、一定の角速度  $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$  (60 rpm) となるような駆動力をクランクシャフトに入力した。また機構が地面に接地している際に、床から受ける全質量の反力は、脚先の一般化座標各々外力として入力した。さらに MBD における動力学解析の解の発散を防ぐために、Baumgarte の安定化法を用いた。解の安定化のためのパラメータは  $\alpha = 10$ , および  $\beta = \sqrt{2\alpha}$  とした [38]。位置、速度、加速度の解析においては、各歩行ロボットが地面と接するための先端リンクの挙動を調べた。また各リンクの座標軸の設定方法により、各先端リンクの位置解析は、脚先リンクの先端ではなく、重心座標の位置が計算される。Chebyshev 機構においては、一般化座標において 6 番目に定義された  $[x_6, y_6]$  にあたる  $E = [E_x, E_y]$ , Klann 機構においては、一般化座標において 13 番目に定義された  $[x_{13}, y_{13}]$  にあたる  $D = [D_x, D_y]$ , Theo Jansen 機構においては、一般化座標において 13 番目に定義された  $[x_{13}, y_{13}]$  にあたる  $G = [G_x, G_y]$  となる。

### 3.3.1 Chebyshev 機構

Chebyshev 機構における入力 1 周期に対する脚先出力 1 周期の時間発展についてその位置と姿勢を図 3.4 (a) に示した。入力は角速度  $\omega$  一定の円軌道として得られ、それが各リンクに伝達していき最終的には脚先に半円状の軌道として出力された。同機構における脚先軌道の最下点と最上点は各々  $-0.36 \text{ m}$  と  $-0.27 \text{ m}$  となった。また脚先は地面から  $0.08 \text{ m}$  だけ高さ方向に振り上げることが可能である。また図 3.4 (a) においてリンク機構の最上点が  $0.44 \text{ m}$ , 最下点が  $-0.36 \text{ m}$  に位置し、Chebyshev 機構の全高は  $0.80 \text{ m}$  となった。したがって、同機構における脚先軌道は、機構全高に対して、 $10.6\%$

脚を垂直方向に上げることができる機能を有していることがわかった。

図 3.4 (b) に示した速度解析においては、最低速度と最高速度がそれぞれ、0.22 m/s と 2.79 m/s となり、平均速度は 0.95 m/s となった。本実験では、始動時の過渡状態を避け定常状態における時間発展を明らかにするために、シミュレーション最初の周期に要した 1 s を除き、その後の 1 周期 (1 s) について調べた。第 1 極値は  $V_a$  において現れ、このとき最高速度である 2.74 m/s ( $t = 1.511$  s) となった。第 2 極値は  $V_b$  のときに現れ、その速度は 0.86 m/s ( $t = 1.995$  s) となった。図 3.4 (a) に付加した速度の第 1 極値  $V_a$  は遊脚相にあり、脚先軌道上の最上点に位置していることがわかった。また速度の第 2 極値  $V_b$  は支持脚相にあり、脚は地面において支持脚として機構を支えていた。Chebyshev 機構は、遊脚相と支持脚相からなる対称的な軌道によって構成されており、遊脚時には脚を素早く動かし、支持脚相では脚をゆっくりと動かす特性を有していることが明らかになった。

図 3.4 (c) に示した加速度解析では、対称的な 2 つの極値  $A_a$  と  $A_b$  とが各々  $23.45 \text{ m/s}^2$  ( $t = 1.449$  s)、 $23.68 \text{ m/s}^2$  ( $t = 1.574$  s) として得られた。また脚先軌道における最高加速度は、 $24.64 \text{ m/s}^2$  であり、平均加速度は  $8.20 \text{ m/s}^2$  となった。各々の極値  $A_a$  と  $A_b$  との近傍において加速度は急激に増加し、また急激に減少する傾向を示した。言い換えると、Chebyshev 機構は離地時に素早く脚を振り上げ、加速度を維持したまま軌道の最上点に達する。そして脚を接地させるときには、加速度を小さくしていく機能を保持していることが明らかになった。

図 3.4 (d) に示した入力駆動トルク解析においては、最小駆動トルクと最大駆動トルクは各々  $-4.31 \text{ Nm}$  と  $4.05 \text{ Nm}$  となった。また駆動トルクの絶対値平均は  $0.85 \text{ Nm}$  となった。同機構においては、駆動トルクの第 1 極値  $T_a$  は  $0.21 \text{ Nm}$  ( $t = 1.037$  s) となり、第 2 極値  $T_b$  は  $3.91 \text{ Nm}$  ( $t = 1.561$  s) となった。極値  $T_a$  は、脚先軌道において支持脚相に位置する際に生じ、極値  $T_b$  は脚先軌道において、脚が垂直方向に移動する際に生じた。したがって、Chebyshev 機構においては、地面から脚先を振り上げる際に入力の

大きな駆動トルクが必要であり、脚を振り下ろす際に最大の駆動トルクが必要になる機構であることが明らかになった。

### 3.3.2 Klann 機構

Klann 機構における 1 周期あたりの位置と姿勢の解析結果を図 3.5 (a) に示す。前節と同じく、入力に円運動を生じさせるために一定の角速度 $\omega$ を実現するための駆動力をクランクシャフトに与え、その際に生成される脚先軌道を調べた。同機構においては、三角形の脚先軌道が生成された。同機構における脚先軌道の最下点と最上点は各々  $-0.50\text{ m}$  と  $-0.14\text{ m}$  となった。また脚先は地面から  $0.36\text{ m}$  だけ高さ方向に振り上げることが可能である。また図 3.5 (a) においてリンク機構の最上点が  $0.22\text{ m}$ 、最下点が  $-0.47\text{ m}$  に位置し、Klann 機構の全高は  $0.69\text{ m}$  となった。したがって、同機構における脚先軌道は、機構全高に対して、 $52.9\%$  脚を垂直方向に上げることができる機能を有していることがわかった。

図 3.5 (b) に示した速度解析においては、最低速度と最高速度がそれぞれ、 $0.15\text{ m/s}$  と  $3.18\text{ m/s}$  となり、平均速度は  $1.41\text{ m/s}$  となった。本実験でも前の実験と同様に、始動時の過渡状態を避け定常状態における時間発展を明らかにするために、シミュレーション最初の周期に要した  $1\text{ s}$  を除き、その後の 1 周期 ( $1\text{ s}$ ) について調べた。第 1 極値は  $V_a$  において現れ、このとき最高速度である  $3.18\text{ m/s}$  ( $t = 1.081\text{ s}$ ) となった。第 2 極値は  $V_b$  のときに現れ、 $2.26\text{ m/s}$  ( $t = 1.383\text{ s}$ ) となった。第 3 極値は  $V_c$  のときに現れ、 $1.63\text{ m/s}$  ( $t = 1.817\text{ s}$ ) となった。図 3.5 (a) に付加した速度の第 1 極値  $V_a$  は遊脚相にあり、脚先を最上点へ向けて振り上げる中間に位置していた。また速度の第 2 極値  $V_b$  も同じく遊脚相にあり、振り上げた脚を地面に向けて降り下ろす中間に位置していた。さらに第 3 極値は支持脚相に位置し、支持脚として機構を支えていた。Klann 機構の脚先軌道は、端点が鋭角となる三角形であり、遊脚相においては脚を素早く動かし、支持脚相においては脚をゆっくりと動かすような特性を有していることがあき

らかになった。

図 3.5 (c) に示した加速度解析では、始めに 2 つの極値  $A_a$  と  $A_b$  とが各々  $23.10 \text{ m/s}^2$  ( $t = 1.242 \text{ s}$ ),  $24.50 \text{ m/s}^2$  ( $t = 1.447 \text{ s}$ ) として得られた。その後さらに 2 つの極値  $A_c$  と  $A_d$  とが  $5.20 \text{ m/s}^2$  ( $t = 1.705 \text{ s}$ ), と  $32.50 \text{ m/s}^2$  ( $t = 1.947 \text{ s}$ ) としてそれぞれ得られた。また脚先軌道における最高加速度は、 $33.43 \text{ m/s}^2$  であり、平均加速度は  $15.03 \text{ m/s}^2$  となった。各極値における脚先は、 $A_a$  のときには、脚は軌道の最上部に位置しており、 $A_b$  のときには地面に脚先が接地し、 $A_c$  のときには支持脚として身体を支え、 $A_d$  のときには接地から離地に切り替わる等の挙動が各々生じた。言い換えると、Klann 機構においては、脚先が離地する際には速く脚を動かし、接地の際に大きな衝撃を与えながら地面に脚をつけるような性質を保持していることが明らかになった。

図 3.5 (d) に示した入力駆動トルク解析においては、最小駆動トルクと最大駆動トルクは各々  $-1.23 \text{ Nm}$  と  $2.82 \text{ Nm}$  とになった。また駆動トルクの絶対値平均は  $0.55 \text{ Nm}$  となった。同機構においては、駆動トルクの第 1 極値  $T_a$  は  $0.21 \text{ Nm}$  ( $t = 1.242 \text{ s}$ ) となり、第 2 極値  $T_b$  は  $2.75 \text{ Nm}$  ( $t = 1.428 \text{ s}$ )、第 3 極値  $T_c$  は  $-0.24 \text{ Nm}$  ( $t = 1.637 \text{ s}$ )、第 4 極値  $T_d$  は  $0.51 \text{ Nm}$  ( $t = 1.895 \text{ s}$ ) となった。極値  $T_a$  は脚先軌道において遊脚相にあり、軌道の最上部に近い所に位置していた。極値  $T_b$  は同様に遊脚相にあり、脚を地面に向けて降り下ろしている所に位置した。また極値  $T_c$  は脚先軌道において支持脚相の後期に位置しており、極値  $T_d$  は接地から離地への切り替わりに各々位置していた。したがって、Klann 機構は Chebyshev 機構と同じように、脚先を地面に向かって振り下ろしている際に大きな入力駆動トルクが必要である機構であることが明らかになった。

### 3.3.3 Theo Jansen 機構

Theo Jansen 機構における 1 周期あたりの位置と姿勢の解析結果を図 3.6 (a) に示す。前節と同じく、入力に円運動を生じさせるために一定の角速度  $\omega$  を実現するような駆動トルクをクランクシャフトに与え、その際に生成される脚先軌道を調べた。同機構

においては、三角形の脚先軌道が生成された。同機構における脚先軌道の最下点と最上点は各々  $-0.61\text{ m}$  と  $-0.54\text{ m}$  となった。また脚先は地面から  $0.07\text{ m}$  だけ高さ方向に振り上げることが可能である。また図 3.6 (a) においてリンク機構の最上点が  $0.26\text{ m}$ 、最下点が  $-0.61\text{ m}$  に位置し、Theo Jansen 機構の全高は  $0.87\text{ m}$  となった。したがって、同機構における脚先軌道は、機構全高に対して、 $7.7\%$  脚を垂直方向に上げることができる機能を有していることがわかった。

図 3.6 (b) に示した速度解析においては、最低速度と最高速度がそれぞれ、 $0.03\text{ m/s}$  と  $2.14\text{ m/s}$  となり、平均速度は  $0.92\text{ m/s}$  となった。本実験でも前の 2 つの実験と同様に、始動時の過渡状態を避け定常状態における時間発展を明らかにするために、シミュレーション最初の周期に要した  $1\text{ s}$  を除き、その後の 1 周期 ( $1\text{ s}$ ) について調べた。第 1 極値は  $V_a$  において現れ、 $1.03\text{ m/s}$  ( $t = 1.088\text{ s}$ ) となった。第 2 極値は  $V_b$  のときに現れ、このとき最高速度である  $2.09\text{ m/s}$  ( $t = 1.550\text{ s}$ ) となった。図 3.6 (a) に付加した速度の第 1 極値  $V_a$  は支持脚相にあり、脚先は支持脚としての機能を果たしていた。また速度の第 2 極値  $V_b$  は遊脚相にあり、脚先軌道において、最上点を通過した後に位置していた。Theo Jansen 機構の脚先軌道は、脚の先端が楕円状になっており、Klann 機構や Chebyshev 機構と同じように、遊脚相においては脚を素早く動かし、支持脚相においては脚をゆっくりと動かすような特性を有していることがあきらかになった。

図 3.6 (c) に示した加速度解析では、3 つの極値が 1 周期の中で現れた。第 1 極値  $A_a$  は、 $12.93\text{ m/s}^2$  ( $t = 1.392\text{ s}$ ) となり、第 2 極値は、 $A_b$ ,  $14.03\text{ m/s}^2$  ( $t = 1.501\text{ s}$ )、第 3 極値は、 $15.34\text{ m/s}^2$  ( $t = 1.633\text{ s}$ ) としてそれぞれ得られた。また脚先軌道における最高加速度は、 $15.95\text{ m/s}^2$  であり、平均加速度は  $6.88\text{ m/s}^2$  となった。各極値における脚先は、 $A_a$  のときには脚が離地する位置にあり、 $A_b$  のときには遊脚相の中間地点に位置しており、 $A_c$  のときには遊脚相から支持脚相への切り替わりの挙動をみせた。言い換えると、Theo Jansen 機構においては、脚先が離地する際には加速度を複雑に変化させながら脚を動かし、接地の際に大きな加速度を生じながら地面に脚を滑らかにつけるよう

な特性を有していることが明らかになった。

図 3.6 (d) に示した入力駆動トルク解析においては，最小駆動トルクと最大駆動トルクは各々  $-0.68 \text{ Nm}$  と  $0.81 \text{ Nm}$  となった。また駆動トルクの絶対値平均は  $0.24 \text{ Nm}$  となった。同機構においては，駆動トルクの第 1 極値  $T_a$  は  $0.80 \text{ Nm}$  ( $t = 1.503 \text{ s}$ ) となり，第 2 極値  $T_b$  は  $0.10 \text{ Nm}$  ( $t = 1.973 \text{ s}$ ) となった。極値  $T_a$  は脚先軌道において遊脚相にあり，軌道の最上点付近に位置していた。極値  $T_b$  は脚先軌道において支持脚相の初期に位置していた。したがって，Theo Jansen 機構は脚が遊脚の最上点にある際に大きな入力の駆動トルクが必要である機構であることが明らかになった。

### 3.3.4 3種類の歩行ロボット間における脚先軌道と加速度との関係

図 3.7 において，3種類の歩行ロボットの 1 周期軌道における加速度の基本特性を示した。本実験では条件を揃えるために，各ロボット間の全質量と支持脚相における脚の移動量であるストライド長を等しくし，一定の角速度  $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$  を実現するための駆動トルクを入力部のクランクシャフトに加えている。図中の軌道において線の太さは，脚先に与える力に必要な加速度の大きさを表している。図 3.7 (a) には Chebyshev 機構の脚先軌道を示した。同機構の脚先軌道は左右対称性を有しており，軌道上部すなわち脚先が遊脚相にあるときに大きな加速度が必要であることがわかった。また図 3.7 (b) には Klann 機構の脚先軌道を示した。同機構は脚先の 1 周期軌道において 4 つの加速度の極値をもち，そのうち加速度が最大値となったのは，脚先を地面に向かって降り下ろしているときであり，加速度が最小値となったのは，支持脚相から空中に向かって脚を振り上げる時に得られた。さらに図 3.7 (c) には Theo Jansen 機構の脚先軌道を示した。同機構は脚先が遊脚相にあるときに，加速度の急激な加減が生じたが，遊脚相においては脚にかかる加速度が大きくなり，支持脚相においては加速度を小さくするという能力を保持していることがわかった。この 3 種類の歩行ロボットの 1 周期軌道における加速度  $\Phi_q \ddot{q} = \gamma$  の比較によって，各歩行ロボット間には遊脚相においては

脚を素早く動かし、支持脚相においては脚をゆっくりと動かすという歩行に関する共通の特性が含まれていることが明らかになった。

次節では、軌道においてストライド長を定義することにより、遊脚相と支持脚相を数学的に分離し、閉リンク機構を有する歩行ロボットにその定義を適応する。これにより歩行における位相の分離により、各相におけるエネルギー消費の比較を行うことが可能になる。さらにそれを利用して、先行研究の歩行ロボットが有する仕事との比較を行うことができる。

### 3.4 歩行速度と接地率

3種類の歩行ロボットにおける各々の歩行周期から、遊脚相と支持脚相を明確に分離するために、脚先軌道における速度の変化に注目する。脚の進行方向が変わる端点において、脚先速度は極小値をとることで動作を変更する。これらの点を遊脚相と支持脚相の切り替わり点と仮定し、各リンク機構における遊脚相と支持脚相として定量的に分離する。またこれらの切り替わりの点間から、脚先接地位置から1周期後の同脚の接地位置までの距離であるストライド長を定義することができる。図3.8には各歩行ロボットに上記の定義を適応し、速度の極小点とそれから得られたストライド長を脚先軌道上と合わせて示した。

歩行速度  $v$  は、上記のストライド長の定義と歩行周期を用いて、以下のように定義できる。

$$v = \frac{l_{stride}}{T}. \quad (3.22)$$

ここで、 $T$  は歩行周期、 $l_{stride}$  はストライド長を各々表す。角速度  $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$  を実現するような駆動トルクを入力部に加えた際の各ロボットにおける歩行速度についても図3.8に付記した。Chebyshev 機構の歩行速度は  $0.71 \text{ m/s}$ 、Klann 機構の歩行速度は  $1.08 \text{ m/s}$ 、Theo Jansen 機構の歩行速度は  $0.77 \text{ m/s}$  となった。したがって、入力角速

度を一定に保った条件においては、Klann 機構が最も高速に移動できることが明らかになった。

さらに遊脚相と支持脚相として定量的に分離したことにより、接地率を以下のように定義できる。

$$D_i = \frac{t_i}{T} \quad (i = 1, 2, \dots, k). \quad (3.23)$$

ここで、 $T$  は歩行周期、 $t_i$  は支持脚相にかかる時間、 $k$  は脚の数を各々表す。さらに Chebyshev 機構における遊脚相と支持脚相を  $[t_c^{sw0}, t_c^{sw1}]$  と  $[t_c^{st0}, t_c^{st1}]$ 、Klann 機構における遊脚相と支持脚相を  $[t_k^{sw0}, t_k^{sw1}]$  と  $[t_k^{st0}, t_k^{st1}]$ 、Theo Jansen 機構における遊脚相と支持脚相を  $[t_t^{sw0}, t_t^{sw1}]$  と  $[t_t^{st0}, t_t^{st1}]$  とした。

上記の接地率の定義により、各歩行ロボットの接地率は図 3.9 のようになった。Chebyshev 機構の接地率は 0.66、Klann 機構の接地率は 0.42、Theo Jansen 機構の接地率は 0.61 であった。McGhee [23] の先行研究により、接地率が 0.5 以上であれば、歩行の様相を呈し、接地率が 0.5 未満であれば対象は走行の様相を呈することが知られている。従って、3 種類の歩行ロボットの内、Chebyshev 機構と Theo Jansen 機構は歩行していると解釈でき、Klann 機構に関しては、走行をしている機構であることが各々明らかになった。

## 3.5 駆動力とエネルギー

### 3.5.1 駆動力消費

機械的な駆動力は入力部のクランクシャフトからリンク機構の各部に伝達していき、最終的には脚先に達する。ここではモータなどの動力から発生しクランクシャフトを稼働させる駆動力を  $P$  とする。駆動力は、以下のように駆動トルク  $\tau$  と角速度  $\omega$  の積によって表すことができる。

$$P = \tau\omega. \quad (3.24)$$

Chebyshev 機構, Klann 機構, Theo Jansen 機構における駆動力の消費について図 3.10 に示した. 本実験では, 始動時の過渡状態を避け定常状態における時間発展を明らかにするために, シミュレーション最初の周期に要した 1 s を除き, その後の 1 周期 (1 s) について調べた. 図 3.10 (a) に示した Chebyshev 機構における入力のクランクシャフトにかかる駆動力の絶対値平均は, 5.34 W となった. 図中の第 1 極値 A は 1.30 W ( $t = 1.083$  s), 第 2 極値 B は -26.18 W ( $t = 1.460$  s), 第 3 極値 C は, 24.56 W ( $t = 1.561$  s), 第 4 極値 D は, -1.94 W ( $t = 1.711$  s) と各々なった. 点 A と点 C においては, クランクシャフトの駆動力は駆動力を脚先に伝達させるために正の駆動力として働き, 点 B と点 D は機構を支えるために負の駆動力として働いたことがわかった.

図 3.10 (b) に示した Klann 機構における入力のクランクシャフトにかかる駆動力の絶対値平均は, 3.44 W となった. 図中の第 1 極値 A は -7.72 W ( $t = 1.021$  s), 第 2 極値 B は 1.31 W ( $t = 1.147$  s), 第 3 極値 C は, -3.52 W ( $t = 1.313$  s), 第 4 極値 D は, 17.26 W ( $t = 1.428$  s), 第 5 極値 E は, -2.44 W ( $t = 1.521$  s), 第 6 極値 F は, -1.51 W ( $t = 1.637$  s), 第 7 極値 G は, -1.84 W ( $t = 1.743$  s), 第 8 極値 H は, 3.18 W ( $t = 1.895$  s) と各々なった. 点 A と点 C と点 E と点 F と点 G においては, 機構を支えるために負の駆動力として働き, 点 B と点 D と点 H ではクランクシャフトの駆動力は駆動力を脚先に伝達させるために正の駆動力として働いた. 同機構においては, 脚を垂直に降り下ろす際に大きな負の駆動力が必要であることが明らかになった.

図 3.10 (c) に示した Theo Jansen 機構における入力のクランクシャフトにかかる駆動力の絶対値平均は, 1.48 W となった. 図中の第 1 極値 A は -4.27 W ( $t = 1.317$  s), 第 2 極値 B は 5.03 W ( $t = 1.503$  s), 第 3 極値 C は, -1.14 W ( $t = 1.613$  s), 第 4 極値 D は, 0.14 W ( $t = 1.730$  s), 第 5 極値 E は, 0.60 W ( $t = 1.974$  s) と各々なった. 点 A と点 C においては, 機構を支えるために負の駆動力として働き, 点 B と点 D と点 E ではクランクシャフトの駆動力は駆動力を脚先に伝達させるために正の駆動力として働いた. 同機構においては, 支持脚相において負の駆動力が必要であり, 脚を遊脚期から水平に

保ちながら接地する際に正の駆動力が必要であることが明らかになった。

3種類の歩行ロボットの比較において、次に示す共通の性質が得られた。i) 遊脚相において脚を素早く動かすために正の駆動力が発生する、ii) 脚が地面にあり支持脚として身体を支えるために負の駆動力が発生する。同様の傾向は人間の歩行や走行においてもみられる。次節では3つの歩行ロボットにおけるエネルギー消費を比較からその人間のような歩行に必要な特性について明らかにする。

### 3.5.2 エネルギー消費

クランクシャフトにおけるエネルギー消費  $E$  は、機械的な仕事と熱散逸による消費から構成される。本研究では、消費エネルギーは機械的な仕事のみとして、熱散逸に関する消費エネルギーは考えない。また閉リンク機構を回生性を有しない通常のモータと仮定し、マイナスのエネルギーに関しても機械的な仕事として消費すると仮定する [46,50]。以上の仮定より、クランクシャフトにおけるエネルギー消費  $E$  は、駆動トルクの絶対値と入力角速度による絶対値を積分することによって次のように定義される。

$$E = \int_{t_0}^{t_1} |\tau\omega| dt. \quad (3.25)$$

ここで、 $t_i$  は時間を表す。この指標は純粋なアクチュエータの出力を表しており、関節間の摩擦によるエネルギー消費や機械的な変換によるエネルギー消費は考慮されていない。また機構が地面に接地している際に、床から受ける全質量の反力は、各々一般化座標に外力として入力した。

図 3.11 に Chebyshev 機構, Klann 機構, Theo Jansen 機構における個別のエネルギー消費の時間発展により得られた結果を示した。式(3.23)により定義したように、Chebyshev 機構においては、遊脚相として  $[t_c^{sw0}, t_c^{sw1}]$ , 支持脚相として  $[t_c^{st0}, t_c^{st1}]$  だけの時間を要する。また Klann 機構においては、遊脚相として  $[t_k^{sw0}, t_k^{sw1}]$ , 支持脚相として  $[t_k^{st0}, t_k^{st1}]$ ,

Theo Jansen 機構においては、遊脚相として  $[t_t^{sw0}, t_t^{sw1}]$ 、支持脚相として  $[t_t^{st0}, t_t^{st1}]$  の時間を各々要した。

したがって、遊脚相および支持脚相のエネルギー消費は、機構においては各々  $E_c^{sw1} = \int_{t_c^{sw0}}^{t_c^{sw1}} |\tau\omega| dt$  と  $E_c^{st1} = \int_{t_c^{st0}}^{t_c^{st1}} |\tau\omega| dt$  として表現できる。さらに同機構における総エネルギー消費は  $E_c = E_c^{sw1} + E_c^{st1}$  として求めることができる。また Klann 機構と Theo Jansen 機構においては、 $E_k = E_k^{sw1} + E_k^{st1}$  および  $E_t = E_t^{sw1} + E_t^{st1}$  として得られた。図 3.11 (a) に示すように、Chebyshev 機構においては遊脚相におけるエネルギー消費は、 $E_c^{sw1}=4.62$  J、支持脚相におけるエネルギー消費は、 $E_c^{st1}=0.69$  J、総エネルギー消費は、 $E_c=5.31$  J となった。

図 3.11 (b) に示すように Klann 機構においては、遊脚相におけるエネルギー消費は、 $E_k^{sw1}=2.52$  J、支持脚相におけるエネルギー消費は、 $E_k^{st1}=0.74$  J、総エネルギー消費は、 $E_k=3.26$  J となった。また図 3.11 (c) に示すように Theo Jansen 機構においては、遊脚相におけるエネルギー消費は、 $E_t^{sw1}=0.71$  J、支持脚相におけるエネルギー消費は、 $E_t^{st1}=0.72$  J、総エネルギー消費は、 $E_t=1.43$  J となった。

以上により、3種類の歩行ロボットのいずれにおいても、遊脚相においてより多くのエネルギーを消費することが明らかになった。また興味深いのは、全てのリンク機構において、支持脚相におけるエネルギー消費量は、ほとんど一緒にであった点である。さらに図 3.11 (d) に示したように、Theo Jansen 機構は Chebyshev 機構の 3.7 倍、Klann 機構に比べて 2.3 倍エネルギー効率がほど良いことが明らかになった。したがって、Theo Jansen 機構が閉リンク機構を含む歩行ロボットとして最も効率よく歩行することができる特性を有していることが明らかになった。

次節では、移動仕事率という概念を用い、異なる性質を持つロボット間の比較を行う。これにより、閉リンク機構を含む歩行ロボットの特性を明らかにするとともに、人間や受動歩行ロボットとの類似性についても言及する。

### 3.6 移動仕事率

歩行ロボットのエネルギー効率を評価するために、移動仕事率という評価指標が Gabrielli と von Kármán [24] とによって提案された。移動仕事率  $\epsilon$  は以下のように定義される。

$$\epsilon = \frac{P}{mgv}. \quad (3.26)$$

ここで、 $P$  はクランクシャフトの駆動力、 $m$  は総質量、 $v$  は歩行速度を各々表す。この評価指標は、異なった移動形態をもつロボットに関してエネルギー効率の観点により比較を可能とする。

角速度  $\omega = 2\pi$  rad/s を実現する駆動トルクを入力クランクシャフトに与えた。このとき3種類の閉リンクを有する歩行機構の総質量は、0.87 kg、ストライド長は、0.45 m と各々等しくした上で比較実験を行った。Chebyshev 機構の移動仕事率は  $\epsilon = 0.88$  であり、このとき歩行速度は、 $v = 0.49$  m/s、駆動力は  $P = 5.34$  W として結果を得た。また Klann 機構の移動仕事率は  $\epsilon = 0.37$  となった。このとき歩行速度は、 $v = 1.08$  m/s、駆動力は  $P = 3.44$  W であった。さらに Theo Jansen 機構の移動仕事率は  $\epsilon = 0.22$  となった。このとき歩行速度は、 $v = 0.77$  m/s、駆動力は  $P = 1.48$  W であった。

図 3.12 に示すように、Chebyshev 機構、Klann 機構、Theo Jansen 機構における移動仕事率を得た。このとき角速度は各々最小値と最大値とを  $\pi/16 \leq \omega \leq 10\pi$  rad/s とし、刻み幅を  $\pi/4$  rad/s ずつ変化させた。これらは角速度  $\omega$  として与えた歩行速度によってその最小移動仕事率が決定される。Chebyshev 機構と Klann 機構とは、歩行速度が上がると移動仕事率も上がるような2次関数的な増加傾向を対数グラフにおいて示した。Theo Jansen 機構は、歩行速度が遅いほど移動仕事率が良いわけではなく、歩行速度  $v = 0.60$  m/s のときに最小移動仕事率  $\epsilon = 0.21$  をとることが明らかになった。したがって、3次関数的な増加傾向を示した。3種類の歩行ロボット間の比較において、Theo Jansen 機構が角速度  $\pi/16 \leq \omega \leq 10\pi$  rad/s のいずれの範囲においても、他の2種類の歩行ロボットよりも小さな移動仕事率をとることが明らかになった。移動仕事率の

観点からいえば、Theo Jansen 機構は最も少ないエネルギー消費により所望の移動速度が得られる機構であることが明らかになった。

### 3.7 考察

前節までに、閉リンク機構を有する3種類の歩行ロボットについて、移動仕事率を評価指標とすることにより、各々歩行特性を明らかにした。本節においては、筆者が注目してきた閉リンク機構を有する歩行ロボットと、他の一般的な歩行ロボット（1脚ロボット、2脚ロボット、4脚ロボット、6脚ロボット）と人間の歩行と走行の移動特性について移動仕事率の観点から比較を行う。図 3.13 に両対数軸によって描画された、各ロボット間の移動速度対移動仕事率の比較結果を示す。1脚の跳躍ロボットとして知られている Gregorio's ARL monopod I [45] は、重量が 15 kg あり、またその後継機である ARL monopod II [46] は重量が 18 kg ある。どちらのロボットも体を揺動させることにより跳躍移動することができる。これらのロボットの移動速度  $v = [0.4, 0.6]$  の範囲においては、閉リンク機構を有する3種類の歩行ロボットと、これら複雑な制御により跳躍を実現できる1脚ロボットは、同じような移動仕事率の傾向を示した。

Cavagna [47] は、人間の歩行と走行に必要な消費エネルギーについて、移動仕事率を評価指標にして研究した。歩行と走行中の運動の変化における機械的な総エネルギーと体幹の潜在的なエネルギーについて調べた。また受動歩行ロボットとして有名な、McGeer's gravity walker [41] は、その重量が 3.5 kg あり 2足歩行を行うことができる。同機構は、自重を利用して、脚を振り子のように動かし、その位置エネルギーのみを利用してゆるやかな斜面を歩くことができる。Cornell walker [48] もまた関節間を剛体で接続された受動歩行可能なロボットであり、その重量は 13 kg、0.4 m/s で歩くことが可能で、その移動仕事率は  $\epsilon = 0.055$  である。さらに Cornell three-dimensional passive walker [49] は重量が 4.8 kg ある歩行ロボットであり、他の受動歩行ロボットに比べて複雑な動作が可能である。同ロボットは、0.51 m/s で歩行することができ、移動仕事

率は  $\epsilon = 0.054$  である。これらの受動歩行ロボットは電氣的なアクチュエータやコントローラを有しておらず、身体と地面との相互作用によって人間のような2足歩行を実現可能である。この受動性を利用して、Schiehlen [50] は、受動的動歩行ロボットの動作についてシミュレーションを利用して報告した。このロボットは 20 kg あり、0.5 m/s で歩き、移動仕事率を  $\epsilon = 0.05$  と非常に小さくしながら、能動的に歩くように設計された。このモデルでは、制御則を導入することによりエネルギー消費量を低減させつつ2足歩行することが可能である。

StarLETH [51] は、重量が 23 kg あり、速度 0.43 m/s、駆動力 360 W という設計要件において、適応トルク制御機構を用いることで、トロットでの移動形態を実現できる4脚ロボットである。Raibert's quadrupedal robot [52] は、重量が 32 kg であり、脚間を協調どうさせることにより、トロット、ペース、バウンドからなる複数の移動形態を有する4脚ロボットである。Scout II [53] は、24 kg の4脚ロボットであり、各脚に一つのアクチュエータを備え、自律的な運動を行うことができる。このロボットは、歩容がバウンド時に 1.2 m/s という速さで走行することが可能である。これら4脚ロボットは各々の脚の協調動作によって、複数の移動形態を表すことができる特徴を有している。

RHex [54] は自律行動可能な6脚ロボットであり、その重量は 8 kg である。各脚ある個別のアクチュエータから構成されている。本ロボットは三脚ずつの歩行とバウンド歩行を移動形態として生成することが可能である。また Jin's hexapod walking robot [55] は、システムのエネルギー消費を最小化できるようなトルク分布を実現する制御則を利用することによって、自律的に歩行することができる重量 5.26 kg の6脚ロボットである。一方で、VelociRoACH [56] は、重量が  $30 \times 10^{-3}$  kg と非常に小さい6脚ロボットであるが、2.7 m/s で走行することが可能である。このロボットは、回転に必要なエネルギーを最小化できるようなリミットサイクルを探し、それに運動形態が引き込むように設計されている。

図 3.13 に示したように、これらの移動ロボットの移動仕事率は同じ評価指標において比較することができ、人間の歩行や走行の性質に近い範囲において分布していることがわかる。自重による位置エネルギーを利用している受動歩行ロボットは、人間の歩行や走行よりも小さな移動仕事率によってその動作を達成することができる。この結果は移動仕事率が受動歩行ロボットや人間の移動形態においては移動速度に応じて増加し、他の1脚ロボットや4脚ロボット、6脚ロボットにおいては、逆に移動速度が減少していることを示している。

興味深いことに、閉リンクを有する歩行ロボットにおいては、人間の歩行や走行と同じように、移動仕事率は移動速度に応じて増加しており、これは1脚ロボットや他の多脚ロボットにはみられない挙動である。Theo Jansen 機構における移動仕事率の最小値は、人間の歩行時に必要な移動仕事率に近い値となった。また1脚ロボットは空気圧を利用したアクチュエータを利用することによって図 3.13 の移動仕事率を実現できるのに対し、閉リンク機構を有する歩行ロボットは、接地の瞬間に滑らかに脚を動かすことによって、そのエネルギー消費を抑えることによって、同図の移動仕事率を得ている。閉リンク機構を含む歩行ロボットは、受動歩行が可能であるという潜在的な特質をもっており、これによって、入力駆動力から脚先への軌道としての出力まで、効果的な運動の変換が行えることが示唆される。この点について、MBD を用いた更なる検証が必要である。

## 3.8 結論

生物において精巧に構成されている筋骨格系は、非常に複雑であり第一原理として解析することが難しい。身体性に立脚した手法や構成論的手法は、工学分野においてどのように生物が少ないエネルギー消費においてその体を動かすことができるかどうかを研究するために重要である。筆者の立てた仮説では、閉リンク機構を有する歩行ロボットは、生物に似たエネルギー消費の傾向を示しており、部分的には Theo Jansen

機構が最も類似する傾向を示すものであった。MBDは、これら対象の機械的な動きを詳細に解析することができ、様々な歩行ロボット間におけるエネルギー効果について比較を行うことができた。

私たちが得た結果においては、Chebyshev 機構、Klann 機構、Theo Jansen 機構は加速度や駆動トルクの分布において異なった性質を有しており、エネルギー消費の傾向やエネルギー効率の観点において共通性があることが明らかになった。移動仕事率の解析結果において、3種類の閉リンクを有する歩行ロボットは図 3.12 に示したように共通の傾向を示すことがわかった。さらに Theo Jansen 機構は他の二つの歩行ロボットに比べてエネルギー効率がよいことが明らかになった。Klann 機構においてエネルギー効率が悪かった理由は、クモという小さな生物の動きを模倣するように設計されていたためであると考えられる。小さなロボットにおいてその動きを実現できるが、スケール則を考慮せず、機構を拡大したことによりエネルギー効率が悪くなったと考えられる。興味深い点は、人の移動形態を含む他の歩行ロボットにおける移動仕事率の比較において、3種類の閉リンク機構を有する歩行ロボットは、人間の歩行や走行と同傾向の変化を示し、図 3.13 にある ARL monopod II (1999) に近い結果を示した点である。本研究における MBD を用いた解析結果は、閉リンク機構を有する歩行ロボットは、生物に似たエネルギー消費の傾向を示すという、筆者の仮説を説明するものである。

詳細解析により、3種類の閉リンク機構を有する歩行ロボットにおいて、Theo Jansen 機構が最もエネルギー消費のよいリンク機構であることが明らかになり、移動仕事率の観点からも他の滑らかな歩行軌道を示す Chebyshev 機構や Klann 機構に比べて効率がよいことが明らかになった。この結果は、閉リンク機構を有するシステムが、生物的な伸縮力の拘束により構成されており、良く知られているように開リンク機構によって構成されている筋骨格系の代替と成り得る点において有益である。この研究の方向性は、原始的な生物から高等生物へと移る生物進化において、どのように運動学的な動きが生じるのかという点を明らかにする上でも重要である。

この多体系の解析は、動作に必要な駆動トルクやエネルギー消費量の可視化においても利用することができるだけでなく、歩行ロボットが閉リンク機構による生物学的な運動の実現の構成を考える上でも価値があるといえる。

表 3.1: Chebyshev 機構における各リンク長と質量

Parameter	Sides	Length ( $\times 10^{-3}\text{m}$ )	Mass ( $\times 10^{-3}\text{kg}$ )
$l_1$	$O_1A$	46.9	48.58
$l_2$	$AB$	132.2	136.84
$l_3$	$O_2B$	132.2	136.84
$l_4$	$BC$	132.2	136.84
$l_5$	$CD$	396.7	410.51
$l_6$	$D$	1.0	0.97
$a$	$O_1O_2$	207.6	-

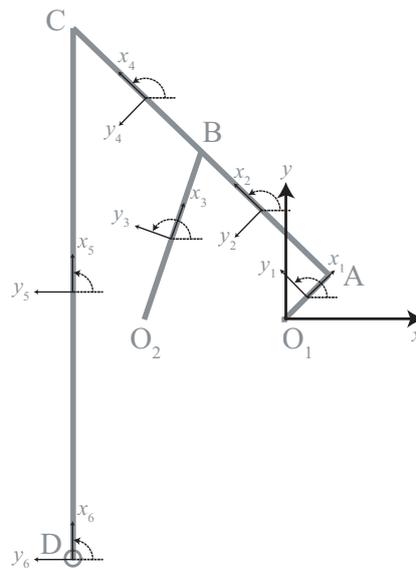


図 3.1: Chebyshev 機構における一般化座標の定義. 図中の  $x$  と  $y$  は各リンクにおける座標軸, 反時計回りの矢印は, 絶対座標系を原点としたリンクの回転角を各々表す.

表 3.2: Klann 機構における各リンク長と質量

Parameter	Sides	Length ( $\times 10^{-3}\text{m}$ )	Mass ( $\times 10^{-3}\text{kg}$ )
$l_1$	$O_1A$	50.9	25.83
$l_2$	$AB$	133.3	67.64
$l_3$	$BC$	102.8	52.14
$l_4$	$AC$	234.8	119.13
$l_5$	$O_2B$	60.2	30.53
$l_6$	$O_3D$	84.3	42.74
$l_7$	$CD$	122.7	62.24
$l_8$	$CE$	226.8	115.08
$l_9$	$DE$	347.9	176.51
$l_{10}$	$O_1O_2$	137.1	69.57
$l_{11}$	$O_2O_3$	88.6	44.96
$l_{12}$	$O_1O_3$	126.5	64.15
$l_{13}$	$E$	1.0	0.52

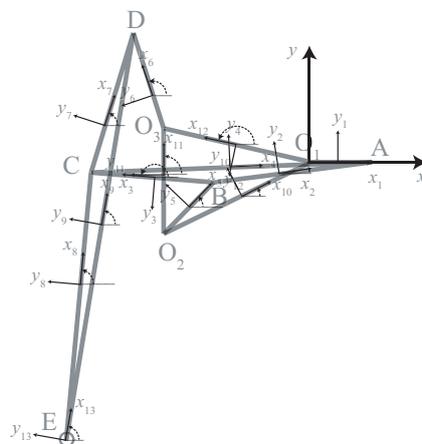


図 3.2: Klann 機構における一般化座標の定義。図中の  $x$  と  $y$  は各リンクにおける座標軸，反時計回りの矢印は，絶対座標系を原点としたリンクの回転角を各々表す。

表 3.3: Theo Jansen 機構における各リンク長と質量

Parameter	Sides	Length ( $\times 10^{-3}\text{m}$ )	Mass ( $\times 10^{-3}\text{kg}$ )
$l_1$	$O_1A$	50.0	25.00
$l_2$	$AB$	200.0	100.00
$l_3$	$O_2B$	137.5	68.75
$l_4$	$BC$	200.0	100.00
$l_5$	$O_2C$	147.5	73.75
$l_6$	$AD$	200.0	100.00
$l_7$	$O_2D$	137.5	68.75
$l_8$	$CE$	142.5	71.25
$l_9$	$DE$	145.0	72.50
$l_{10}$	$DF$	140.0	70.00
$l_{11}$	$EF$	200.0	100.00
$l_{12}$	$FG$	40.0	20.00
$l_{13}$	$G$	1.0	0.5
$a$	$O_1O_2$	143.0	-

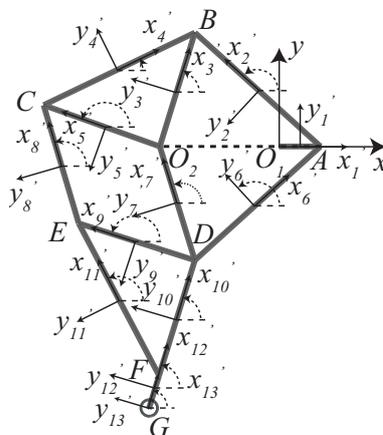


図 3.3: Theo Jansen 機構における一般化座標の定義. 図中の  $x$  と  $y$  は各リンクにおける座標軸, 反時計回りの矢印は, 絶対座標系を原点としたリンクの回転角を各々表す.

表 3.4: MATLAB によるシミュレーションにおけるパラメータの設定

Parameter	Description	Value
$g$	Gravitational acceleration	$9.81 \text{ m/s}^2$
$\omega$	Input angular velocity	$2\pi \text{ rad/s}$ (60 rpm)
$\alpha$	Baumgarte parameter $\alpha$	10
$\beta$	Baumgarte parameter $\beta$	$\sqrt{2\alpha}$
$t$	Time	$0 \leq t \leq 4 \text{ s}$
$dt$	Time step	$1.0 \times 10^{-3} \text{ s}$
—	Solutions of ODE	Euler's method

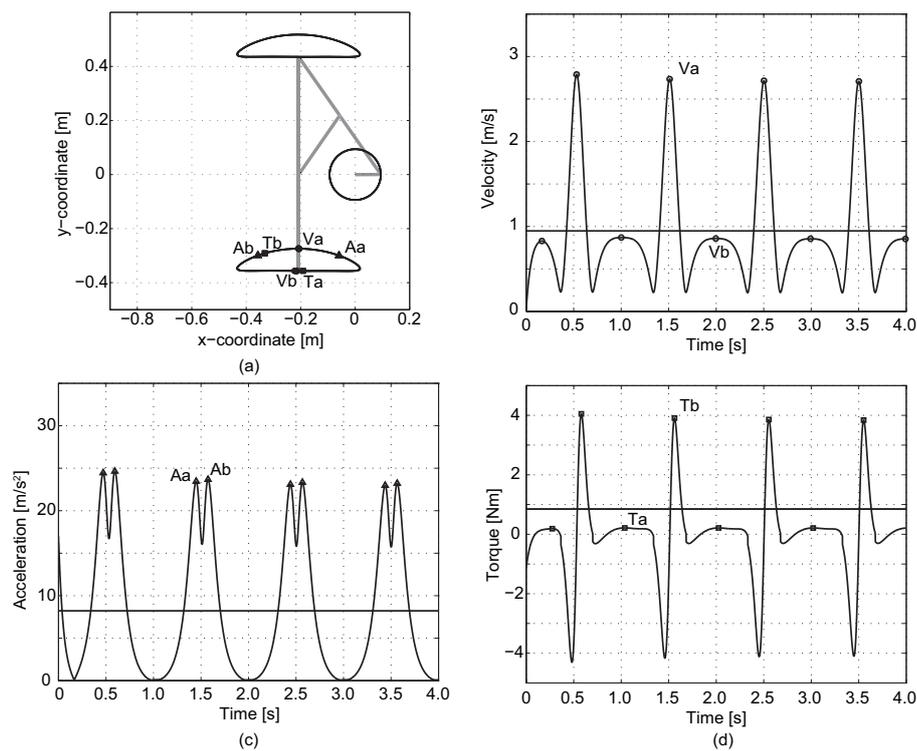


図 3.4: Chebyshev 機構における基本特性解析。結果は各々、(a) 位置と姿勢、(b) 速度解析、(c) 加速度解析、(d) 駆動トルク解析を示す。各結果における水平線は平均値を表している。

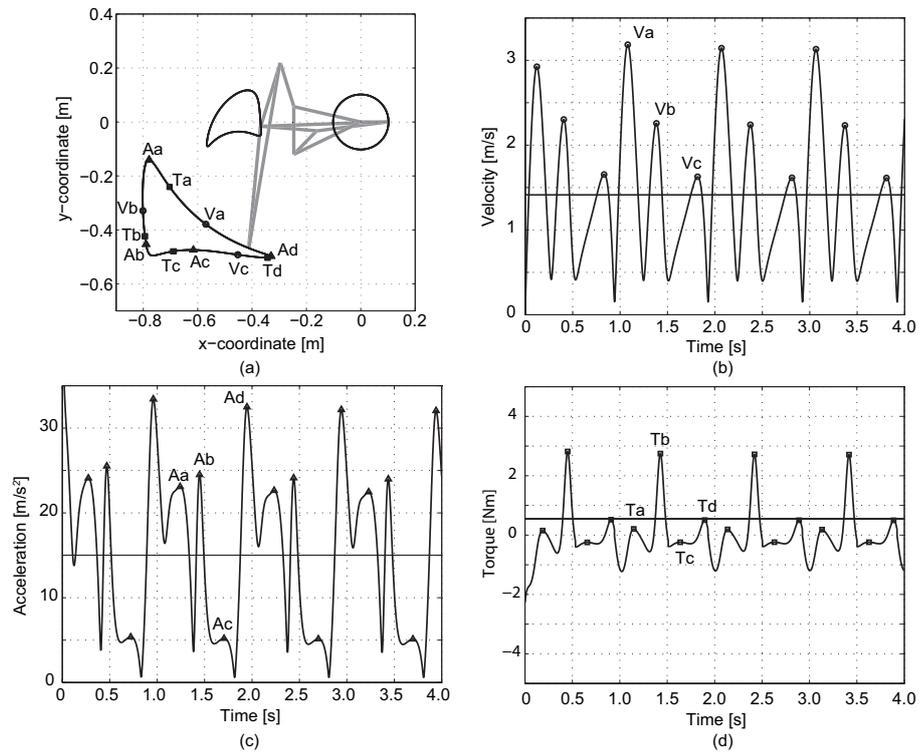


図 3.5: Klann 機構における基本特性解析. 結果は各々, (a) 位置と姿勢, (b) 速度解析, (c) 加速度解析, (d) 駆動トルク解析を示す. 各結果における水平線は平均値を表している.

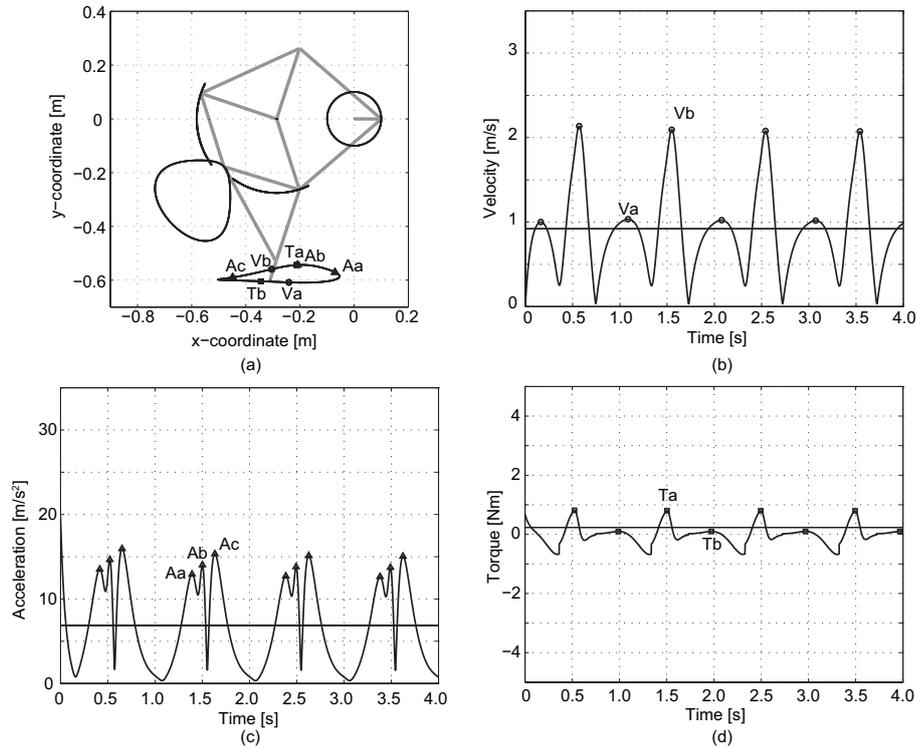


図 3.6: Theo Jansen 機構における基本特性解析. 結果は各々, (a) 位置と姿勢, (b) 速度解析, (c) 加速度解析, (d) 駆動トルク解析を示す. 各結果における水平線は平均値を表している.

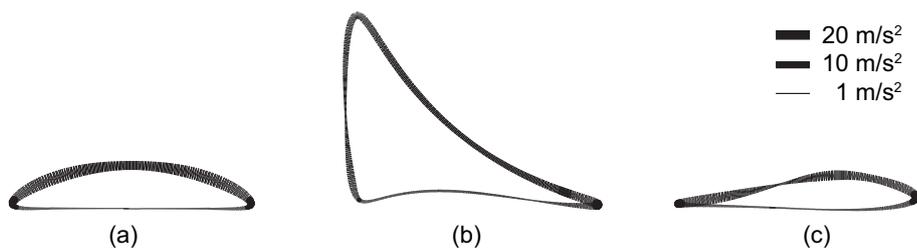


図 3.7: 脚先軌道  $\mathbf{q} = [x, y, \theta]^T$  と加速度  $\Phi_{\mathbf{q}} \ddot{\mathbf{q}} = \gamma$  との絶対値の関係. 左から Chebyshev 機構 (a), Klann 機構 (b), Theo Jansen 機構 (c) の軌道である. 同図右上は加速度の大きさを表しており, 軌道上において線が太くなっている箇所の加速度が大きい.

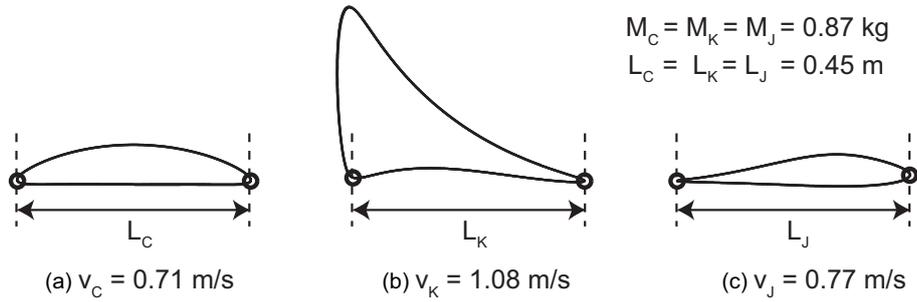


図 3.8: Chebyshev 機構 (a), Klann 機構 (b), Theo Jansen 機構 (c) における全質量  $M$  とストライド長  $L$  と歩行速度  $v$  との関係. 全質量とストライド長は, Theo Jansen 機構を基準として統一した. 各々の歩行速度は, 式 3.22 を利用して, 角速度  $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$  を実現する駆動トルクを入力のカラックシャフトに与えた際に生成された値である.

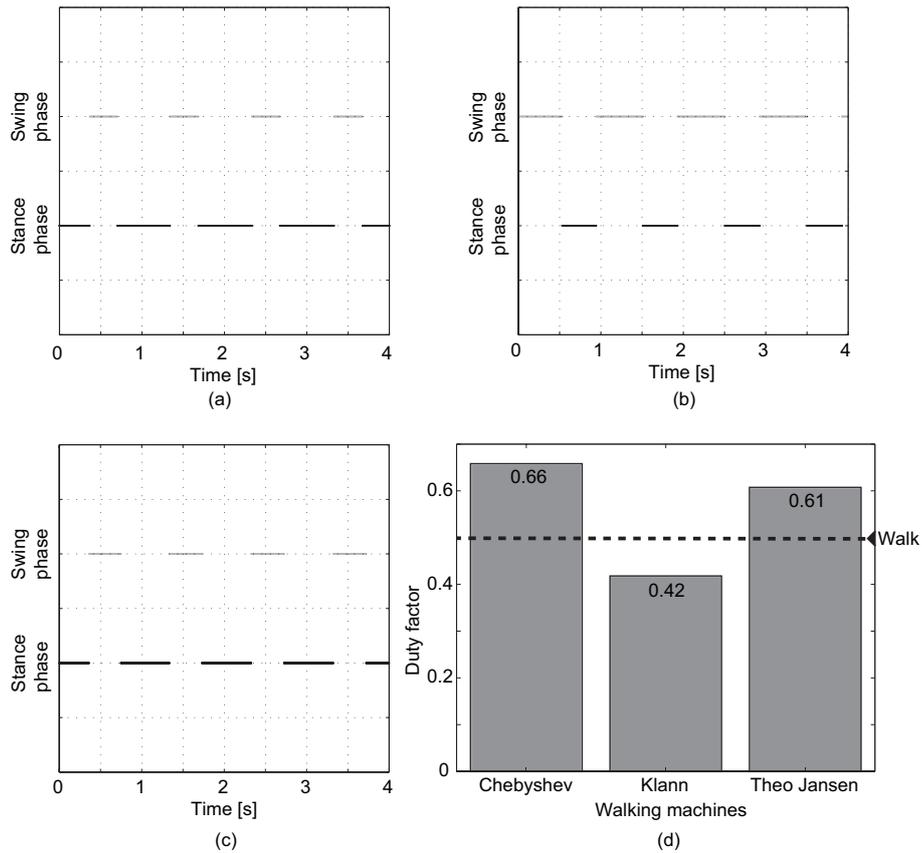


図 3.9: 各歩行機構における接地率の比較. それぞれ Chebyshev 機構 (a), Klann 機構 (b), Theo Jansen 機構 (c) の遊脚相と支持脚相を表している.

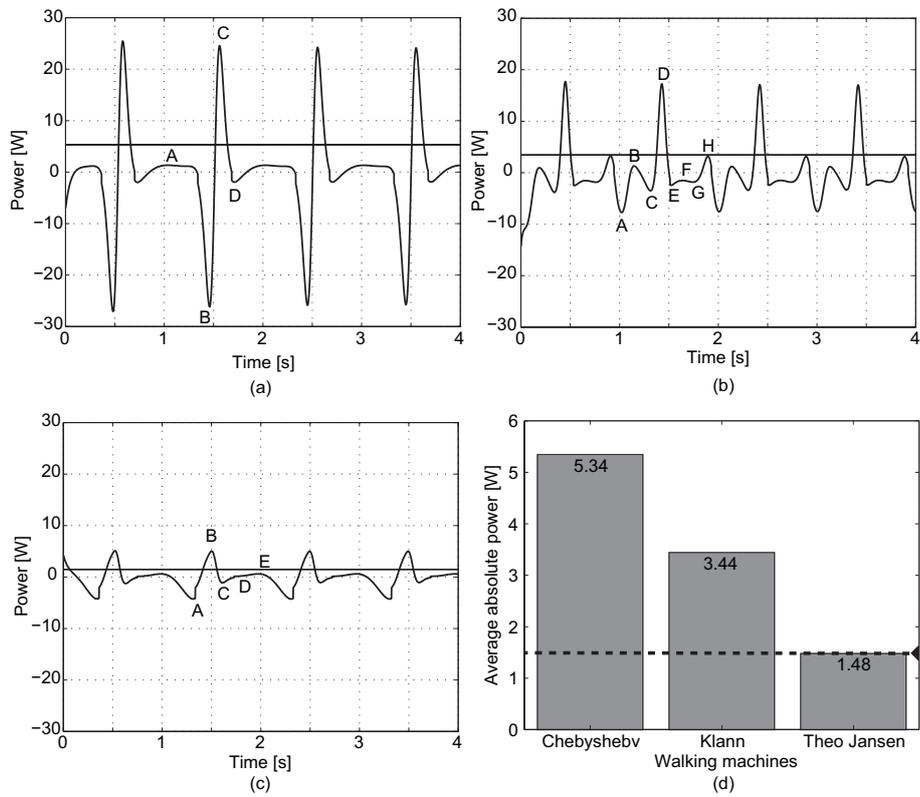


図 3.10: 各歩行機構における駆動力消費の比較. それぞれ Chebyshev 機構 (a), Klann 機構 (b), Theo Jansen 機構 (c) における周期ごとの駆動力の消費を表している.

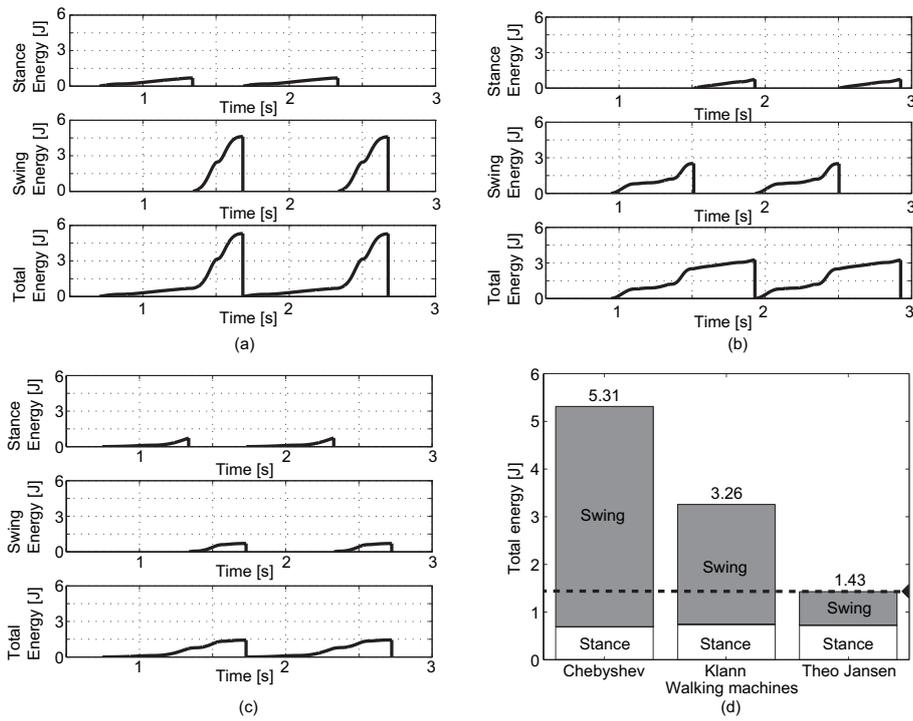


図 3.11: 各歩行機構におけるエネルギー消費の比較. それぞれ Chebyshev 機構 (a), Klann 機構 (b), Theo Jansen 機構 (c) における 1 周期のエネルギーの消費の累積を表している. 総エネルギー消費  $E_c$ ,  $E_k$  は (d) に示した.

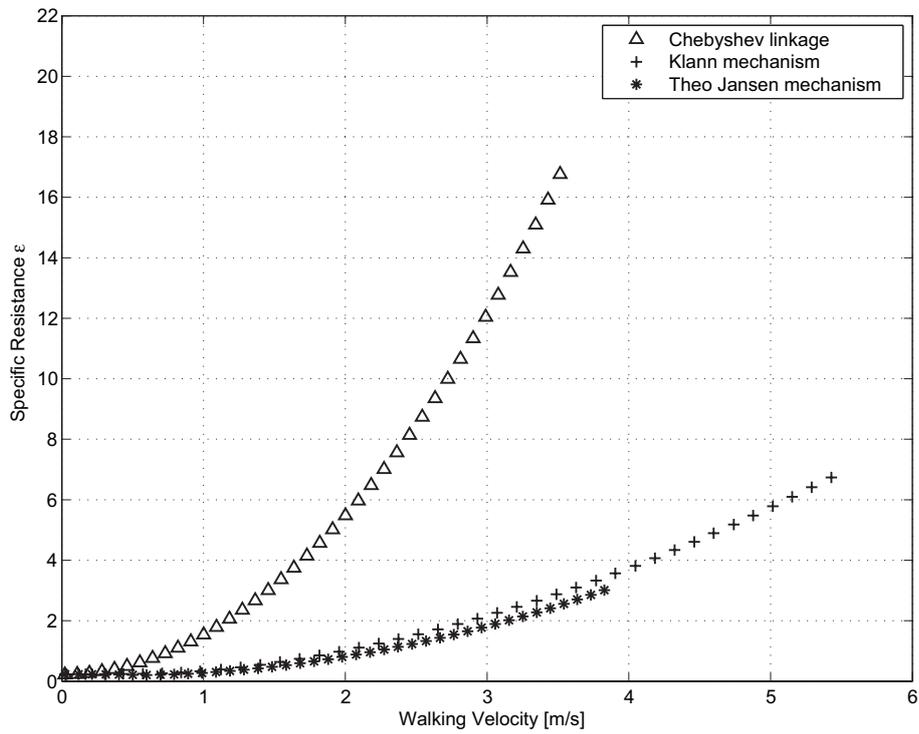


図 3.12: 各歩行機構における移動仕事率の比較. それぞれ Chebyshev 機構 ( $\Delta$ ), Klann 機構 (+), Theo Jansen 機構 (\*) における各歩行速度に対する移動仕事率を表している.





## 第4章 拡張多脚機構が有する機能的な歩容パターンの設計

本章では、研究対象の多脚ロボットの拡張機構の提案を行いその性能を評価し、多脚ロボットの機構性能を回転と位相の観点から拡張多脚機構が有する機能的な歩容パターンの設計が可能であることを明らかにする。

### 4.1 はじめに

生物システムにおける柔軟性と適応性を有する挙動の生成は、学術的な関心だけにとどまらず、工学分野においても、伝統的な機械工学の流れを改善・改良するものとして注目されている。閉リンク機構は、ワットの蒸気機関に代表されるようにパラレルリンク機構を用いた運動の変換に用いられている。また Peaucellier-Lipkin リンク機構や Hart's inversor リンク機構は、平行四辺形の組み合わせであるパンタグラフを利用して、円運動を疑似直線運動に変換することができる。生物システムの動作や振舞いを再現する生物模倣型機構は、多く研究されており [57]、中でも脚の周期的な動きを再現するシリアル機構は、剛体関節とダンパやばねを組み合わせた受動歩行ロボット [58] など、開リンク機構を利用したシステムとして知られている。このような開リンク機構は、中枢制御装置が脚先の軌道を生成するために、各関節間を任意に動かす際などに設計しやすい。

このような生物の移動形態に関する研究は近年注目を集めているが [8, 11]、中枢の制御に関していえば、主にシステムの幾何学的な動きやダイナミクスを計算するため

に中枢系が利用する研究や、運動のパターンを与えるための学習機構の研究などに分類ができる。工学的な視点から言えば、これは、開リンク機構の各関節において可動するアクチュエータを埋め込んでいると考えることができ、各脚は自重を支えるための荷重を保証できるように、駆動トルクを生成しなければならない。代替案としては、自動車や重量物運搬に代表されるエンジンからタイヤのギア部への機械的な変換に利用されている閉リンク機構がある。

興味深いことに、オランダのキネティックアーティストである Theo Jansen は、11本のリンクが閉リンク構造を構成する Theo Jansen 機構を提案し、砂浜といった不整地を歩行可能なロボットとして示した。この Theo Jansen 機構を用いたさまざまな異なるタイプの歩行ロボットが、Theo Jansen によって提案されている [22]。Theo Jansen 機構が有する遊脚相と接地相との間における滑らかな移動形態の切り替えを検証するために、Giesbrecht [59] は、入力エネルギーを最小とした際に生成される最大の脚先軌道について調べた。また Kim [60] らは、海岸や湿地において歩行可能な遠隔操作できる歩行ロボットを開発した。Theo Jansen は、最適な歩行軌道を得るために、遺伝的アルゴリズムを用いてそのリンク長を決定し、開リンク機構による歩行軌道の代替となるような歩行軌道を、閉リンク機構によって実現した。原理的に閉リンク機構は、そのリンク長が関節によって固定されて自由度が変化しないとしても、機構全体を連動させるような自由度を与えることによって、動作を変化させることができる。Theo Jansen 機構の拡張性に注目した研究として、Sitharam [61] は、リンク機構間の関係性について、幾何学的な観点により、非エッジ距離に関するパラメータ空間において選ばれた曲線として、ユークリッドの空間内にあるリンク同士を結びつける研究を行った。また Nansai [62] は、リンク機構の一部にアクチュエータを付加することによって、様々な拡張軌道を生成できることを示した。これらの先行研究は、発見的な手法によって Theo Jansen 機構における拡張性について言及した者であり、機構そのものが有する構造の仕組みや拡張軌道の可能性についての総合的な視点については十分に研究されて

いない。機構における特異姿勢や設計の不備による機構の破損を避けることは、閉リンク機構において避けられない問題であり、多体系の動力学解析手法である Multibody Dynamics (MBD) を解析に利用することは有効である。

本章では、Theo Jansen 機構の統一的な拡張方法について提案を行う。Theo Jansen 機構の構造を人間の身体における足首と膝と腰の関係と見立てることにより [63]、効果的な拡張点について提案を行い、同拡張点の可動性が様々な拡張軌道を生成する上での鍵となる箇所であることを示す。筆者の仮説では、段差を乗り越える軌道や跳躍のための軌道などの機能的な歩容軌道は、Theo Jansen 機構の膝関節に相当する部分の可変性によって生じると考えている。本章では仮説検証のために、Theo Jansen 機構における拡張性が有する機能的な軌道の限界を明らかに、拡張のために用いた関節点を描く軌道と脚先軌道との間にあるパラメータ空間における拘束条件の特性を解明する。システムにおける運動を調べるために、機構における行列式を調べ、パラメータ空間において特異姿勢を回避するための保障性について明らかにする。以上により本章では、自由度を増加させた Theo Jansen 機構における拡張性を検証するために、以下の項目について調べる。第一には、拡張軌道を振動を伴う式として定式し、その式により拡張部に連続性を保った軌道形状生成し、それによって得られる脚先軌道について調べる。第二に、入力部との回転位相と拡張部の回転位相差さらに、拡張軌道の初期位置を変化させ、それによって生成される脚先軌道を調べた。

本章では、次の節に分けて説明を行う。4.2 節では、Theo Jansen 機構が、特異姿勢に陥らないように設計することで、複数の歩容を有する歩行ロボットとして拡張可能であるという仮説について述べる。4.3 節では、Multibody dynamics を用いて拘束条件を有するモデルを記述するための共通の枠組みについて説明する。4.4 節では、閉リンク機構を有する歩行ロボットとして知られている Theo Jansen 機構の拡張性について運動学において定式化する。つづく 4.5.1 節では、拡張 Theo Jansen 機構に関する位置と姿勢、速度、加速度、特異姿勢に関する時間発展を解析した結果について述べる。

4.5.2 節では、Theo Jansen 機構の拡張性を制御する式のパラメータの一つである振幅の性質について調べる。次に 4.5.3 節では、同機構拡張性を制御するパラメータである入力との回転位相差の分布について真円の場合と楕円の場合において調べる。さらに 4.5.4 節では、拡張 Theo Jansen 機構における破綻のない生成軌道の分布について解析を行い、同機構の有する生成軌道の割合について明らかにする。4.6 節では、拡張 Theo Jansen 機構が機能的な動作を実現するために必要な効果的な振幅、位相差、回転などの条件について説明を行う。これらの条件の協調が、運動学拘束と自由度に解を与えることによって、生物のような滑らかな歩容動作を実現することができることについて言及する。

## 4.2 仮説

オリジナルの Theo Jansen 機構は図 4.1 (a) に示すように、二か所の固定点を有している。ひとつは、入力トルクを生成する回転軸  $O_1$  である。他方は、同機構の上部三角形とその下部の四角形とが接している点  $O_2$  である。筆者は、入力の回転である  $O_1$  と従来固定点であった  $O_2$  とを同期させ運動させることによって、歩容軌道の形態が変化する可能性があることを言及した。図 4.1 (b) に示すのは、筆者の先行研究により得られた拡張軌道の一例であり、生物の移動形態を表現するために利用される振動子の位相差に代表されるように、方向と時間差を調整することにより特徴的な形態を表現することが可能である [44,63]。周辺制御装置（神経系）の活動における位相差の重要性は、中枢パターン発生器（CPG）にみられるような、脚や腕などの身体各部の協調動作を抑制するところにある [64]。多賀らは、二足歩行ロボットにおいて CPG の相互結合を利用することにより、無限定な環境下において歩容を変化させられるようなパターン生成に成功した。さらに類似する先行研究では、静的歩行パターン生成から跳躍を含む動的歩行パターン生成への拡張例がみられる [65–67]。一方で、振動子における位相差は、そのほとんどがコントローラ的设计とそのプロトコルに関する研究で

ある。したがって、Theo Jansen 機構 [22] のような運動学と動力学における機械設計という視点において、位相差における重要な表記方法を見つけることは、難しい問題である。

本章では、拡張 Theo Jansen 機構における振幅の軸、拡張楕円体の指向性、入力回転  $O_1$  と拡張点に当たる関節中心  $O_2$  との位相差といった特定の空間内において表現可能な関係性が、拘束問題を解決するための手がかりとなることを述べる。生成された脚先軌道が閉リンクで構成されているかどうかを基準として、軌道の生成と分類を行う。この目的のために、媒介変数となる楕円軌道を構成する  $O_2$  の動きが利用される。筆者の仮説では、拡張 Theo Jansen 機構は、ある条件下における位相・回転・振幅から成る位相関係を表す部分空間において、様々なパターンの歩容軌道を生成できる可能性を有していると考えられる。リンク機構を拡張することを考えた際に、リンク長が拡張の制限の一因になることは想像にかたくない。しかしながら、機械的な構造という観点から、リンク機構の特別な位相関係がその拡張の制限になるということについての知見は得られていない。一方で生物学的観点から考察すると、閉リンク機構から構成されている筋骨格系に対して、CPG パターンを利用することで適切な位相関係を保ちながら機械的な拘束条件を解けるという先行研究がみられる [64]。筆者が提案する離散的な特異姿勢解析手法では、拡張機構の動作が破綻しているか、または機能的な軌道を有しているかを分類することが可能である。その詳細については、次節にて説明する。

### 4.3 特異姿勢解析手法

本章の目的は、拡張 Theo Jansen 機構において機能的な脚先軌道を得ることである。そのためには、拡張機構が特定の動作を行うために必要な脚先軌道の位置と姿勢を明らかにすることが重要である。ここで、拡張機構が破綻せず連続的な脚先軌道を生成することができたときに、筆者はそれを「機能的軌道」として定義する。この定義を

満たすためには、図 4.3 に示すように、機構のヤコビ行列の行列式がゼロにならないこと、拡張 Theo Jansen 機構における特定の角度が  $\pi$  rad 未満であることが条件である。

まず拡張機構が特異姿勢かどうかを定量的に判断するために、行列式による判別方法を導入する。任意の  $n$  個の一般化座標からなるリンク機構の特異姿勢は、対象の特定の方向における脚先位置がリンク機構を構成する任意の関節角度で表現できないことと定義される [68]。このときリンク機構は特異姿勢にあり、脚先軌道は破綻しているという。ここで  $n$  個の一般化座標からなるリンク機構において、ヤコビ行列  $\Phi_q$  を用いて特異姿勢の概念として以下のように定式化を行う。

$$n' = \max_q \text{rank } \Phi_q. \quad (4.1)$$

このとき、

$$\text{rank } \Phi_q < n', \quad (4.2)$$

を満足する脚先位置が存在するならば、その姿勢を特異姿勢と定義する。式 (4.2) は、もし  $n'$  次元から縮退する軌道の位置と姿勢があるときに、それを特異姿勢と呼ぶものである。Theo Jansen 機構においてはヤコビ行列  $\Phi_q$  は正方行列であり、 $n = n' \leq 36$  であるから、その場合式 (4.2) より、特異姿勢であるための必要十分条件は以下のようになる。

$$|\det \Phi_q| = 0. \quad (4.3)$$

この解析により、特異姿勢は行列式がゼロとなることとして定義される。もし行列式がゼロであれば、脚先軌道は破綻しており通常動作が可能な関節角度の上限を超えていると判断できる。拡張 Theo Jansen 機構は、2 自由度の冗長系であるため、特異姿勢にならないような適切な可動範囲を見つけることが必要になる。

オリジナルの Theo Jansen 機構の歩容軌道は、連続で滑らかな閉曲線からなる遊脚相と支持脚相によって構成されている。脚先軌道の形態変化により、図 4.2 に示すよ

うな従来の歩行軌道以外にも接地条件の異なる機能的な軌道を生成することができる。考慮すべき問題は、どのようにして破綻しないような機能的な軌道を生成するかということである。本章では、拡張 Theo Jansen 機構における追加可動点  $O_2$  の動作をパラメータ空間上の挙動として捉え、脚先軌道を評価するための数理解析について説明する。

筆者はオリジナルの Theo Jansen 機構と拡張 Theo Jansen 機構との関係性を理解するために、機構の限界点を調べるために行列式を用いた数理的な解析を行った。生成された軌道は、図 4.3 に示すように以下の二つの判別条件によって分類する。第一に、拡張 Theo Jansen 機構における運動学拘束について行列式を用いた評価が行われる。もし行列式がゼロであれば、生成された機構は特異姿勢であると判断する。第二に、同拡張機構における特定関節間の角度が分岐するかを判別する。図 4.4 における四角形  $O_2CED$  において、もし角  $CO_2D$  が  $\pi$  rad 以上または、角  $O_2DE$  が  $\pi$  rad 以上であるならば、生成された脚先軌道は、分岐を有していると判断する。以上の判別条件により、拡張 Theo Jansen 機構における破綻のある脚先軌道と破綻のない脚先軌道を分類することが可能となる。

次節では、拡張 Theo Jansen 機構の運動学は MBD を用いて定量的に表現することが可能であり、機構の限界については、行列式を用いて評価が可能であることを述べる。

## 4.4 拡張 Theo Jansen 機構の定式化

第3章では MBD を用いた Theo Jansen 機構を含む3種類の閉リンク機構の運動学および動力学の定式化を行った。その際に用いた定式化を本章における拡張 Theo Jansen 機構の記述にも適応する。

### 4.4.1 楕円パラメータを有する機構の拡張

少数自由度であることは平行リンク機構において、要求された動作を生成するための利点である。筆者の仮説により、拡張機構は「関節中心」と呼ばれる点  $O_2$  の動作を修正することによって実現可能である（図 4.4 参照）。これは人の下肢における膝関節に相当する部分に対応していると想定できる。オリジナルの Theo Jansen 機構から 1 自由度を増やすことによって、追加的な動作を生成することができる。したがって、点  $O_2$  に以下のような方程式を導入して稼働させることを考える。

$$\mathbf{s}'_{O_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad (4.4)$$

$$\mathbf{s}'_{O_2} = \begin{bmatrix} -a & 0 \end{bmatrix}^T. \quad (4.5)$$

ここで  $A_x, A_y, \omega, t, \delta_x, \delta_y, b_x, b_y$  は、水平方向の振幅、垂直方向の振幅、角速度、時間、位相差、水平方向の移動量、垂直方向の移動量として各々表すと、式 (4.5) は以下のように表現できる。

$$x_{O_2}(t) = A_x \cos(\omega t - \delta_x) + b_x, \quad (4.6)$$

$$y_{O_2}(t) = A_y \sin(\omega t - \delta_y) + b_y. \quad (4.7)$$

式 (4.6) と式 (4.7) とは、楕円形状を関節中心  $O_2$  に描画することができる。脚先に一つの軌道を描くために必要な上記の 7 条件によって構成されているこれらの方程式は、拡張 Theo Jansen 機構を生成するための一般的な条件であるといえる。筆者の先行研究では、限定された条件下において拡張軌道が生成されることが分かっている [63]。入力回転  $O_1$  と関節中心  $O_2$  との位相差と、中心関節  $O_2$  の垂直方向の可動とは、拡張 Theo Jansen 機構における拡張軌道を得るための鍵となる要素であることが明らかになった。機能的な脚先軌道を得るために式 (4.6) と式 (4.7) との変数の量を独立に低減することが可能である。以下のように仮定する。 $\delta_x$  と  $\delta_y$  とは、一つの変数  $\delta$  とする。

また水平方向の移動量  $b_x$  はゼロに、垂直方向の移動量  $b_y$  は垂直方向の振幅  $A_y$  と等しくする。これはもし、 $b_y$  が  $A_y$  より小さな値と仮定すると、拡張機構の脚先が地面にめり込んでしまうように動作するため、それを防ぐ理由からである。以上の仮定をふまえて、式(4.6)と式(4.7)とを以下のように修正する。

$$x_{O_2}(t) = A_x \cos(\omega t - \delta), \quad (4.8)$$

$$y_{O_2}(t) = A_y [\sin(\omega t - \delta) + 1]. \quad (4.9)$$

さらに楕円の回転を考慮するために以下のような回転行列を導入する。ここで水平方向の短軸の右側を 0 rad として定義した。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_{O_2}(t) \\ y_{O_2}(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \cos(\omega t - \delta) \\ A_y [\sin(\omega t - \delta) + 1] \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} A_x \cos \phi \cos(\omega t - \delta) - A_y \sin \phi [\sin(\omega t - \delta) + 1] \\ A_x \sin \phi \cos(\omega t - \delta) + A_y \cos \phi [\sin(\omega t - \delta) + 1] \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

ここで、 $\phi$  は楕円を回転させるための任意の角度を表すパラメータである。

さらに、 $O_2$  が特定の位置を保つために次に示す2条件を追加した。第一に、 $O_2$  における  $y$  座標の最小点はゼロとする。第二に、 $O_2$  の描く楕円軌道における長軸と短軸の交点は  $x$  座標においてゼロとした。これらの条件は、拡張 Theo Jansen 機構の脚先が地面に沈み込まないようにするための修正点である。以上をふまえると式(4.10)は、以下のように書き直せる。

$$\begin{pmatrix} x_{O_2}(t) \\ y_{O_2}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{O_2}(t) - 0.5(\min\{x_{O_2}(t)\} + \max\{x_{O_2}(t)\}) \\ y_{O_2}(t) + |\min\{y_{O_2}(t)\}| \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

最後に式(4.10)を Theo Jansen 機構の運動学拘束に以下のように追加することによって、拡張 Theo Jansen 機構の運動学拘束式を得る。

$$\Phi_{O_2}^{Q(3)}(\mathbf{q}, t) = \begin{pmatrix} x_3 - l_3 \cos \theta_3 + a - x_{O_2}(t) \\ y_3 - l_3 \sin \theta_3 - y_{O_2}(t) \end{pmatrix} = \mathbf{0}, \quad (4.12)$$

$$\Phi_{O_2}^{Q(5)}(\mathbf{q}, t) = \begin{pmatrix} x_5 - l_5 \cos \theta_5 + a - x_{O_2}(t) \\ y_5 - l_5 \sin \theta_5 - y_{O_2}(t) \end{pmatrix} = \mathbf{0}, \quad (4.13)$$

$$\Phi_{O_2}^{Q(7)}(\mathbf{q}, t) = \begin{pmatrix} x_7 + l_7 \cos \theta_7 + a - x_{O_2}(t) \\ y_7 + l_7 \sin \theta_7 - y_{O_2}(t) \end{pmatrix} = \mathbf{0}. \quad (4.14)$$

上記の修正によって、拡張 Theo Jansen 機構は2自由度からなる冗長な拘束系として表現された。次節ではこの機構の拡張に用いた式(4.10)より得られた  $A_x, A_y, \phi, \delta$  という4つのパラメータを用いて軌道を生成し、その生成した脚先軌道を評価する。

## 4.5 数値計算実験結果

本節では、4.4節で得られた拡張 Theo Jansen 機構の定式化に基づいた数値計算結果について述べる。4.2節において仮説として示したように、拡張された機能的な脚先の動作  $G$  は、回転入力部  $O_1$  と関節中心  $O_2$  との同期動作によって生成することが可能である。これは人の下肢における大転子と膝関節との関係として例えることができる [63]。拡張された機能的な動作解析のために、関節中心  $O_2$  の媒介変数表示された楕円軌道は節で定式化されており、本節では拡張 Theo Jansen 機構が有する位置と姿勢、速度、加速度、特異姿勢について詳細に調べた。実験条件とパラメータの値については、表4.2に示した。数値実験にはMATLABを利用し、Newton-Raphsonを用いた収束計算を行い求解した。また本実験では、図4.4に示すように角速度  $\omega = 0.5\pi$  rad/s (15 rpm) を実現するような回転入力を駆動軸  $O_1$  に連続的に与えた。脚先軌道  $G$  における位置、曲率、速度、加速度、特異姿勢を解析した。ここで  $G = [G_x, G_y]$  はリンク機構の端点ではなく、一般化座標  $[x_{12}, y_{12}]$  の重心位置を表している。次節では、不整地での移動を想定した3種類の異なる機能的な動作について、その解析結果を報告する。

## 4.5.1 拡張 Theo Jansen 機構における基本特性解析

### 段差乗り越え動作

表 4.2 の左端のパラメータを用いた拡張 Theo Jansen 機構の生成軌道例として、入力  
の回転一周における位置と姿勢の時間発展の結果を図 4.5 (a) に示した。回転入力は一  
定の角速度  $\omega = 0.5\pi$  rad/s を実現するように与えられ、その入力は、拡張 Theo Jansen  
機構の各リンクへ伝達された後、最終的には脚先  $G$  に遊脚相と支持脚相とからなる軌  
道として出力された。脚先軌道における最高点と最低点とは、遊脚相と支持脚相とに  
おいて各々みられた。地面からの脚高は、最高点  $-0.05$  m から最低点  $-0.61$  m を減算  
した  $0.56$  m となった。したがって、図 4.5 (b) に示したように生成した脚先軌道はオリ  
ジナルの Theo Jansen 機構の 8 倍脚を高さ方向に振り上げることができ、脚先の高さは  
全長の 64.4% に至ることがわかった。

段差乗り越え能力として成立するためには、脚を振り上げた時に機構が進行方向と  
反対向きに回転しないこと、地面との接触によって滑りが生じないことなどが求めら  
れる。脚の振り上げる方向と機構本体との並進方向等しいと仮定すると、脚を振り上  
げる最下点と脚を振り上げた時の最高点の曲率を算出し、それらを結ぶ直線を考える  
ことで、平均値の定理より機構の傾きを類推することができる (図 4.5 (c))。ここで曲  
率  $\kappa$  は、 $\kappa(t) = \frac{\dot{x}\ddot{y} - \ddot{x}y}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{\frac{3}{2}}}$  として定義できる。ここで、 $x$  と  $y$  は脚先軌道を、ドットは軌  
道の時間微分を表している。地面における脚の摩擦は、安定して移動する際には高く  
なることが求められる。また脚機構の地面との接地と質量中心の関係から転倒しない  
方向へ回転するということが重要な問題である。

Ghassaei ら [69] は、Theo Jansen 機構における各リンクの質量中心の位置について  
解析を行い、同機構における重心位置が入力の駆動リンク部よりも下端にあることを  
つきとめた。この先行研究により、Theo Jansen 機構は  $45^\circ$  以上傾くと進行方向とは反  
対向きに回転し、転倒してしまうことがわかる。筆者が生成した拡張 Theo Jansen 機  
構における段差乗り越え軌道は、軌道の両端点を曲率から算出し、傾きを算出すると

39.5°となることが明らかになった。したがって、同拡張機構は転倒することなく登坂するための能力を有しているといえる。

Seeniら [70]の解説論文によると、車輪を有するロボットの場合、25°の傾きにまで対応することができ、8脚ロボットの SCORPION [71]や6脚ロボットの DLR Walker robot [72]は35°の傾いたとしても転倒しないような性質を有していることがわかる。また車輪と脚とが融合したロボットについてもおよそ35°まで対応できることが分かっている。

また跳躍ロボットは、その性質を利用して段差を乗り越えることが可能であり、跳躍機構と車輪機構を合わせもつロボットは、ローバーに代表されるように高低差のある地面において適応的に動作することが可能である。これらのロボット間の性質を比較すると、筆者の提案した拡張 Theo Jansen 機構は、車輪機構や跳躍機構を有するロボット [73, 74]よりも高い登坂能力を有しており、車輪と跳躍とのどちらの機構も有する融合ロボットと同程度の段差乗り越えが可能であることが明らかになった。

次に脚先軌道の速度解析の結果を図 4.5 (d) に示した。最小速度と最高速度は、各々 0.04 m/s と 0.90 m/s となり、平均速度は 0.42 m/s となった。速度の第一極値では、最大速度 0.90 m/s ( $t = 1.278$  s) となり、第二極値では、0.52 m/s ( $t = 3.222$  s) という速度を得た。これらの極値における脚先軌道位置を調べると、第一極値は遊脚相の中期に位置しており、また第二極値は遊脚相における軌道の最高点を通過した後の点に位置していた。軌道形状は段差を乗り越えるように振る舞い、遊脚相においては脚を素早く動かし、支持脚相においては脚を低速で動かすような性質を有していることが明らかになった。

さらに脚先軌道の加速度解析の結果を図 4.5 (e) に示した。二つの極値が得られ、各々  $1.55 \text{ m/s}^2$  ( $t = 0.844$  s) と  $1.49 \text{ m/s}^2$  ( $t = 1.600$  s) となった。それぞれ遊脚時に脚を振り上げている時、遊脚相の中期に位置している際に極値となって表れた、言い換えると、拡張 Theo Jansen 機構は、支持脚相から遊脚相に切り替わる際に複雑な加速度の変化

を伴っており、再び脚が接地する際に最大の加速度を生じさせて滑らかな接触を実現するような性質を有しているといえる。

最後に拡張 Theo Jansen 機構の特異姿勢解析の結果を図 4.5 (f) に示した。ヤコビ行列の行列式の最小値と最大値は、各々  $1.16 \times 10^{-6}$  と  $4.60 \times 10^{-6}$  となった。機構が最も特異姿勢に近づいた  $D_a$  の時においては、脚先は遊脚相にあり左端の最上部に位置していた。ヤコビ行列の行列式の極値  $D_a$  と  $D_b$  については、位置と姿勢、曲率、速度、加速度においてその対応関係を記した。その結果、対応点は各点の極値とは対応していないことが明らかになった。すなわち基本特性解析のみでは特異姿勢になるための決定的な条件をしぼりきれないことを意味する。

## 八の字曲線動作

表 4.2 の中央のパラメータを用いた拡張 Theo Jansen 機構の生成軌道例として、八の字曲線軌道の動作を図 4.6 (a) に示した。八の字曲線軌道は、生物において水泳動作 [75,76] や飛翔動作 [77-79]、微生物の動作 [80] などとして知られている。飛翔における昆虫の動作は少ない消費エネルギーによって実現されており、振幅と位相差からなる振動要素によって構成されているリサージュ曲線として知られている [81]。このような軌道を生成する機構は、生物の動作を模倣したロボットとして様々に研究されてきた [82-86]。

一方で、八の字曲線軌道は人の移動形態としてはこれまで認識されてこなかった。近年の3次元動作解析技術の向上により、人の有する歩容の中に八の字曲線軌道があることが明らかにされてき [87]。実際人間の移動形態の生成は、昆虫のような単純な動作の生成ではなく、筋骨格系が複雑に作用した多体系のシステムによって構成されている。Ivanenko ら [88] は、身体における一貫性のある構成単位の協調動作によって、動作速度が変更されることによって冗長自由度が低減でき、特定の歩容が生成されることを示した。彼らの歩容研究においては、歩行、走行、跳躍、しゃがみ歩き、障害

物回避, そして走行に関連した歩容として八の字曲線軌道が分類された。

本節で生成した拡張 Theo Jansen 機構の軌道は, 八の字曲線軌道であり, 地面から 0.25 m (全長に対して 29.6%) 脚を高さ方向に振り上げることができ, ヒトの移動形態に自明ではないものの関連があることが示唆された。

次に脚先軌道の速度解析の結果を図 4.6 (d) に示した。最小速度と最高速度は, 各々 0.04 m/s と 0.57 m/s となり, 平均速度は 0.30 m/s となった。速度の第一極値では, 最大速度 0.57 m/s ( $t = 1.556$  s) となり, 第二極値では, 0.42 m/s ( $t = 3.633$  s) という速度を得た。これらの極値における脚先軌道位置を調べると, 第一極値は遊脚相の中期に位置しており, また第二極値は遊脚相における軌道の最高点を通過した後の点に位置していた。軌道形状は八の字曲線を有しており低速走行のように振る舞った。また遊脚相においては脚を素早く動かし, 支持脚相においては脚を低速で動かすような性質を有していることも明らかになった。

さらに脚先軌道の加速度解析の結果を図 4.6 (e) に示した。二つの極値が得られ, 各々  $0.85 \text{ m/s}^2$  ( $t = 1.000$  s) と  $0.82 \text{ m/s}^2$  ( $t = 2.067$  s) となった。またヤコビ行列の行列式の最小値と最大値は, 各々  $3.50 \times 10^{-6}$  と  $4.60 \times 10^{-6}$  となった。また拡張 Theo Jansen 機構の特異姿勢解析の結果を図 4.5 (f) に示した。機構が最も特異姿勢に近づいたのは入力  $O_1$  の回転角度が  $127\pi/180$  rad のときであり,  $3.4 \times 10^{-6}$  よりも大きい値であり, 特異姿勢になる点からは離れていることがわかった。

### 滴型動作

表 4.2 の右端のパラメータを用いた拡張 Theo Jansen 機構の生成軌道例として, 滴型軌道の動作を図 4.7 (a) に示した。同軌道に関連した歩容を生物学的な動作の観点から見いだすことは容易ではない。この小さな動作は, 入力  $O_1$  の動きに対して関節中心  $O_2$  の動作が相反するように連動することによって生成された。これは  $O_2$  の動作が  $O_1$  の動作をあたかも打ち消すように働くことによって実現された。そのため軌道の高

さも地面から 0.13 m と小さく全長に対しても 15.6% 脚を振り上げるという動作に留まった。

次に脚先軌道の速度解析の結果を図 4.7 (d) に示した。最小速度と最高速度は、各々 0.004 m/s と 0.13 m/s となり、平均速度は 0.08 m/s となった。速度の第一極値では、最大速度 0.90 m/s ( $t = 1.278$  s) となり、第二極値では、0.52 m/s ( $t = 3.222$  s) という速度を得た。さらに脚先軌道の加速度解析の結果を図 4.7 (e) に示した。三つの極値が得られ、各々  $0.18 \text{ m/s}^2$  ( $t = 0.522$  s),  $0.22 \text{ m/s}^2$  ( $t = 2.233$  s),  $0.20 \text{ m/s}^2$  ( $t = 2.756$  s) となった。

最後に拡張 Theo Jansen 機構の特異姿勢解析の結果を図 4.7 (f) に示した。ヤコビ行列の行列式の最小値と最大値は、各々  $2.42 \times 10^{-6}$  と  $4.39 \times 10^{-6}$  となった。機構が最も特異姿勢に近づいたのは入力  $O_1$  の回転角度が  $235\pi/180$  rad のときであったが、特異姿勢になる点からは十分に離れた位置にあることがわかった。

図 4.8 では、オリジナルの Theo Jansen 機構と拡張 Theo Jansen 機構の一周の軌道とその際に生じる加速度の変化とを付加して比較した。軌道上の線の太さは、力が発生するために必要な加速度の大きさを表している。拡張 Theo Jansen 機構の可動点である関節中心  $O_2$  を利用することによって、オリジナルの Theo Jansen 機構(図 4.8 (a))は、段差乗り越え動作(図 4.8 (b)), 八の字曲線動作(図 4.8 (c)), 滴型動作(図 4.8 (d))として各々拡張することができた。各軌道の加速度の変化より、図 4.8 (b)から図 4.8 (d)までにおいて軌道上にねじれが生じていた。これは加速度の負の極値から正の極値への変換が行われていることを表しており、加速度が複雑に変化していることを示すものである。これは支持脚相の後期から遊脚相の前期において、大きな加速度を加えることで脚を素早く動かし、遊脚の後期から再び接地する際には速度を小さくして衝撃を弱めかつ滑らかに動作していることを示している。ヤコビ行列の行列式に着目すると、その最小値  $D_a$  は加速度の最小値の直前に現れることも明らかになった。この結果は、拡張 Theo Jansen 機構は、オリジナルの Theo Jansen 機構の性質を有したまま自然な形での拡張として生成されるということを示すものである。

## 4.5.2 振幅可変による機能的軌道の生成

前節では、拡張 Theo Jansen 機構における可動点の関節中心  $O_2 = [x_{O_2}, y_{O_2}]$  が、脚先軌道を変化させることを可能にし、パラメータの設定によって機能的な軌道が生成できることを示した。一方で、ロバスト性を有する脚先軌道を生成するためには、4.4.1 章で定義したような軌道の破綻や分岐問題、特異姿勢を避けるなどの問題が依然として残っている。本節では、関節中心  $O_2$  の振幅をパラメータとしたときの生成軌道の基本特性解析結果について述べる。拡張 Theo Jansen 機構では、式 (4.8) と式 (4.9) における水平方向の振幅  $A_x$ 、垂直方向の振幅  $A_y$ 、関節中心  $O_2$  の軌道回転角  $\phi$ 、入力軸  $O_1$  と関節中心  $O_2$  との位相差  $\delta$  という 4 つの媒介変数によって、新たな拡張軌道が生成される。この節では、特に水平方向の振幅  $A_x$  と垂直方向の振幅  $A_y$  とに焦点をあて、各々の大きさを 0 から  $350 \times 10^{-3}$  m まで  $10 \times 10^{-3}$  m ずつ変化させた時の生成軌道について、表 4.3 を実験条件にして解析を行った。

水平方向の振幅  $A_x$  の変化では、 $A_x$  を 0 から  $350 \times 10^{-3}$  m まで  $50 \times 10^{-3}$  m ずつ変化させ、また  $A_y$  は  $100 \times 10^{-3}$  m と定数とし、関節中心  $O_2$  の軌道回転角  $\phi$  を  $\pi/6$  rad ずつ変化させた際の生成軌道について調べた。図 4.9 (a) には、8 個の  $A_x$  パターンおよび 12 個の  $\phi$  のパターンからなる 96 種類の生成された  $O_2$  軌道を示した。図中の黒点は、関節中心  $O_2$  の動作開始点を表しており反時計まわりに回転させた。また図 4.9 (b) には、 $O_2$  軌道によって生じた脚先  $G$  の軌道に対応させた。生成された破綻のない軌道は、楕円型、三日月型、八の字曲線型であった。破綻した軌道については、灰色で示した。4.4.1 節で定義した図 4.3 の軌道の分類方法に則り、ヤコビ行列の行列式がゼロになった条件には (\*) 印を、分岐を伴う破綻機構には (+) 印を付加した。また軌道形状が  $1 \text{ m}^2$  の大きさを占めるものについては、描画せず上記の点のみを配置した。破綻のない軌道は 34 種類生成でき、これは全体の 35.42% が生成できたことを表す。水平方向の振幅  $A_x$  の変化が小さいものから大きくなるに従い、生成される軌道も同様に小さい軌道から大きい軌道へと変化していくことが分かった。破綻のない多く

の生成軌道がみられたのは、 $A_x$  が0から  $250 \times 10^{-3}$  m の範囲、かつ  $\phi$  が  $\pi/6$  と  $2\pi/6$  rad とのときであった。 $\phi$  の変化に着目すると  $-2\pi/6 \leq \phi \leq 2\pi/6$  の範囲において、軌道が破綻なく生成されやすいことが明らかになった。一方で、 $\phi$  が  $\pi/2 \leq \phi \leq 7\pi/6$  rad のときには、そのほとんどの軌道が破綻をきたした。

垂直方向の振幅  $A_y$  の変化では、 $A_y$  を0から  $350 \times 10^{-3}$  m まで  $50 \times 10^{-3}$  m ずつ変化させ、また  $A_x$  は  $100 \times 10^{-3}$  m と定数とし、関節中心  $O_2$  の軌道回転角  $\phi$  を  $\pi/6$  rad ずつ変化させた際の生成軌道について調べた。図 4.9 (c) には、8個の  $A_y$  パターンおよび12個の  $\phi$  のパターンからなる96種類の生成された  $O_2$  軌道を示した。図中の黒点は、関節中心  $O_2$  の動作開始点を表しており反時計まわりに回転させた。また図 4.9 (d) には、 $O_2$  軌道によって生じた脚先  $G$  の軌道を対応させた。生成された破綻のない軌道は、楕円型、三日月型、八の字曲線型であった。破綻した軌道については、同様に灰色で示した。破綻のない軌道は35種類生成でき、これは全体の36.46%が生成できたことを表す。垂直方向の振幅  $A_y$  の変化についても、小さいものから大きくなるに従い、生成される軌道も同様に小さい軌道から大きい軌道へと変化していくことが分かった。破綻の全くない生成軌道がみられたのは、 $A_y$  が0から  $350 \times 10^{-3}$  m の範囲、かつ  $\phi$  が  $11\pi/6$  rad とのときであった。 $\phi$  の変化に着目すると  $-2\pi/6 \leq \phi \leq 2\pi/6$  の範囲において、軌道が破綻なく生成されやすいことが明らかになった。一方で、 $\pi/2 \leq \phi \leq 3\pi/2$  rad のときには、そのほとんどの軌道が破綻をきたした。

図 4.9 (d) において、特に生成軌道のロバスト性を示した箇所に  $\phi = -\pi/6$  rad という条件があった。この条件下においては、垂直方向の振幅  $A_y$  が0から  $350 \times 10^{-3}$  m のすべての範囲において、破綻のない軌道が生成された。この条件における詳細解析について図 4.10 に示した。垂直方向の振幅  $A_y$  が  $A_y = 0$  のときにおける軌道は、オリジナルの Theo Jansen 機構に近似しており、 $A_y$  が増加していくに従い垂直方向に長い楕円軌道へと変化していくことが分かった。この拡張軌道は、図 4.5 で解析を行った進行方向への段差乗り越え動作に類似するものである。この結果により、 $\phi$  を精密

に設定することにより、破綻のない拡張軌道が生成され得ることが示唆された。

本節では、振幅が拡張 Theo Jansen 機構の生成軌道に与える影響を調べるために、 $A_x$  と  $A_y$  を独立に調べた。その結果、振幅には拡張の上限があり、特定の  $\phi$  における垂直方向の振幅  $A_y$  には高いロバスト性があることが明らかになった。振幅に拡張の限界があるということは、拡張 Theo Jansen 機構の有する各リンク長の限界ということから考慮しても妥当な結論であるといえる。しかし振幅の拡張が可能な点にはばらつきがあり、 $\phi = -\pi/6$  rad においては破綻がない軌道が生成されるなど統一的な理解が不十分である。そのため次節では、軌道形状を変化させる関節中心  $O_2$  の軌道回転角  $\phi$  と入力軸  $O_1$  と関節中心  $O_2$  との位相差  $\delta$  とが新たな拡張軌道に与える影響について明らかにする。

### 4.5.3 位相・回転角可変による機能的軌道の生成

式(4.8)と式(4.9)における関節中心  $O_2$  の軌道回転角  $\phi$  と入力軸  $O_1$  と関節中心  $O_2$  との位相差  $\delta$  という2つの媒介変数とし、水平方向の振幅  $A_x$ 、垂直方向の振幅  $A_y$  を定数にすることによって、新たな拡張軌道が生成した。ここで軌道回転角  $\phi$  と入力軸  $O_1$  と関節中心  $O_2$  との位相差  $\delta$  は、 $\phi = \delta$  (円軌道) とし、0 から  $11\pi/6$  rad まで  $\pi/6$  rad ずつ変化させ、 $A_x = A_y = 100 \times 10^{-3}$  m と定数とした。図 4.11 に表 4.4 の左端を実験条件としたときの関節中心  $O_2$  と脚先軌道  $G$  との生成結果を示した。図中の黒点は、関節中心  $O_2$  の動作開始点を表しており反時計まわりに回転させた。また図 4.9 (b) には、 $O_2$  軌道によって生じた脚先  $G$  の軌道を対応させた。生成された破綻のない軌道は、楕円型、三日月型、八の字曲線型であった。破綻した軌道については、灰色で示した。4.4.1 節で定義した図 4.3 の軌道の分類方法に則り、ヤコビ行列の行列式がゼロになった条件には (\*) 印を、分岐を伴う破綻機構には (+) 印を付加した。また軌道形状が  $1 \text{ m}^2$  の大きさを占めるものについては、描画せず上記の点のみを配置した。 $\phi$  の変化に着目すると  $-2\pi/6 \leq \phi \leq 2\pi/6$  の範囲において、軌道が破綻なく生成され

やすいことが明らかになった。一方で、 $\phi$ が $\pi/2 \leq \phi \leq 3\pi/2$  rad のときには、そのほとんどの軌道が破綻をきたすことが明らかになった。

軌道回転角  $\phi$ -位相差  $\delta$  の変化では、軌道回転角  $\phi$  と入力軸  $O_1$  と関節中心  $O_2$  との位相差  $\delta$  は 0 から  $11\pi/6$  rad まで  $\pi/6$  rad ずつ変化させ（楕円軌道）、 $A_x$  と  $A_y$  とは各々  $50 \times 10^{-3}$  m,  $100 \times 10^{-3}$  m と定数とした。図 4.12(a) に表 4.4 の中央を実験条件としたときの関節中心  $O_2$  と、図 4.12(b) に脚先軌道  $G$  との生成結果を示した。12 個の  $\delta$  パターンおよび 12 個の  $\phi$  のパターンからなる 144 種類の生成された  $O_2$  軌道が生成された。破綻のない軌道は 70 種類生成でき、これは全体の 41.67% が生成できたことを表す。 $\phi$  の変化に着目すると  $-2\pi/6 \leq \phi \leq 2\pi/6$  の範囲において、軌道が破綻なく生成されやすいことが明らかになった。一方で、 $\phi$  が  $\pi/2 \leq \phi \leq 3\pi/2$  rad のときには、そのほとんどの軌道が破綻をきたした。

さらに異なった条件の軌道回転角  $\phi$ -位相差  $\delta$  の変化では、軌道回転角  $\phi$  と入力軸  $O_1$  と関節中心  $O_2$  との位相差  $\delta$  は 0 から  $11\pi/6$  rad まで  $\pi/6$  rad ずつ変化させ（楕円軌道）、 $A_x$  と  $A_y$  とは各々  $100 \times 10^{-3}$  m,  $50 \times 10^{-3}$  m と定数とした。図 4.12(c) に表 4.4 の右端を実験条件としたときの関節中心  $O_2$  と、図 4.12(d) に脚先軌道  $G$  との生成結果を示した。12 個の  $\delta$  パターンおよび 12 個の  $\phi$  のパターンからなる 144 種類の生成された  $O_2$  軌道が生成された。破綻のない軌道は 71 種類生成でき、これは全体の 54.17% が生成できたことを表す。 $\delta$  と  $\phi$  の変化に着目すると  $\pi/6$  rad から  $7\pi/6$  rad の範囲において、軌道が破綻なく生成されやすいことが明らかになった。一方で、破綻軌道は周期的に生じていることが明らかになった。

図 4.12 (d) において点線で囲んだ範囲に相当する  $\phi = \pi/2$  の条件を詳細に解析した。図 4.13 には  $\phi$  が変化した時の生成された脚先軌道を示した。本解析においては、破綻軌道は  $\pi/6 \leq \phi \leq 4/6\pi$  rad においてみられ、その他では破綻のない軌道が生成された。前章の振幅可変実験の結果と比較すると、破綻のない軌道は周期的に表れているという違いがある。したがって、軌道回転角  $\phi$  と位相差  $\delta$  とを調節することによって、

特異姿勢とならない破綻のない軌道が生成可能であることが示唆される。

#### 4.5.4 4つの媒介変数における統一的解析

本節における最後の解析として、拡張 Theo Jansen 機構に必要な水平方向の振幅  $A_x$ 、垂直方向の振幅  $A_y$ 、関節中心  $O_2$  の軌道回転角  $\phi$ 、入力軸  $O_1$  と関節中心  $O_2$  との位相差  $\delta$  という4つの媒介変数の設定により生成される、破綻のない脚先軌道の生成率について調べた。本節では、4つの媒介変数を表4.5のように定め、拡張 Theo Jansen 機構における破綻のない脚先軌道の分布について調べた。

まず  $A_x$  と  $A_y$  とを各々0から  $350 \times 10^{-3}$  mまで、 $10 \times 10^{-3}$  mずつ変化させ、軌道回転角  $\phi$  と入力軸  $O_1$  と関節中心  $O_2$  との位相差  $\delta$  は0から  $11\pi/6$  radまで  $\pi/6$  radずつ変化させた、各144通りにおける破綻のない生成軌道の生成率を調べた。図4.14に各  $A_x$  と  $A_y$  とにおける軌道の生成率を示した。図中における赤色の画素は破綻のない生成軌道を示し、青色の画素は破綻のある生成軌道を各々表す。 $A_x$  と  $A_y$  とが  $40 \times 10^{-3}$  mのときに、生成率が75%となった。また  $A_x = A_y = 100 \times 10^{-3}$  mのときに58%、 $A_x = A_y = 110 \times 10^{-3}$  mのときに42%、 $A_x = A_y = 230 \times 10^{-3}$  mのときに25%と生成率は減少していった。 $A_x = A_y = 260 \times 10^{-3}$  mのときには、生成率は0%となりすべての機構が破綻することが明らかになった。

つぎに  $\phi$  と  $\delta$  とを各々0から  $11\pi/6$  radまで、 $\pi/6$  radずつ変化させ、 $A_x$  と  $A_y$  とを各々0から  $350 \times 10^{-3}$  mまで、 $10 \times 10^{-3}$  mずつ変化させた、各906通りにおける破綻のない生成軌道の生成率を調べた。図4.15に各  $\phi$  と  $\delta$  とにおける軌道の生成率を示した。図中における赤色の画素は破綻のない生成軌道を示し、青色の画素は破綻のある生成軌道を各々表す。最も赤い画素における軌道の生成率は74%となることが明らかになった。

本節における4つの媒介変数における統一的解析の結果、拡張 Theo Jansen 機構の可動点である関節中心  $O_2$  がどのように動作することによって、破綻がなく特異姿勢を

とらないような脚先軌道を生成できるかが明らかになった。その結果、破綻のない拡張には、リンク長の上限に加えて、入力軸  $O_1$  と関節中心  $O_2$  との位相差と回転量が特定の範囲内に収まっていることが必要であることが明らかになった。すなわち、拡張 Theo Jansen 機構の拡張は、無限定に行える訳ではなく、リンク長と、回転軸との連動によってはじめて成立するものであることが示唆された。

## 4.6 考察

### 4.6.1 生物学動作との類似点と相違点

本節の解析により、拡張 Theo Jansen 機構は MBD により定式化され [5, 6]、オリジナルの Theo Jansen 機構において固定点であった関節中心  $O_2$  に楕円の方程式を導入することにより、従来にない拡張軌道が生成可能であることが明らかになった。

4.5.1 節で議論したように、昆虫の動作においては広く研究がなされており [77, 78]、それらの研究は生物模倣型のロボットとして様々な形で実現されてきた [83–85, 87]。またヒトの軌道動作に関する解析においては、Ivanenko ら [88] が様々な歩容について研究を行い、歩行、走行、跳躍、しゃがみ歩き、障害物回避、空中でのステッピング、そして走行に関連した八の字曲線軌道として分類を行った。これらのヒト歩容に類似した歩容を、構造の全く異なる Theo Jansen 機構が潜在的に有している可能性があり得るという点は、非常に興味深い [69]。軌道の類似性という観点から考えると、拡張 Theo Jansen 機構は八の字曲線軌道を歩容として生成することが可能であることがわかった。ヒトのような複雑な筋骨格系を有していなくても、機構内の連動によって類似する軌道が生成できた。しかしながら各々が有する身体的特性という観点から考察すると、両者には大きな隔たりがあることも事実である。拡張 Theo Jansen 機構における興味深い点は、入力軸  $O_1$  と関節中心  $O_2$  との位相差  $\delta$  と回転角  $\phi$  の特定の協調動作によって、機構が複雑であったとしても様々な機能的な軌道を生成可能であるとこ

ろにある。位相・回転・回転というパラメータ空間に基づいた身体各部の制御という考え方は、位相振動子と身体拘束との協調動作として広く議論されてきた [13]。このような制御機構は、位相振動子の同期機構を追加することで、拡張された振る舞いを生成することが可能である [67]。本節での結果は、全く構造の異なる機構においても、位相と回転という観点から考えることで、被制御器（機構）と制御器（神経系）を協調動作させるための制御様式を構築できることを示唆するものである。

## 4.6.2 リンク機構における特異姿勢解析

特異姿勢解析は、パラレルリンク機構やマニピュレータにおいて研究されてきた [89–95]。幾何学的あるいは身体特性に基づく特異姿勢検出のための手法が研究されている [93]。機構が特異姿勢に近づいているかどうかの判定などがそれにあたる。多脚によって構成されている平面ロボットにおいて、特異姿勢解析は行動計画の際や特異姿勢を避ける動作の作成において役立っている。破綻のない行動経路を得るために、作業空間は、仮想的なポテンシャル場によって定義され [93, 94]、この手法は実時間制御においても応用されている。平面パラレルマニピュレータにおいて、Gosselin と Angeles [89] は鎖状のヤコビ行列を伴う数学的基盤を確立し、同手法が RRRP 機構や、Watt 機構、回転機構を有する 3 自由度機構、球状の 3 自由度を有するパラレルマニピュレータに適用可能かどうかを調べた。一方筆者は、4 節リンク機構の拡張によって構成されている拡張 Theo Jansen 機構に対して、筆者の提案手法を利用することで特異姿勢の詳細な解析が行えることを示した。幾何学的な性質に焦点をあてると、Liu ら [92] は、パラレルマニピュレータの特異姿勢の検出のために、Morse 理論 [96] に基づく微分位相幾何学を用いた手法を提案した。Morse 理論は、対象の多様体における微分可能関数によって記述された多様体の位相幾何学である。対象における特定の位相幾何学的構造を見つけ、多様体に基づく相似構造（例えばトーラスの一部）に分解することができる。本節の解析において、筆者は、特異姿勢を検出するためのパラメータ空

間における位相・回転の関連について明らかにした。これは一般化座標に基づく運動学と動力学の記述により、位相幾何学的な特徴の抽出を可能としたものである。

## 結論

本節の解析では、はじめに MBD を用いることで拡張 Theo Jansen 機構が定式化でき、同機構の自由度を増加させる関節中心  $O_2$  の変化を調べることによって、特異姿勢解析が行えることを示した。拡張のための提案手法は、歩容軌道において段差乗り越え動作、八の字曲線動作、滴型動作などの拡張性と柔軟性を持たせられることが明らかになった。統一的な数値実験においては、水平方向の振幅  $A_x$ 、垂直方向の振幅  $A_y$ 、関節中心  $O_2$  の軌道回転角  $\phi$ 、入力軸  $O_1$  と関節中心  $O_2$  との位相差  $\delta$  という4つの媒介変数によって、拡張 Theo Jansen 機構が様々な新しい機能的な歩容軌道を生成でき、特異姿勢や分岐を避けるように設計できることがわかった。重要な点としては、破綻のない脚先軌道の描いた  $\phi$  と位相差  $\delta$  の相図における回転角  $\phi$  と位相差  $\delta$  の特定の反比例の関係が、生成率に多大な影響を与えるということである。拡張 Theo Jansen 機構において特異姿勢を避けるためには、振幅によるリンク長の制限だけではなく、 $\phi$  と  $\delta$  との連動が重要であり、それらを考慮することで拡張機構を設計することが可能となる。

表 4.1: Theo Jansen 機構におけるリンク長

リンク名	辺	リンク長 [ $\times 10^{-3}\text{m}$ ]
$l_1$	$O_1A$	50.0
$l_2$	$AB$	200.0
$l_3$	$O_2B$	137.5
$l_4$	$BC$	200.0
$l_5$	$O_2C$	147.5
$l_6$	$AD$	200.0
$l_7$	$O_2D$	137.5
$l_8$	$CE$	142.5
$l_9$	$DE$	145.0
$l_{10}$	$DF$	140.0
$l_{11}$	$EF$	200.0
$l_{12}$	$FG$	40.0
$a$	$O_1O_2$	143.0

表 4.2: 3 種類の機能的軌道生成のための実験条件.

$A_x$  と  $A_y$  とは各々  $O_2$  軌道における水平ならびに垂直方向への振幅を表す.  $\delta$  は入力回転軸  $O_1$  と拡張機構の関節中心  $O_2$  との位相差,  $\phi$  は  $O_2$  の回転角を表す. 本実験では, 角速度  $\pi/2$  rad/s を実現するような 1 回転入力を与えられる. 計算機実験の実験時間は  $t = 0 \leq t \leq 4$  s であり, ステップ幅は  $dt = 1/90$  とした. 収束計算には, Newton-Raphson 法を用いた.

変数名	段差乗り越え	八の字曲線	滴型
$A_x [\times 10^{-3} \text{ m}]$	70	20	100
$A_y [\times 10^{-3} \text{ m}]$	140	100	70
$\delta [\text{rad}]$	$-270\pi/180$	$-240\pi/180$	$-30\pi/180$
$\phi [\text{rad}]$	0	$45\pi/180$	0

表 4.3: 振幅可変による機能的軌道生成実験の実験条件

変数名	$A_x$ の可変域	$A_y$ の可変域
$A_x [\times 10^{-3} \text{ m}]$	$0 \leq A_x \leq 350$	100
$A_y [\times 10^{-3} \text{ m}]$	100	$0 \leq A_y \leq 350$
$\omega [\text{rad/s}]$	$\pi/2$	$\pi/2$
$t [\text{s}]$	$0 \leq t \leq 4$	$0 \leq t \leq 4$
$dt [\text{s}]$	1/90	1/90
$\delta [\text{rad}]$	0	0
$\phi [\text{rad}]$	$0 \leq \phi \leq 11\pi/6$	$0 \leq \phi \leq 11\pi/6$
$d\phi [\text{rad}]$	$\pi/6$	$\pi/6$

表 4.4: 位相・回転角可変による機能的軌道生成実験の実験条件

変数名	円軌道	横長の楕円軌道	縦長の楕円軌道
$A_x [\times 10^{-3} \text{ m}]$	100	50	100
$A_y [\times 10^{-3} \text{ m}]$	100	100	50
$\omega [\text{rad/s}]$	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$
$t [\text{s}]$	$0 \leq t \leq 4$	$0 \leq t \leq 4$	$0 \leq t \leq 4$
$dt [\text{s}]$	1/90	1/90	1/90
$\delta [\text{rad}]$	$0 \leq \delta \leq 11\pi/6$	$0 \leq \delta \leq 11\pi/6$	$0 \leq \delta \leq 11\pi/6$
$d\delta [\text{rad}]$	$\pi/6$	$\pi/6$	$\pi/6$
$\phi [\text{rad}]$	$0 \leq \phi \leq 11\pi/6$	$0 \leq \phi \leq 11\pi/6$	$0 \leq \phi \leq 11\pi/6$
$d\phi [\text{rad}]$	$\pi/6$	$\pi/6$	$\pi/6$

表 4.5: 破綻のない生成軌道の分布実験に用いた実験条件

変数名	数値
$A_x [\times 10^{-3} \text{ m}]$	$0 \leq A_x \leq 350$
$dA_x [\times 10^{-3} \text{ m}]$	10
$A_y [\times 10^{-3} \text{ m}]$	$0 \leq A_y \leq 350$
$dA_y [\times 10^{-3} \text{ m}]$	10
$\omega [\text{rad/s}]$	$\pi/2$
$t [\text{s}]$	$0 \leq t \leq 4$
$dt [\text{s}]$	1/90
$\delta [\text{rad}]$	$0 \leq \delta \leq 11\pi/6$
$d\delta [\text{rad}]$	$\pi/6$
$\phi [\text{rad}]$	$0 \leq \phi \leq 11\pi/6$
$d\phi [\text{rad}]$	$\pi/6$

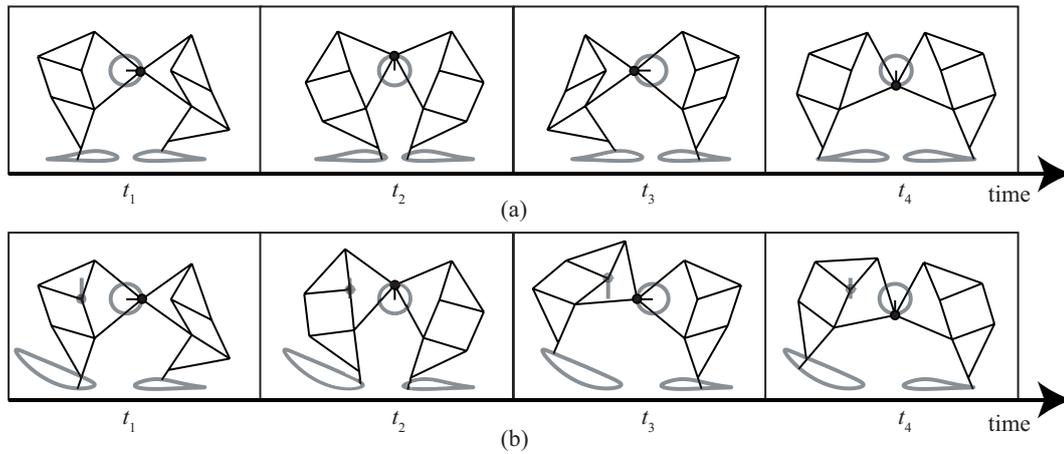


図 4.1: Theo Jansen 機構と拡張 Theo Jansen 機構の移動形態の変化. 黒色線と灰色線は各々リンク機構とその脚先軌道および可動関節の動作を表す. それぞれ各  $\pi/2$  rad ずつの姿勢を表しており, 入力軸  $O_1$  の角度が  $\mathbf{t} = [t_1, t_2, t_3, t_4] = [0, \pi/2, \pi, 3\pi/2]$  のときの様子を示した. 本図では, 機構は右から左に向かって進んでいく. (a) オリジナルの Theo Jansen 機構の時間発展を表す. (b) 拡張 Theo Jansen 機構の可動点にあたる関節中心  $O_2$  および脚先の軌道を表す. 図 (b) は, 左足が段差を乗り越えるような動作として生成されている.

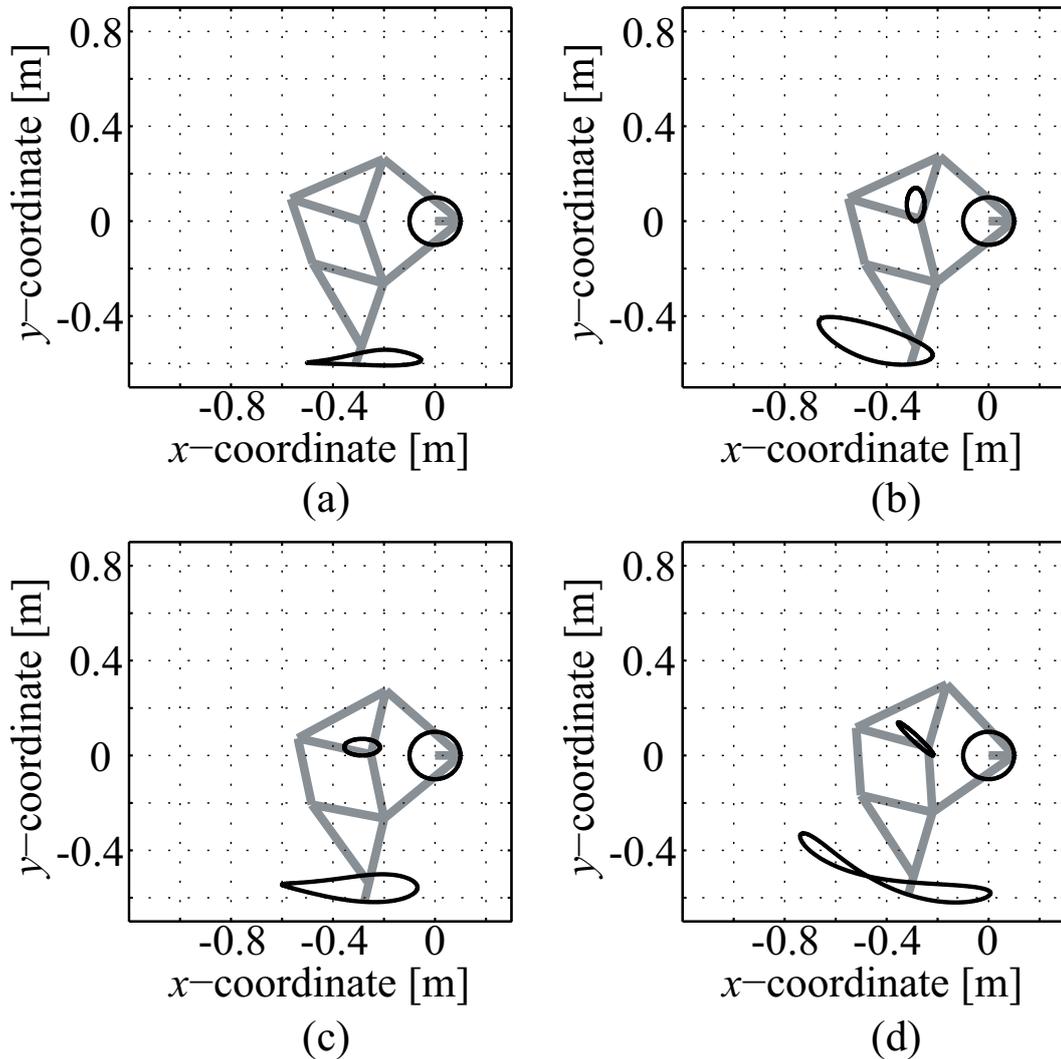


図 4.2: 拡張 Theo Jansen 機構における軌道拡張例. (a) 関節中心  $O_2$  を動作させない場合の拡張軌道. オリジナルの Theo Jansen 機構の軌道と同一である. (b) 関節中心  $O_2$  を縦長の楕円軌道を描くように拡張した際の脚先軌道. (c) 関節中心  $O_2$  を横長の楕円軌道を描くように拡張した際の脚先軌道. オリジナルの軌道に類似した軌道が生成された. (d) 関節中心  $O_2$  を  $3\pi/4$  rad 傾けた楕円軌道によって生成された八の字曲線軌道.  $O_1$  と  $O_2$  とは同じ角度変化を伴って同期回転させた.

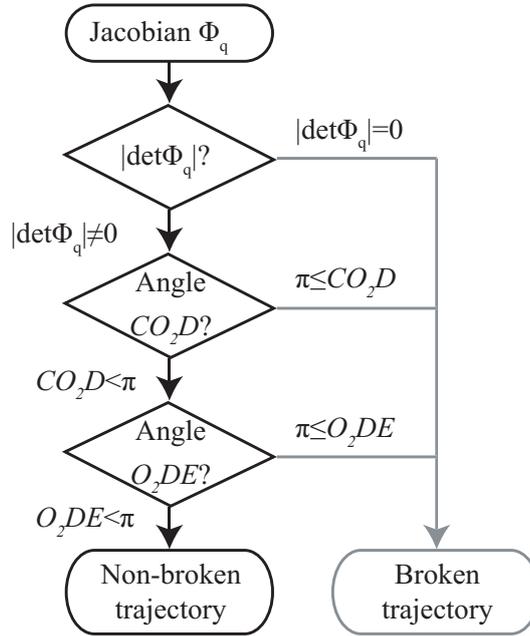


図 4.3: ヤコビ行列の行列式と機構における特定角を利用した特異姿勢の検出手順. まず, 特異姿勢かどうかの判定が行われる. すなわちヤコビ行列の行列式  $|\det\Phi_q|$  がゼロのとき, 機構は特異姿勢となる. また  $CO_2D$  もしくは  $O_2DE$  が  $\pi$  rad 以上となるとき, 機構は分岐し破綻すると判断する.

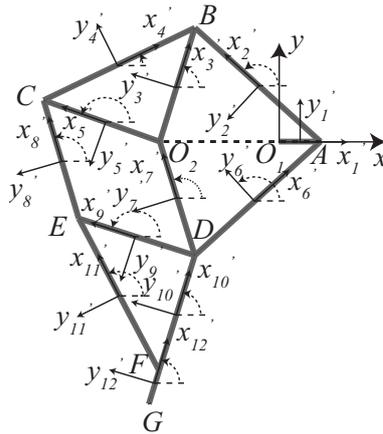


図 4.4: Theo Jansen 機構における一般化座標の定義. 図中の  $x$  と  $y$  とは, ローカル座標系における座標軸を表し, 回転矢印は反時計回りを正として, 根元の水平線を  $0$  rad とした時の回転角を表す [44].

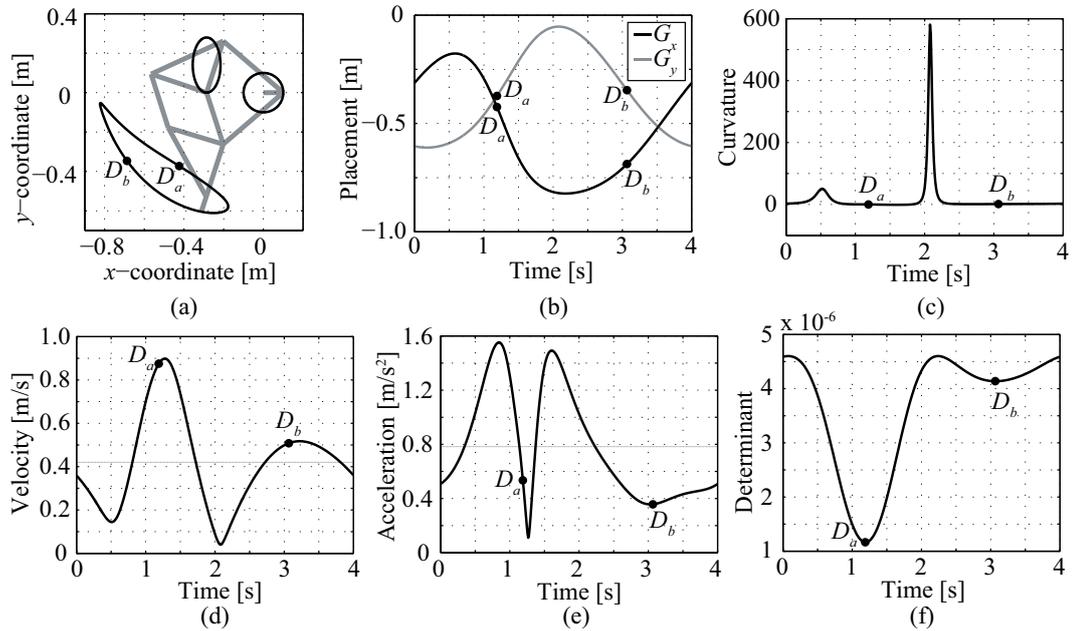


図 4.5: MBD を用いた段差乗り越え動作の詳細解析. (a) 関節中心  $O_2$  の動作によって生成された脚先軌道, (b) 脚先軌道  $G_x$  と  $G_y$  との時間発展, (c)  $\frac{\dot{x}\ddot{y}-\ddot{x}y}{(\dot{x}^2+\dot{y}^2)^{\frac{3}{2}}}$  によって与えられた軌道の曲率, (d) 脚先軌道の速度, (e) 脚先軌道の加速度, (f) ヤコビ行列の行列式の時間発展を各々表す. 速度と加速度の解析においては, その平均値を灰色線として記した. 各図の  $D_a$  と  $D_b$  とは, ヤコビ行列の行列式における極値を各々示し, それを (a) から (f) に重ねて描画した. ヤコビ行列の行列式がゼロになると機構が特異姿勢になることを示す. 行列式の極値は他の量の極値とは対応していなかった.

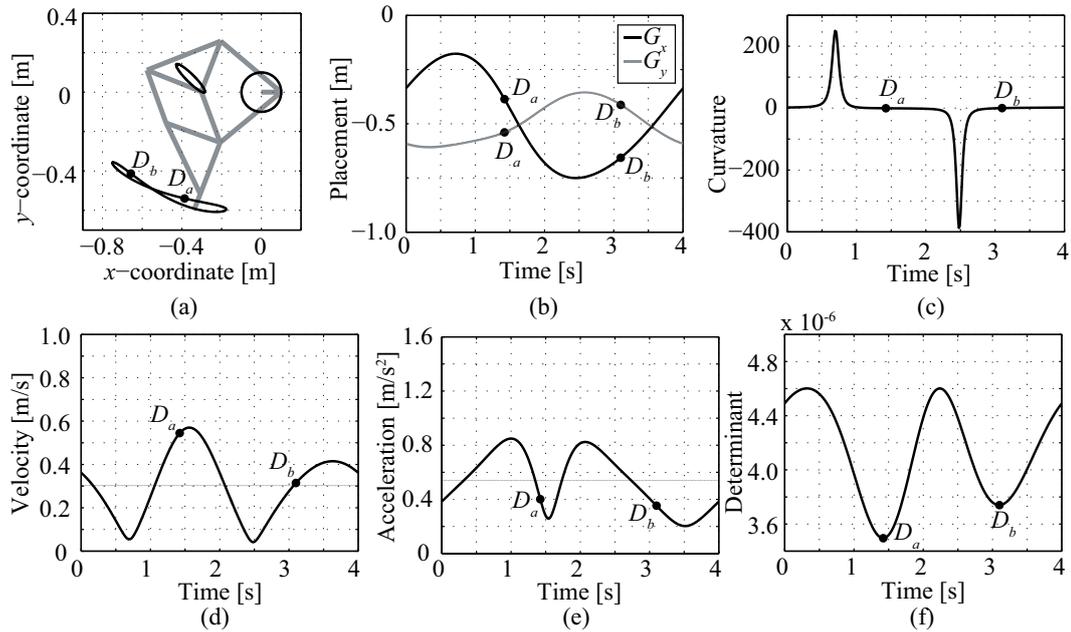


図 4.6: MBD を用いた八の字曲線動作の詳細解析. (a) 関節中心  $O_2$  の動作によって生成された脚先軌道, (b) 脚先軌道  $G_x$  と  $G_y$  との時間発展, (c)  $\frac{\dot{x}\ddot{y}-\ddot{x}y}{(\dot{x}^2+\dot{y}^2)^{3/2}}$  によって与えられた軌道の曲率, (d) 脚先軌道の速度, (e) 脚先軌道の加速度, (f) ヤコビ行列の行列式の時間発展を各々表す. 速度と加速度の解析においては, その平均値を灰色線として記した. 各図の  $D_a$  と  $D_b$  とは, ヤコビ行列の行列式における極値を各々示し, それを (a) から (f) に重ねて描画した. ヤコビ行列の行列式がゼロになると機構が特異姿勢になることを示す. 行列式の極値は他の量の極値とは対応していなかった.  $D_a$  の値は図 4.5 より大きい値となった.

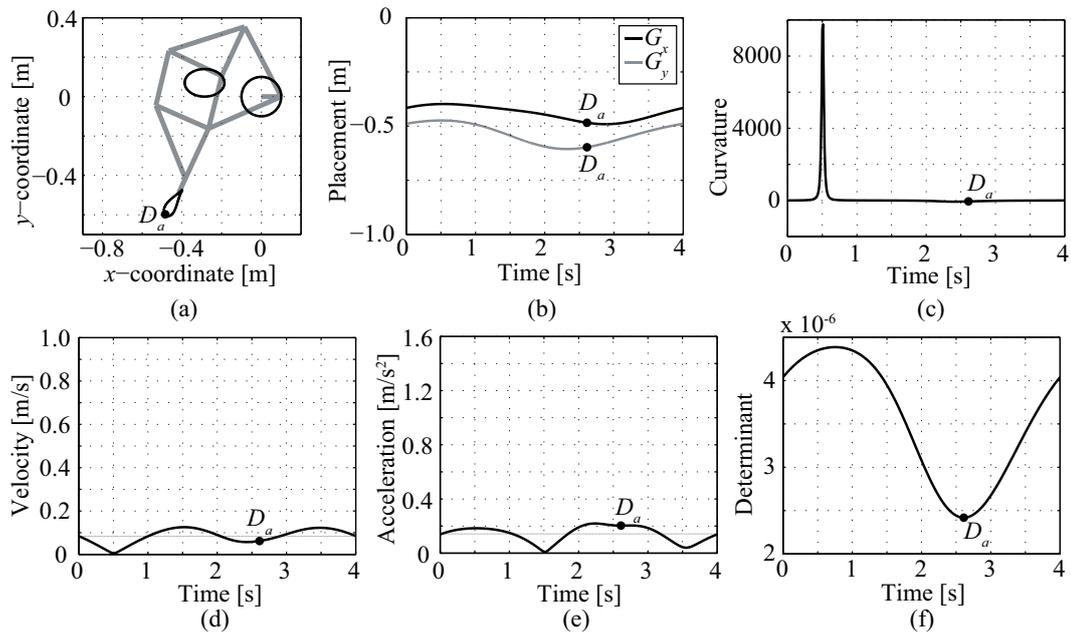


図 4.7: MBD を用いた滴型動作の詳細解析. (a) 関節中心  $O_2$  の動作によって生成された脚先軌道, (b) 脚先軌道  $G_x$  と  $G_y$  との時間発展, (c)  $\frac{\dot{x}\dot{y}-\ddot{x}y}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$  によって与えられた軌道の曲率, (d) 脚先軌道の速度, (e) 脚先軌道の加速度, (f) ヤコビ行列の行列式の時間発展を各々表す. 速度と加速度の解析においては, その平均値を灰色線として記した. 各図の  $D_a$  は, ヤコビ行列の行列式における極値を各々示し, それを (a) から (f) に重ねて描画した. ヤコビ行列の行列式がゼロになると機構が特異姿勢になることを示す. 行列式の極値は他の量の極値とは対応していなかった. 回転軸  $O_1$  と関節中心  $O_2$  とが打ち消し合うように動作するため,  $D_a$ , 速度, 加速度の値は小さな値となった.

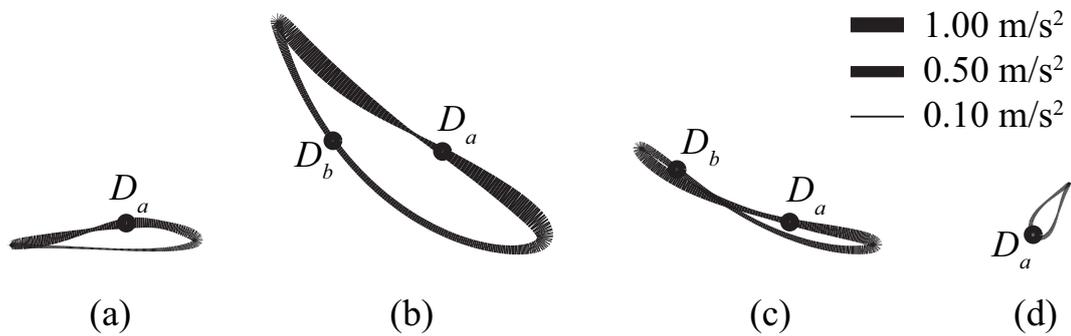


図 4.8: 4 種類の生成された脚先軌道と加速度との比較結果. (a) オリジナルの Theo jansen 機構, (b) 図 4.5 で示した段差乗り越え動作, (c) 図 4.6 で示した八の字曲線動作, (d) 図 4.7 で示した滴型動作を各々表す. (a) から (c) に関する共通の性質として, 行列式  $D_a$  の極小値は, 遊脚相において加速度の極小値がみられる直前に表れた. これは速度の増減に関連している.

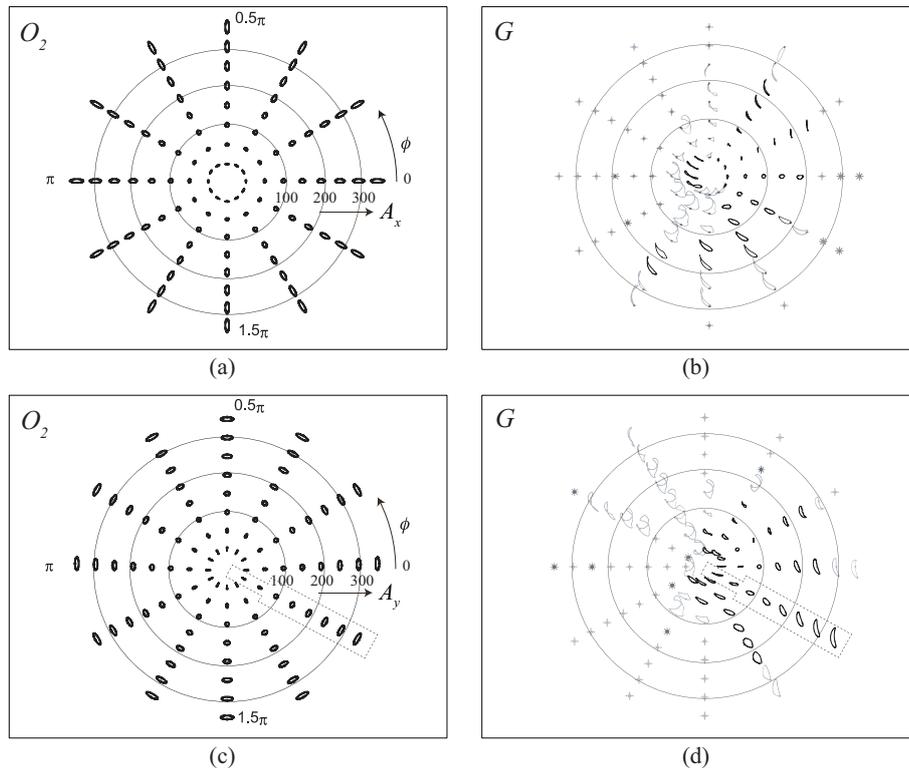


図 4.9: 拡張 Theo Jansen 機構における可動点である関節中心  $O_2$  の内, 振幅  $A_x$  と  $A_y$  とを  $[0, 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350] \times 10^{-3} \text{ m}$  と 8 つのパターンに分け, 回転角  $\phi$  を  $\pi/6 \text{ rad}$  毎に変化させた時の生成軌道例. 図上部の (a) と (b) とは, 水平方向への振幅  $A_x$  を可変にした場合, 図下部の (c) と (d) とは, 垂直方向への振幅  $A_y$  を可変にした場合の  $O_2$  軌道 (a),(c) と脚先軌道  $G$  (b),(d) を各々表す. 生成パターンは全部で 96 通り (振幅の 8 通り  $\times$  回転角の 12 通り) である. 脚先軌道  $G$  (b),(d) において, 黒色線と灰色線は各々破綻のない生成軌道と破綻のある生成軌道を示す.  $A_x$  と  $A_y$  との可変による影響を比較すると, 破綻のない生成軌道は各々 34 と 35 パターンとなり, おおよそ 35% の軌道生成率となった. 生成率の高い箇所を分析すると,  $A_x$  においては  $\phi = 0$  のときに, 振幅の大きさが  $200 \times 10^{-3} \text{ m}$  以下のときに破綻のない軌道が生成された. また  $A_y$  においては  $\phi = -\pi/6$  のときに, 0 から  $350 \times 10^{-3} \text{ m}$  というすべての実験条件において破綻のない軌道が生成されることがわかった. この結果は, 振幅には拡張の制限があり,  $A_y$  の拡張においては, 特定の回転角においてロバスト性を有していることが示唆される.

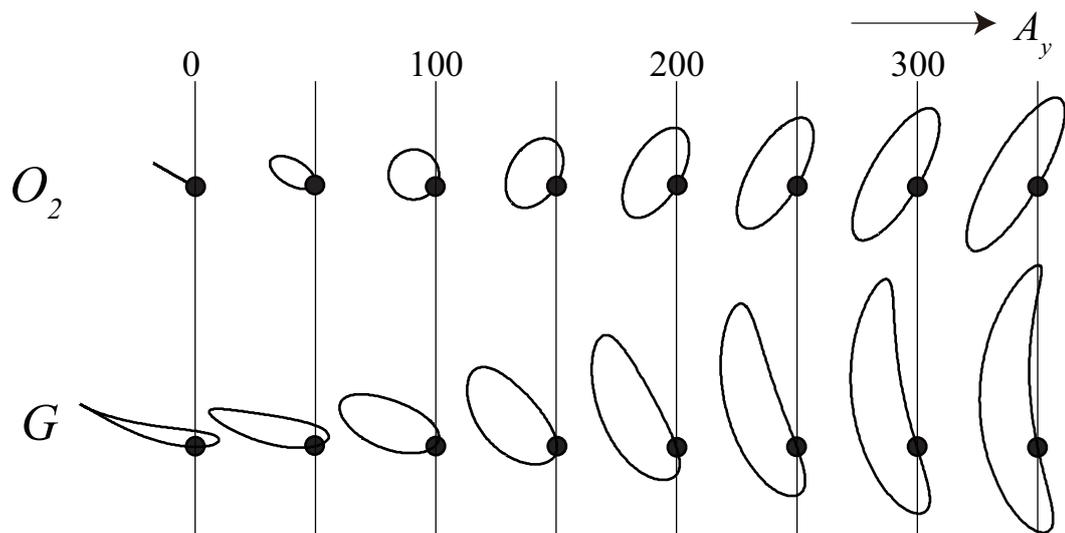


図 4.10: 垂直方向への振幅  $A_y$  の可変および回転角  $\phi = -\pi/6$  rad としたときの (図 4.9(c),(d)) 関節中心  $O_2$  と脚先軌道  $G$  との対応関係図. 本結果では, 関節中心  $O_2$  が楕円状に変化する際に, 脚先軌道はオリジナルの Theo Jansen 機構が有している歩行軌道に類似する歩行軌道から, 図 4.5 において解析を行った段差乗り越え軌道への変化していく様子がわかる. この結果は, 回転角  $\phi$  を精確に設定することによって, 破綻のない脚先軌道が生成されうることを示唆するものである.

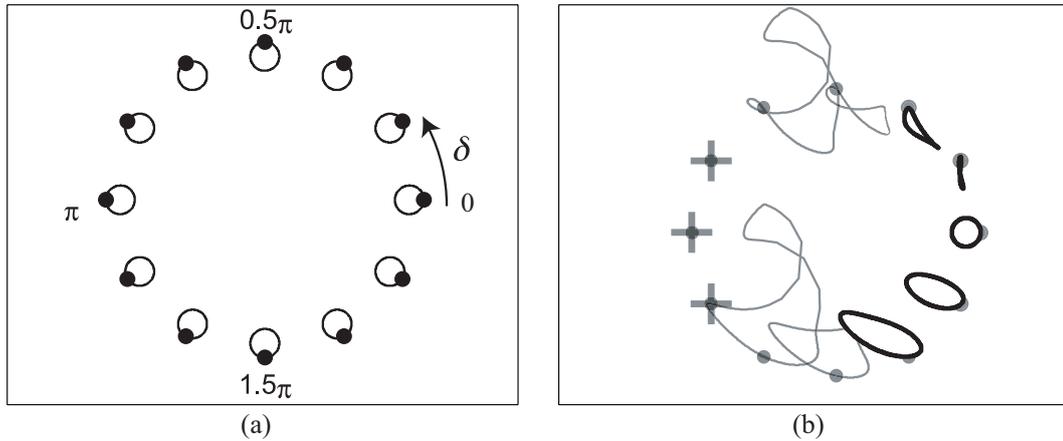


図 4.11: 回転軸  $O_1$  と回転中心  $O_2$  との位相差を等しくした際 ( $\delta = 0$ ) の生成軌道例。振幅を  $A_x = A_y = 100 \times 10^{-3}$  と円軌道として, 回転角  $\phi$  を変化させた。4.4.1 節で定義した図 4.3 の軌道の分類方法に則り, ヤコビ行列の行列式がゼロになった条件には (\*) 印を, 分岐を伴う破綻機構には (+) 印を付加した。また軌道形状が  $1 \text{ m}^2$  の大きさを占めるものについては, 描画せず上記の点のみを配置した。 $\phi$  の変化に着目すると  $-2\pi/6 \leq \phi \leq 2\pi/6$  の範囲において, 軌道が破綻なく生成されやすいことが明らかになった。一方で,  $\phi$  が  $\pi/2 \leq \phi \leq 3\pi/2 \text{ rad}$  のときには, そのほとんどの軌道が破綻をきたすことが明らかになった。

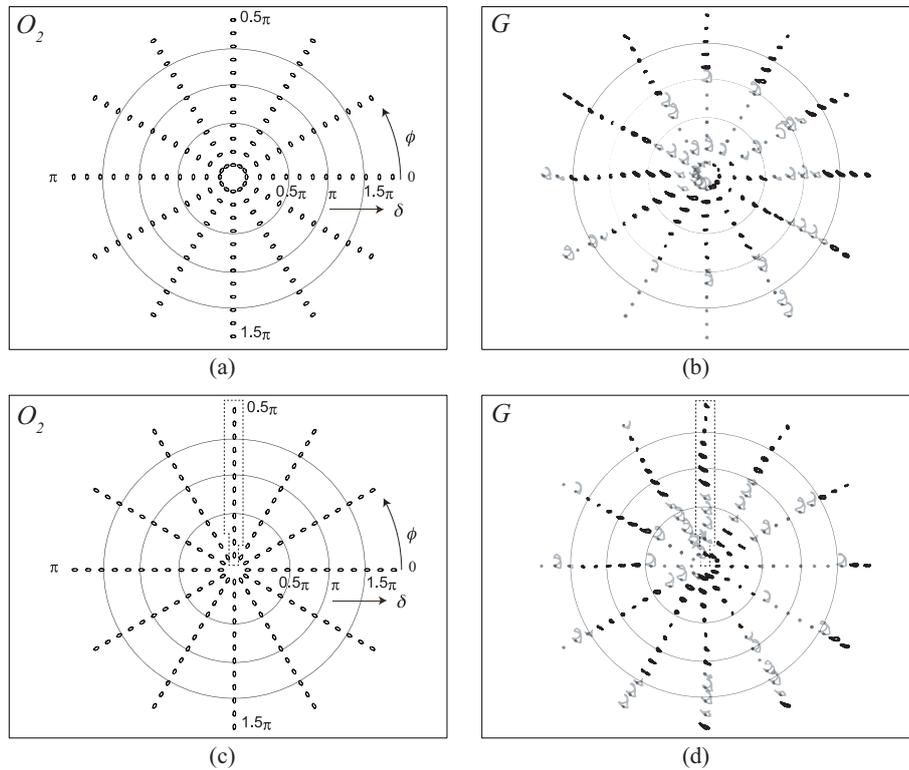


図 4.12: 拡張 Theo Jansen 機構における可動点である関節中心  $O_2$  の内, 回転角  $\phi$  と位相差  $\delta$  とを  $0$  から  $11\pi/6$  rad まで  $\pi/6$  and ずつ変化させたときの生成軌道例. 図上部の (a) と (b) とは振幅を  $[A_x, A_y] = [50, 100] \times 10^{-3}$  m とし, 図下部の (c) と (d) とは, 振幅を  $[A_x, A_y] = [100, 50] \times 10^{-3}$  m とした. 生成パターンは全部で 144 通り (回転角の 12 通り  $\times$  位相差の 12 通り) である. 脚先軌道  $G$ (b),(d) において, 黒色線と灰色線は各々破綻のない生成軌道と破綻のある生成軌道を示す. 2 条件を比較すると, 軌道の生成率は各々 70 と 71 パターンとなり, おおよそ 50% の軌道生成率となった. この結果により, 破綻のない軌道の生成には特定の回転角  $\phi$  の幅が存在することが示唆された.

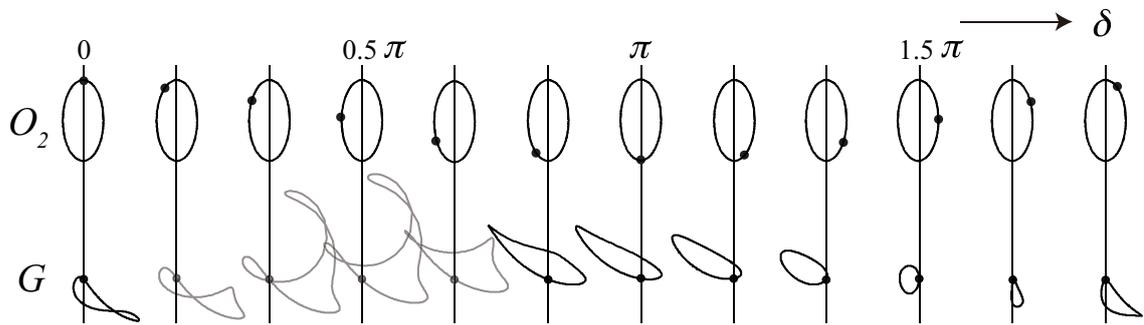


図 4.13: 位相差および回転を  $\pi/2$  rad としたときの (図 4.12(c),(d)) 関節中心  $O_2$  と脚先軌道  $G$  との対応関係図. 本結果では, 破綻のある機構が  $\pi/6$  rad から  $4/6\pi$  rad の位相差の範囲においてみられた. この結果は, 位相差  $\delta$  を精確に設定することによって, 破綻のない脚先軌道が生成されうることを示唆するものである.

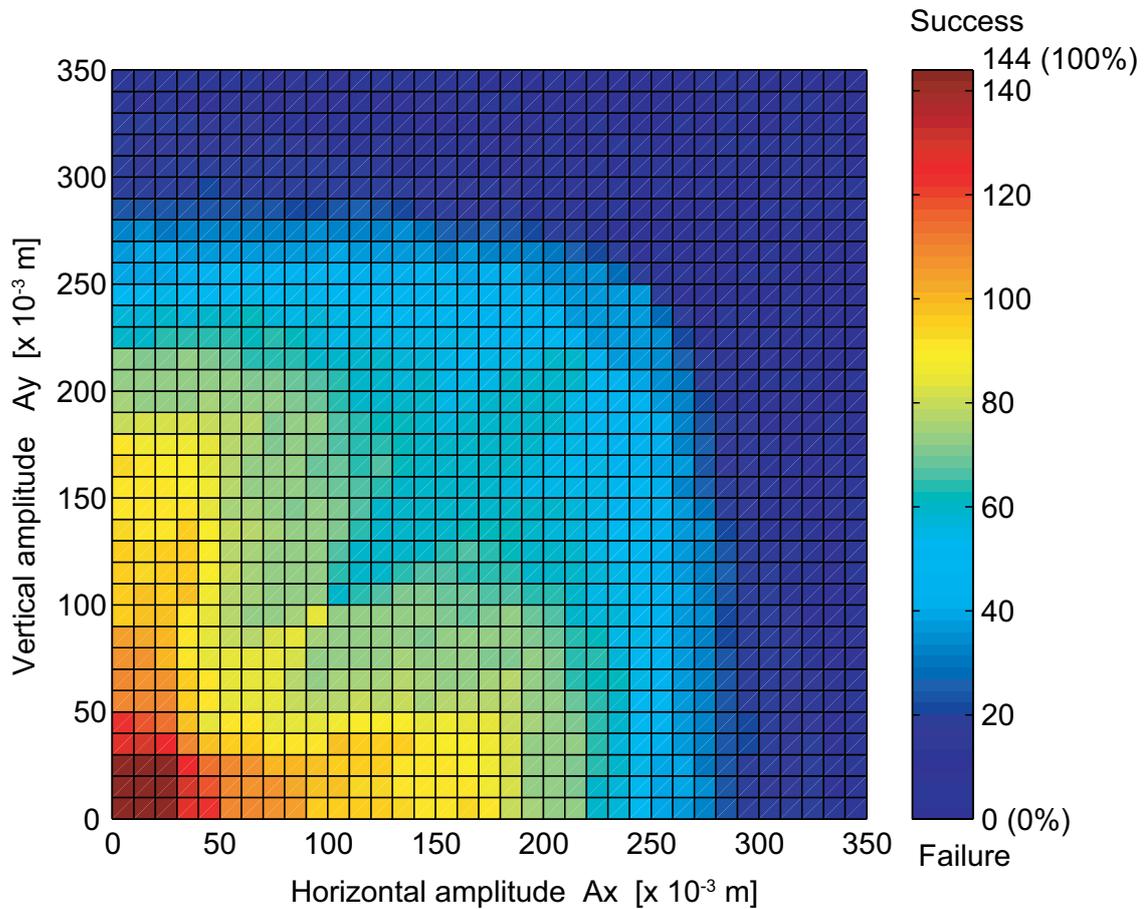


図 4.14:  $A_x$ - $A_y$  を軸とした破綻のない生成軌道の等高線図. 水平方向への振幅  $A_x$  と垂直方向への振幅  $A_y$  との変化に伴う軌道生成率を表す. 図中における赤色の画素は破綻のない生成軌道を示し, 青色の画素は破綻のある生成軌道を各々表す.  $A_x$  と  $A_y$  とが等しくないときの方が, 生成率が高くなっていることがわかる. したがって, 関節中心  $O_2$  は楕円軌道として拡張する方が良いことを意味する.

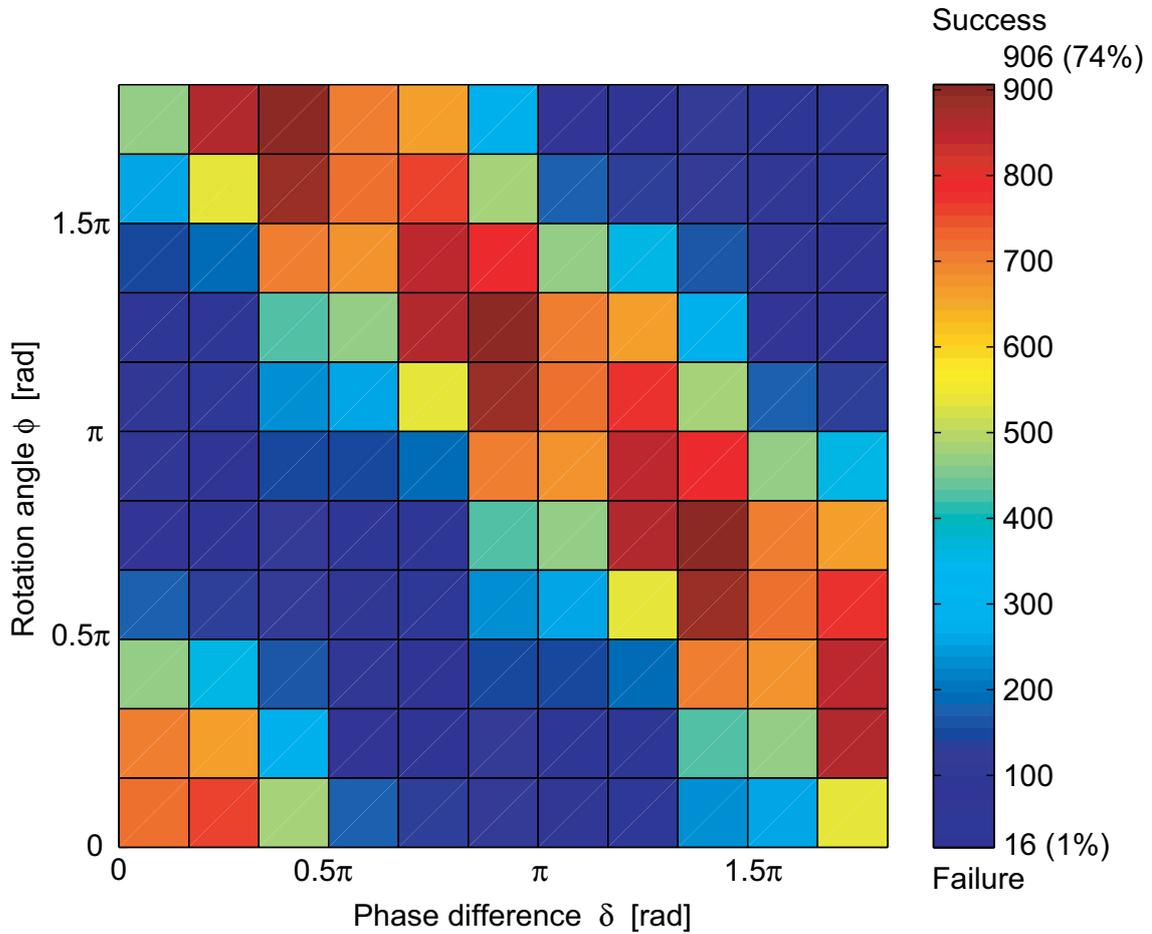


図 4.15:  $\delta$ - $\phi$  を軸とした破綻のない生成軌道の等高線図. 位相差  $\delta$  と回転角  $\phi$  との変化に伴う軌道生成率を表す. 図中における赤色の画素は破綻のない生成軌道を示し, 青色の画素は破綻のある生成軌道を各々表す. 最も赤い画素における軌道の生成率は 74% となることが明らかになった. したがって, 破綻のない軌道を生成するためには,  $\delta$  と  $\phi$  との特定の反比例の関係を維持する必要があることが明らかになった.

## 第5章 考察と今後の展望

### 5.1 多脚機構の移動性能評価

Multibody dynamics (MBD) が、閉リンク機構を有する3種類の歩行ロボットの定式化に有効であり、各々歩行特性の解析ならびに比較を統一的行えることを明らかにしてきた。異なる機構を有するロボット間の比較において、移動仕事率は基準指標となり得た。筆者は閉リンク機構を有する歩行ロボットと、他の一般的な歩行ロボット(1脚ロボット, 2脚ロボット, 4脚ロボット, 6脚ロボット)と人間の歩行と走行の移動特性について移動仕事率の観点から比較を行った。1脚の跳躍ロボットとして知られている Gregorio's ARL monopod I [45] と ARL monopod II [46] とは体を揺動させることにより跳躍移動することができる。これらのロボットの移動速度  $v = [0.4, 0.6]$  の範囲においては、閉リンク機構を有する3種類の歩行ロボットと、これら複雑な制御により跳躍を実現できる1脚ロボットは、同じような移動仕事率の傾向を示した。

Cavagna [47] は、人間の歩行と走行に必要な消費エネルギーについて、移動仕事率を評価指標にして研究した。また受動歩行が可能な2脚ロボットとして有名な, McGeer's gravity walker [41] は、自重を利用して、脚を振り子のように動かし、その位置エネルギーのみを利用してゆるやかな斜面を歩くことができる。受動歩行ロボットは電気的なアクチュエータやコントローラを有しておらず、身体と地面との相互作用によって人間のような2足歩行を実現可能である。Schiehlen [50] は、受動的動歩行の性質を有した歩行ロボットであり、移動仕事率を  $\epsilon = 0.05$  と非常に小さくしながら、能動的に歩くように設計される。このモデルでは、制御則を導入することによりエネルギー消費量を低減させつつ2足歩行することが可能である。

4脚ロボットも様々研究されており [51–53], 脚間を協調どうさせることにより, トロット, ペース, バウンドからなる複数の移動形態を発現させることが可能である. 多くの4脚ロボットは, 脚部に個別のアクチュエータを利用しており, 必ずしも低いエネルギー消費において動作することができないという特徴を有している.

安定歩行を考える上で6脚ロボットの果たす役割は重要である [54–56]. これらの6脚ロボットは, 支持安定多角形を構築することで, 性的に安定性を保ちながら動作することが可能である. 特徴的な歩容としては三脚ずつの歩行とバウンド歩行がみられる. また脚間の協調運動を実現するために, 各脚にリミットサイクルを配し, それに運動形態が引き込むような設計もみられる.

閉リンク機構を有する歩行ロボットと, 1脚ロボット, 2脚ロボット, 4脚ロボット, 6脚ロボット, さらには人間の歩行と走行の移動特性は移動仕事率という同じ評価指標によって比較が可能である. 自重による位置エネルギーを利用している受動歩行ロボットは, 人間の歩行や走行よりも小さな移動仕事率によってその動作を達成できることがわかる. この結果は, 移動仕事率が受動歩行ロボットや人間の移動形態においては移動速度に応じて増加し, 他の1脚ロボットや4脚ロボット, 6脚ロボットにおいては, 逆に移動速度が減少していることを示しており, 両者の間では移動するための方略が異なっていることが示唆される.

閉リンクを有する歩行ロボットにおいては, 人間の歩行や走行と同じように, 移動仕事率は移動速度に応じて増加しており, これは1脚ロボットや他の多脚ロボットにはみられない挙動である. Theo Jansen 機構における移動仕事率の最小値は, 人間の歩行時に必要な移動仕事率に近い値となった. また1脚ロボットは空気圧を利用したアクチュエータを利用することによって移動仕事率を実現できるのに対し, 閉リンク機構を有する歩行ロボットは, 接地の瞬間に滑らかに脚を動かすことによって, そのエネルギー消費を抑えることによって, 移動仕事率を得ている. すなわち閉リンク機構を含む歩行ロボットは, その機構の内部に受動歩行性を取り込んでおり, 入力 of 駆動

力から脚先への軌道としての出力まで、効果的な運動の変換と調整を行っていると考えられる。

## 5.2 拡張多脚機構が有する機能的な歩容パターンの設計

拡張多脚機構が有する機能的な歩容パターンの設計では、拡張 Theo Jansen 機構は MBD により定式化され [5,6], オリジナルの Theo Jansen 機構において固定点であった関節中心  $O_2$  に楕円の方程式を導入することにより、従来にない拡張軌道が生成可能であることが明らかになった。

機能的な歩容は、生物模倣型ロボットとして様々な形で研究されてきた [77,78,83–85,87]。またヒトの軌道動作に関する解析においては、Ivanenko ら [88] が歩行、走行、跳躍、しゃがみ歩き、障害物回避、空中でのステップング、そして走行に関連した八の字曲線軌道として分類する研究を行った。ヒトの機構と Theo Jansen 機構とは異なる機構であるが、それにも関わらず、これらのヒト歩容に類似した歩容を、構造の全く異なる Theo Jansen 機構が潜在的に有していることは、注目できる点である。ヒトのような複雑な筋骨格系を有していなくても、機構内の連動によって類似する軌道が生成できるということは、機構を超えた共通の設計原理が存在することを示唆する。

拡張 Theo Jansen 機構においては、入力軸  $O_1$  と関節中心  $O_2$  との位相差  $\delta$  と回転角  $\phi$  の特定の協調動作によって、機構が複雑であったとしても様々な機能的な軌道を生成可能である。位相・回転・回転というパラメータ空間に基づいた身体各部の制御という考え方は、位相振動子と身体拘束との協調動作として広く議論されてきた [13]。このような制御機構は、位相振動子の同期機構を追加することで、拡張された振る舞いを生成することが可能である [67]。本節での結果は、全く構造の異なる機構においても、位相と回転という観点から考えることで、被制御器（機構）と制御器（神経系）を協調動作させるための制御様式を構築できることを示唆するものである。

リンク機構における特異姿勢解析に焦点を当てると、特異姿勢解析は、パラレルリ

リンク機構やマニピュレータにおいて研究されてきた [89–95]。ロボットにおける特異姿勢の回避は、安全な作業計画や行動を実現するために非常に重要である。平面パラレルマニピュレータにおいて、Gosselin と Angeles [89] は鎖状のヤコビ行列を伴う数学的基盤を確立し、同手法が RRRP 機構や、Watt 機構、回転機構を有する 3 自由度機構、球状の 3 自由度を有するパラレルマニピュレータに適用可能かどうかを調べた研究が報告されている。一方筆者は、4 節リンク機構の拡張によって構成されている拡張 Theo Jansen 機構に対して、筆者の提案手法を利用することで特異姿勢の詳細な解析が行えることを示した。

幾何学的な性質に焦点をあてると、Liu ら [92] は、パラレルマニピュレータの特異姿勢の検出のために、Morse 理論 [96] に基づく微分位相幾何学を用いた手法を提案した。Morse 理論は、対象の多様体における微分可能関数によって記述された多様体の位相幾何学である。対象における特定の位相幾何学的構造を見つけ、多様体に基づく相似構造（例えばトーラスの一部）に分解することができる。本節の解析において、筆者は、特異姿勢を検出するためのパラメータ空間における位相・回転の関連について明らかにした。これは一般化座標に基づく運動学と動力学の記述により、位相幾何学的な特徴の抽出を可能としたものである。

## 5.3 今後の展望

今後目指すべき方向性は、運動一制御間における設計原理の解明にむけた力学系の設計である。

MBD が機構のダイナミクスに加え機構の内部構造を記述できるということは、機構の有する身体性を定量的に表現できるということを意味する。その身体性を機構の構造に求め、特異点や歩容遷移の連続性を調べることによって、無限定な環境下で適応的な行動がとれるような設計原理を構築していく必要がある。歩容遷移の原理解明やロボットの力学系の設計は未だ困難な問題であり、歩容間の大域的引き込み現象の

利用 [97] や位相縮約による制御方程式の導出などの先行研究 [98] がみられるものの、統一的な理論の構築までには至っていない。これらの先行研究は、制御器の設計という形で集約されており、被制御器のモデリングが必ずしも十分でない。筆者の研究は、被制御器のモデリングを通してその内部構造を明らかにすることによって、制御の要となる機構を理解できれば、制御器の負荷を低減でき得るという視点に立つものであり、先行研究とは方向性が異なる。

従来の MBD の枠組みでは、機構の運動学を記述する際に、運動学拘束式と駆動拘束式という 2 つの拘束式について議論してきた。しかしながら、機構上の拘束域を明らかにする上では、先の拘束式だけでは機構内部の冗長性を記述することができない。筆者は研究を通して、拡張機構を設計するためには振幅・回転・位相差という制御変数が重要であると指摘した。これは機構の内部の記述を考える際に、運動学拘束式と駆動拘束式に加えて、機構内部の動作伝達を調整するための位相拘束式の存在の必要性を示唆するものである。すなわち、機構の運動学の記述には入出力の伝達という役割に加えて、適切なタイミングで動作を伝達するという調整の役割を明示的に記述する必要があると考えられ、これは被制御器における支配則であることが示唆される (図 5.1)。

MBD は拡大法という概念を利用することで、その微分代数方程式を拡張することのできる性質を有している。羽田ら [99] は、機械系の MBD にヒトの系を組み合わせた機械—ヒトのハイブリッド系を構築し、拡大された MBD が解析を行えることを示した。拘束式が増加するということは、系が冗長になることを意味する。実時間における適応的な行動を考える上では、サイズの大きいヤコビ行列の解析は好ましくない。この点に関しては、運動学拘束式を縮約するという対応が可能であると考えられる。縮約の結果、系は少なくとも一般化座標の数まで低減することが可能である。この場合位相拘束式は、運動学拘束式と駆動拘束式の中に組み込まれ、陽には表れなくなると考えられる。このような方法は、被制御器内部の可視化につながり、運動学拘束式とヤコビ行列のサイズを明示的に拡張することによって、はじめて明らかになるもの

であり、微分代数方程式における指数と数学的構造に関係している。一般に、高指数微分代数方程式には、いくつかの隠れた制約があることが知られている [100]。岩田ら [101] は、微分代数方程式における隠れた制約式を利用して、電気回路における最適モデリングによる数式決定が可能であることを示した。この概念は、電気回路には応用が見られるものの、機械的な拘束条件を有したシステムには適応例がなく、今後 MBD として利用した微分代数方程式の機械分野への応用や定量的な解析が望まれる。

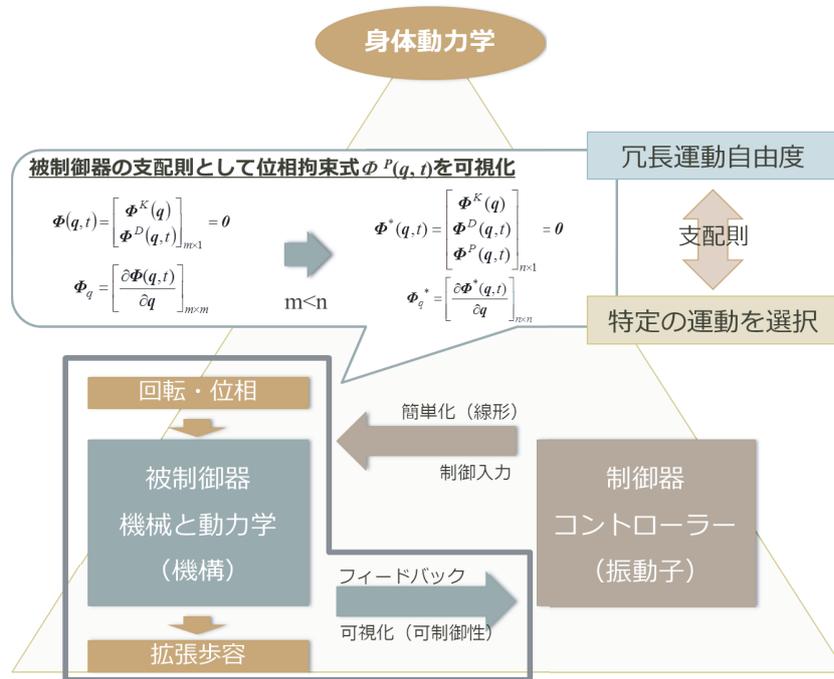


図 5.1: 被制御器における支配則の展望。回転と位相が被制御器の支配則として働き、動作の流れを調整することで、運動選択の問題を解消する。

## 第6章 本研究の総括

多数の組み合わせから構成される Multibody System (MBS) の数理的な記述方法として知られている Multibody Dynamics (MBD) は、産業機械における機構解析に留まらず、歩行ロボットや生体工学といった分野に対しても有用な手法であり、従来の工学技術を越え新たな運動—制御間における設計原理になり得ることが期待される。

本研究では、

1. MBD が機構のダイナミクスに加え機構の内部構造に焦点をあて、機構の構造上の特異点や歩容遷移の連続性を調べることを手法として有効な手法であることを提案し、
2. 閉リンク機構としてモデル化された身体構造の持つ機能発現について明らかにすること、

を目的に研究をおこなってきた。運動—制御間における設計原理を明らかにするためにその関連が顕著に現れる移動体を対象とし、特に拘束条件の複雑さからモデル化が困難である歩行ロボットを研究対象とした。

歩行ロボットは開リンク機構と閉リンク機構との構成に大別できる。開リンク機構は、要求された動作をマニピュレータの動きとして実現されるために利用される。しかしながら、脚機構としてのマニピュレータの各関節にアクチュエータが埋め込まれているために、必ずしも滑らかに動作することができず、生物システムのような効率的な動作を行うこともできないという課題がある。

一方で閉リンク機構に焦点を当てると、19世紀に開発された Chebyshev 機構は生物の簡単な移動形態を再現したものとして知られている。同機構は4節リンク機構から

構成されている閉リンク機構の発展系である。また近年では、風の力によって砂浜を歩行することが可能な、Theo Jansen 機構が知られている。同機構は 11 節のリンク機構から成る閉リンク機構であり、少ないエネルギー消費で歩行様動作を再現することができる。また Klann も 7 節リンク機構からなる閉リンク機構を提案し、クモの歩容動作を再現することが可能である。本研究では、筆者は、これらの閉リンク機構を有する歩行ロボットにおける軌道の滑らかさや消費エネルギーを明らかにするために、MBD を用いた定式化を行い、比較検証を行った。

結果として、Chebyshev 機構、Klann 機構、Theo Jansen 機構ともに遊脚相では脚を素早く動かし、支持脚相では脚を低速で動かすという歩行に必要な共通の性質を有していることが明らかになった。エネルギー消費では、同じような性質を持ちながらも Theo Jansen 機構が最もエネルギー消費の少ない機構であることがわかった。さらに 3 種類の閉リンク機構を有する歩行ロボットと他の 1 脚、2 脚、4 脚、6 脚ロボットと人の歩行、走行との歩行性能を比較するために移動仕事率を比較した。3 種類の閉リンク機構を有する歩行ロボットは、低速においては 1 脚ロボットとして知られる ARL monopod I, II に近い移動仕事率を示し、人間の歩行や走行と同じように、歩行速度が増加するにつれてその移動仕事率も増加する傾向にあることが明らかになった。本研究で提案した MBD を用いた多体系の解析手法は、閉リンク機構を有するような複雑な機構に対しても統一的な解析が可能であり、異なる機構をもつ歩行ロボットの解析において有効な手法であることが示せた。

以上の結果をふまえて、身体構造の持つ機能発現について明らかにするためには、特異姿勢を巧く避けつつ限定された動作を実現するための方策を講じる必要がある。そこで筆者は、閉リンク機構を有する歩行ロボットの中で最も歩行効率の良い Theo Jansen 機構を拡張することによって、体構造の持つ機能発現について明らかにした。従来の Theo Jansen 機構に可動点を増やすことで自由度が増加した拡張 Theo Jansen 機構における特異姿勢解析を行なった。生成された柔軟な歩容が有する拡張性を明らかにする

ために、拡張軌道生成のためのパラメータを Theo Jansen 機構における関節中心に定義し数値実験をおこなった。

その結果、水平および垂直方向の振幅、関節中心軌道の回転角、入力軸と回転関節軸との位相差という4つのパラメータを変化させることによって拡張機構の特異姿勢解析が行え、振幅・回転角・位相差からなるパラメータ空間が生成軌道の形態を変化させるために重要な役割を果たしていることが明らかになった。拡張 Theo Jansen 機構が従来の歩行軌道だけでなく、段差乗り越え動作や走行動作、跳躍動作なども有していることがわかった。特定の移動形態の制御という観点から考えると、本研究は、機構に内在する振幅と位相差との反比例関係が特異姿勢を避けるための有益なパラメータとなり、機構の破綻や分岐を起こさないように作用していると言える。これはトラス状態空間において位相と回転とによって表される単純なパラメータのいくつかを用いることにより、複雑な筋骨格系を制御する神経振動子の同期現象という生物学的根拠との一致を示唆しているものと考えられる。

以上により、本研究における成果は以下のように集約される。

1. MBD が閉リンク機構を有するような複雑な機構のダイナミクスに加え機構の内部構造が有する構造上の特異点や歩容遷移の連続性を調べることを手法として有効な手法であることを提案し、異なる機構をもつ歩行ロボットの解析において有効な手法であることが示せた。
2. 機構に内在する振幅と位相差との反比例関係が特異姿勢を避けるための有益なパラメータとなり、機構の破綻や分岐を起こさないように作用させることによって、機能的な身体構造の持つ機能発現を設計できることを明らかにした。

本研究における多体系の解析手法は、閉リンク機構のような複雑な拘束条件に対しても統一的な解析が可能であり、機構が有効な動作を生み出すには、周期性と位相という簡約した拘束条件に集約できる制御が、身体機能発現において動作の調整機構として作用することを示唆し、本研究はこのような特性を一般の身体機構においても解析

可能にする理論基盤を構築した。

## 参考文献

- [1] Flores, P., Ambrósio, J., Claro, J. P., and Lankarani, H. M., “Kinematics and dynamics of multibody systems with imperfect joints: models and case studies (Vol. 34),” Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [2] Schiehlen, W., “Symbolic computations in multibody systems,” Springer Netherlands, pp. 101-136, 1994.
- [3] Schiehlen, W., “Multibody system dynamics: roots and perspectives,” *Multibody System Dynamics*, Vol. 1, no. 2, pp. 149-188, 1997.
- [4] Eberhard, P. and Schiehlen, W., “Computational dynamics of multibody systems: history, formalisms, and applications,” *Journal of computational and nonlinear dynamics*, Vol. 1, no. 1, pp. 3-12, 2006.
- [5] Haug, E. J., “Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems/Vol.1 Basic Methods,” Allyn and Bacon, Boston, 1989.
- [6] Nikravesh, P. E., “Computer-aided analysis of mechanical systems,” Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.
- [7] Nikravesh, P. E., “Initial condition correction in multibody dynamics,” *Multibody System Dynamics* Vol. 18, no. 1, pp. 107-115, 2007.
- [8] Schwab, A. L. and Wisse, M., “Basin of attraction of the simplest walking model,” *Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conference*. Vol. 6, pp. 531-539, 2001.

- [9] Wisse, M., Schwab, A. L., and van der Helm, F. C., "Passive dynamic walking model with upper body," *Robotica*, Vol. 22, no. 6, pp. 681-688, 2004.
- [10] Schiehlen, W., "Computational dynamics: theory and applications of multibody systems," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 25, no. 4, pp. 566-594, 2006.
- [11] Blajer, W., Krzysztof, D., and Zenon, M., "Multibody modeling of human body for the inverse dynamics analysis of sagittal plane movements," *Multibody System Dynamics*, Vol. 18, no. 2, pp.217-232, 2007.
- [12] Rosenbaum, D. A., "Human motor control," Academic Press, Burlington, 2009.
- [13] Taga, G., Yamaguchi, Y., and Shimizu, H., "Self-organized control of bipedal locomotion by neural oscillators in unpredictable environment," *Biological Cybernetics*, Vol. 65, no. 3, pp. 147-159, 1991.
- [14] Vukobratović, M. and Stepanenko, J., "On the stability of anthropomorphic systems," *Mathematical biosciences*, Vol. 15, no. 1, pp. 1-37, 1972.
- [15] Goswami, A., "Postural stability of biped robots and the foot-rotation indicator (FRI) point," *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 18, no. 6, pp. 523-533, 1999.
- [16] Vukobratovic, M., Borovac, B., Surla, D., and Stokic, D., "Biped locomotion: dynamics, stability, control and application (Vol. 7)," . Springer-Verlag, Berlin, 1990.
- [17] 大須賀公一, 石黒章夫, 鄭心知, 杉本靖博, 大脇大, "制御系に埋め込まれた陰的制御則が適応機能の鍵を握る!?" *日本ロボット学会誌*, Vol. 28, no. 4, pp. 491-502, 2010.
- [18] Shieh, W. B., Tsai, L. W., and Azarm, S., "Design and optimization of a one - degree - of - freedom six - bar leg mechanism for a walking machine," *Journal of Robotic systems*, Vol. 14, no. 12, pp. 871-880, 1997.
- [19] 鷲塚 祐希, 大島 徹, 小柳 健一, 本吉 達郎, "動物の筋骨格系による四脚ロボットの歩容生成," *日本機械学会講演論文集*, No. 147-1, 2014.
- [20] Bernstein, S. N., "The Scientific Legacy of P. L. Chebyshev," *Academy of Sciences of*

- USSR, 1945.
- [21] Klann, J., "Walking device," US Patent 6478314, 12 Nov., 2002.
- [22] Jansen, T., "Theo Jansen: The Great Pretender," Nai010 Publishers, Rotterdam, 2007.
- [23] McGhee, R. B., "Some finite state aspects of legged locomotion," *Mathematical Biosciences*, Vol. 2, no.1, pp. 67-84, 1968.
- [24] Gabrielli, G., von Kármán, T., "What price speed? Specific power required for propulsion of vehicles," *Mechanical Engineering*, Vol. 72, pp. 775-781, 1950.
- [25] 清水信行, 今西悦二郎, "マルチボディダイナミクス (1) - 基礎理論 -, " コロナ社, 2006.
- [26] 清水信行, 曾我部潔, "マルチボディダイナミクス (2) - 数値解析と実際 -, " コロナ社, 2007.
- [27] Hooker, W., Margulies, G., "The dynamical attitude equations for n-body satellite," *Journal of the Astronautical Sciences*, Vol. 12, no. 4, pp. 123-128, 1965.
- [28] Roberson, R. E., Wittenvurg, J., "A Dynamical Formulation for an Arbitrary Number of Interconnected Rigid Bodies, with Reference to the Problem of Satellite Attitude Control," *Proc. of 3rd IFAC*, Vol. 46 D, pp. 1-46, 1967.
- [29] Kane, T. R., Levinson, D. A., "Dynamics, theory and applications," McGraw-Hill, New York, 1985.
- [30] Kane, T. R., Levinson, D. A., "Formulation of equations of motion for complex spacecraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 3, no. 2, pp. 99-112, 1980.
- [31] Schiehlen, W., "Research trends in multibody system dynamics," *Multibody System Dynamics*, Vol. 18, no. 1, pp. 3-13, 2007.
- [32] Silva, M. P., Ambrósio, J. A. C., "Kinematic data consistency in the inverse dynamic analysis of biomechanical systems," *Multibody System Dynamics*, Vol. 8, no. 2, pp. 219-239, 2002.

- [33] 狼嘉彰, 木田隆, 山口功, “特集: LSS と近未来制御理論 (解説) LSS のダイナミクス, モデリングおよび低次元化,” 計測と制御, Vol. 26, no. 10, pp. 845-854, 1987.
- [34] Schiehlen, W., “Multibody systems handbook,” Springer, Berlin, 1990.
- [35] Shabana, A. A., “Dynamics of multibody systems,” Cambridge university press, New York, 1989.
- [36] 藤田勝久, “機械運動学: 機械力学の基礎から機構動力学解析まで,” 森北出版, 2004.
- [37] Baumgarte, J., “Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical systems,” Comput methods Appl. Mech. Eng., Vol. 1, pp. 1-16, 1972.
- [38] Stejskal, V., Michael V., “Kinematics and dynamics of machinery,” Marcel Dekker, New York, 1996.
- [39] Flores, P., Machado, M., Seabra, E., da Silva, M. T., “A parametric study on the Baumgarte stabilization method for forward dynamics of constrained multibody systems,” Journal of computational and nonlinear dynamics, Vol. 6, pp. 1-9, 2011.
- [40] Nikravesh, P. E., “Planar multibody dynamics: Formulation, programming and applications,” CRC Press, Florida, 2007.
- [41] McGeer, T., “Passive dynamic walking,” The international journal of robotics research, Vol. 9, pp. 62-82, 1990.
- [42] Ingram, A. J., “A new type of mechanical walking machine,” PhD thesis, Department of Mechanical and Industrial Engineering Technology, University of Johannesburg, Johannesburg, South Africa, 2006.
- [43] Moldovan, F., Dolga, V., Ciontos, O., and Pop, C., “CAD design and analytical model of a twelve bar walking mechanism,” University Politehnica of Bucharest Scientific Bulletin, Series D: Mechanical Engineering, Vol. 73, no. 2, pp. 35-48, 2011.
- [44] Komoda, K., Wagatsuma, H., “Singular configurations analyses of the modifiable Theo Jansen-like mechanism by focusing on the Jacobian determinant - A finding limitations

- to exceed normal joint range of motion,” In *Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, 2014 IEEE/ASME International Conference on, 76-81, (2014)
- [45] Gregorio, P., Ahmadi, M., Buehler, M., “Design, control, and energetics of an electrically actuated legged robot. *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on*, Vol. 27, pp. 626-634, 1997.
- [46] Ahmadi, M., Buehler, M., “The ARL monopod II running robot: Control and energetics,” In *Robotics and Automation, IEEE International Conference on*, Vol. 3, pp. 1689-1694, 1999.
- [47] Cavagna, G. A., Kaneko, M., “Mechanical work and efficiency in level walking and running,” *The Journal of Physiology*, Vol. 268, pp. 467-481, 1977.
- [48] Collins, S., Ruina, A., Tedrake, R., Wisse, M., “Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers,” *Science*, Vol. 307, pp. 1082-1085, 2005.
- [49] Collins, S. H., Wisse, M., Ruina, A., “A three-dimensional passive-dynamic walking robot with two legs and knees,” *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 20, pp. 607-615, 2001.
- [50] Schiehlen, W., “Energy-optimal design of walking machines,” *Multibody System Dynamics*, Vol. 13, pp. 129-141, 2005.
- [51] Hutter, M., Gehring, C., Bloesch, M., Hoepflinger, M., Siegwart, R., “Walking and Running with StarLETH,” In *The 6th International Symposium on Adaptive Motion of Animals and Machines (AMAM)*, EPFL-CONF-189758, 2013.
- [52] Raibert, M. H., Brown Jr, H. B., Chepponis, M., Koechling, J., Hodgins, J. K., Dushman, D., Borvansky, L., “Dynamically Stable Legged Locomotion,” 1989.
- [53] Talebi, S., Poulakakis, I., Papadopoulos, E., Buehler, M., “Quadruped robot running with a bounding gait,” In *Experimental Robotics VII*, Springer Berlin, pp. 281-289, 2001.
- [54] Campbell, D., Buehler, M., “Preliminary bounding experiments in a dynamic hexa-

- pod,” Springer Berlin, pp. 612-621, 2003.
- [55] Jin, B., Chen, C., Li, W., “Power consumption optimization for a hexapod walking robot,” *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Vol. 71, pp. 195-209, 2013.
- [56] Haldane, D. W., Peterson, K. C., Garcia Bermudez, F. L., Fearing, R. S., “Animal-inspired design and aerodynamic stabilization of a hexapedal millirobot,” In *Robotics and Automation (ICRA), 2013 IEEE International Conference on*, pp. 3279-3286, 2013.
- [57] M. Sitti, A. Menciassi, A. J. Ijspeert, K. H. Low, and S. Kim, “Survey and introduction to the focused section on bio-inspired mechatronics,” *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, Vol. 18, no. 2, pp. 409-418, 2013.
- [58] H. Funabashi, K. Ogawa, Y. Gotoh, and F. Kojima, “Synthesis of leg mechanisms of biped walking machine (Part I, Synthesis of Ankle-Path-Generator),” *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers Series C*, Vol. 50, no. 455, pp. 1292-1297, 1984.
- [59] D. Giesbrecht, C. Q. Wu, and N. Sepehri, “DESIGN AND OPTIMIZATION OF AN EIGHT-BAR LEGGED WALKING MECHANISM IMITATING A KINETIC SCULPTURE, “WIND BEAST”,” *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, Vol. 36, no. 4, pp. 343-355, 2012.
- [60] S. W. Kim, H. Jung, Y. Kim, H. Kim, S. H. Han, and D. H. Kim, “Analysis and Design of a Legged Walking Robot Based on Jansen Mechanism” *SCIS & ISIS*, Vol. 2010, No. 0, pp. 920-924, 2010.
- [61] M. Sitharam, and M. Wang, “How the Beast really moves: Cayley analysis of mechanism realization spaces using CayMos,” *Computer-Aided Design*, Vol. 46, pp. 205-210, 2014.
- [62] S. Nansai, N. Rojas, M. R. Elara, R. Sosa, and M. Iwase, “On a Jansen leg with multiple gait patterns for reconfigurable walking platforms,” *Advances in Mechanical Engineering*, Vol. 7, no. 3, pp. 1-18, 2015.

- [63] K. Komoda and H. Wagatsuma, "A proposal of the extended mechanism for Theo Jansen linkage to modify the walking elliptic trajectory and a study of cyclic base function," Dynamic Walking Conference, 2012.
- [64] A. J. Ijspeert, K. H. Low, and S. Kim, "Central pattern generators for locomotion control in animals and robots: A review," *Neural Networks*, Vol. 21, no. 4, pp. 642-653, 2008.
- [65] G. Cappellini, Y. P. Ivanenko, R. E. Poppele, and F. Lacquaniti, "Motor patterns in human walking and running," *Journal of neurophysiology*, Vol. 95, no. 6, pp. 3426-3437, 2006.
- [66] I. A. Rybak, N. A. Shevtsova, M. Lafreniere - Roula, and D. A. McCrea, "Modelling spinal circuitry involved in locomotor pattern generation: insights from deletions during fictive locomotion," *The Journal of physiology*, Vol. 577, no. 2, pp. 617-639, 2006.
- [67] S. Aoi, T. Kondo, N. Hayashi, D. Yanagihara, S. Aoki, H. Yamaura, N. Ogihara, T. Funato, N. Tomita, K. Senda, and K. Tsuchiya, "Contributions of phase resetting and interlimb coordination to the adaptive control of hindlimb obstacle avoidance during locomotion in rats: a simulation study," *Biological cybernetics*, Vol. 107, no. 2, pp. 201-216, 2013.
- [68] T. Yoshikawa, "Foundations of robotics: analysis and control," The MIT Press, London, 1990.
- [69] A. Ghassaei, "The Design and Optimization of a Crank-Based Leg Mechanism," Senior Thesis, Pomona College, 2011.
- [70] A. Seeni, B. Schäfer, and G. Hirzinger, "Robot mobility systems for planetary surface exploration-state-of-the-art and future outlook: A literature survey," *Aerospace Technologies Advancements*, INTECH Open Access Publisher, pp.189-208, 2010.
- [71] B. Klaassen, R. Linnemann, D. Spenneberg, and F. Kirchner, "Biomimetic walking

- robot SCORPION: Control and modeling,” *Robotics and autonomous systems*, Vol. 41, no. 2, pp. 69-76, 2002.
- [72] M. Görner, “Mechatronic Concept of Crawler from DLR-Hand II Technology”, Diploma Thesis, Institute of Robotics and Mechatronics, German Aerospace Center, 2007.
- [73] D. S. Apostolopoulos, “Analytic Configuration of Wheeled Robotic Locomotion,” Ph. D thesis, Carnegie Mellon University, 2001.
- [74] G. Besseron, C. Grand, F. B. Amar, F. Plumet, and P. Bidaud, “Locomotion modes of an hybrid wheel-legged robot,” *Climbing and Walking Robots*, Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 825-833, 2005.
- [75] Z. Rehmat, J. Roll, J. S. Lee, W. Yim, and M. B. Trabia, “Design of “Figure-8” Spherical Motion Flapping Wing for Miniature UAV,” *ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, pp. 539-546, 2009.
- [76] S. F. Masoomi, S. Gutschmidt, and X. Chen, “State of the Art in Biomimetic Swimming Robots: Design Principles and Case Study,” *Handbook of Research on Advancements in Robotics and Mechatronics*, Pennsylvania, pp. 118-152, 2014.
- [77] S. P. Sane, “The aerodynamics of insect flight,” *The journal of experimental Biology*, Vol. 206, no. 23, pp.4191-4208, 2003.
- [78] M. H. Dickinson, F. O. Lehmann, and S. P. Sane, “Wing rotation and the aerodynamic basis of insect flight,” *Science*, Vol. 284, no. 5422, pp. 1954-1960, 1999.
- [79] C. P. Ellington, “The novel aerodynamics of insect flight: applications to micro-air vehicles,” *Journal of Experimental Biology*, Vol. 202, no. 23, pp. 3439-3448, 1999.
- [80] J. B. Keller and S. I. Rubinow, “Swimming of flagellated microorganisms,” *Biophysical Journal*, Vol. 16, no. 2, pp. 151-170, 1976.

- [81] A. Pikovsky, M. Rosenblum, and J. Kurths, "Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences," Cambridge university press, New York, Vol. 12, 2003.
- [82] R. Żbikowski, C. Galiński, and C. B. Pedersen, "Four-bar linkage mechanism for insectlike flapping wings in hover: Concept and an outline of its realization," *Journal of mechanical design*, Vol. 127, no. 4, pp. 817-824, 2005.
- [83] L. J. Yang, "The micro-air-vehicle Golden Snitch and its figure-of-8 flapping," *Journal of Applied Science and Engineering*, Vol. 15, no. 3, pp. 197-212, 2012.
- [84] L. Wen and G. Lauder, "Understanding undulatory locomotion in fishes using an inertia-compensated flapping foil robotic device," *Bioinspiration & biomimetics*, Vol. 8, no. 4, pp. 1-15, 2013.
- [85] L. Was and E. Lauga, "Optimal propulsive flapping in Stokes flows," *Bioinspiration & biomimetics*, Vol. 9, no. 1, pp. 1-14, 2014.
- [86] C. Galiński and R. Żbikowski, "Insect-like flapping wing mechanism based on a double spherical Scotch yoke," *Journal of the Royal Society Interface*, Vol. 2, no. 3, pp. 223-235, 2005.
- [87] S. Tadano, R. Takeda, and H. Miyagawa, "Three dimensional gait analysis using wearable acceleration and gyro sensors based on quaternion calculations," *Sensors*, Vol. 13, no. 7, pp. 9321-9343, 2013.
- [88] Y. P. Ivanenko, G. Cappellini, N. Dominici, R. E. Poppele, and F. Lacquaniti, "Modular control of limb movements during human locomotion," *The Journal of Neuroscience*, Vol. 27, no. 41, pp. 11149-11161, 2007.
- [89] C. Gosselin and J. Angeles, "Singularity analysis of closed-loop kinematic chains," *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, Vol. 6, no. 3, pp. 281-290, 1990.
- [90] B. M. St-Onge and C. M. Gosselin, "Singularity analysis and representation of the general Gough-Stewart platform," *The International Journal of Robotics Research*, Vol.

- 19, no. 3, pp. 271-288, 2000.
- [91] X. Kong and C. M. Gosselin, “Kinematics and singularity analysis of a novel type of 3-CRR 3-DOF translational parallel manipulator,” *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 21, no. 9, pp. 791-798, 2002.
- [92] G. Liu, Y. Lou, and Z. Li, “Singularities of parallel manipulators: a geometric treatment,” *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, Vol. 19, no. 4, pp. 579-594, 2003.
- [93] F. Dietrich, J. Maaß, C. Bier, I. Pietsch, A. Raatz, and J. Hesselbach, “Detection and avoidance of singularities in parallel kinematic machines,” In *Robotic Systems for Handling and Assembly*, Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 77-92, 2011.
- [94] D. Schütz and F. M. Wahl, “*Robotic Systems for Handling and Assembly*,” Springer Tracts in Advanced Robotics, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, Vol. 67, 2010.
- [95] J. Zhao, Z. Feng, N. Ma, and F. Chu, “Workspace and Singularity of Planar Parallel Linkage,” *Design of Special Planar Linkages*, Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 77-94, 2014.
- [96] J. W. Milnor, “Morse theory,” Princeton university press, New Jersey, No. 50, 1963.
- [97] Okada, M., Tatani, K., and Nakamura, Y, “Polynomial design of the nonlinear dynamics for the brain-like information processing of whole body motion,” In *Robotics and Automation, 2002. Proceedings. ICRA’02. IEEE International Conference on*, Vol. 2, pp. 1410-1415, 2002.
- [98] 青柳富誌生., “神経ネットワークにおける情報表現と機能発現 (i 特集j 創発システム研究の現状そして今後の展開総合),” *システム/制御/情報: システム制御情報学会誌*, Vol. 49, no. 12, pp. 482-487, 2005.
- [99] 羽田昌敏, 山田大介, 三浦弘樹, 辻敏夫., “人間-機械系の等価インピーダンス特性解析システム,” *計測自動制御学会論文集*, Vol. 42, no. 9, pp. 1083-1091, 2006.

- 
- [100] Ascher, U. M., Petzold, L. R., “Computer methods for ordinary differential equations and differential-algebraic equations,” Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, Pennsylvania, 1998.
- [101] Iwata, S., Takamatsu, M., Tischendorf, C., “Tractability index of hybrid equations for circuit simulation,” *Mathematics of Computation*, Vol. 81, pp. 923-939, 2012.
- [102] 川崎晴久, “C & FORTRAN による数値解析の基礎,” 共立出版, 1993.



## 謝辞

本研究を行うに当たり，始終懇切なるご指導，ご鞭撻を賜りました九州工業大学大学院生命体工学研究科 我妻広明准教授に厚く御礼申し上げます。5年間に及ぶ長期間に渡って，研究に取り組む姿勢，成果を上げるための手法，論文としてまとめる技術など様々な貴重な経験を積む機会を与えて頂きました。また本研究をまとめるに当たり，貴重な御意見，御討議を頂きました九州工業大学大学院生命体工学研究科 石井和男教授，宮本弘之准教授に深く感謝致します。

三年間の研究生活において苦楽を共にした，Guangyi Ai氏ならびにGyanendra Nath Tripathi氏に感謝の意を申し上げます。また精神的な支えになってくれたBalbir Singh Awana氏に感謝致します。さらに同研究室において多大な支援を賜った柳本昭子女史に感謝致します。

最後に，研究活動を進めるにあたり陰に日向に支え励まし暖かく見守って下さった家族に心から感謝いたします。



# 研究業績

## 本研究に関する発表論文

### 発表論文

1. **K. Komoda** and H. Wagatsuma, “Energy-Efficacy Comparisons and Multibody Dynamics Analyses of Legged Robots with Different Closed-loop Mechanisms,” *Multibody System Dynamics*, pp. 1–29 (2015年7月投稿)
2. **K. Komoda** and H. Wagatsuma, “A determinant analysis to detect the singularity of the extended Theo Jansen mechanism in the phase-rotation-amplitude parameter space,” *J Comput Sci Syst Biol*, Vol. 9, no. 1, pp. 10–22, 2015.

### 国際会議発表論文 査読有り

1. **K. Komoda** and H. Wagatsuma, “Singular configurations analyses of the modifiable Theo Jansen-like mechanism by focusing on the Jacobian determinant—A finding limitations to exceed normal joint range of motion,” *Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2014 IEEE/ASME International Conference on*, pp. 76–81, 2014.
2. **K. Komoda** and H. Wagatsuma, “A proposal of the extended mechanism for Theo Jansen linkage to modify the walking elliptic orbit and a study of cyclic base function,” *Dynamic Walking Conference 2012*, <http://www.ihmc.us/dwc2012files/Komoda.pdf>, pp. 1–3, 2012.

## 国内会議発表論文 査読有り

1. **K. Komoda** and H. Wagatsuma, “Theoretical Basis of Theo Jansen Linkage for Analysis of Dynamics by Using Kinematic Constraint Formulations,” *The 22st Annual Conference of the Japanese Neural Networks Society (JNNS 2012)*, P3–16, 2012.
2. **K. Komoda** and H. Wagatsuma, “A study of availability and extensibility of Theo Jansen mechanism toward climbing over bumps,” *The 21st Annual Conference of the Japanese Neural Networks Society (JNNS 2011)*, P3–28, pp.192-193, 2011.

## 国際会議, 研究会発表論文

1. **K. Komoda** and H. Wagatsuma, “Extended Theory of Theo Jansen Mechanism with Knee Joint Movements - An Analysis by Multi Body Dynamics with Kinematic Constraints,” *The 12th KYUTECH-POSTECH Joint Workshop on Neuroinformatics*, 2012.
2. **K. Komoda** and H. Wagatsuma, “An extension mechanism of Theo Jansen linkage for walking in bump condition,” *The 11th KYUTECH-POSTECH Joint Workshop on Neuroinformatics*, 2011.

## 国内会議, 研究会発表論文

1. 古茂田 和馬, 我妻広明, “テオ・ヤンセン機構におけるヤコビ行列を用いた変位解析に関する研究,” **電子情報通信学会技術研究報告 NC 研究会**, Vol. 112, No. 227, NC2012-56, pp. 115–120, 2012.
2. 古茂田 和馬, 我妻広明, “段差乗り越えのためのテオ・ヤンセン機構の改良,” **電子情報通信学会技術研究報告 NC 研究会**, Vol. 111, No. 241, NC2011-58, pp. 77–82, 2011

3. 古茂田 和馬, 我妻広明, “動力学解析における拡大法を用いたテオ・ヤンセン機構の拡張性検討,” 第19回創発システムシンポジウム, pp. 22, 2013.
4. 古茂田 和馬, 我妻広明, “テオ・ヤンセン機構における運動学拘束式を用いた分析,” 第18回創発システムシンポジウム, pp. 35, 2012

## 国内招待講演

1. 古茂田 和馬, “マルチボディダイナミクスによる歩容解析と身体動力学-制御の関係についての考察,” 第6回神経科学リハビリテーションロボット工学のシナジー効果に関する研究会, 2015.



## 付録A Newton-Raphson法

まず一変数における Newton-Raphson 法について説明する。非線形な関数  $f(x)$  であっても、その関数を局所的に観察すると一次関数で近似できる。一次近似された関数  $f_{(1)}(x) = ax + b = 0$  の解は計算可能である。このようにして得られた解  $x_n$  は真の解とはならないが、 $x_{n+1}, x_{n+2}, \dots$  と反復して求解することで、真の解へと収束していくことが予期できる。このような手法で非線形方程式  $f(x) = 0$  の解を求める手法を Newton-Raphson 法とよぶ [102].

いま、連続で一階微分可能な関数  $f(x)$  を考える。ある点  $x_n$  での導関数  $f'(x_n)$  が与えられるとき、点  $(x_n, f(x_n))$  を通り、傾きが  $f'(x_n)$  の直線の方程式は、

$$y = f'(x_n)(x - x_n) + f(x_n), \quad (\text{A.1})$$

で与えられる。これを  $f(x)$  の近似式と見なすと、 $f(x) = 0$  の近似解は、上式において  $y = 0$  とする解であるから、

$$x = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \quad (\text{A.2})$$

で与えられる。ここで得られた解を  $x_{n+1}$  とし、図 A.1 に示したように、点  $(x_n, f(x_n))$  を通る直線で近似する操作を繰り返す。  $|x_{n+1} - x_n| < \epsilon$  を満たすまで行ったとき、真値へ近傍したと見なし、解とする。

つぎに、多変数の非線形方程式における Newton-Raphson 法の適応方法について説

明する。ここでは以下の多変数非線形連立方程式を考える。

$$\begin{aligned}
 f_1(x_1, x_2, \dots, x_m) &= 0, \\
 f_2(x_1, x_2, \dots, x_m) &= 0, \\
 &\vdots \\
 f_m(x_1, x_2, \dots, x_m) &= 0.
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

これをまとめると以下のように表現できる。

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}. \tag{A.4}$$

この式は、MBDにおける運動学拘束式の記述に対応している。上式におけるNewton-Raphson法での漸化式は、以下のように導かれる。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}^{n+1} &= \mathbf{x}^{(n)} + \delta \mathbf{x} \\
 &= \mathbf{x}^{(n)} - \mathbf{J}(\mathbf{x}^{(n)})^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(n)}).
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

ここで、 $\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(n)})$  は  $\mathbf{x}^{(n)}$  におけるヤコビ行列である。その詳細は以下のように記述できる。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{J}(\mathbf{x}^{(n)}) &= \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \\ \frac{\partial f_2(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \\ \vdots \\ \frac{\partial f_{m-1}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \\ \frac{\partial f_m(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^T} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(\mathbf{x})}{\partial x_m} \\ \frac{\partial f_2(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(\mathbf{x})}{\partial x_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_{m-1}(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_{m-1}(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_{m-1}(\mathbf{x})}{\partial x_m} \\ \frac{\partial f_m(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \frac{\partial f_m(\mathbf{x})}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_m(\mathbf{x})}{\partial x_m} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

ここで，補正量  $\delta \mathbf{x}$  を

$$\delta \mathbf{x} = -\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(n)})^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(n)}), \quad (\text{A.7})$$

により求めると，ヤコビ行列の逆行列を求めることになる．したがって，線形方程式の数値解法により

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(n)}) \delta x = -\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(n)}), \quad (\text{A.8})$$

を満たす  $\delta \mathbf{x}$  を求める問題となる．

一般に連立非線形方程式は複数の解をもつため，Newton-Raphson 法による反復計算を行う際には，真値に近い初期値を選ぶ必要があることに注意しなければならない．

本研究における各モデルの初期値は，幾何学的な解法によって事前に  $\mathbf{O}(10^{-9})$  の精度で収束計算を用いた値を利用している．

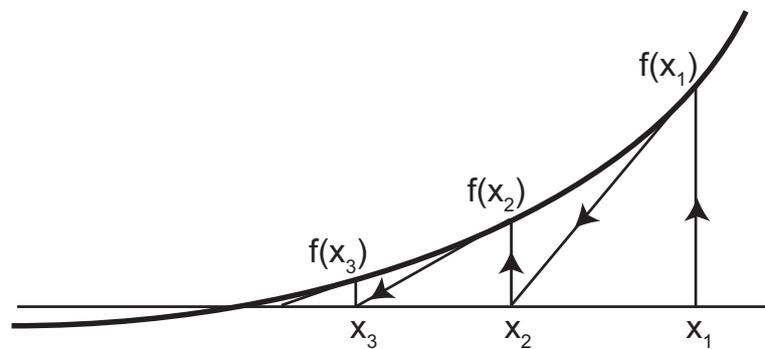


図 A.1: Newton-Raphson 法における解の収束過程



## 付録B Lagrangeの未定乗数法

多剛体系の動力学解析は、代数方程式の拘束条件のもとで、微分方程式の解を求める微分代数方程式の問題となる。このような拘束条件つきの問題を解くためには、以下に示すLagrangeの未定乗数法を利用する [26].

$\mathbf{b}$  および  $\mathbf{x}$  を  $n$  次元の列ベクトル、 $\mathbf{A}$  を  $m$  行  $n$  列の行列とする。条件式  $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$  を満足するすべての  $\mathbf{x}$  について  $\mathbf{b}^T \mathbf{x} = 0$  が成立するならば、任意の  $\mathbf{x}$  に対して、

$$\mathbf{b}^T \mathbf{x} + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{Ax} = 0, \quad (\text{B.1})$$

となるような  $m$  次元の列ベクトル  $\boldsymbol{\lambda}$  が存在する。またこのとき

$$\mathbf{b}^T + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{A} = 0, \quad (\text{B.2})$$

$$\therefore \mathbf{b} + \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda} = 0, \quad (\text{B.3})$$

の関係が成立する。

以上の定理をMBDの運動方程式に適用すると、式(2.38)のようになる。同式を再掲すると

$$[\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{Q}^A]^T \delta \mathbf{q} = 0, \quad (\text{B.4})$$

となる。ここで、 $\mathbf{A} = \Phi(\mathbf{q}, t)$ ,  $\mathbf{b} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{Q}^A$ ,  $\mathbf{x} = \delta \mathbf{q}$  とおき、上述のLagrangeの未定乗数法を適用すると、式(2.39)が得られる。同式も再掲すると以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{Q}^A + \Phi_{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\lambda} &= 0, \\ \therefore \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \Phi_{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\lambda} &= \mathbf{Q}^A. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

したがって、拘束条件付きの方程式を解くとは、Lagrange の未定乗数法における極値問題に焼き直す作業のことをさす。本研究において Lagrange の未定乗数は、運動方程式の各リンク間における拘束力と拘束トルクという物理的な意味を持つ量である。これらの値が得られることにより、微分代数方程式を解くことが可能となる。