

半だ円表面き裂の干渉におけるき裂先端の  
応力拡大係数の分布の解析\*野田 尚昭\*<sup>1</sup>, 小林 公浩\*<sup>2</sup>, 大橋 哲彦\*<sup>3</sup>Analysis of Variation of Stress Intensity Factor along Crack Front  
of Interacting Semi-Elliptical Surface Cracks

Nao-Aki NODA, Kimihiro KOBAYASHI and Tetuhiko OOHASHI

In this paper, a singular integral equation method is applied to calculate the distribution of stress intensity factor along crack front of two interacting 3-D semi-elliptical coplanar surface cracks. The stress field induced by the body force doublet in a semi-infinite body is used as the fundamental solution. Then, the problem is formulated as a system of integral equations with singularities of the form  $r^{-3}$ . In the numerical calculation, the unknown density of body force doublet is approximated by the product of fundamental density function and polynomial. The results show that the present method yields smooth variations of stress intensity factors along the crack front very accurately for various geometrical conditions.

**Key Words:** Elasticity, Stress Intensity Factor, Body Force Method, Semi-Elliptical Surface Crack, Interaction, Singular Integral Equation, Numerical Solution, Fundamental Density Function

## 1. 緒言

実際の機械構造物等に生じた表面き裂の多くは半だ円形で近似できるため、その強度に対する評価には半だ円表面き裂の応力拡大係数が用いられる事が多い。そのため半だ円表面き裂の応力拡大係数を解析する研究が多くなされてきた<sup>(1)~(12)</sup>。しかしこのような三次元き裂の問題は、き裂のほかに境界が存在したり、き裂が複数個存在する場合には、その解析は特に困難になる。これまでその干渉効果は、宮田・楠本<sup>(9)</sup>、Heath・Grant<sup>(12)</sup>、および三好ら<sup>(13)</sup>の有限要素法解析によって考察されている。

村上・西谷らは体積法を用い、2個の等大半だ円表面き裂の問題の解析を行っている。また、Murakami・Nemat-Nasserらは同様に2個の大きさの異なる半だ円表面き裂の問題を解析している<sup>(11)</sup>。体積法はこの種の問題に有力な解析法であるが、通常は体積力対密度を基本密度関数と各要素毎に固有な値を取る階段関数の積で近似する事により解析している<sup>(10)</sup>。このため二種類の要素分割の結果から最終結果を

外挿する必要があるばかりでなく、本来滑らかに分布すべき重みが境界要素にそって不連続となるため、き裂先端の滑らかで正確な応力拡大係数の分布は求めることが難しく、また表面き裂の干渉の問題ではポアソン比  $\nu=0$  の場合のみしか解析されていない。

著者らは先に1個の半だ円表面き裂において体積力法により、その特異積分方程式の未知関数である体積力対密度を基本密度関数と多項式の積で近似して解析した<sup>(7)</sup>。その結果、き裂先端の滑らかな応力拡大係数の分布と高い境界条件の満足度が得られた。そこで本研究では前報の手法を応用して、引張りを受ける半無限体 ( $\nu=0.3$ ) 中の2個の半だ円表面き裂の干渉におけるき裂先端の応力拡大係数の分布を解析する。

## 2. 体積法の特異積分方程式

図1のように  $xz$  平面 ( $y=0$ ) を自由表面とする半無限体が  $z$  方向に一様引張  $\sigma_z^\infty$  を受ける場合を考える。そして  $xy$  平面上に、それぞれの主軸長、深さが  $2a_1$ ,  $b_1$  と  $2a_2$ ,  $b_2$  である2個の半だ円き裂、き裂1と、き裂2が中心間距離  $d$  だけ離れた所にあるものとする。この時、体積力法の考え方によれば問題はき裂の存在しない半無限体中において、き裂となるべき2つの仮想境界上

\* 原稿受付 1997年2月24日。

<sup>1</sup> 正員, 九州工業大学工学部 (☎ 804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)。<sup>2</sup> 学生員, 九州工業大学大学院。<sup>3</sup> 九州工業大学学部生。

にそれぞれ分布させた  $z$  方向の引張りの標準型体積力対の密度  $f_1(\xi_1, \eta_1)$  と  $f_2(\xi_2, \eta_2)$  を未知関数とする以下の特異積分方程式で表現される。

$$\frac{H}{2\pi} \left[ \iint_{S_1} \frac{f_1(\xi_1, \eta_1)}{r_1^3} d\xi_1 d\eta_1 + \iint_{S_1} K_1^{f_1}(\xi_1, \eta_1, x_1, y_1) f_1(\xi_1, \eta_1) d\xi_1 d\eta_1 + \iint_{S_2} \left\{ \frac{1}{r_3^3} + K_1^{f_2}(\xi_2, \eta_2, x_1, y_1) \right\} f_2(\xi_2, \eta_2) d\xi_2 d\eta_2 \right] = -\sigma_z^\infty \dots\dots (1.1)$$

$$\frac{H}{2\pi} \left[ \iint_{S_2} \frac{f_2(\xi_2, \eta_2)}{r_5^3} d\xi_2 d\eta_2 + \iint_{S_2} K_2^{f_2}(\xi_2, \eta_2, x_2, y_2) f_2(\xi_2, \eta_2) d\xi_2 d\eta_2 + \iint_{S_1} \left\{ \frac{1}{r_7^3} + K_2^{f_1}(\xi_1, \eta_1, x_2, y_2) \right\} f_1(\xi_1, \eta_1) d\xi_1 d\eta_1 \right] = -\sigma_z^\infty \dots\dots (1.2)$$

$$\left. \begin{aligned} K_1^{f_1}(\xi_1, \eta_1, x_1, y_1) &= -\frac{5-20\nu+24\nu^2}{r_2^3} + \frac{12(1-\nu)(1-2\nu)}{r_2(r_2+y_1+\eta_1)} + \frac{6\{3y_1\eta_1-2\nu(1-2\nu)(y_1+\eta_1)\}}{r_2^5} \\ K_1^{f_2}(\xi_2, \eta_2, x_1, y_1) &= -\frac{5-20\nu+24\nu^2}{r_4^3} + \frac{12(1-\nu)(1-2\nu)}{r_4(r_4+y_1+\eta_2)} + \frac{6\{3y_1\eta_2-2\nu(1-2\nu)(y_1+\eta_2)\}}{r_4^5} \\ K_2^{f_2}(\xi_2, \eta_2, x_2, y_2) &= -\frac{5-20\nu+24\nu^2}{r_6^3} + \frac{12(1-\nu)(1-2\nu)}{r_6(r_6+y_2+\eta_2)} + \frac{6\{3y_2\eta_2-2\nu(1-2\nu)(y_2+\eta_2)\}}{r_6^5} \\ K_2^{f_1}(\xi_1, \eta_1, x_2, y_2) &= -\frac{5-20\nu+24\nu^2}{r_8^3} + \frac{12(1-\nu)(1-2\nu)}{r_8(r_8+y_2+\eta_1)} + \frac{6\{3y_2\eta_1-2\nu(1-2\nu)(y_2+\eta_1)\}}{r_8^5} \\ r_1 &= \sqrt{(x_1-\xi_1)^2+(y_1-\eta_1)^2} \quad r_2 = \sqrt{(x_1-\xi_1)^2+(y_1+\eta_1)^2} \quad r_3 = \sqrt{(x_1+d-\xi_2)^2+(y_1-\eta_2)^2} \quad r_4 = \sqrt{(x_1+d-\xi_2)^2+(y_1+\eta_2)^2} \\ r_5 &= \sqrt{(x_2-\xi_2)^2+(y_2-\eta_2)^2} \quad r_6 = \sqrt{(x_2-\xi_2)^2+(y_2+\eta_2)^2} \quad r_7 = \sqrt{(x_2-d-\xi_1)^2+(y_2-\eta_1)^2} \quad r_8 = \sqrt{(x_2-d-\xi_1)^2+(y_2+\eta_1)^2} \\ H &= (1-2\nu)/4(1-\nu)^2 \quad S_1 = \left\{ (\xi_1, \eta_1) \mid (\xi_1/a_1)^2 + (\eta_1/b_1)^2 \leq 1, \eta_1 \geq 0 \right\} \quad S_2 = \left\{ (\xi_2, \eta_2) \mid (\xi_2/a_2)^2 + (\eta_2/b_2)^2 \leq 1, \eta_2 \geq 0 \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots (1.3)$$

式(1.1), (1.2)はそれぞれき裂1, き裂2の仮想き裂面上における境界条件  $\sigma_z = 0$  に相当する。式(1.1), (1.2)の第1項は無限体中のだ円き裂の存在を表現し, 注目点  $(x_i, y_i)$  と着力点  $(\xi_i, \eta_i)$  が一致するときの特異性を示す項であり,  $\iint$  は発散積分の有限部分<sup>(14)</sup>を表す。第2項の  $K_1^{f_1}(x_1, y_1, \xi_1, \eta_1)$  等は自由表面の境界条件を満足させる関数である。 $S_1, S_2$ はそれぞれき裂1, き裂2に相当するき裂のない半無限体中に想定した半だ円き裂となるべき仮想き裂面を表している。

3. 特異積分方程式の数値解析法

従来用いられていた未知関数を階段関数で近似する方法では本来滑らかで連続な関数として分布しているはずの体積力密度が不連続な関数として近似されるため, 応力拡大係数を求める際に外挿しなければならない事や応力拡大係数の滑らかな分布を求める事が難しい等の問題があった。

著者らは一つの半だ円表面き裂の問題の解析において, 体積力対密度を多項式と基本密度関数の積で近似して高精度の解と滑らかな応力拡大係数の分布が得られた。そこで本研究ではこの考え方を2つの半だ円表面き裂にも適用し体積力対密度  $f_1(\xi_1, \eta_1), f_2(\xi_2, \eta_2)$  を以下のように近似する。

$$\left. \begin{aligned} f_i(\xi_i, \eta_i) &= F_i(\xi_i, \eta_i) w_i(\xi_i, \eta_i) \\ w_i(\xi_i, \eta_i) &= \frac{b_i \sigma_z^\infty}{H \Phi_i} \sqrt{1-\xi_i^2-\eta_i^2} \\ \xi_i' &= \xi_i/a_i \quad \eta_i' = \eta_i/b_i \end{aligned} \right\}$$

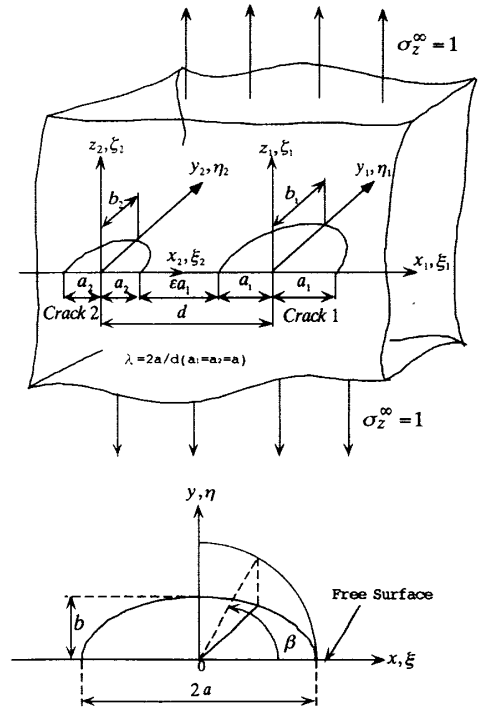


Fig.1 Two semi-elliptical surface cracks in a semi-infinite body in tension.

$$\Phi_i = \left\{ \begin{array}{l} E(k_i), k_i = \sqrt{1 - (b_i/a_i)^2} \quad (a_i \geq b_i) \\ \frac{b_i}{a_i} E(k'_i), k'_i = \sqrt{1 - (a_i/b_i)^2} \quad (a_i < b_i) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$$i = 1, 2$$

$$E(k_i) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k_i^2 \sin^2 \lambda} d\lambda$$

$$= \sum_{i=0}^l \beta_i Q_i(\xi'_2, \eta'_2)$$

$$l = \sum_{k=0}^n (k+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

$$G_0(\xi'_1, \eta'_1) = 1, G_1(\xi'_1, \eta'_1) = \eta'_1, \dots$$

$$\dots, G_{n+1}(\xi'_1, \eta'_1) = \xi'_1, \dots, G_l(\xi'_1, \eta'_1) = \xi'_1^n$$

$$Q_0(\xi'_2, \eta'_2) = 1, Q_1(\xi'_2, \eta'_2) = \eta'_2, \dots$$

$$\dots, Q_{n+1}(\xi'_2, \eta'_2) = (-\xi'_2), \dots, Q_l(\xi'_2, \eta'_2) = (-\xi'_2)^n$$

$$\dots\dots\dots (4)$$

ここで  $w(\xi'_i, \eta'_i)$  は基本密度関数と呼ばれるもので無限体中の  $xy$  平面上にあるだ円き裂の遠方で  $\sigma_z^\infty$  が作用したときの、だ円き裂の応力場を厳密に表現する体積力密度に相当する。式(2)の様な表現を用いれば式(1.1), (1.2) は基本密度にかける重み関数  $F_1(\xi'_1, \eta'_1), F_2(\xi'_2, \eta'_2)$  を未知関数とする式(3.1), (3.2) で表現される。

そうすると問題は式(3), (4)より  $F_1(\xi_1, \eta_1), F_2(\xi_2, \eta_2)$  の  $2 \cdot (l+1)$  個の係数の  $\alpha_0 \sim \alpha_l, \beta_0 \sim \beta_l$  を未知数とする連立一次方程式(5)を解くことに帰する。なお発散積分の有限部分の計算の取扱は前報<sup>(7)</sup>の方法を用いた。

$$\left. \begin{array}{l} \frac{H}{2\pi} \left[ \iint_{S_1} \frac{F_1(\xi'_1, \eta'_1)}{r_1^3} \sqrt{1 - \xi_1'^2 - \eta_1'^2} d\xi_1 d\eta_1 \right. \\ \left. + \iint_{S_1} K_1^{f_1}(\xi_1, \eta_1, x_1, y_1) F_1(\xi'_1, \eta'_1) \sqrt{1 - \xi_1'^2 - \eta_1'^2} d\xi_1 d\eta_1 \right. \\ \left. + \iint_{S_2} \left\{ \frac{1}{r_3^3} + K_1^{f_2}(\xi_2, \eta_2, x_1, y_1) \right\} F_2(\xi'_2, \eta'_2) \sqrt{1 - \xi_2'^2 - \eta_2'^2} d\xi_2 d\eta_2 \right] \\ = -\sigma_z^\infty \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{2\pi} \sum_{i=0}^l [\alpha_i (A_{1,i}^{f_1} + B_{1,i}^{f_1}) + \beta_i B_{1,i}^{f_2}] = -1 \\ \frac{1}{2\pi} \sum_{i=0}^l [\alpha_i B_{2,i}^{f_1} + \beta_i (A_{2,i}^{f_2} + B_{2,i}^{f_2})] = -1 \\ A_{1,i}^{f_1} = \frac{b_1}{\Phi_1} \iint_{S_1} \frac{G_i(\xi'_1, \eta'_1)}{r_1^3} \sqrt{1 - \xi_1'^2 - \eta_1'^2} d\xi_1 d\eta_1 \\ B_{1,i}^{f_1} = \frac{b_1}{\Phi_1} \iint_{S_1} K_1^{f_1}(\xi_1, \eta_1, x_1, y_1) G_i(\xi'_1, \eta'_1) \sqrt{1 - \xi_1'^2 - \eta_1'^2} d\xi_1 d\eta_1 \\ B_{1,i}^{f_2} = \frac{b_2}{\Phi_2} \iint_{S_2} \left\{ \frac{1}{r_3^3} + K_1^{f_2}(\xi_2, \eta_2, x_1, y_1) \right\} \\ \times Q_i(\xi'_2, \eta'_2) \sqrt{1 - \xi_2'^2 - \eta_2'^2} d\xi_2 d\eta_2 \\ B_{2,i}^{f_1} = \frac{b_1}{\Phi_1} \iint_{S_1} \left\{ \frac{1}{r_3^3} + K_2^{f_1}(\xi_1, \eta_1, x_2, y_2) \right\} \\ \times G_i(\xi'_1, \eta'_1) \sqrt{1 - \xi_1'^2 - \eta_1'^2} d\xi_1 d\eta_1 \\ A_{2,i}^{f_2} = \frac{b_2}{\Phi_2} \iint_{S_2} \frac{Q_i(\xi'_2, \eta'_2)}{r_3^3} \sqrt{1 - \xi_2'^2 - \eta_2'^2} d\xi_2 d\eta_2 \\ B_{2,i}^{f_2} = \frac{b_2}{\Phi_2} \iint_{S_2} K_1^{f_1}(\xi_2, \eta_2, x_2, y_2) Q_i(\xi'_2, \eta'_2) \sqrt{1 - \xi_2'^2 - \eta_2'^2} d\xi_2 d\eta_2 \end{array} \dots\dots\dots (3.1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{H}{2\pi} \left[ \iint_{S_2} \frac{F_2(\xi'_2, \eta'_2)}{r_3^3} \sqrt{1 - \xi_2'^2 - \eta_2'^2} d\xi_2 d\eta_2 \right. \\ \left. + \iint_{S_2} K_2^{f_2}(\xi_2, \eta_2, x_2, y_2) F_2(\xi'_2, \eta'_2) \sqrt{1 - \xi_2'^2 - \eta_2'^2} d\xi_2 d\eta_2 \right. \\ \left. + \iint_{S_1} \left\{ \frac{1}{r_7^3} + K_2^{f_1}(\xi_1, \eta_1, x_2, y_2) \right\} F_1(\xi'_1, \eta'_1) \sqrt{1 - \xi_1'^2 - \eta_1'^2} d\xi_1 d\eta_1 \right] \\ = -\sigma_z^\infty \end{array} \right\} \dots\dots\dots (3.2)$$

ここで  $F_1(\xi'_1, \eta'_1), F_2(\xi'_2, \eta'_2)$  としては式(4)の様に、係数  $\alpha_i, \beta_i [i = 0, 1, 2, \dots, (n+1)(n+2)/2]$  を未知係数とする以下のような表現を採用した。

$$\left. \begin{array}{l} F_1(\xi'_1, \eta'_1) = \alpha_0 + \alpha_1 \eta'_1 + \dots + \alpha_{n-1} \eta_1^{n-1} + \alpha_n \eta_1^n \\ + \alpha_{n+1} \xi'_1 + \alpha_{n+2} \xi'_1 \eta'_1 + \dots + \alpha_{2n} \xi_1^n \eta_1^{n-1} \\ \vdots \\ + \alpha_{l-2} \xi_1^{n-1} + \alpha_{l-1} \xi_1^{n-1} \eta'_1 \\ + \alpha_l \xi_1^n \\ = \sum_{i=0}^l \alpha_i G_i(\xi'_1, \eta'_1) \\ F_2(\xi'_2, \eta'_2) = \beta_0 + \beta_1 \eta'_2 + \dots + \beta_{n-1} \eta_2^{n-1} + \beta_n \eta_2^n \\ + \beta_{n+1} (-\xi'_2) + \beta_{n+2} (-\xi'_2) \eta'_2 + \dots + \beta_{2n} (-\xi_2^n) \eta_2^{n-1} \\ \vdots \\ + \beta_{l-2} (-\xi_2)^{n-1} + \beta_{l-1} (-\xi_2)^{n-1} \eta'_2 \\ + \beta_l (-\xi_2)^n \end{array} \right\}$$

4. 数値計算結果と検討

4.1 応力拡大係数と干渉効果の表示 以上の理論に基づいて計算プログラムを作成し、多項式の次数のパラメータ  $n$  を変化させて図1の形状パラメータ  $b_i/a_i = 0.5, 1.0 (i=1, 2)$  について数値計算を行った。結果として得られた応力拡大係数  $K_I$  をまとめるに際して式(7)で定義される無次元値  $F_{II}$ 、ならびにその干渉係数  $\gamma_i$  を用いた。

$$\left. \begin{array}{l} F_{II}(\beta) = \frac{K_{II}(\beta)}{\sigma_z^\infty \sqrt{\pi b_i}} = \frac{F_i(\xi'_i, \eta'_i) \Big|_{\xi'_i = \cos \beta_i, \eta'_i = \sin \beta_i}}{\Phi} \\ \times \left[ \sin^2 \beta_i + (b_i/a_i)^2 \cos^2 \beta_i \right]^{1/4} \\ \gamma_i = F_{II} / F_{I0} \quad i = 1, 2 \end{array} \right\} \dots (7)$$

ここで  $F_{I0}$  は単独の半だ円き裂の無次元化応力拡大係数<sup>(7)</sup>である。なお、本報ではポアソン比  $\nu=0.3$  とした。

図2は境界条件を満足させる点を示す。図2のようにそれぞれの半だ円き裂形状を半径1の円に写像するとともに  $x'$  軸,  $y'$  軸に平行な幅0.02のメッシュを考える。ここで  $x'_i = x_i/a_i$ ,  $y'_i = y_i/b_i$  ( $i=1,2$ ) である。そして,  $x'^2 + y'^2 < 1$ ,  $y' \geq 0$  の範囲で図2に示す格子上的点を境界条件を考察する選点として選んだ。ただし  $y'=0$  上では式(5)の  $A_4^i$ ,  $A_2^i$ ,  $B_{1,1}^i$ ,  $B_{2,1}^i$  が求められないため  $y'=0$  の代わりに  $y'=0.015$  と,  $x'$  方向に切ったメッシュの交点を自由表面上最も近い選点として使用した。式(3・1), 式(3・2)で表される連立一次方程式を解く際には, 図2のようにとった注目点それぞれに対し境界条件  $\sigma_z = 0$  の誤差ができる限り小さくなるように, 最小二乗法を用いた。前報<sup>(7)</sup>と同様に式(4)に含まれる指数  $n$  を変化させたときの  $F_{Ii}$  の収束性を検討した(本研究では  $n=25$  程度まで計算を行った)。その結果有効数字3けた程度以上の応力拡大係数の滑らかな分布がき裂先端に沿って得られることがわかった。以下ではこのようにして得られた  $F_{Ii}$ , ならびに  $\gamma_i$  の分布を図示して議論する。

**4.2 等大半だ円き裂の干渉効果について** 2個のき裂の相互間隔を表すパラメータ  $\lambda = 2ald$  ( $\lambda=0$  は単独き裂の場合であり,  $\lambda=1.0$  はA点で接触することを意味する) の変化に対する  $F_I$  の値の変化の様子を図3に示す。また, 干渉係数  $\gamma_1$  を図4に示す。形状比  $b/a=0.5$  の場合ではき裂がかなり接近した  $\lambda=0.8$  のときでも干渉効果はかなり小さい。

村上ら<sup>(10)</sup> は  $\nu=0$  の場合に等大2個の半だ円き裂の問題の  $\beta_1=90^\circ$  と  $180^\circ$  の位置の応力拡大係数を求め, 以下の

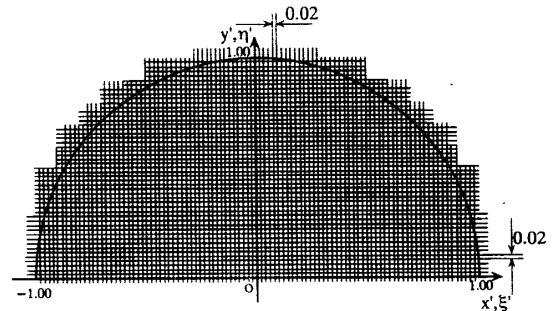
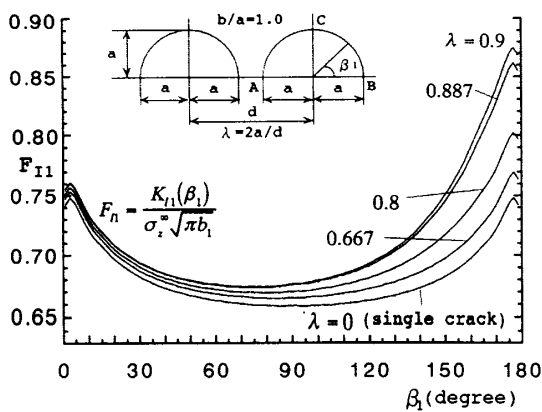
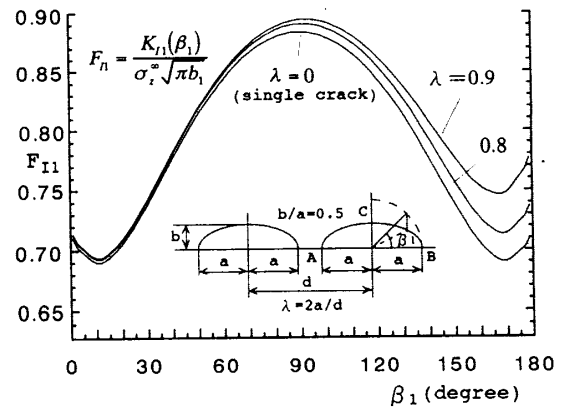


Fig.2 Boundary collocation point

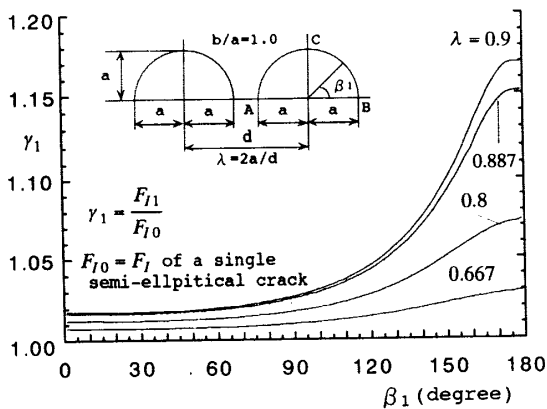


(a)  $b/a=1.0$

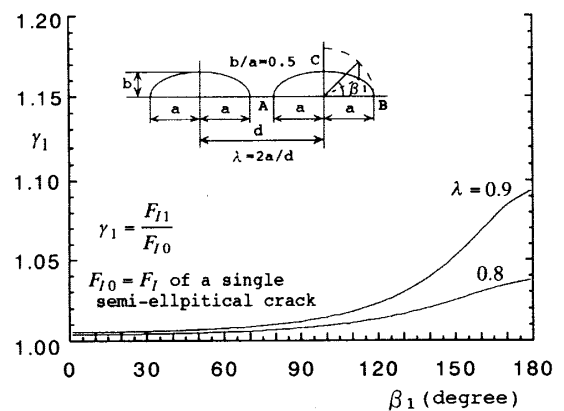


(b)  $b/a=0.5$

Fig.3 Variation of  $F_{I1}$  of two semi-elliptical cracks



(a)  $b/a=1.0$



(b)  $b/a=0.5$

Fig.4 Variation of interaction factor  $\gamma_1$  of two semi-elliptical cracks

点を指摘している。

(1) き裂前縁が表面と交わる点 ( $\beta_1 = 180^\circ$ ) の干渉効果は、二つのき裂の間に同じ大きさのき裂が入る余裕 ( $\lambda = 0.5$ の時)があれば、ほとんど無視できる。

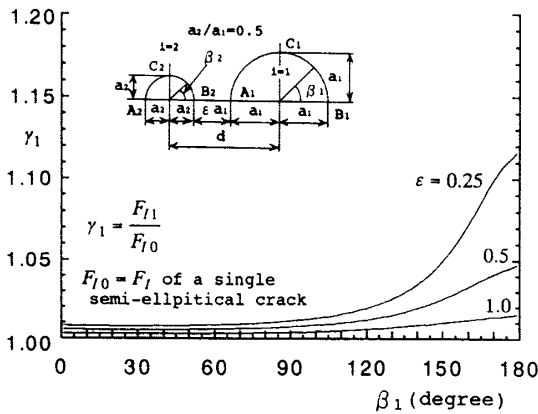
(2) き裂の最深部 ( $\beta_1 = 90^\circ$ ) における干渉の効果はき裂が接触するほど接近しても無視できる程小さい。

図4に示すようにポアソン比  $\nu = 0.3$ のときの干渉効果は  $\lambda = 0.9$ の場合でも、 $\beta_1$ が  $90^\circ \sim 90^\circ$  付近までは一定であり、3%以下である。また、き裂前縁が表面と交わる点の干渉効果は  $\lambda = 0.667$ でも3%以下であり  $\lambda = 0.5$ ではほとんど無視できるようである。すなわち、 $\nu = 0$ での結論が  $\nu = 0.3$ でもほぼ成立する。 $\beta_1$ が  $90^\circ$ を超えると干渉効果は急激に現われ、 $\lambda$ が1に近づくにつれ、その傾向は強くなる。

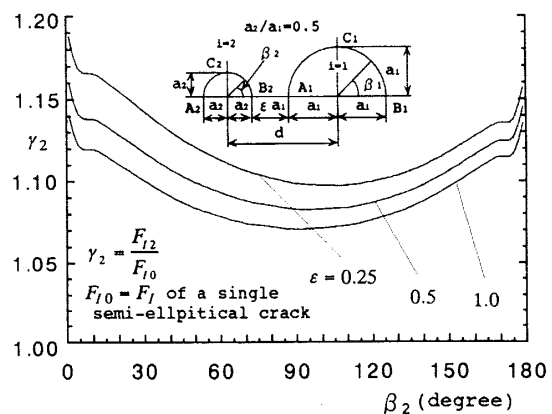
### 4.3 大きさの異なる半円き裂の干渉効果について

図5(a), (b)は二つの半円き裂の寸法比を  $a_2/a_1 = 0.5$ と固定しリガメント長さ  $\epsilon a_1$ を  $\epsilon = 1.0, 0.5, 0.25$ と変化させたときの干渉係数  $\gamma_1, \gamma_2$ を示す。図5より  $\gamma_1$ はき裂2の接合に対して  $\beta_1 = 120^\circ \sim 180^\circ$ の範囲で局所的に増加するのに対して、 $\gamma_2$ はほぼ全体的に増加する。き裂寸法1がき裂寸法2より大きいとき、き裂1がき裂2へ及ぼす影響はき裂2がき裂1へ及ぼす影響より大きい ( $\gamma_2 \geq \gamma_1$ )。しかしき裂1の寸法が大きいため応力拡大係数の最大値はき裂1の  $\beta_1 = 177^\circ$  付近に生じる。

図6, 7はリガメント長さ  $\epsilon a_1$ をそれぞれ  $\epsilon = 0.5$ と  $\epsilon = 0.25$ に固定しき裂寸法比  $a_2/a_1$ を変化させたときの  $\gamma_1, \gamma_2$ を示す。前節と同様にき裂2がき裂1に与える影響がほと

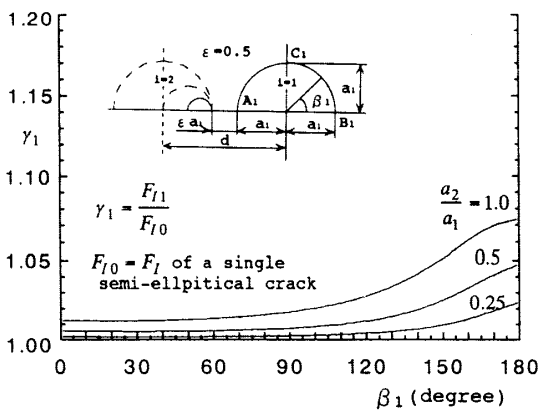


(a)  $\gamma_1$  vs  $\beta_1$  relation

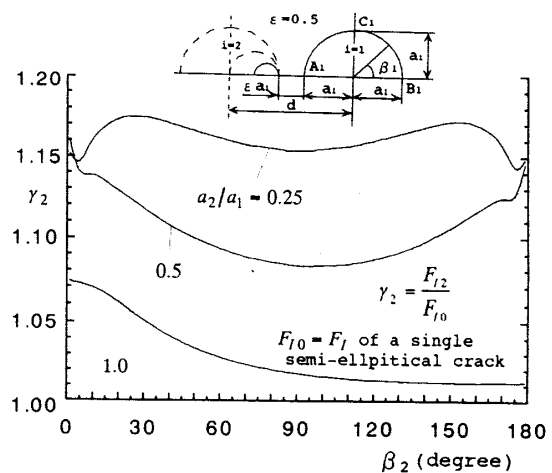


(b)  $\gamma_2$  vs  $\beta_2$  relation

Fig.5 Variation of interaction factor  $\gamma_1, \gamma_2$  of two semi-circular cracks when  $a_2/a_1 = 0.5$

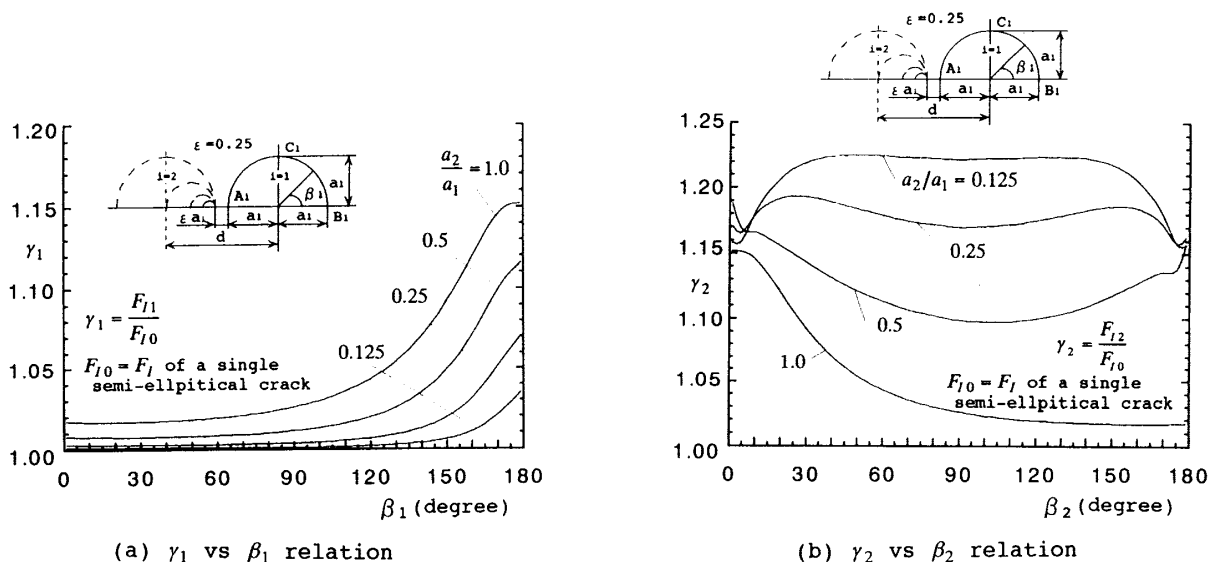


(a)  $\gamma_1$  vs  $\beta_1$  relation



(b)  $\gamma_2$  vs  $\beta_2$  relation

Fig.6 Variation of interaction factor  $\gamma_1, \gamma_2$  of two semi-circular cracks when  $\epsilon = 0.5$

Fig.7 Variation of interaction factor  $\gamma_1, \gamma_2$  of two semi-circular cracks when  $\epsilon = 0.25$ 

んど無視できる条件を考察すると、図5(a)で  $\epsilon = 1.0$  のとき  $\gamma_1 \leq 1.015$  であり、干渉効果はほとんど無視できる。また、図6(a)では  $a_2/a_1 = 0.25$  で  $\gamma_1 \leq 1.023$  であり、図7(a)では  $a_2/a_1 = 0.125$  で  $\gamma_1 \leq 1.035$  である。すなわちリガメント部にき裂2と同じ大きさの余裕があれば、き裂2がき裂1に与える影響はほとんど無視できる。

## 5 結言

(1) 体積法の特異積分方程式を精度良く解析することによって、2個の半だ円表面き裂の干渉におけるき裂先端の応力拡大係数の分布を求め、得られた結果を形状、寸法を変化させ図示した(図3~7)。

(2) き裂1の寸法がき裂2の寸法より大きいかまたは等しいとき(図1)、き裂1からき裂2の干渉効果はき裂2からき裂1への干渉効果より大きい(図5~7)。しかし、き裂1の寸法が大きいため最大応力拡大係数はき裂1に生じる。

(3) き裂1の外側部分( $\beta_1 = 0^\circ \sim 90^\circ$ )では、き裂2がかなり接近してもその影響はほとんど無視できる程度である(図4~7)。 $\beta_1$ が $90^\circ$ を超えると干渉効果は急激に現われ、 $\lambda$ が1に近づくにつれ、その傾向は強くなる。

(4) き裂1の最大応力拡大係数に及ぼすき裂2の影響は、二つのき裂の間にき裂2が入る余裕があれば、ほとんど無視できる程度である(図5~7)。

## 文 献

- (1) 西谷弘信・村上敬宜, だ円板状き裂および半だ円板状き裂の応力拡大係数(引張り), 機論, **40**-329, (1974), 31-40.
- (2) 石田誠・野口博司, 半だ円板状表面き裂を持つ板の引張りと曲げ, 機論, **48**-429, A(1982), 607-619.
- (3) 石田誠・野口博司, 体積法による三次元き裂問題の解析について, 機論, **49**-442, A(1982), 707-717.
- (4) 石田誠・鶴秀登・野口博司, 三次元き裂問題の高精度解析法(第1報, 解析基礎理論と無限体問題への応用), 機論, **59**-561, A(1993), 1270-1278.
- (5) 石田誠・鶴秀登・野口博司, 三次元き裂問題の高精度解析法(第2報, 任意形状の表面・内部き裂を持つ半無限体問題への応用), 機論, **59**-561, A(1993), 1279-1286.
- (6) 高久田和夫・小泉堯・渋谷寿一, き裂問題の積分方程式の解法について, 機論, **50**-454, A(1984), 1183-1192.
- (7) 野田尚昭・三好伸介, 特異積分方程式による半だ円表面き裂先端の応力拡大係数の分布の解析, 機論, **61**-586, A(1995), 88-96.
- (8) Gyekenyesi, J. P. and Mendelson, A., Three-Dimensional Analysis of Finite Geometry Containing Cracks, Int. J. Fract., Vol. 11, No. 3, (1975), 409-429.
- (9) 宮田寛・楠本韶, 三次元表面き裂の応力拡大係数について, 機論, **45**-391, A(1979), 252-259.
- (10) 村上敬宜・西谷弘信, 二つの等だ円形き裂の干渉における応力拡大係数, 機論, **47**-415, A(1981), 295-303.
- (11) Murakami, Y. and Nemat-Nasser, S., Interacting Dissimilar Semi-elliptical Surface Flaws under Tension and Bending, Engng. Frac. Mech., Vol. 16, NO.3, (1982), 373-386.
- (12) Heath, B. J. and Grandt, A. F. Jr., Stress Intensity Factors for Coalescing and Single Corner Flaws along a Hole Bore in a Plate, Engng. Frac. Mech., Vol. 19, No. 4, (1984), 665-673.
- (13) Miyoshi, T., Shiratori, M and Tanabe, O., Stress Intensity Factors for Surface Cracks with Arbitrary Shapes in Plates and Shells, ASTM STP 868, Kanninen, M. F. and Hopper, A. T., Eds., ASTM, (1985), 521-534.
- (14) Hadamard, J., Lectures on Cauchy's Problem in linear Partial Differential Equations, (1923), Yale Univ. Press.