

# ポンプ内キャビテーション流れの数値解析\*

## (第2報, ポンプ非定常特性)

田 中 禎 一<sup>\*1</sup>, 劉 立 軍<sup>\*2</sup>  
赤 間 晶 一<sup>\*3</sup>, 塚 本 寛<sup>\*4</sup>

# Numerical Analysis of Cavitating Centrifugal Pump

## (2nd Report, Pump Unsteady Characteristics)

Teiichi TANAKA<sup>\*5</sup>, Lijun LIU,  
Syoichi AKAMA and Hiroshi TSUKAMOTO

<sup>\*5</sup> Department of Mechanical and Electrical Engineering, Yatsushiro National College of Technology,  
2627 Hirayamashinmachi, Yatsushiro-shi, Kumamoto, 866-8501 Japan

An improved cavitation model described in the 1st report was applied to study the frequency response of a cavitating centrifugal pump to rotational speed. The responses of flow rate and total head rise across the pump were calculated by a liquid/vapor interface tracking method coupled with the unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes equation. Calculated responses of flow rate and total head rise were compared with the corresponding experimental ones, and showed reasonable agreement with measured data. Frequency response of the cavitating pump to rotational speed was discussed based on the calculated and measured characteristics.

**Key Words:** Cavitation, Unsteady Flow, Numerical Analysis, Centrifugal Pump, RANS Equation, Liquid/Vapor Interface Tracking Method, Frequency Response

## 1. 序 論

キャビテーション流れ場の解析については, 第1報<sup>(1)</sup>で示されたように, さまざまな研究が行われ多くの重要な知見が得られている。しかし, ナビエ・ストークス方程式を基礎式とした非定常キャビテーション流れ場の解析については, 単独翼などの比較的単純な形状を対象とした解析<sup>(2)~(4)</sup>がほとんどであり, ポンプのような複雑形状の回転流れ場を対象とした研究はほとんど行われていない。

本研究では, シートキャビテーションを伴うポンプ羽根車内流れ場の解析を目的としている。第1報<sup>(1)</sup>では, 定常キャビテーション流れを対象に, 界面追跡法とレイノルズ平均ナビエ・ストークス方程式とを組合せたキャビテーション流れ場の新しい解析モデルを提案するとともに, その妥当性の検証, ポンプ定常特

性およびキャビテーション性能について実験結果との比較を行い, 本解析モデルの妥当性と有用性を確認した。本報では, 第1報で示された解析モデルを発展させ, ポンプ非定常運転時を対象とした変動シートキャビテーション流れ場の解析を行い, 対応するポンプ動特性実験結果との比較検討により, 提案された解析モデルの適応性を確認する。さらに, これまで解明が行われていないキャビテーション条件下における回転数変動時のポンプ動特性について, その特徴を非定常流解析を通じて明らかにする。

## 2. 記 号

$A$ : 流路断面積  $\text{m}^2$   
 $A_0$ : 公称流路断面積  $\text{m}^2$   
 $b_2$ : 羽根車出口流路幅  $\text{m}$   
 $d_2$ : 羽根車外径  $\text{m}$   
 $\vec{e}_i$ :  $x_i$  方向の単位ベクトル  
 $f$ : 回転数強制変動周波数  $\text{Hz}$   
 $g$ : 重力の加速度  $\text{m/s}^2$   
 $H_c$ : 見掛けの全揚程  $\text{m}$   
 $H_i$ : 指示全揚程  $\text{m}$   
 $H_p$ : 真の全揚程  $= H_i - H_c$   $\text{m}$   
 $H_s$ : 吸込全ヘッド  $\text{m}$

\* 原稿受付 2003年8月28日。

<sup>\*1</sup> 正員, 八代工業高等専門学校機械電気工学科(☎866-8501 八代市平山新町2627)。

<sup>\*2</sup> 九州大学応用力学研究所(☎816-8580 春日市春日公園6-1)。

<sup>\*3</sup> 准員, 九州電力(株)(☎810-8720 福岡市中央区渡辺通2-1-82)。

<sup>\*4</sup> 正員, 九州工業大学大学院生命体工学研究科(☎808-0196 北九州市若松区ひびきの2-4)。

E-mail: t-tanaka@as.yatsushiro-nct.ac.jp

$H_{sv}$ : NPSH  $= H_s - p_v / \rho g$  m  
 $J$ : ヤコビアン  $= |\partial x_i / \partial \xi^j|$   
 $L$ : 代表流線の全長 m  
 $L_{eq}$ : ポンプの等価管路長  $= \int_{s=0}^L \{A_0/A(s)\} ds$  m  
 $l_{eq}$ : 配管系の等価管路長 m  
 $N_0$ : 変動中心回転数 rps  
 $n$ : ポンプ回転数 rpm  
 $p$ : 静圧 Pa  
 $p_v$ : 流体の飽和蒸気圧 Pa  
 $Q$ : 流量  $m^3/min$   
 $R$ : 損失係数  
 $\vec{r}$ : 位置ベクトル  $= (x, y, z)$   
 $s$ : 代表流線に沿って測られた距離 m  
 $t$ : 物理空間座標系における時間 s  
 $U$ : 速度  $= \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$  m/s  
 $\vec{U}$ : 速度ベクトル  $= (u, v, w)$   
 $u_2$ : 羽根車出口周速度 m/s  
 $u_i$ :  $x_i$  方向の流速成分 m/s  
 $\vec{V}$ : 格子点移動速度 m/s  
 $\dot{v}$ : 気泡量の時間変化率  $= Q_d - Q_s$   $m^3/min$   
 $x_i$ : 物理空間座標  
 $\Delta H_p$ : 回転数変動運転時の真の全揚程振幅 m  
 $\Delta H_{qs}$ : 準定常変化時の全揚程振幅 m  
 $\Delta N$ : 回転数強制変動振幅 rps  
 $\Delta Q$ : 回転数変動運転時の流量振幅  $m^3/min$   
 $\Delta Q_{qs}$ : 準定常変化時の流量振幅  $m^3/min$   
 $\mu$ : 流体の粘性係数 Pa·s  
 $\xi^j$ : 計算空間座標

$\rho$ : 流体の密度  $kg/m^3$   
 $\sigma$ : キャビテーション係数  $= 2gH_{sv}/u_2^2$   
 $\tau$ : 計算空間座標系における時間 s  
 $\tau_{ij}$ : レイノルズ応力 Pa  
 $\phi$ : 流量係数  $= (Q/60)/(\pi d_2 b_2 u_2)$   
 $\phi_{N0}$ : キャビテーション非発生時の流量係数  
 $\phi_r$ : 設計点の流量係数  
 $\phi_{N0}/\phi_r$ : 吐出し側仕切弁開度  
 $\omega$ : ポンプ羽根車回転角速度  $s^{-1}$   
 $\vec{\omega}$ : ポンプ羽根車回転角速度ベクトル  
 $= (0, 0, \omega)$

下添字

$d$ : 吐出し側  
 $s$ : 吸込側

### 3. 実験装置および実験方法

**3.1 実験装置** 実験は、図1に概略が示される配管系を用いて行われた。試験管路は、静水タンク、供試ポンプ、吐出し流量調節弁を経て静水タンクに戻る閉ループとなっている。本研究では、キャビテーション発生下のポンプ動特性を対象としているため、静水タンクに真空ポンプが接続され、管路系全体を減圧することが可能となっている。静水タンクは十分大きく、ポンプ回転数変動時の吸込全ヘッド  $H_s$  はほぼ一定に保たれる。

供試ポンプはオープン羽根車の標準的な片吸込単段渦巻ポンプであり、その主要要目が表1に示される。ポンプ回転数変動は、ポンプを駆動する電動機の回転数をインバータによって正弦波状に制御することによ

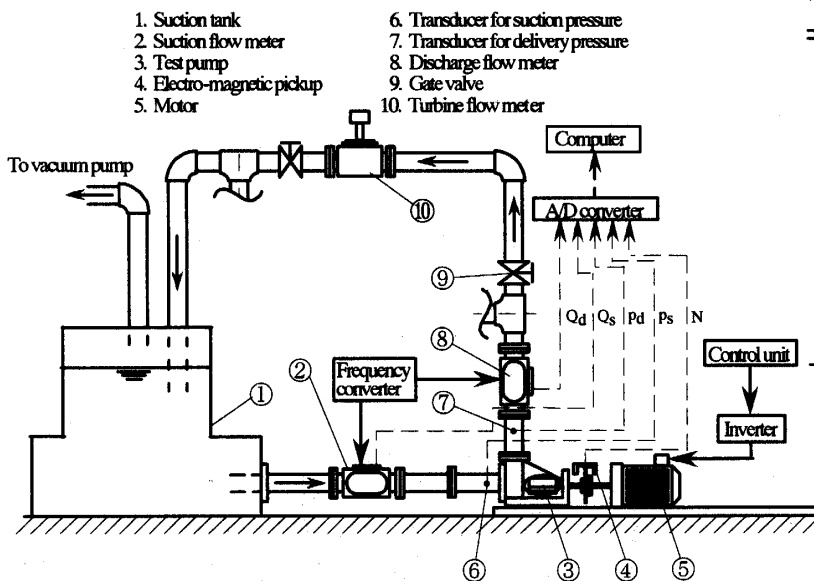


Fig. 1 Schematic view of the test setup and instrumentation system

Table 1 Specifications of the test pump

Suction diameter	65 mm
Discharge diameter	50 mm
Impeller:	
Outer diameter	223 mm
Outer passage width	11 mm
Rating:	
Rotational speed	1780 rpm
Flow rate	0.56 $m^3/min$
Total head rise	17.0 m
Specific speed	156 (rpm, $m^3/min$ , m)

り行われ, その変動中心回転数  $N_0$ , 回転数強制変動振幅  $\Delta N (0 < \Delta N \leq 4 \text{ rps})$ , および回転数強制変動周波数  $f (0 < f \leq 10.0 \text{ Hz})$  は任意に設定することが可能となっている。

**3.2 実験方法** 動特性実験は, 空気混入による影響を少なくするため, 十分な脱気運転の後, 管路系内の溶存酸素量が 1 ppm 以下になってから開始された。ポンプ回転数変動による動特性実験が, 既報<sup>(5)</sup>と同様な次元解析の結果に基づき, 吐出し弁開度, 無次元回転数強制変動振幅  $\Delta N/N_0$ , 無次元回転数強制変動周波数  $f/(\phi_{N0}N_0)$ , およびキャビテーション係数  $\sigma$  をパラメータとし, それらを種々組合せて行われた。ここで, 吐出し側仕切弁開度はキャビテーションのない状態で定常運転時の流量係数  $\phi_{N0}$  と設計点の流量係数  $\phi_r$  の比,  $\phi_{N0}/\phi_r$  で表される。

測定される量は, 回転数  $n$ , 吸込流量  $Q_s$ , 吐出し流量  $Q_d$ , 吸込圧力  $p_s$ , 吐出し圧力  $p_d$  の瞬時値である。回転数  $n$  は, ポンプ主軸に取付けられている歯車と電磁ピックアップの組合せにより発生するパルスを用いて F-V 変換器で電圧信号に変換後, 測定される。吸込圧力  $p_s$  および吐出し圧力  $p_d$  は圧力変換器により, また, 吸込流量  $Q_s$  および吐出し流量  $Q_d$  は, 変動流量が測定可能な電磁流量計を用いて測定される。各測定量の出力信号は, A-D 変換器を介してコンピュータのファイル上に記録される。

ポンプの回転数変動時では, ポンプの吸込口と吐出し口の全ヘッド差と定義される指示全揚程  $H_i$  にポンプ内の水の慣性に基づいて発生する見掛けの全揚程  $H_c$  が含まれているため, ポンプによる真の全揚程  $H_p$  は,  $H_i$  から  $H_c$  を差し引いた次式で表される<sup>(6)</sup>。

$$H_p(t) = H_i(t) - H_c(t) \\ = H_i(t) + \left( \frac{L_{eqs}}{gA_0} \cdot \frac{dQ_s}{dt} + \frac{L_{eqd}}{gA_0} \cdot \frac{dQ_d}{dt} \right) \dots (1)$$

ここで, 見掛けの全揚程  $H_c$  は, ポンプを断面積  $A_0$  で, 吸込圧力測定位置よりポンプ羽根前縁までの長さが  $L_{eqs}$ , 羽根後縁より吐出し圧力測定位置までの長さが  $L_{eqd}$  の直管に置き換えることにより近似計算される。供試ポンプでは, 口径 50 mm の直管に置き換えたとき,  $L_{eqs} = 0.06 \text{ m}$ ,  $L_{eqd} = 2.56 \text{ m}$  である。また, キャビテーション体積の時間変化率  $\dot{v}$  は, 吐出し流量  $Q_d$  と吸込流量  $Q_s$  を用いて次式で求められる<sup>(6)</sup>。

$$\dot{v} = Q_d - Q_s \dots (2)$$

なお, 本研究の回転数強制変動振幅  $\Delta N$  の範囲では, 無次元回転数強制変動振幅  $\Delta N/N_0$  の変化に対して各測定量のゲインの線形性と位相差の不変性が保たれており, 各測定量が  $\Delta N/N_0$  の変化に対して依存性

がないことが確認されている。また, ランダムノイズを含んだ各測定データに対して回転数変動とのコヒーレンスを調べ, 強い相関がある測定データのみを実験結果として用いた。以降に示される実験結果は, そのような測定データに対してスペクトル解析を行い, 測定データから強制変動周波数成分のみを抜き出した結果が示されている。

#### 4. 解析の概要

ポンプ回転数変動時を対象とした非定常キャビテーション流れ場解析は, 第1報<sup>(1)</sup>と同様, 界面追跡法とレイノルズ平均ナビエ・ストークス方程式を組合せた方法によって行われる。ここでは, 特に, 第1報と異なる点, すなわち, 基礎式中の非定常項の取扱いとキャビテーションの変動に伴う境界条件および移動メッシュ法の適用方法についてその概要を示す。なお, 乱流モデル, キャビテーション初生点, キャビテーション後流, およびキャビテーション形状の取扱いは第1報と同じである。

**4.1 支配方程式** ポンプ羽根車回転数が時間的に変化する場合, その非定常非圧縮性流れを表す支配方程式は連続の式と N-S 方程式であり, 直交座標系において  $x_z$  軸を羽根車回転軸として以下の式で表される。

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \dots (3)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \\ - 2\rho(\vec{\omega} \times \vec{U}) \cdot \vec{e}_i - \rho[\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] \cdot \vec{e}_i \\ - \left( \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} \times \vec{r} \right) \cdot \vec{e}_i \dots (4)$$

ここで, 第1報と同様,  $\rho$  は流体の密度,  $u_i (i=x, y, z)$  は  $x_i$  方向の流速,  $p$  は静圧,  $\vec{U}$  は位置ベクトル  $\vec{r}$  における速度ベクトル,  $\vec{e}_i$  は  $x_i$  方向の単位ベクトルであり,  $\vec{\omega}$  は  $\omega$  を羽根車回転角速度として  $\vec{\omega} = (0, 0, \omega)$  で表される回転角速度ベクトルである。第1報の式(2)と異なる点は, 上式(4)の右辺第5項に羽根車回転数の時間変化による非定常項が付加された点である。ところで, ポンプ羽根車回転数が時間的に変化する場合, 羽根車羽根上に発生するシートキャビテーション形状も非定常に変動するため, 境界適合メッシュを用いている本解析に移動メッシュ法を適用する必要がある。

今, 格子点における流れの相対速度を  $\vec{U}$ , 格子点の移動速度を  $\vec{V}$  とし, 物理空間座標  $(x, y, z, t)$  における  $\vec{U}$  の導関数を計算空間座標  $(\xi^i, \xi^j, \xi^k, \tau)$  で表

せば,

$$\frac{D\vec{U}}{Dt} = \frac{\partial \vec{U}}{\partial \tau} + [(\vec{U} - \vec{V}) \cdot \nabla] \vec{U} \quad (5)$$

となる. 一方, 式(4)の左辺を  $\partial(\rho u_i)/\partial t + \partial(\rho u_j u_i)/\partial x_j = D(\rho \vec{U})/Dt$  とし, 非圧縮性の条件下で式(5)を用いて変形すると,

$$\frac{\partial(\vec{U}J)}{\partial \tau} + J\nabla \cdot [\vec{U}(\vec{U} - \vec{V})] = \vec{S}J \quad (6)$$

と表せる. ここで,  $J$  はヤコビアン  $J = |\partial x_i / \partial \xi^j|$ ,  $\vec{S}$  は式(4)の右辺すべての成分を含むベクトルである.

今,  $(x_x, x_y, x_z, t) = (x, y, z, t)$  とし, 非圧縮性流れの連続の式と N-S 方程式を計算空間座標系で表現すれば,

$$\frac{1}{J} \frac{\partial J}{\partial \tau} + \nabla \cdot (\vec{U} - \vec{V}) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{1}{J} \frac{\partial(\rho \Phi J)}{\partial \tau} + \nabla \cdot \vec{F} = S^\Phi \quad (8)$$

ここで,  $\vec{F} = \rho(\vec{U} - \vec{V})\Phi - \mu_{\text{eff}}\nabla\Phi$ ,  $\Phi = u$  or  $v$  or  $w$  であり,  $S^\Phi = u, v, w$  はそれぞれ,

$$\begin{aligned} S^u &= \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho\omega(\omega x - 2v) - \frac{\partial \omega}{\partial t}y \\ S^v &= \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial y} + \rho\omega(\omega y + 2u) + \frac{\partial \omega}{\partial t}x \\ S^w &= \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\tau_{ij} = \mu_{\text{eff}} \left[ \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \quad (10)$$

である.

#### 4.2 移動メッシュの幾何学的保存則と質量保存則

移動メッシュ法を適用する場合, 各メッシュセルの形状と体積(面積)は時間とともに変化するため, 各格子点におけるヤコビアン  $J$  も時間的に変化するようになる. したがって, 式(7)および式(8)中のヤコビアン  $J$  の値は, メッシュセルが変形する際, その幾何学的保存が満足されるように, 各時間ステップごとに計算を行う必要がある.

今, 図2のようなメッシュのセルを考える.  $S$  はセルの境界表面,  $\text{Vol}$  はその体積である.  $\vec{V}$  を境界表面の移動速度, すなわち格子点の移動速度とすれば, メッシュセルの幾何学的保存は,

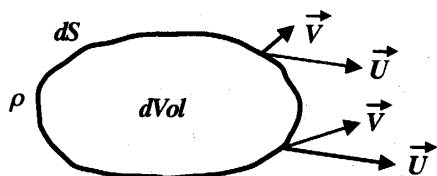


Fig. 2 The cell of the moving

$$D \int_{\text{Vol}} d\text{Vol} / Dt = \int_S \vec{V} \cdot d\vec{S} \quad (11)$$

と表せる. 式(11)を物理空間座標と計算空間座標との変換関係を用いて式変形すれば, メッシュセルの幾何学的保存則式として,

$$\partial J / \partial \tau = J \nabla \cdot \vec{V} \quad (12)$$

が得られる. したがって, 格子点位置の時間変化から格子点の移動速度  $\vec{V}$  を計算し, それを式(12)に代入することによって, 各時間ステップにおけるヤコビアン  $J$  の値が計算される.

一方, 図2において  $\vec{U}$  を格子点における流体の流速とすれば, メッシュの変形に伴う質量保存は,

$$D \int_{\text{Vol}} \rho d\text{Vol} / Dt + \int_S \rho(\vec{U} - \vec{V}) \cdot d\vec{S} = 0 \quad (13)$$

と表せる. 式(13)を計算空間座標へ変換した後, 非圧縮性流れの条件下で式(12)を用いると  $\nabla \cdot \vec{U} = 0$  となり, 結局, 移動メッシュ法を適用しても, 非圧縮性流れでは, 連続の式, すなわち質量保存則式は変わらないことになる.

#### 4.3 境界条件 第1報の定常キャビテーション

のケースとは異なり, キャビテーション形状が時間的に変化する場合は, キャビテーション表面上の法線方向境界条件として,

$$V_n = d\vec{r}/dt \cdot \vec{n}^\sigma \quad (14)$$

また, 非定常自由流線の境界条件として,

$$\partial V_i / \partial n = 0 \quad (15)$$

が用いられる. ここで,  $V_n$  および  $V_i$  は, 変動キャビテーション表面上の法線方向および接線方向速度であり,  $\vec{r}$  はキャビテーション表面の位置ベクトル,  $\vec{n}^\sigma$  はキャビテーション表面の法線方向単位ベクトルである. 羽根車回転数が周期的に変化する本解析では, 吸込流量も時間的に変化するため, 新しい時間ステップごとに流入相対周期速度と流入流量の境界条件が更新される. 一方, 第1報と同様に, 翼面の非キャビテーション領域には non-slip 条件が, また, 流出条件として流出境界にノイマン条件, すなわち, 速度と圧力の流れ方向のこう配がないという条件が適用される.

#### 4.4 全揚程および瞬時流量の決定

ポンプ回転数変動時の非定常特性を計算するためには, ポンプの作動点の変動, すなわち, ポンプ全揚程  $H_p$  および式(2)で定義されるキャビテーション体積の時間変化率  $\dot{v} = Q_a - Q_s$  を考慮した吸込流量  $Q_s$  と吐出し流量  $Q_a$  の算出が必要となる.

ポンプシステムの流量を決定する式は, 図1に示された閉ループの実験ポンプ配管系において, タンク-ポンプ吸込口間, ポンプ吸込口-吐出し口間, およびポ

ンブ吐出し口-タンク間の全圧差を示す式, およびキャビテーション体積の時間変化率を示す式(2)の2式であり, 差分化して表すと, それぞれ, 以下のようになる。

$$H_p(t_i) = \frac{l_{eqs}}{gA_0} \frac{Q_s(t_i) - Q_s(t_{i-1})}{\Delta t} + \frac{R_s}{2gA_0^2} Q_s^2(t_i) + \frac{l_{eqd}}{gA_0} \frac{Q_d(t_i) - Q_d(t_{i-1})}{\Delta t} + \frac{R_d}{2gA_0^2} Q_d^2(t_i) \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$\dot{v}(t_i) = dv(t_i)/dt = Q_d(t_i) - Q_s(t_i) \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここで,  $Q$  は流量,  $A_0$  は公称管路断面積,  $l_{eq}$  は断面積  $A_0$  の管路に換算した管路系の等価管路長<sup>(7)</sup>,  $R$  は損失係数であり, 添字  $s$  および  $d$  は, それぞれ, ポンプ吸込側および吐出し側を示す。

$Q_s$  および  $Q_d$  は, 以下のような手順で計算される。

(1)  $Q_s(t_i)$  を仮定して流れ場計算を行い, 流出境界と流入境界の平均全圧の差で定義される全揚程  $H_p(t_i)$ , および羽根車に発生するキャビテーション体積の時間変化  $[v(t_i) - v(t_{i-1})]/\Delta t$  から  $\dot{v}(t_i)$  を算出する。

る。

(2)  $\dot{v}(t_i)$  および  $Q_s(t_i)$  を用いて, 式(17) より  $Q_d(t_i)$  を計算する。

(3)  $H_p(t_i)$  および  $Q_d(t_i)$  を式(16)に代入して  $Q_s(t_i)$  を算出する。

(4) (1)で仮定した  $Q_s(t_i)$  と(3)で算出された  $Q_s(t_i)$  を比較し, 収束していれば各時間ステップの  $H_p(t_i)$ ,  $Q_s(t_i)$  および  $Q_d(t_i)$  が得られる。収束していなければ(1)へ戻り  $Q_s(t_i)$  を仮定し直して(1)～(4)の計算を繰返す。

等価管路長  $l_{eq}$  および損失係数  $R$  は, 本来, 流れの変動周波数の関数になるが, 各種の管路要素に対して十分な一般性をもった解明は行われていない。そこで, 本計算では,  $A_0$  を実験配管と同じ円形断面の面積として  $l_{eq}$  を管路の幾何形状から決定し, また  $R_s$  と  $R_d$  については, 後述される計算初期の定常計算において,  $H_p$  と  $Q$  の関係  $H_p = (R_s + R_d)Q^2/2gA_0^2$ , および  $R_s$  と  $R_d$  の比率を管路の幾何形状をもとに計算<sup>(8)</sup>することにより求めた。

#### 4.5 計算手順

ポンプ回転数変動時の非定常キャビテーション計算は図3に示されるように, まず, 計算開始時に非定常計算の初期値として使うための変動中心回転数  $N_0$  における定常計算を行った後, 各時間ステップにおける瞬時羽根車回転数に対し, (1)流れ場, (2)キャビテーション形状, (3)流量, のすべてが収束することによって次の時間ステップへ移ることになる。流れ場の計算は, 第1報と同様, 一般曲線座標系に対する SIMPLEC 法をもとにした圧力修正アルゴリズム<sup>(9)</sup>により non-staggered 格子を用いて解かれ, 計算の効率化のため, ADI 法とブロックアダプティブ法を使った SLOR 法が用いられる。なお, 第1報<sup>(1)</sup>と同様, 本計算にはボリュートケーシングは含めていない。また, 定常性能曲線および吸込性能曲線の実験値および計算値については, 第1報にその一部が示されている。

## 5. 結果および考察

**5.1 計算方法の妥当性** 図4は, キャビテーション係数  $\sigma=0.10$ , 無次元回転数強制変動周波数  $f/(\phi_{N0}N_0)=4.29(f=8.0\text{Hz})$ , 無次元回転数強制変動振幅  $\Delta N/N_0=0.114$ , および吐出し弁開度  $\phi_{N0}/\phi_r=1.0$  の場合における実験値を, 同一条件下の計算値と比較したものである。図4(a)および図4(b)が, それぞれ, 実験値および計算値であり, 図4の横軸は時間  $t$ , 縦軸は, それぞれ, 回転数  $n$ , 吸込および吐出し流量,  $Q_s$  および  $Q_d$ , キャビテーション体積の時間変

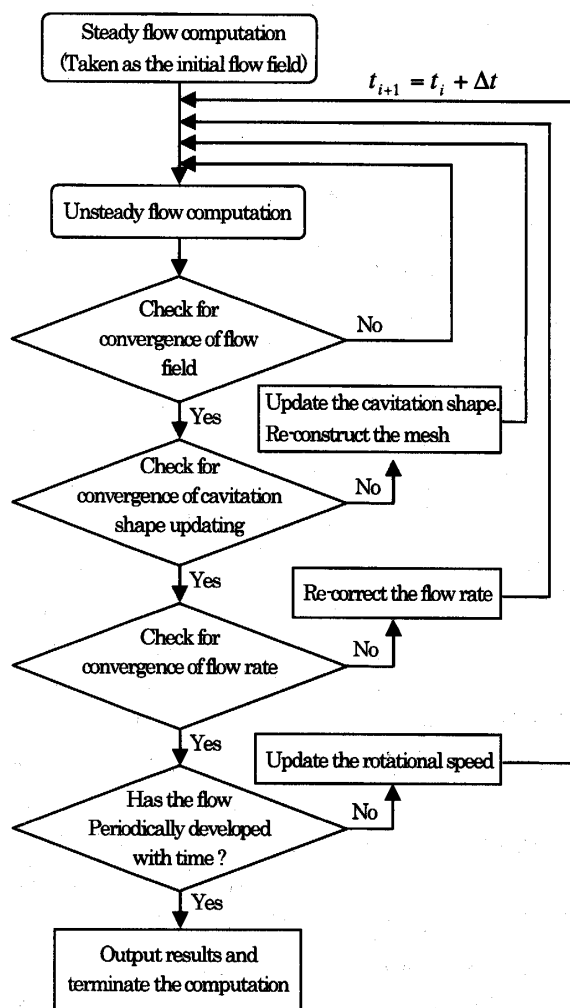


Fig. 3 Calculating procedure

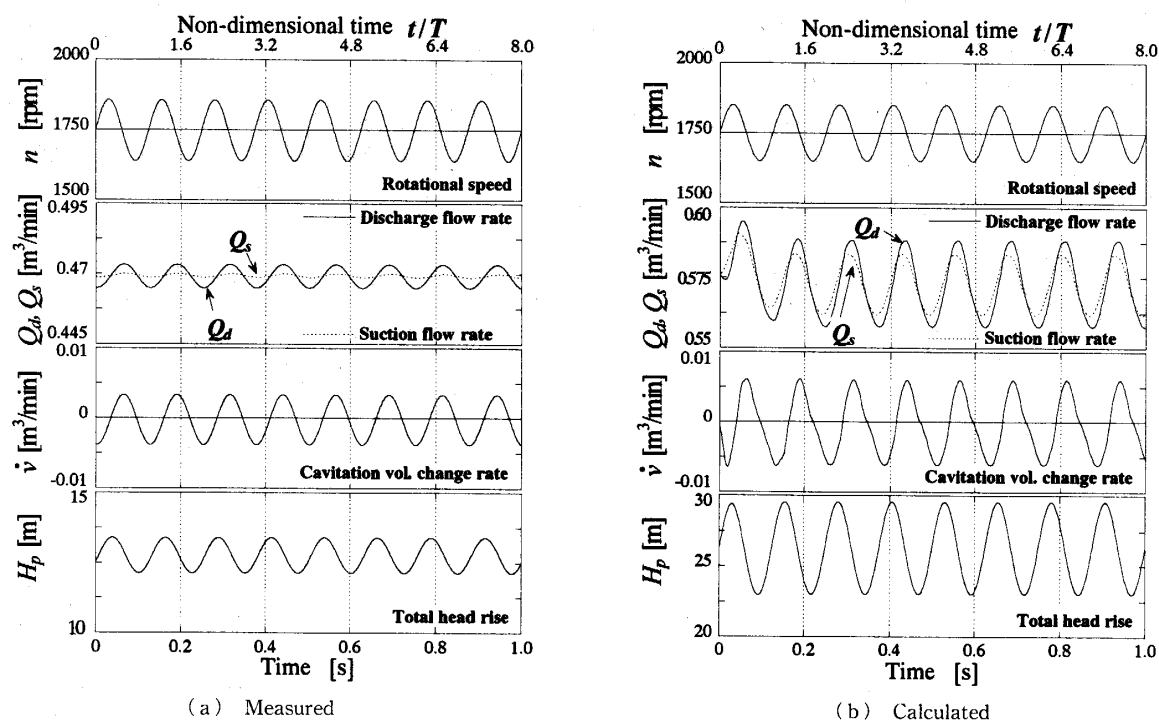


Fig. 4 Time histories of  $N$ ,  $Q_s$ ,  $Q_d$ ,  $\dot{v}$  and  $H_p$  during sinusoidal change in rotational speed [ $\sigma=0.10$ ,  $f/(\phi_{N0}N_0)=4.29$  ( $f=8.0$  Hz),  $\Delta N/N_0=0.114$  and  $\phi_{N0}/\phi_r=1.0$ ]

化率  $\dot{v}$ , およびポンプ全揚程  $H_p$  である。

図4によれば、計算値は実験値に比べ、 $Q_s$ ,  $Q_d$  および  $H_p$  の変動中心値および変動振幅が大きくなっている。これは、第1報<sup>(1)</sup>でも示されているように、本計算が二次元羽根車のポリュートケーシングがない条件下で行われており、また、流れの損失評価も行われていないため  $H_p$  が過大に評価されていることに加え、本ケースのような変動流れに対して、 $Q_s$ ,  $Q_d$  と  $H_p$  の関係を示す式(16)中の等価管路長  $l_{eq}$  および損失係数  $R$  に定常流れ状態の値を用いたことが原因ではないかと考えられる。しかし、回転数  $n$  とキャビテーション体積の時間変化率  $\dot{v}$  の応答を見てみると、回転数が最も低下する付近で  $\dot{v}$  が正から負へ変化して(キャビテーション体積最大時)、 $H_p$  が最小値となり、また、回転数が最も高くなる付近で  $\dot{v}$  が負から正へ変化して(キャビテーション体積最小時)、 $H_p$  が最大値となる傾向は、計算値と実験値の間でほぼ一致しており、定性的には本解析手法によって非定常キャビテーション流れの計算が可能になることがわかる。

## 5.2 ポンプ作動点挙動に及ぼす変動周波数の影響

図5は、回転数変動時のポンプ作動点挙動に及ぼす変動周波数の影響を示したものである。図5(a)および図5(b)は、それぞれ、実験結果および計算結果に対応し、キャビテーション係数  $\sigma=0.10$  の条件下で回転数強制変動周波数  $f$  を変化させたときのポンプ作動

点の軌跡が示されている。図5(a), (b)中の横軸は吐出し流量  $Q_d$ 、縦軸はポンプ全揚程  $H_p$  であり、変動回転数の最高点(○印)と最低点(●印)間を変動する回転数変動期間中のポンプ作動点の軌跡が実線で、また、その条件に対応する管路抵抗曲線が、回転数変動時の最高回転数と最低回転数に対応する定常運転時の最高回転数点(◁印)と最低回転数点(▷印)とともに、破線で示されている。

図5(a)によれば、回転数強制変動周波数  $f=0.17$  Hz の場合には、ポンプの作動点はその準定常変化に対応する管路抵抗曲線にほぼ沿いながら変動しており、ポンプの動的性能が準定常変化に近い変化をしていることがわかる。 $f=2.8$  Hz の場合では、ポンプの作動点は管路抵抗曲線から大きく逸脱し、回転数変動期間中のポンプ全揚程  $H_p$  が、回転数加速後半部では管路抵抗曲線の上側を、回転数減速後半部では管路抵抗曲線の下側を移動するとともに、吐出し流量  $Q_d$  の変動振幅は、準定常変化の流量範囲を大幅に超えて変動している。しかし、 $f=5.1$  Hz になると、回転数変動期間中の  $H_p$  は  $f=2.8$  Hz の場合と同様な変動をしているものの、 $Q_d$  の変動振幅は  $f=2.8$  Hz の場合に比べて非常に小さくなっており、 $f=8.0$  Hz の場合では  $Q_d$  の変動振幅はさらに小さくなっている。この  $f=2.8$  Hz における  $Q_d$  の大幅な変動は、式(2)で説明されたように、回転数変動期間中のキャビテーショ

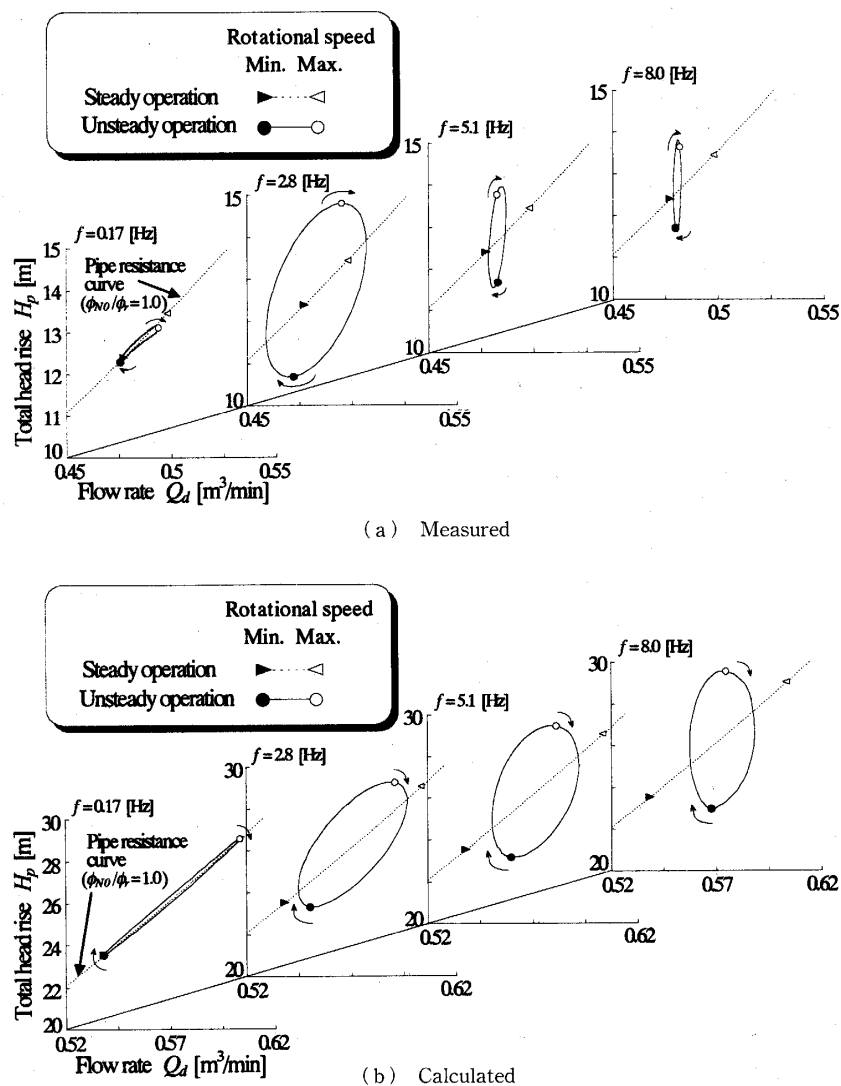


Fig. 5 Dynamic relationship between  $Q_d$  and  $H_p$  during sinusoidal change in rotational speed ( $\sigma=0.10$ ,  $\Delta N/N_0=0.114$  and  $\phi_{N0}/\phi_r=1.0$ )

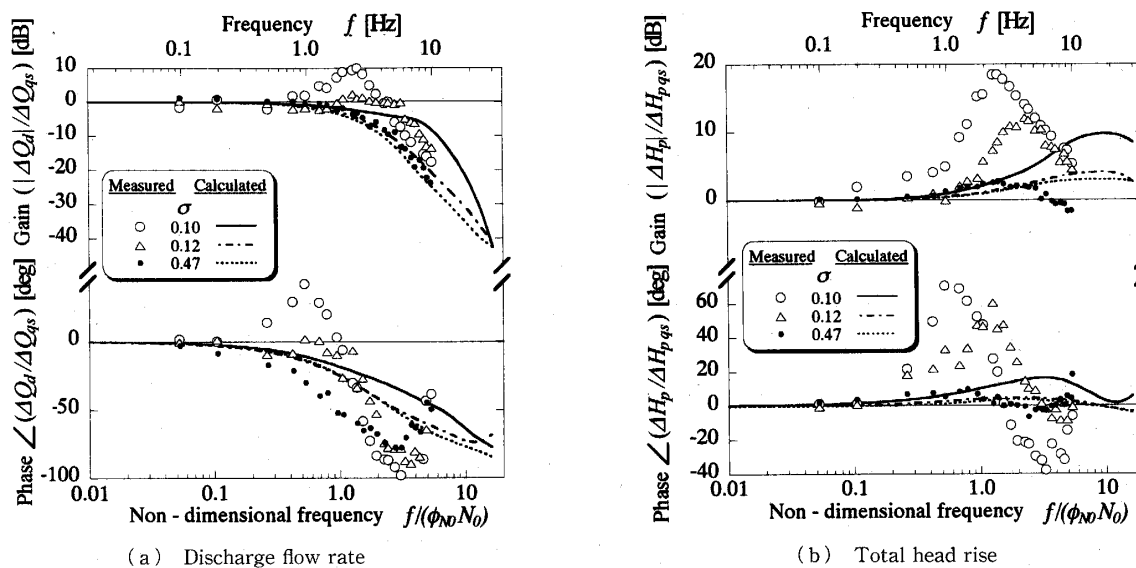


Fig. 6 Effect of  $\sigma$  on frequency response of a cavitating centrifugal pump for sinusoidal change in rotational speed ( $\Delta N/N_0=0.114$  and  $\phi_{N0}/\phi_r=1.0$ )

ン体積の変動に起因したものと考えられるが、一方で  $f=5.1\text{Hz}$  および  $8.0\text{Hz}$  において  $Q_d$  に大きな変動が見られないのは、高周波数の回転数変動に  $Q_d$  が応答できずに変動振幅が小さくなっていることに加え<sup>(10)</sup>、キャピテーションの変動現象そのものも高周波数の回転数変動に応答できないため、式(2)の関係から  $Q_d$  の変動振幅が小さくなっていると考えられる。また、回転数変動時におけるポンプの作動点挙動は、キャピテーション非発生時の結果<sup>(10)</sup>と同様に、回転数変動周波数  $f$  が大きくなるほど管路抵抗曲線に対して傾きをもって変動するようになるが、これは回転数変動周波数  $f$  が大きいほど、 $Q_d$  の変動が小さくなることに起因している。

一方、計算結果を示す図5(b)を見てみると、 $f=0.17\text{Hz}$  では、実験結果と同様、ポンプの作動点はその準定常変化に対応する管路抵抗曲線にほぼ沿いながら変動している。 $f=2.8\text{Hz}$  以上では、 $Q_d$  の変動振幅は変動周波数  $f$  が大きくなるほど小さくなるものの、その減少量は実験値に比べ小さい。これは前述のように、本計算の  $H_p$  が実際より過大に評価されていること、および変動流れに対する等価管路長  $l_{eq}$  と損失係数  $R$  の値の決定に原因があると考えられる。しかし、 $f=2.8\text{Hz}$  以上のポンプの作動点の軌跡は管路抵抗曲線から大きく逸脱し、実験結果と同様、変動周波数  $f$  が大きくなるほど、管路抵抗曲線に対して大きな傾きをもって変動する結果が得られている。このことから、ポンプ作動点の軌跡についても、本解析法によって実験結果と定性的に一致する結果を得ることができるという。

**5.3 回転数変動時におけるポンプ性能の周波数特性** 図6は、回転数変動時におけるポンプ性能の周波数特性を3種類の異なるキャピテーション係数についてボード線図を用いて示したものである。図6(a)および図6(b)には、それぞれ、吐出し流量  $Q_d$  およびポンプ全揚程  $H_p$  の周波数特性が、横軸に無次元回転数強制変動周波数  $f/(\phi_{No}N_0)$ 、縦軸に各測定量の準定常変化に対するゲインと位相差を用いて示されている。各図中において、キャピテーション係数  $\sigma=0.10$ 、 $0.12$  および  $0.47$  (キャピテーション非発生時)の結果が、実験に対しては、それぞれ、○印、△印および●印によって、また、計算については、それぞれ、実線、一点鎖線および破線によって示されている。

図6(a)に示される吐出し流量  $Q_d$  の実験結果によれば、キャピテーション非発生時 ( $\sigma=0.47$ ) の  $Q_d$  のゲインは、 $f/(\phi_{No}N_0)$  の増大に伴い、 $f/(\phi_{No}N_0)=0.5$  付近から零以下へと単調に低下しているのに対し、キ

ャピテーション発生時の  $\sigma=0.10$  のケースでは、 $f/(\phi_{No}N_0)=0.5$  付近からゲインが増加するとともに、 $f/(\phi_{No}N_0)=1.2$  付近において極大値をもっており、 $0.5 \leq f/(\phi_{No}N_0) \leq 2.0$  では、 $\sigma$  が小さいほどゲインが大きくなっている。しかし、 $f/(\phi_{No}N_0) \geq 3.0$  ではいずれの  $\sigma$  においても  $f/(\phi_{No}N_0)$  の増大に伴ってゲインが同様な傾きをもって単調に低下し、また、 $f/(\phi_{No}N_0) \approx 4.0$  では、どの  $\sigma$  に対してもゲインが  $(\Delta Q_d / \Delta Q_{qs}) \approx -15\text{dB}$  となっている。一方、ゲインの計算結果は、 $\sigma=0.10$  の実験結果に見られるような極大値はないものの、実験結果と同様に、 $1.0 \leq f/(\phi_{No}N_0) \leq 10$  では  $\sigma$  が小さいほどゲインが大きく、また  $f/(\phi_{No}N_0) \geq 10$  では  $\sigma$  によらずゲインは同程度まで単調に低下している。一方、位相差の実験結果によれば、 $0.2 \leq f/(\phi_{No}N_0) \leq 1.0$  では  $\sigma$  の値によって位相の変化が異なり、 $\sigma=0.10$  では  $f/(\phi_{No}N_0)=0.5$  で位相進みの極大値をもつのにに対し、 $\sigma=0.47$  では位相が単調に減少している。また、 $f/(\phi_{No}N_0) \geq 2.0$  では、 $\sigma=0.10$ 、 $0.12$  の両ケースとも、 $\sigma=0.47$  のときと同様に極小値をもち、その極小値における位相差も  $\sigma$  によらずほぼ同程度となっている。 $Q_d$  の位相差の計算結果には、 $\sigma=0.10$  の実験結果に見られるような位相進みの極大値はないものの、 $0.5 \leq f/(\phi_{No}N_0) \leq 8$  では  $\sigma=0.10$  の位相遅れが最も小さく、 $f/(\phi_{No}N_0) \geq 8$  では  $\sigma$  によらず  $Q_d$  の位相差は同程度になっており、ゲインと同様、実験と定性的に一致する結果が得られている。なお、 $Q_d$  のゲインの計算結果に極大値が現れないのは、等価管路長  $l_{eq}$  に定常流れ状態の値を用いたことによって  $Q_s$  の変動が大きくなり、式(17)の関係から  $Q_d$  の変動が相対的に小さくなったためであると考えられる。

上述のように、キャピテーション発生時における  $Q_d$  のゲインは、小さな  $f/(\phi_{No}N_0)$  では  $\sigma$  が小さいほど大きくなり、大きな  $f/(\phi_{No}N_0)$  では  $\sigma$  によらない。これは、前述のように、回転数変動に対するキャピテーション体積の応答性に起因していると考えられる。すなわち、小さな  $f/(\phi_{No}N_0)$  では回転数変動にキャピテーション体積の変動が応答して  $Q_d$  の変動も大きくなるのに対して、大きな  $f/(\phi_{No}N_0)$  では回転数変動にキャピテーション体積の変動が応答できず、キャピテーションの体積変動が小さくなるため、キャピテーション非発生時と同様なゲイン特性に近づくと考えられる。

ポンプ全揚程  $H_p$  の周波数特性が示されている図6(b)の実験結果によれば、回転数変動時のポンプ全揚程  $H_p$  のゲインは、すべての  $\sigma$  において極大値をと



り、 $\sigma$ が小さいほど、その極大値は大きくなることがわかる。また、ゲインの計算結果は、ゲインの極大値、および極大値をとる  $f/(\phi_{N0}N_0)$  が実験結果と異なる。これは、本計算にポリュートケーシングが含まれておらず、また、等価管路長  $l_{eq}$  に定常流れ状態の値を用いたことによって  $Q_s$  の変動が影響を受け、それが  $H_p$  に寄与するキャビテーション変動に影響を与えたためと考えられる。しかし、 $f/(\phi_{N0}N_0)$  増大時のゲインの変化、および  $\sigma$  が小さいほどゲインの極大値が大きくなる傾向は、実験結果に一致している。一方、位相差は、いずれの  $\sigma$  についても  $f/(\phi_{N0}N_0)$  の増大に伴い、一度、位相進みとなった後に位相遅れとなり、 $\sigma$  が小さいほど大きな位相進みおよび位相遅れとなる。 $H_p$  の位相差の計算結果は、実験結果と同様に、 $\sigma$  が小さいほど大きな位相進みとなり、ゲインと同様に、実験結果と定性的に一致している。

## 6. 結 論

界面追跡法とレイノルズ平均ナビエ・ストークス方程式とを組合せたキャビテーション流れ場の新しい解析モデルをポンプ回転数変動時を対象とした変動キャビテーション流れ場に適用し、ポンプ動特性実験結果と比較した結果、以下のことが明らかとなった。

(1) 界面追跡法とレイノルズ平均ナビエ・ストークス方程式とを組合せた本解析モデルによって、変動シートキャビテーション流れの定性的な解析が可能で

ある。

(2) ポンプの動的応答は、無次元回転数強制変動周波数  $f/(\phi_{N0}N_0)$  の増加とともに準定常変化から逸脱する。キャビテーション係数  $\sigma$  が小さい場合には、ポンプ作動点挙動、およびポンプ吐出し流量と全揚程の周波数特性は、 $f/(\phi_{N0}N_0)$  の増加に伴い、一度、キャビテーション非発生時とは大きく異なった変化、および特性を示した後、キャビテーション非発生時の変化、および特性に近づく傾向を示す。これは回転数変動に対するキャビテーション体積変動の応答性に起因していると考えられる。

## 文 献

- (1) 劉立軍・田中禎一・塚本寛, 機論, **70**-694, B (2004), 1441-1449.
- (2) 伊賀由佳・能見基彦・後藤彰・申炳録・井小萩利明, 機論, **68**-666, B (2002), 78-84.
- (3) Quin, J. R., Yu, S. T. J., Zhang, Z. C. and Lai, M. C., *Proc. ASME FEDSM'01*, (2001), CD-ROM FEDSM 2001-18011.
- (4) 沖田浩平・梶島岳夫, 機論, **68**-667, B (2002), 1-8.
- (5) 塚本寛・ほか5名, 機論, **60**-574, B (1994), 1883-1890.
- (6) Greitzer E. M., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **103** (1981), 193-242.
- (7) 田中禎一・塚本寛, 機論, **62**-594, B (1996), 668-676.
- (8) 日本機械学会編, 技術資料管路・ダクトの流体抵抗, (1979), 15.
- (9) Liu, L., Ph. D. dissertation of Xi'an Jiaotong University, (1999).
- (10) Tsukamoto, H., Yoneda, H. and Sagara, K., *Trans. ASME, J. Fluids Eng.*, **117** (1995), 479-484.