

フレキシブルアームの単純化デジタル制御*

大川 不二夫*¹, 山中 禎詠*², 江崎 秀徳*²
本田 英己*³, 小黒 龍一*³

A Digital Simplified Control of a Flexible Arm

Fujio OHKAWA, Yoshikane YAMANAKA, Hidenori ESAKI,
Hideki HONDA and Ryuichi OGURO

This paper presents a simple design method of a digital control system for a flexible arm. First, we derive the new discrete-time flexible arm model directly, without using an approximation to lumped parameter system. Next, based on this model, the digital control systems are designed. The control algorithms can be implemented without considering the spillover problems and in very simple formulation. Then, we apply it to control a cantilever beam. Simulation and experimented results demonstrate the effectiveness of the proposed discrete-time model and show its advantages in control applications.

Key Words: Flexible Structure, Modelling, Digital Control, Mechatronics and Robotics, Discrete Time Model

1. ま え が き

従来のロボットマニピュレータは、振動などが発生しないように、アームの構造上の剛性は高く設計されていた。しかし、近年、運動の高速化・省エネルギー化のため、アームの軽量化が求められている。このときアームは必然的にフレキシブルなものとなり、弾性による撓みや振動が無視できなくなる。このようなアームの解析と制御に関しては、数多くの研究がなされている^{(1)~(6)}。

フレキシブルアームのダイナミクスは偏微分方程式で表され、集中系の剛体モデルと異なり複雑さが増す。このため、制御系は一般に集中系に近似したモデルに基づき設計される。しかし、これらの方法では、スピルオーバー現象やコントローラの複雑化といった問題を伴う⁽⁵⁾⁽⁶⁾。また、近年ほとんどの場合、制御アルゴリズムは離散化され実装されている。したがって、これらの手法では、集中系と離散化の2段階の近似が

用いられることになる。

一方、著者のひとりには、メカニカル系に対して、速度情報を必要とするが、非線形項や外乱に依存しない簡潔な離散時間近似モデルの導出法を提案した⁽⁷⁾。また、この手法に基づき、多変数非線形系であるロボット・マニピュレータの離散時間モデルを誘導するとともに、デジタル制御系を構成し、その有用性を裏付けた⁽⁸⁾。この手法によると、フレキシブルアームに対しても集中近似を行わずに、直接離散時間モデルが誘導可能と考えられる。

ここでは、平面形1リンクフレキシブルアームを対象として、まず、上記離散時間近似モデルの導出法に基づき、離散時間数式モデルを誘導した。その結果、集中近似を用いなくとも、直接的に簡潔な形式の離散時間モデルが得られることを示した。次に、この離散時間モデルに基づきデジタル制御系の設計を行い、簡単な制御アルゴリズムで実現可能であることを明らかにした。さらに、シミュレーションと実験により、その有効性を裏付けた。なお、フレキシブルアームに対する一般的な手法であるモード展開法による解析・設計についても述べるとともに、比較検討を行った。

* 原稿受付 1998年6月19日。

^{*1} 正員, 九州工業大学情報工学部 (☎ 820-8502 飯塚市川津 680-4)。^{*2} 九州工業大学大学院。^{*3} (株)安川電機 (☎ 803-8530 北九州市小倉北区大手町 12-1)。

E-mail: ohkawa@ces.kyutech.ac.jp

2. モード展開法による
離散時間数式モデル

ここでは、図1に示す平面形1リンクフレキシブルアームを対象とし、最も一般的な解析法であるモード展開法により数式モデルを導出する。ここで、 $w(r, t)$:アーム根元からの距離 r [m] における撓み量 [m]

- $\theta(t)$: モータの回転角度 [rad]
- L : アームの長さ [m]
- ρ : アームの線密度 [kg/m]
- EI : アームの曲げ剛性 [Nm²]
- δ : アームの粘性減衰係数 [s]
- m : ペイロードの質量 [kg]
- $\tau(t)$: モータの発生トルク [Nm]
- J_m : モータの慣性モーメント [kgm²]
- d : モータの粘性摩擦係数 [Nms/rad]

である。

2.1 集中近似モデル アームの撓みの偏微分方程式とその境界条件、およびモータの回転の運動方程式は、次式で表される⁽⁶⁾。

$$\ddot{w}(r, t) + 2\delta\alpha\dot{w}^{(4)}(r, t) + \alpha w^{(4)}(r, t) = -r\ddot{\theta}(t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{cases} w(0, t) = w'(0, t) = 0, w''(L, t) = 0 \\ w'''(L, t) + \frac{m}{\rho}w^{(4)}(L, t) = 0 \end{cases}$$

$$J_m\ddot{\theta}(t) + d\dot{\theta}(t) = \tau(t) + EIw''(0, t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

式(2)右辺第2項はフレキシブルアームの根元における曲げモーメント $w''(0, t)$ のモータに対する反作用を表している。ただし、 $\alpha = EI/\rho$ である。モード展開法を用いると、式(1)の解は次式となる。

$$w(r, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_i} u_i(t) \psi_i(r) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで $u_i(t)$ は重み係数である。 λ_i は第 i モードの固有値、 $\psi_i(r)$ は固有関数であり、次式で与えられる。

$$\psi_i(r) = \frac{1}{c_i} \left[\cosh\left(\frac{\beta_i r}{L}\right) - \cos\left(\frac{\beta_i r}{L}\right) \right]$$

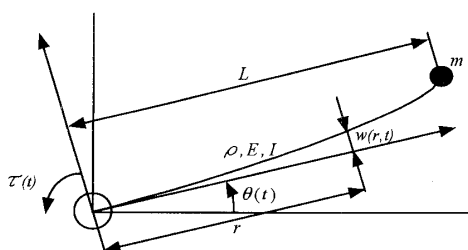


Fig. 1 A flexible arm in a horizontal plane

$$- \gamma_i \left\{ \sinh\left(\frac{\beta_i r}{L}\right) - \sin\left(\frac{\beta_i r}{L}\right) \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 γ_i, c_i はそれぞれ

$$\gamma_i = \frac{\cosh \beta_i + \cos \beta_i}{\sinh \beta_i + \sin \beta_i} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$c_i = \sqrt{L + \left(\frac{\rho}{m}\right) \left(\frac{L}{\beta_i}\right)^2 \left(\frac{1 + \cosh \beta_i \cos \beta_i}{\sinh \beta_i \sin \beta_i}\right)^2} \quad \dots\dots\dots (6)$$

である。また、 β_i はモードの概形を決定するアーム固有の定数である。式(3)を式(1)に代入すると、第 i モードについては次式が得られる。

$$\ddot{u}_i(t) + 2\delta\lambda_i\dot{u}_i(t) + \lambda_i u_i(t) = -\lambda_i b_i f(t) \quad \dots\dots (7)$$

ただし

$$\begin{aligned} b_i = & \frac{L^2}{c_i \beta_i} \left\{ \left(1 + \frac{\gamma_i}{\beta_i}\right) \sinh \beta_i - \left(\frac{1}{\beta_i} + \gamma_i\right) \cosh \beta_i \right. \\ & \left. - \left(1 - \frac{\gamma_i}{\beta_i}\right) \sin \beta_i - \left(\frac{1}{\beta_i} + \gamma_i\right) \cos \beta_i + \frac{2}{\beta_i} \right\} \\ & + \frac{mL}{\rho c_i} \{ (\cosh \beta_i - \cos \beta_i) \\ & - \gamma_i (\sinh \beta_i - \sin \beta_i) \} \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$f(t) = \ddot{\theta}(t) \quad \dots\dots\dots (9)$$

である。ここで、

$$\xi_i(t) = \begin{bmatrix} u_i(t) \\ \dot{u}_i(t) \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (10)$$

を定義すると、式(7)より次式を得る。

$$\dot{\xi}_i(t) = \mathbf{M}_i \xi_i(t) + \tilde{\mathbf{b}}_i f(t) \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし、

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_i & -2\delta\lambda_i \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{b}}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -\lambda_i b_i \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (12)$$

である。式(11)は式(7)に対応する第 i 次モードの状態方程式である。これを第 n 次モードまで拡張すると、状態方程式は次式となる。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_n(t) = \mathbf{A}_n \mathbf{X}_n(t) + \mathbf{B}_n f(t) \\ \mathbf{y}_n(t) = \mathbf{C}_n \mathbf{X}_n(t) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_n(t) = & [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \dots \quad \xi_n]^T \\ \mathbf{A}_n = & \text{block diag}\{\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_n\} \\ \mathbf{B}_n = & [\tilde{\mathbf{b}}_1 \quad \tilde{\mathbf{b}}_2 \quad \dots \quad \tilde{\mathbf{b}}_n]^T \\ \mathbf{C}_n = & \begin{bmatrix} \frac{\phi_1(L)}{\lambda_1} & 0 & \frac{\phi_2(L)}{\lambda_2} & 0 & \dots & \frac{\phi_n(L)}{\lambda_n} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (14)$$

である。 $\theta_d(t)$ を回転角の基準入力とし、 $\bar{\theta}(t)$ を次式とする。

$$\bar{\theta}(t) = \theta(t) - \theta_d(t) \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで、分布・集中混合の拡大系を考える。いま、フレキシブルアーム系の状態変数ベクトルを

$$\mathbf{X}_r(t) = [\mathbf{X}_n^T(t) \quad \bar{\theta}(t) \quad \dot{\theta}(t)]^T \quad \dots\dots\dots (16)$$

とすると、拡大系の状態方程式は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_f(t) &= A_f X_f(t) + B_{ff}(t) - d_f(t) \\ Y_f(t) &= C_f X_f(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

ただし,

$$A_f = \begin{bmatrix} A_n & \mathbf{0}_{2n \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2n} & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} B_n \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C_f = \begin{bmatrix} C_n & 0 & 0 \\ \mathbf{0}_{2n}^T & 1 & 0 \end{bmatrix}, d_f(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2n} \\ \dot{\theta}_a(t) \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

である。なお、式(17)において、 $\theta_a(t)$ がステップ入力の場合には $d_f(t)=0$ となるため、式(17)右辺第3項は無視できる。

2.2 離散時間モデル サンプルング周期を T として離散化した、式(17)の系の離散時間状態推移方程式は次式となる。ただし、 $d_f(t)$ は零とした。

$$\left. \begin{aligned} X_f(k+1) &= A_{fd} X_f(k) + B_{fd} f(k) \\ Y_f(k) &= C_{fd} X_f(k) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

ここで、

$$A_{fd} = \exp(A_f T), B_{fd} = \int_0^T B_f \exp(A_f \tau) d\tau,$$

$$C_{fd} = C_f \dots\dots\dots (20)$$

である。この式(19)が、モード展開法を用いて導出した、フレキシブルアームの集中系近似モデル(以下:集中近似モデル)の離散時間数式モデルである。

3. 離散時間近似モデル

ここでは、メカニカル系の離散時間近似モデルの導出法⁽⁷⁾に基づき、2章と同一の系について離散時間モデルを導出する。

式(1)と(2)を次式で表現する。

$$\dot{w}(r, t) + H_1(\dot{w}^{(4)}(r, t), w^{(4)}(r, t)) = -r\ddot{\theta}(t) \dots\dots\dots (21)$$

$$J_m \ddot{\theta}(t) + H_2(\dot{\theta}(t), w''(0, t)) = \tau(t) \dots\dots\dots (22)$$

ただし、

$$H_1(\dot{w}^{(4)}(r, t), w^{(4)}(r, t))$$

$$= 2\delta \frac{EI}{\rho} \dot{w}^{(4)}(r, t) + \frac{EI}{\rho} w^{(4)}(r, t) \dots\dots\dots (23)$$

$$H_2(\dot{\theta}(t), w''(0, t)) = d\dot{\theta}(t) - EIw''(0, t) \dots\dots\dots (24)$$

である。ここでは、先端の制御を問題としているので $r=L$ とし

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} w(L, t) \\ \theta(t) \end{bmatrix}, x(t) = \begin{bmatrix} \phi(t) \\ \dot{\phi}(t) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (25)$$

とおくと、式(21)と(22)は、次式で表される。

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_2 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \tau(t)$$

$$+ \begin{bmatrix} \mathbf{0}_2 \\ d(t) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (26)$$

ここで、

$$B_2 = \begin{bmatrix} -\frac{L}{J_m} \\ \frac{1}{J_m} \end{bmatrix}, d(t) = \begin{bmatrix} -H_1 + \frac{L}{J_m} H_2 \\ -\frac{1}{J_m} H_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (27)$$

である。また、 $H_1(\dot{w}^{(4)}(L, t), w^{(4)}(L, t))$, $H_2(\dot{\theta}(t), w''(0, t))$ は簡単のため、それぞれ H_1, H_2 と略記した。

さらに、式(26)は次式のように表現できる。

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c \{\tau(t) + \Delta(t)\} \dots\dots\dots (28)$$

ここで、

$$A_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \end{bmatrix}, B_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_2 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix}, B_2 \Delta(t) = d(t) \dots\dots\dots (29)$$

である。

式(28)に対して、サンプルング区間 T で、入力 $\tau(t)$ を一定値 $\tau(0)$ とすると、次式が得られる。

$$x(T) = e^{A_c T} x(0) + e^{A_c T} \int_0^T e^{-A_c t} B_c \{\tau(0) + \Delta(t)\} dt \dots\dots\dots (30)$$

ここで、

$$A \equiv e^{A_c T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2 \times 2} & T\mathbf{I}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix}, e^{-A_c t} B_c = \begin{bmatrix} -t\mathbf{B}_2 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (31)$$

であるので、式(30)は次式となる。

$$x(T) = A x(0) + A \int_0^T \begin{bmatrix} -t\mathbf{B}_2 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \{\tau(0) + \Delta(t)\} dt \dots\dots\dots (32)$$

上式右辺第2項の積分項は、このままでは計算できないので台形近似を行う。すなわち、次式とする。

$$\int_0^T \begin{bmatrix} -t\mathbf{B}_2 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \{\tau(0) + \Delta(t)\} dt$$

$$\cong \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -T^2 \mathbf{B}_2 \{\tau(0) + \Delta(T)\} \\ T \mathbf{B}_2 \{2\tau(0) + \Delta(0) + \Delta(T)\} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (33)$$

この近似を用いると、式(32)は次式となる。

$$x(T) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2 \times 2} & T\mathbf{I}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix} x(0)$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{1}{2} T^2 \mathbf{B}_2 \{\tau(0) + \Delta(0)\} \\ T \mathbf{B}_2 \tau(0) + \frac{1}{2} T \mathbf{B}_2 \{\Delta(0) + \Delta(T)\} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (34)$$

この結果、次の差分方程式が得られる。

$$\phi(k+1) = \phi(k) + T\dot{\phi}(k)$$

$$+ \frac{1}{2} T^2 \mathbf{B}_2 \tau(k) + \frac{1}{2} T^2 \mathbf{B}_2 \Delta(k) \dots\dots\dots (35)$$

$$\dot{\phi}(k+1) = \dot{\phi}(k) + T \mathbf{B}_2 \tau(k)$$

$$+\frac{1}{2}T^2\mathbf{B}_2\{\Delta(k+1)+\Delta(k)\} \dots\dots\dots (36)$$

式(35)と(36)より、 $\Delta(k)$ を消去すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} \phi(k+1) &= 2T\dot{\phi}(k) + \phi(k-1) \\ &+ \frac{1}{2}T^2\mathbf{B}_2\{\tau(k) - \tau(k-1)\} \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

この式(37)がフレキシブルアームの離散時間近似モデルである。このモデルは、一般の差分方程式で表現され、また $d(t)$ が消去された、 \mathbf{B}_2 のみに依存したパラメータ変動にロバストな形式となっている。すなわち、このモデルでは集中近似を経由せず、直接的に離散時間モデルが得られる。その結果、高次モードを無視したスピルオーバー問題を考慮する必要のないモデルであるといえる。

4. デジタル制御

4.1 制御系の設計 ここでは、前章で示した二つの離散時間モデルに基づく制御系を構成し、シミュレーションにより考察する。

4.1.1 集中近似モデル 式(19)で表されるシステムに対して、次の二次形式評価関数を設定する。

$$J(f) = \sum_{k=0}^{\infty} \{X_f(k)^T \mathbf{Q}_1 X_f(k) + r_f f(k)^2\} \dots\dots (38)$$

ただし、 \mathbf{Q}_1 と r_f はそれぞれ重み行列と重み係数である。

式(38)の評価関数を最小にする最適制御入力は、

$$f(k) = -\mathbf{K}X_f(k) \dots\dots\dots (39)$$

与えられる。ここで、 \mathbf{K} は最適フィードバック係数ベクトルであり、次式となる。

$$\mathbf{K} = (r_f + \mathbf{B}_{fd}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_{fd})^{-1} \mathbf{B}_{fd}^T \mathbf{P} \mathbf{A}_{fd} \dots\dots\dots (40)$$

なお、行列 \mathbf{P} は次式に示す離散形 Riccati 方程式の唯一の解であり、正定対称行列である。

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \mathbf{Q}_1 + \mathbf{A}_{fd}^T \mathbf{P} \mathbf{A}_{fd} \\ &- \mathbf{A}_{fd}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_{fd} (\mathbf{B}_{fd}^T \mathbf{P} \mathbf{B}_{fd})^{-1} \mathbf{B}_{fd}^T \mathbf{P} \mathbf{A}_{fd} \dots (41) \end{aligned}$$

一方、式(2)を変形すると次式となる。

$$\tau(k) = J_m f(k) + d\dot{\theta}(k) - EIw''(0, k) \dots\dots\dots (42)$$

いま、式(42)の右辺第2項は、式(2)に式(3)と(4)を代入すると、

$$EIw''(0, k) = \frac{2EI}{L^2} \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i^2}{\lambda_i c_i} u_i(k) \dots\dots\dots (43)$$

となり、これに式(39)を代入した次式より、制御入力 $\tau(k)$ の合成式を得る。

$$\begin{aligned} \tau(k) &= -J_m \mathbf{K} X_f(k) + d\dot{\theta}(k) \\ &- \frac{2EI}{L^2} \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i^2}{\lambda_i c_i} u_i(k) \dots\dots\dots (44) \end{aligned}$$

4.1.2 離散時間近似モデル 式(37)において、 $\phi(k+1)$ に目標値 $\phi_d(k+1)$ を代入し、変形すると次

式を得る。

$$\begin{aligned} &\mathbf{B}_2\{\tau(k) - \tau(k-1)\} \\ &= \frac{2}{T^2}\{\phi_d(k+1) - 2T\dot{\phi}(k) - \phi(k-1)\} \dots (45) \end{aligned}$$

式(45)において、左辺の係数 \mathbf{B}_2 はベクトルであるので、疑似逆行列 $\mathbf{B}_2^+ = (\mathbf{B}_2^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{B}_2)^{-1} \mathbf{B}_2^T \mathbf{Q}_2^{(9)}$ を用いた式(46)により、制御入力 $\tau(k)$ を合成できる。

$$\begin{aligned} \tau(k) &= \frac{2}{T^2} \mathbf{B}_2^+ \{\phi_d(k+1) - 2T\dot{\phi}(k) \\ &- \phi(k-1)\} + \tau(k-1) \dots\dots\dots (46) \end{aligned}$$

ここで、 \mathbf{Q}_2 は正定対称な重み行列である。

4.2 シミュレーション 設計した二つの制御系を用いて、シミュレーションを行った。サンプリング周期は $T=10$ ms とし、対象としたフレキシブルアームの物理量は下記に設定した。

$$\begin{aligned} L &= 1.0 \text{ m}, m = 0.312 \text{ kg} \\ \rho &= 0.405 \text{ kg/m}, J_m = 0.005 \text{ kgm}^2 \\ EI &= 2.041 \text{ Nm}^2, d = 0.001 \text{ Nms/rad} \\ \delta &= 5.87 \times 10^{-4} \text{ s} \end{aligned}$$

また、それぞれのモデルにおいて必要となる速度情報は後退差分近似で代用した。なお、撓み量 $w(L, t)$ の目標値は零とした。

4.2.1 集中近似モデル 数式モデルは $n=2$ 、すなわち第二次モードまで考慮したものを用いた。最適制御における評価関数の重み行列 \mathbf{Q}_1 は試行錯誤的に求め、

$$\mathbf{Q}_1 = \text{diag}\{4 \times 10^6, 1, 1, 1 \times 10^{-2}, 1 \times 10^9, 1\}$$

とした。制御則式(44)を用いたときの結果が図2である。

図2より、モータの角度の追従に若干の遅れが見られる。しかし、モータの目標角度が一定になると、オ

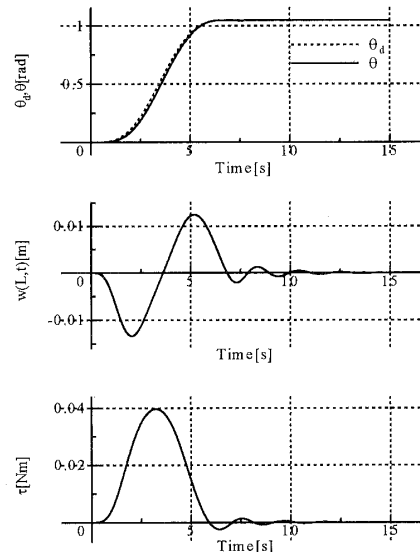


Fig. 2 Simulation result 1

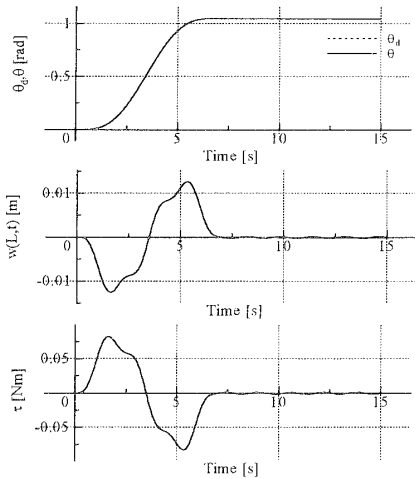


Fig. 3 Simulation result 2

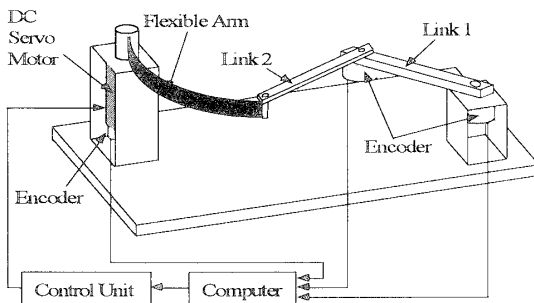


Fig. 4 The experimental system

ーバシュートもなくモータ角度は目標値に収束している。一方、撓み量はモータが整定後、5 s程度で収束しているのが確認できる。なお、第三次モードまで用いた場合についてもシミュレーションを行ったが、応答の改善はあまりみられなかった。

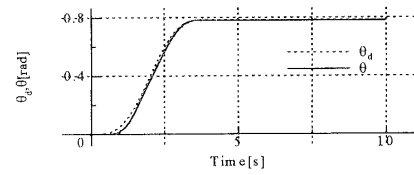
4・2・2 離散時間近似モデル 制御則式(46)を用いて、重み行列 Q_2 を

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 90 \end{bmatrix}$$

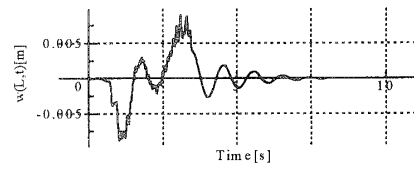
とした場合の結果が図3である。

図3では、モータの回転角は、目標軌道に良好に追従し、モータ静止後の手先の振動もすみやかに除去されているのが確認できる。

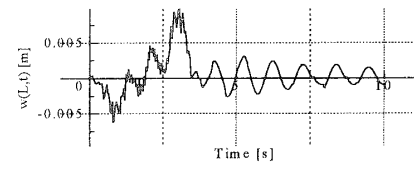
4・3 比較検討 図2ではモータの角度の追従に遅れがみられるほか、モータ停止後の短い時間ながらも撓みの振動がみられる。一方、図3にはこのような応答はみられず、良好な制御結果が得られている。このことから、離散時間近似モデルに基づく制御系では、集中近似モデルと同等、あるいはそれ以上の制御性能が得られるものと考えられる。



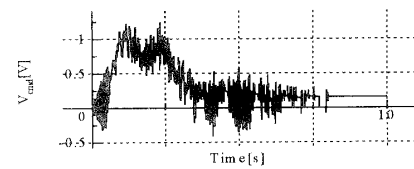
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 5 Experimental result I

5. 実 験

ここでは、試作した実験装置により、構成した制御系の有用性を検証した。

5・1 実験装置 図4に示す実験装置を用いて、実験を行った。フレキシブルアームとして銅板を用い、その長さは0.55 m、厚さは2 mm、幅は40 mmである。DCサーボモータの駆動軸にアームの一端を固定し、他端に先端位置検出用の2リンクアームが連結されている。この連結は軸対偶である。したがって、フレキシブルアームの先端には、2リンクアームから力のみが与えられ、トルクは伝達されない構成となっている。DCサーボモータと2リンクアームの各関節には、ロータリエンコーダが連結されており、これらからモータ回転角度と、先端での撓み量が検出される。三つのエンコーダからのパルス信号をカウンタボードを介してデジタル計算機に取込む。計算機からの制御指令電圧 V_{cmd} [V] はD/Aボードによりアナログ化された後、モータドライバにより増幅され、サーボモータを指令電圧に対応するトルクにて駆動する。

対象としたフレキシブルアームの物理量は下記のよ

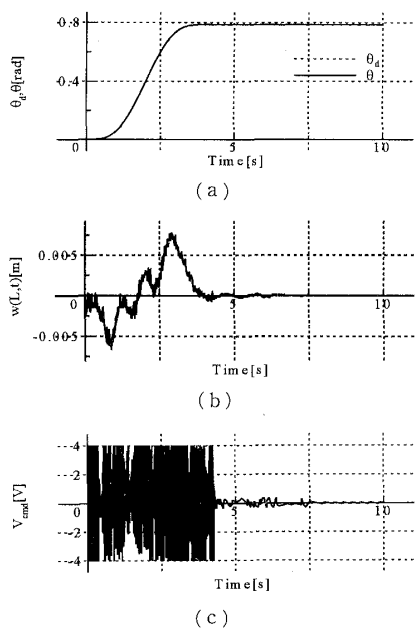


Fig. 6 Experimental result 2

うに測定された。

$$L=0.55 \text{ m}, m=0.198 \text{ kg}$$

$$\rho=0.692 \text{ kg/m}, J_m=0.0323 \text{ kgm}^2$$

$$EI=3.2671 \text{ Nm}^2, d=0.281 \text{ Nms/rad}$$

$$\delta=3.09 \times 10^{-4} \text{ s}$$

5.2 実験結果 サンプル周期は $T=10 \text{ ms}$ とし、撓み量の目標値 $w_d(L, k)$ は零とした。

5.2.1 集中近似モデル 最適制御により得られた実験結果が図5である。なお、評価関数の重み行列 Q_1 は、

$$Q_1 = \text{diag}\{2 \times 10^6, 1, 10, 1 \times 10^{-1}, 4 \times 10^8, 1\}$$

とした。モータ角度の追従に遅れが見られるが、撓み振動はモータ停止後しばらく持続したのち収束し、シミュレーションと同様の特性を示している。一方、撓み振動収束後、入力にオフセットが見られるが、これはモータの静止摩擦トルクによるものと考えられる。なお、図5(c)は、モータ角度のみを制御した結果であり、モータ停止後もアーム先端の持続振動が生じている。

5.2.2 離散時間近似モデル 重み行列 Q_2 を次式

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 15 \end{bmatrix}$$

としたときの実験結果を図6に示す。このとき、入力に大きな振動がみられるものの、モータ角度の追従性は良好である。また、アーム先端での撓み量も図5に比べて小さくなっている。

Table 1 Comparison of the two control methods

	Number of parameters	Number of state variables	Designing control system
Approximate to lumped model	$2n+1$	$2n+2$	Complexity
Proposed model	2	2	Simplicity

5.3 考察 モード展開法に基づく最適制御系では、モータの角度追従に遅れがみられ、振動の除去に時間がかかるという結果となった。一方、離散時間近似モデルに基づくデジタル制御では、モータの角度追従、振動除去ともに良好な制御結果が得られた。なお、このとき入力の振動がみられる。これは、

- (1) 速度近似の性能 (エンコーダの分解能が悪い)
- (2) B_2 の同定精度
- (3) 演算時間による操作遅れ
- (4) モータの静止摩擦トルク

などに起因すると考えられる。入力の振動についてはこれらの検討と、通常用いられるトルクフィルタの導入などを考える必要がある。

なお、両手法とも重み行列により制御性能が大きく左右されるが、これらの選定が重要である。

また、数式モデルの中のパラメータの同定精度に、当然ながら制御性能が大きく依存する。両者を比較した場合、提案した手法の方が極端にパラメータ数が少なく、この差に関しては優位と考えられる。これらを整理すると表1になる。なお、 n は考慮するモードの最高次数である。

6. あとがき

ここでは、1リンクフレキシブルアームについて、簡単な離散時間近似モデルを提案し、制御系におけるその有効性をシミュレーションと実験により検証した。

誘導した数式モデルは集中近似を用いることなく、直接に離散時間形式でしかも簡潔な形式で得られた。この結果、デジタル制御系の設計も簡単な形式で実現できた。さらに、モード展開法と比較して、同等かそれ以上の制御性能が得られることを確認し、提案したモデルの有効性が裏付けられた。

なお、本手法は多リンクフレキシブル系に対しても同様に拡張・適用可能であり、その簡潔さによる有用性は、より評価できると考えられる。それらについては目下検討中である。

文 献

- (1) フレキシブルマニピュレータ特集, 日本ロボット学会誌, **12-2**(1994), 169-223.
- (2) 松野文俊・池田雅夫, 宇宙構造物のための制御理論, システム/制御/情報, **39-3**(1995), 124-129.
- (3) 福田俊男, フレキシブルロボットアームの制御, 機論, **51-468, C**(1985), 2140-2144.
- (4) 土屋和雄・渡辺誠治, 柔軟多体系の運動方程式のラグランジュ形式による定式化, 機論, **59-558, C**(1993), 411-421.
- (5) 狼喜彰・木田隆・山口功, LSS のダイナミクス, モデリングおよび低次元化, 計測と制御, **26-10**(1987), 845-854.
- (6) Sakawa, Y., Matsuno, F. and Fukushima, S., Modeling and Feedback Control of a Flexible Arm, *J. Rob. Systems*, **2-4**(1985), 43-81.
- (7) 大川不二夫, メカニカルシステムの離散時間近似モデル, 計測自動制御学会論文集, **33-8**(1997-8), 849-851.
- (8) 頼汝・大川不二夫・寺田裕伸, ロボットマニピュレータの離散時間簡単化モデルとその制御への適用, 機論, **64-622, C**(1998), 2081-2086.
- (9) 中野和司・鄭聖満・森斉・大川不二夫, 非線形メカニカルシステムの連続/離散時間モデル追従制御の方法, 第 16 回 SICE 九州支部学術講演会予稿集, (1997), 111-114.